RWTÜV
TÜV CERT EN ISO 9001
دارای گواهینامه ایزو ۹۰۰۱
در زمینه نشر کتاب و طراحی جلد

مؤسسه فرهنگی هنری
دیباگران تهران

فیزیک عمومی

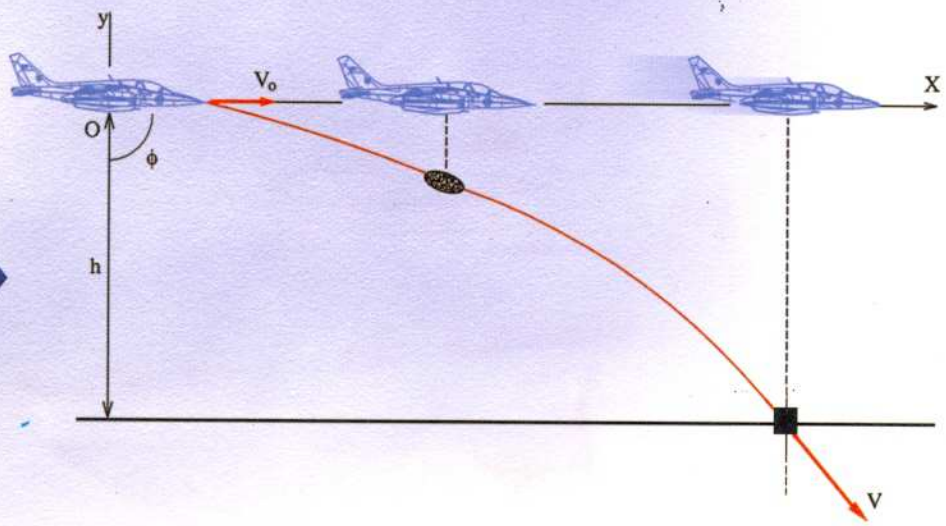
(مکانیک)

(خلاصه درس، پرسشهای چهارگزینه‌ای و پاسخنامه تشریحی)

ویژه آزمونهای کارشناسی به کارشناسی ارشد

ویژگیهای کتاب:

- خلاصه درس و نکات مهم درسی
- پرسشهای چهار گزینه ای مکانیک به تفکیک موضوع با پاسخ تشریحی در آزمونهای کارشناسی ارشد دانشگاههای دولتی و آزاد اسلامی رشته های فیزیک، فیزیک پزشکی ژئو فیزیک، هواشناسی، فیزیک دریا، فلسفه علم، بهداشت حرفه ای، مهندسی عمران، مهندسی نساجی و غیره
- قابل استفاده برای دانشجویان رشته های علوم و فنی مهندسی در درس فیزیک پایه ۱ و فیزیک ۱



مؤلفان: ناصر زارع دهنوی حسین محسنی پور

به نام خدا

مؤسسه فرهنگی هنری
دیباگران تهران

فیزیک عمومی در آزمونهای کارشناسی ارشد

مکانیک

برای رشته‌های: فیزیک، فیزیک پزشکی، فیزیک دریا، ژئوفیزیک، هواشناسی، فلسفه علم بهداشت محیط، مهندسی عمران، مهندسی نساجی و دانشجویان سال اول رشته فنی و مهندسی و علوم

مؤلفان

حسین محسنی پور ـ ناصر زارع دهنوی

RWTÜV
TÜV CERT
EN ISO 9001

دارنده گواهینامه ISO 9001/2000
در زمینه نشر کتاب و طراحی جلد

فیزیک عمومی (مکانیک) ویژه آزمونهای کارشناسی ارشد

مؤلفان : حسین محسنی‌پور ـ ناصر زارع دهنوی

ناشر : مؤسسه فرهنگی هنری دیباگران تهران

حروفچینی و صفحه‌آرایی : مجتمع فنی تهران

طرح روی جلد : مجتمع فنی تهران

چاپ : چاپ طاها

نوبت چاپ : اول

تاریخ نشر : تیر ماه ۱۳۸۲

تیراژ : ۳۰۰۰ نسخه

قیمت : ۳۳۷۰۰ ریال

شابک : ۹- ۳۰۹-۳۵۴-۹۶۴

ISBN : 964-354-309-9

محسنی‌پور ، حسین
فیزیک عمومی (مکانیک) (ویژه آزمونهای کارشناسی ارشد)/ مؤلفان حسین محسنی پور ؛ ناصر زارع دهنوی -- تهران : مؤسسه فرهنگی هنری دیباگران تهران ، ۱۳۸۲ .
۵۱۶ ص. : مصور، نمودار.
ISBN 964-354-309-9
فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا .
کتابنامه : ص. ۵۱۶.
۱. دانشگاهها و مدارس عالی - - ایران - - آزمونها .۲. فیزیک - - آزمونها و تمرینها (عالی). ۳. آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی - - ایران. ۴. مکانیک - - آزمونها و تمرینها (عالی) .
الف. زارع دهنوی، ناصر. ب. عنوان
۹۲ ف۲۸۳۸ م/LB۲۳۵۳ ۳۷۸/۱۶۶۴
کتابخانه ملی ایران ۸۲-۵۴۳۸ م

آدرس: سعادت آباد، بلواربهزاد(ضلع شمالی پارک سعادت آباد)، نبش‌باغستان یکم، شماره ۱۰

تلفن : ۵- ۲۰۹۰۰۰۱ فکس : ۲۳۵۲۶۲۶ صندوق پستی: ۹۴۳/ ۱۴۳۳۵

فهرست مطالب

مقدمه ناشر

حمـد و سـپاس ایزد منان را که با الطاف بیکران خود این توفیق را به ما ارزانی داشت تا بتوانیم در راه ارتقـای دانش عمومی و فرهنگ این مرز و بوم در زمینه چاپ و نشر کتب علمی دانشگاهی، علوم پایـه و بـه ویژه علوم کامپیوتر و انفورماتیک گامهایی هر چند کوچک برداشته و در انجام رسالتی که بر عهـده داریـم مؤثر واقع شویم. گستردگی علوم و توسعه روزافزون آن، شرایطی را به وجود آورده که هر روز شاهد تحولات اساسی چشمگیر در سطح جهان هستیم. این گسترش و توسعه نیاز به منابع مختلف از جملـه کـتاب را بـه عـنوان قدیمی‌ترین و راحت‌ترین راه دستیابی به اطلاعات و اطلاع‌رسانی، بیش از پیش روشن می‌نماید. در این راستا ، واحد انتشارات مؤسسه فرهنگی هنری دیباگران با همکاری جمعی از اسـاتید، مؤلفـان، مـترجمان، متخصصـان، پژوهشگران، محققان و نیز پرسنل ورزیده و ماهر در زمینه امـور نشر درصدد هستند تا با تلاشهای مستمر خود برای رفع کمبودها و نیازهای موجود، منابعی پربار، معتبر، و با کیفیت مناسب در اختیار علاقه‌مندان قرار دهند.

کـتابی که در دست دارید با همت " آقایان ناصر زارع دهنوی و حسین محسنی پور" و تلاش جمعی از همکاران انتشارات میسر گشته و شایسته است از یکایک این گرامیان تشکر و قدردانی کنیم.

ویراستاری علمی : مهندس کامبیز یوسفی

حروفچینی و ویرایش کامپیوتری : خانمها فرحناز امینی، لیلا ترابی

صفحه‌آرایی کامپیوتری : خانم تهمینه کاشانیان

طراحی روی جلد : خانم شیما صدرا

امور چاپ و نشر : آقای حیدر شفیعی

ناظر چاپ : آقای کریم براغ

در خاتمه از عموم هموطنان عزیز و دانش پژوهان گرامی خواهشمندیم ما را با ارائه پیشنهادها و انتقادهای خود در بهبود کمی و کیفی کارهای انجام شده راهنمائی نمایند تا بتوانیم در آینده کتابهایی با کیفیت بهتر تقدیم حضورشان کنیم.

مدیر انتشارات

مؤسسه فرهنگی هنری دیباگران تهران

مقدمه مؤلفان

کتاب حاضر یک جلد از سری ۴ جلدی فیزیک عمومی و با عنوانهای مکانیک ، موج و ارتعاشات و حرارت، الکتریسیته و مغناطیس و نور می‌باشد که در بر دارنده سؤالات مطرح شده در زمینه‌های مذکور در رشته‌های مختلف علوم و مهندسی می‌باشد. این کتاب، جلد اول از سری کتب مذکور در زمینه درس مکانیک می‌باشد.

مکانیک کلاسیک یکی از دروس مورد سؤال در آزمون‌های کارشناسی ارشد برخی از رشته‌های علوم و مهندسی همچون فیزیک، فیزیک پزشکی، فیزیک دریا، هواشناسی، ژئوفیزیک، فلسفه علم، مهندسی عمران، مهندسی نساجی، بهداشت محیط و ... می‌باشد. در این کتاب، در هر فصل علاوه بر ارائه خلاصه‌ای از مطالب مربوطه، پرسشهای چندگزینه‌ای که در آزمونهای سالهای گذشته رشته‌های مذکور آمده است، سعی شده است برای هر پرسش، پاسخی تشریحی که علاوه بر کوتاه بودن، جنبه آموزشی نیز داشته باشد ارائه گردد. همچنین به جای آنکه پرسشهای هر فصل بر حسب سال و یا رشته مرتب شوند، بر حسب موضوع مرتب شده‌اند تا خواننده هنگام حل پرسشها مطابق روند درس در هر فصل، پیش رود. با توجه به آنکه سطح پرسشها برای اکثر رشته‌ها مشابه است، مطالعه کلیه پرسشها برای داوطلبین هر رشته خاص توصیه می‌شود. ممکن است برخی پرسشها برای داوطلبان رشته فیزیک ساده به نظر برسند که البته مطالعه و حل آنها که هم ساده‌تر و هم سریعتر خواهد بود، جهت مرور مطالب درسی و آمادگی جهت حل پرسشهای سخت‌تر مفید به نظر می‌رسد. لازم به ذکر است که در انتهای هر فصل علاوه بر سؤالات آزمونهای کارشناسی ارشد آموزش عالی و دانشگاه آزاد اسلامی پرسشهایی چند گزینه‌ای از آزمونهای GRE نیز ارائه شده است. از آن جهت که کتاب حاضر علاوه بر پرسشهای چند گزینه‌ای ، شامل خلاصه درس نیز می‌باشد مطالعه کتاب حاضر در دروس فیزیک پایه ۱ و فیزیک ۱ برای دانشجویان رشته‌های علوم و مهندسی مفید خواهد بود.

مؤلفین سعی کرده‌اند در گردآوری پرسشهای چند گزینه‌ای و پاسخهای تشریحی حداکثر دقت را به کار برند، با این حال مدعی کتابی بی‌نقص نیستند، لذا از اظهار نظر و پیشنهادهای سازنده در جهت بهتر نمودن کتاب و یا برطرف سازی اشکالات و لغزشهای احتمالی استقبال نموده و از شما عزیزان تقاضا داریم از نظرات و اصلاحیه خود، مؤلف را از طریق پست الکترونیکی زیر آگاه و خشنود سازید.

Email : f_hosinm@yahoo.com

وظیفه خود می‌دانیم از سرکار خانمها سیده آمنه میراعلمی و شادی رزاقی که در پیش‌نویس کتاب حاضر ما را یاری نموده‌اند تشکر و قدردانی کنیم.

همچنین از همکاریهای همه جانبه کلیه کارکنان انتشارات فرهنگی هنری دیباگران تهران کمال تشکر را داریم.

ناصر زارع دهنوی ـ حسین محسنی‌پور

فصل اول

بردارها، عملگرهای برداری و دستگاه مختصات

مقدمه

در این فصل به صورت کاملاً گذرا ابزارهای ریاضی لازم جهت حل مسائل فیزیک را معرفی می‌کنیم. اینها ابزارهایی کارآمد برای حل مسائل فیزیک هستند. خواننده می‌تواند برای کسب اطلاعات بیشتر و جامع‌تر در مورد این مفاهیم به مراجع معرفی شده در انتهای کتاب مراجعه نماید.

۱-۱ انواع کمیت‌ها

ما در فیزیک با سه نوع کمیت عمده سر و کار داریم:

۱- کمیت‌های اسکالر که صرفاً با کمک اندازه‌شان معرفی می‌شوند مانند جرم.

۲- کمیت‌های برداری که علاوه بر اندازه دارای امتداد مشخص نیز می‌باشند مانند نیرو.

۳- کمیت‌های تانسوری که علاوه بر اندازه و جهت با راستای فضا نیز ارتباط دارند مانند ضریب گذردهی مغناطیسی.

باید تأکید کنیم که تعریف فوق، تعریف جامعی نمی‌باشد و باید در این تعریف نحوه تبدیل این کمیت‌ها تحت اثر تبدیلات دستگاه مختصات را نیز بگنجانیم (خواننده علاقمند می‌تواند به مراجع مراجعه نماید) .

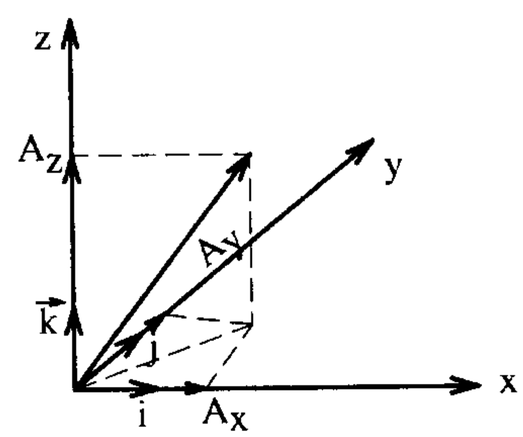
در این جا به این مطلب نمی‌پردازیم و از میان کمیت‌های فوق فقط بردارها را بررسی می‌کنیم.

۲-۱ جبر برداری

الف) جمع و تفریق بردارها

می‌دانیم که هر بردار در فضا توسط مؤلفه‌هایش، معرفی می‌شود. ما این مؤلفه‌ها را توسط بردار یکانی در هر دستگاه مختصات معرفی می‌کنیم. مطابق شکل زیر بردار $\vec{A}$ (در دستگاه مختصاتی که توسط بردارهای یکانی $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ تعریف می‌شود) به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\vec{A}=A_x\,\vec{i}+A_y\,\vec{j}+A_z\vec{k} \qquad (۱-۱)$$

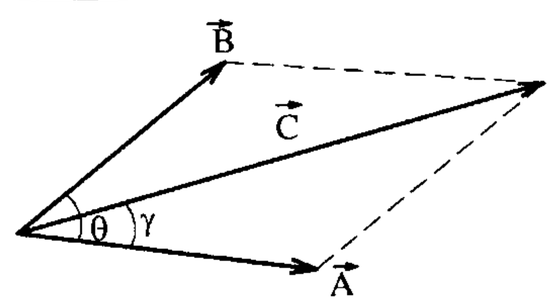


با این تعریف برای جمع دو بردار کافی است تک تک مؤلفه‌های آن را با هم جمع نماییم یعنی:

$$\vec{A}+\vec{B}=(A_x+B_x)\,\vec{i}+(A_y+B_y)\,\vec{j}+(A_z+B_z)\,\vec{k}$$

می‌توان با استفاده از قاعده متوازی‌الاضلاع نیز جمع دو بردار را به دست آورد.

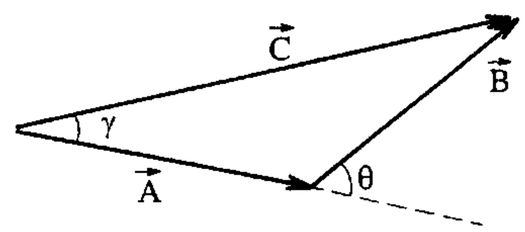
$$\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}\Rightarrow C=\sqrt{A^۲+B^۲+۲ABCos\theta}$$



γ زاویه بردار برآیند $\vec{C}$ با بردار $\vec{A}$ است.

$$B^2=C^2+A^2-2AC(Cos\gamma)$$

$$\Rightarrow \gamma=Cos^{-۱}\left(\frac{C^۲+A^۲-B^۲}{۲AC}\right)$$

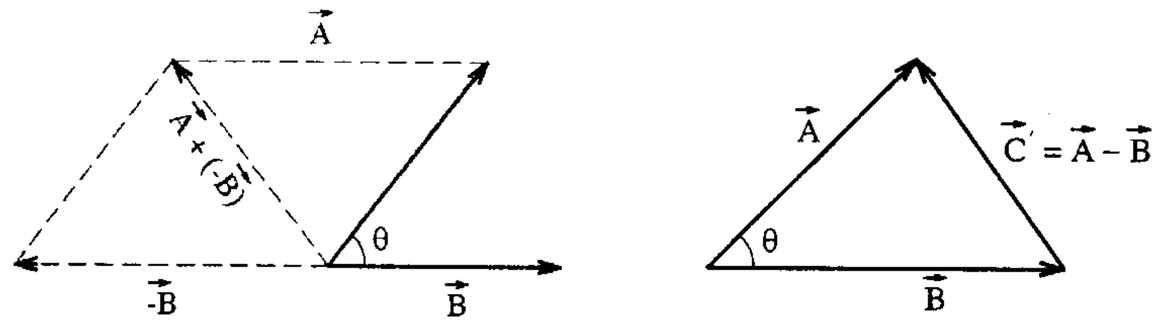


هنگامی که دوبردار در یک جهت باشند $\theta=۰$ و در نتیجه C حداکثر است و اندازه آن برابر a+b می‌باشد و اگردو بردار در خلاف جهت یکدیگر باشند $\theta=\pi$ در نتیجه $C=C_{min}=|a-b|$.

تفریق دو بردار

برای تفریق دو بردار کافی است حاصل جمع یک بردار با معکوس بردار دیگر را به دست آورد.

$$\vec{C}'=\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})=(A_x-B_x)\,\vec{i}+(A_y-B_y)\,\vec{j}+(A_z-B_z)\,\vec{k}$$



(۱-۲)

بنابراین $\vec{C}'$ برداری است که از انتهای بردار دوم $(\vec{B})$ به انتهای بردار اول رسم شده و اندازه آن برابر قطر کوچک متوازی‌الاضلاع است.

$$C' = \sqrt{A^2 + B^2 - 2ABCos\theta}$$

برای تفریق دو بردار کافی است حاصل جمع یک بردار را با بردار دوم که جهت آن عوض شده به دست آوریم یعنی بنویسیم:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) \qquad \xrightarrow{\vec{B}} \qquad \xleftarrow{-\vec{B}}$$

(۱-۳)

ب) ضرب یک اسکالر در بردار

در این حالت کمیت اسکالر در تک تک مؤلفه‌های بردار ضرب می‌شود یعنی داریم:

$$c\vec{A} = cA_x\vec{i} + cA_y\vec{j} + cA_z\vec{k} \qquad (۱-۴)$$

ج) ضرب اسکالر دو بردار

می‌توانیم دو بردار را به گونه‌ای در هم ضرب کنیم که نتیجه آن یک عدد اسکالر باشد. بسیاری از کمیت‌های فیزیکی حاصل از چنین فرآیندی هستند مانند کار که حاصل ضرب اسکالر نیرو در جابه‌جایی است. این ضرب به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad (۱-۵)$$

از این رو اندازه یک بردار با کمک حاصل ضرب اسکالر آن بردار در خودش به دست می‌آید یعنی داریم:

$$|A| = \vec{A} \cdot \vec{A} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \qquad (۱-۶)$$

تعریف دیگر ضرب اسکالر وابسته به زاویه بین دو بردار می‌باشد و با توجه به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A||B|Cos\theta \qquad (۱-۷)$$

بنابراین با کمک این روش می‌توانیم زاویه بین دو بردار را به شکل زیر به دست آوریم:

زاویه بین دو بردار

$$\theta = \mathrm{Cos}^{-1}\left[\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A|\,|B|}\right] = \frac{A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}{|A|\,|B|} \qquad (۱-۸)$$

بنابراین شرط عمود بودن دو بردار آن است که $A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z = ۰$

توجه کنید که ضرب اسکالر دو بردار جا به جا پذیر است یعنی داریم:

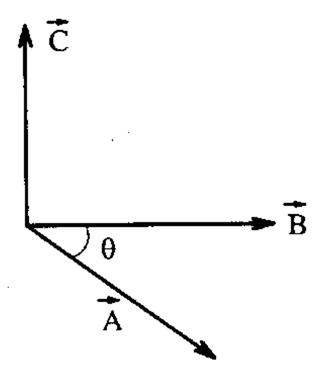
$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A} \qquad (۱-۹)$$

د) ضرب برداری دو بردار

دو بردار را می‌توان به گونه‌ای در هم ضرب نمود که نتیجه آن یک بردار باشد. در این حالت باید اندازه و جهت بردار منتج را به دست آورد. بسیاری از کمیت‌های فیزیکی حاصل از چنین ضربی هستند مانند گشتاور که حاصل ضرب برداری جابه جایی در نیرو است در این حالت اگرچه ابعاد این کمیت با کار یکسان است اما دو کمیت کاملاً متفاوت می‌باشند. این ضرب به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{C} = A\times B = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_yB_z - A_zB_y)\vec{i} - (A_xB_z - A_zB_x)\vec{j} + \qquad (۱-۱۰)$$

$$(A_x B_y - A_yB_x)\vec{k}$$



چنان‌چه زاویه بین دو بردار مشخص باشد آنگاه جواب حاصل ضرب می‌شود:

$$\left|\vec{C}\right| = \left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = |A|\,|B|\,\mathrm{Sin}\theta \qquad (۱-۱۱)$$

مساحت متوازی الاضلاع ساخته شده از $\vec{B},\vec{A}$ برابر است با $|\vec{c}| = S$

جهت این بردار همواره عمود بر صفحه دو بردار A و B و جهت آن مطابق یک پیچ راستگرد می‌باشد (از قانون دست راست پیروی می‌کند یعنی اگر جهت انگشتان دست راست از سمت بردار $\vec{A}$ به $\vec{B}$ بردار باشد، انگشت شست جهت بردار $\vec{C}$ را نمایش می‌دهد.

(۱-۱۲) ضرب برداری جا به جا پذیر نیست یعنی داریم: $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$

اگر دو بردار $\vec{B}$ و $\vec{A}$ موازی باشند هر سه مؤلفه بردار $\vec{A}\times\vec{B}$ صفر می‌شود.

$$\left.\begin{aligned} A_yB_z - A_zB_y &= 0 \\ A_xB_z - A_zB_x &= 0 \\ A_xB_y - A_yB_x &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (۱-۱۳)$$

هـ) ضربهای چندگانه

در این قسمت حاصل ضرب برداری و اسکالر چند بردار را در هم معرفی می‌کنیم. خواننده علاقه‌مند می‌تواند به راحتی با نوشتن بردارها بر حسب مؤلفه‌هایشان هر یک از روابط زیر راثابت کند، ما به اثبات این روابط نخواهیم پرداخت.

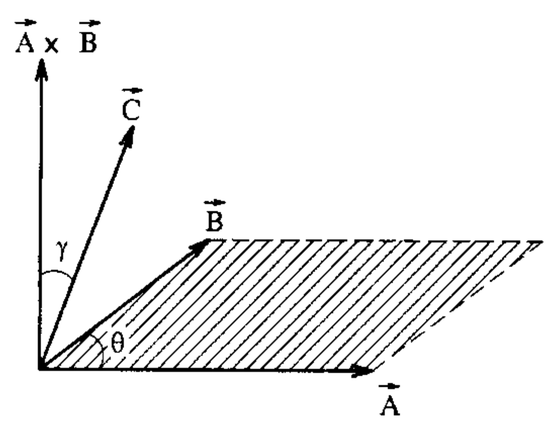
$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A}) = \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} \qquad (۱-۱۴)$$

رابطه (۱-۱۴) معرف حجم یک متوازی‌السطوح است که اضلاع آن توسط بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$ تعریف شده‌اند. به شکل زیر دقت کنید.

$$\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{C}\,|\vec{A}\times\vec{B}|\,\mathrm{Cos}\gamma = (C\,\mathrm{Cos}\gamma)\,|\vec{A}\times\vec{B}| \quad \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} \qquad (۱-۱۵)$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}(\vec{A}\cdot\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}\cdot\vec{B}) \qquad (۱-۱۶)$$

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D}) = (\vec{A}.\vec{C})(\vec{B}\cdot\vec{D}) - (\vec{A}\cdot\vec{D})(\vec{B}\cdot\vec{C}) \qquad (۱-۱۷)$$



۳-۱ عملگرهای برداری

در این بخش عملگرهای برداری را معرفی می‌کنیم. این عملگرها در فیزیک نقش بسیار مهمی را بازی می‌کنند و با کمک آنها می‌توان خواص میدانهای مختلف را بررسی نمود ما در اینجا به خواص منتج از این عملگرها نمی‌پردازیم و فقط به صورت گذرا آنها را بررسی می‌کنیم. خواننده علاقه‌مند می‌تواند به مراجع انتهای این فصل مراجعه نماید.

الف) عملگر گرادیان: این عملگرمعرف آهنگ تغییرات یک تابع اسکالر در یک جهت مشخص فضاست و به شکل زیر می‌توان آن را به دست آورد:

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz = (\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k})\cdot(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dzk) = \vec{\nabla}\varphi\cdot d\vec{r}$$

(۱-۱۸)

در معادله فوق φ یک تابع اسکالر است.

مهم‌ترین‌کمیتی‌که توسط این عملگر معرفی می‌شود نیرو است. اگر V را انرژی پتانسیل بنامیم آنگاه برای نیرو داریم:

$$\vec{f} = -\vec{\nabla}V$$

(۱-۱۹)

ب) عملگر واگرایی یا دایورژانس

در قسمت قبل عملگر دیفرانسیلی برداری ∇ را معرفی نمودیم می‌توانیم از این عملگر مانند یک بردار در محاسبات خود استفاده کنیم، بنابراین می‌توان دو نوع ضرب اسکالر و برداری برای آن تعریف نمود. در این قسمت ما ضرب اسکالر این بردار را بررسی می‌کنیم. این حاصل ضرب واگرایی نامیده می‌شود و به این صورت تعریف می‌شود:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

(۱-۲۰)

با توجه به خواص دیفرانسیلی این عملگر چنین حاصل ضربی جا به جا پذیر نیست یعنی داریم:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} \neq \vec{A}\cdot\vec{\nabla}$$

(۱-۲۱)

در واقع $\vec{A}\cdot\vec{\nabla}$ یک عملگر دیفرانسیلی به شکل زیر است:

$$\vec{A}\cdot\vec{\nabla} = A_x\frac{\partial}{\partial x} + A_y\frac{\partial}{\partial y} + A_z\frac{\partial}{\partial z}$$

(۱-۲۲)

بنابراین (چنان‌که در آینده اشاره خواهیم نمود) برای حاصل ضربهای چندگانه شامل عملگر ∇ باید برای به دست آوردن جواب دقت زیادی را مبذول داشت.

ج) عملگر تاو یا چرخش

در این بخش ضرب برداری عملگر ∇را بررسی می‌کنیم. این ضرب به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{\nabla}\times\vec{A}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix}=i\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)-j\left(\frac{\partial A_z}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial z}\right)+k\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \quad (۱-۲۳)$$

دوباره تأکید می‌کنیم به علت خواص دیفرانسیلی ∇ داریم:

$$\vec{\nabla}\times\vec{A}\neq-\vec{A}\times\vec{\nabla} \quad (۱-۲۴)$$

خصوصاً حاصل‌ضرب $\nabla\times\nabla$ صفر نخـواهد شد.

د) عملگر لاپلاسی و کاربردهای متوالی $\vec{\nabla}$

غالباً پیش می‌آید که برای محاسبه یک کمیت فیزیکی مجبور می‌شویم چند عملگر $\vec{\nabla}$ را به طرق مختلف در هم ضرب کنیم. یک راه حل منطقی این است که در هر مرحله اثر یکی از عملگرهای $\vec{\nabla}$ را محاسبه کنیم این راه اگرچه دقیق است اما بسیار پر دردسر است لذا در این بخش اتحادهای زیر را معرفی می‌کنیم که کار را بسیار ساده می‌کنند. به عنوان مثال عملگر لاپلاسی را معرفی می‌کنیم :

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\varphi)=\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial^2 x}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial^2 y}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial^2 z}\right)=\nabla^2\varphi \quad (۱-۲۵)$$

مورد دیگر عبارت است از :

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A})=\begin{vmatrix}\partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z\\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z\\ Ax & Ay & Az\end{vmatrix}=0 \quad (۱-۲۶)$$

و بالاخره :

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\varphi)=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z\\ \partial\varphi/\partial x & \partial\varphi/\partial y & \partial\varphi/\partial z\end{vmatrix}=0 \quad (۱-۲۷)$$

۱-٤ انتگرال‌گیری از بردار

عملیات انتگرال‌گیری از بردار کاملاً مشابه انتگرال گیری از توابع اسکالر است غیر از آنکه مانند مشتق گیری از بردارها مؤلفه‌های مختلف بردار را در نظر گرفت.

انتگرال خطی

$$\int \varphi \vec{dr} = \vec{i}\int \varphi dx + \vec{j}\int \varphi dy + \vec{k}\int \varphi dz \qquad (۱-۲۸)$$

$$\int \vec{A}\cdot\vec{dr} = \int A_x dx + \int A_y dy + \int A_z dz \qquad (۱-۲۹)$$

۵-۱ پرسشهای چندگزینه‌ای

۱- در کدام‌یک از گزینه‌ها، تمام کمیتها برداری‌اند؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- میدان الکتریکی، نیرو، توان
۲- میدان مغناطیسی، جرم، زمان
۳- بار الکتریکی، سرعت ، کار
۴- میدان گرانشی، جا به جایی، شتاب

۲- در دستگاه مختصات XOY مکان نقطه (۶- و۴) است. بردار مکان این نقطه کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- $۴\vec{i}+۶\vec{j}$
۲- $۴\vec{i}-۶\vec{j}$
۳- $۶\vec{i}+۴\vec{j}$
۴- $-۶\vec{i}+۴\vec{j}$

۳-اندازه بردار $\vec{A}=۳\vec{i}-۲\vec{j}+۵\vec{k}$ چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- ۶
۲- ۹
۳- $\sqrt{۲۷}$
۴- $\sqrt{۳۸}$

۴- فاصله بین دو نقطه $P_۱\ (۶,۸,۱۰)$ و $P_۲\ (-۴,۴,۱۰)$ را پیدا کنید.

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۸۰)

۱- ۱۲/۲۴
۲- ۷/۴۴
۳- ۹/۸۱
۴- ۱۰/۷۷

۵-برآیند دو بردار $F_۱$ و $F_۲$ را در حالتی که دو بردار موازی و در جهت مخالف یکدیگر و $F_۲=۳N, F_۱=۸N$ باشد حساب کنید.

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «زمین شناسی و معدن» ۷۷)

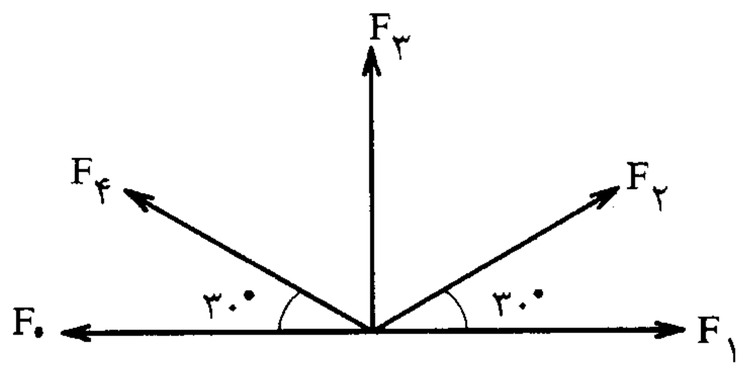
۱- ۵ نیوتن
۲- ۸ نیوتن
۳- ۶ نیوتن
۴- ۱۱ نیوتن

۶- سه نیروی ۶N و ۸N و ۱۰N متقاطع‌اند و به جسمی وارد می‌شوند. نیروی 6N را حذف می‌کنیم، برآیند دو نیروی دیگر چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

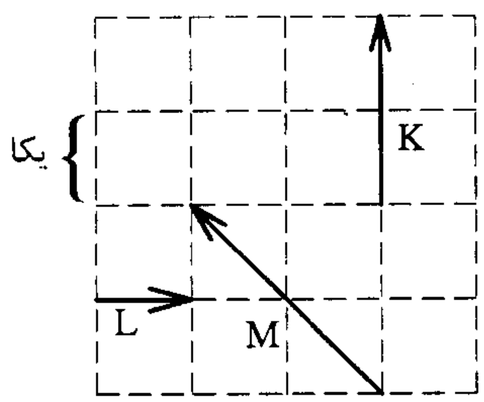
۱- ۱۲N
۲- ۶N
۳- ۱۸N
۴- ۱۰N

۷- پنج نیروی مساوی مطابق شکل به جسمی وارد می‌شود. اگر اندازه هر نیرو F باشد، برآیند آنها چند F است؟ **(کنکور کارشناسی ارشدمهندسی عمران «فتوگرا مهندسی ـ نقشه برداری» ۷۶)**



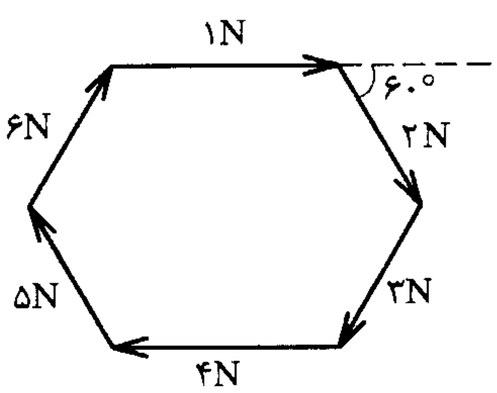
۱- ۱
۲- ۲
۳- ۳
۴- ۵

۸- بردار یکا در شکل نشان داده شده است. اندازه بردار $\vec{A} = \vec{K} + 2\vec{L} - \vec{M}$ چند برابر بردار یکا است؟ **(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)**



۱- ۱
۲- ۲
۳- ۳
۴- ۴

۹- اندازه برآیند ۶ نیرو مطابق شکل که امتداد آنها تشکیل یک ۶ ضلعی منظم را داده‌اند، مطابق با کدام گزینه می‌باشد؟ **(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۷)**

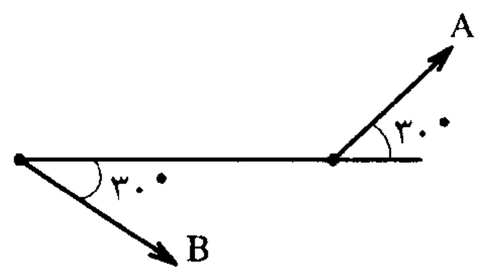


۱- ۶N
۲- ۵/۲۷N
۳- ۸N
۴- ۲۱N

۱۰- برآیند دو بردار $F_1 = 5N$ و $F_2 = 5N$ و $\theta = 60^\circ$ را محاسبه کنید.
(کنکورکارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک با زمینه زمین شناسی و «علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $5\sqrt{2}$
۲- $4\sqrt{3}$
۳- $5\sqrt{3}$
۴- $8\sqrt{2}$

۱۱- دو ذره نشان داده شده با سرعتهای $V_A = ۳۰ m/s$ و $V_B = ۵۰ m/s$ حرکت می‌کنند. سرعت نسبی دو ذره برابر است با: **(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۹)**



۱- $V_{A/B} = ۲۰ m/s$

۲- $V_{A/B} = ۱۷/۳ m/s$

۳- $V_{A/B} = ۴۰ m/s$

۴- $V_{A/B} = ۴۳/۶ m/s$

۱۲- اندازه برآیند بردارهای $\vec{A} = ۲۰\vec{i} + ۴۰\vec{j}$ و $\vec{B} = ۴۰\vec{i} + ۲۰\vec{j}$ و زاویه‌هایی که با محور Xها می‌سازد، کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- $۴۵°, ۶۰\sqrt{۲}$ ۲- $۳۰°, ۱۲۰$ ۳- $۳۰°, ۶۰\sqrt{۲}$ ۴- $۴۵°, ۶۰°$

۱۳- دو نیروی $F_۱ = ۱۲N$ و $F_۲ = ۶N$ با یکدیگر زاویه ۶۰ درجه تشکیل می‌دهند برآیند دو بردار را حساب کرده و تعیین کنید با بردار بزرگ‌تر چه زاویه‌ای تشکیل می‌دهد؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- ۳۲° ۲- ۱۹° ۳- ۴۵° ۴- ۱۸°

۱۴- حاصل‌ضرب نرده‌ای بردارهای یکه $\vec{i}\cdot\vec{i}$ و $\vec{j}\cdot\vec{j}$ و $\vec{i}\cdot\vec{j}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ **(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)**

۱- ۱ و ۱ و ۰ ۲- ۱- و ۱ و ۰ ۳- ۰ و ۱ و ۱ ۴- ۱ و ۰ و ۱

۱۵- حاصل‌ضرب برداری بردارهایی‌که $\vec{i}\times\vec{i}$ و $\vec{j}\times\vec{j}$ و $\vec{i}\times\vec{j}$ به ترتیب ازچپ به راست کدام است؟ **(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)**

۱- ۰ و ۰ و k ۲- ۰ و k و ۰ ۳- k و ۰ و ۰ ۴- ۰ و k و k

۱۶- سه نقطه (۰ و ۱ و ۱) A و (۱ و ۰ و ۳) C و (۰ و ۲ و ۱) B داده شده برداری تعیین کنید که بر خطوط AB و AC عمود باشد.

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک وعلوم فیزیک و ریاضی ۷۸)

۱- $۴\vec{i} + ۳\vec{j} + \vec{k}$ ۲- $۲\vec{i} - \vec{j} + ۳\vec{k}$ ۳- $-\vec{i} + ۲\vec{j} + ۶\vec{k}$ ۴- $\vec{i} + ۴\vec{j} + ۷\vec{k}$

۱۷-برداری مـانند $\vec{N}$ به دست آورید که به صفحه شامل نقطه (۲و ۱- و۱) A و (۱- و ۰ و۲)B ، (۱و۲و ۰)C عمود بوده و مساحت مثلث ABC را به دست آورید.

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک ریاضی سال» ۷۸)

۱- $5\sqrt{6}$ ۲- $3\sqrt{6}$ ۳- $\sqrt{6}$ ۴- $2\sqrt{6}$

۱۸- مساحت متوازی الاضلاع حاصل از دو بردار برابر است با

$\vec{A} = 2\vec{U}_x + 3\vec{U}_y - \vec{U}_z \ , \vec{B} = -\vec{U}_x + \vec{U}_y + 2\vec{U}_z$

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی «ژئوفیزیک با زمینه زمین شناسی»۸۰)

۱- ۹/۱۱ ۲- ۱۲/۱۴ ۳- ۱۸/۰۹ ۴- ۲۱/۰۵

۱۹- با استفاده از ضریب برداری دو بردار ثابت کنید در مثلث دلخواه ABC به اضلاع a,b,c رابطه زیر برقرار است.

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم ریاضی و فیزیک» ۷۸)

۱- $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin b}{b} = \frac{\sin c}{c}$ ۲- $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin c}$

۳- $\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{c}{\sin c}$ ۴- $a \sin A = b \sin B = c \sin C$

۲۰- مساحت متوازی الاضلاعی که به وسیله دو بردار $\begin{cases} \vec{A} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{B} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \end{cases}$ ساخته شده برابر است با : **(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)**

۱- $\sqrt{25}$ ۲- $\sqrt{32}$ ۳- $\sqrt{18}$ ۴- $\sqrt{14}$

۲۱- از طریق ضرب برداری فاصله نقطه $p_0 = (4, -1, 5)$ را از خطی که در نقطه‌های $p_1 = (-1, 2, 0)$ و $p_2 = (1, 1, 4)$ می‌گذرد به دست آورید.

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- ۱/۵۲۱ ۲- ۲/۶۷۴ ۳- ۴/۲۱۶ ۴- ۵/۲۱۰

M-۲۲ را طـــوری پیـــدا کنید کـه سـه بـردار هـم صفحه باشند $\vec{B} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ، $\vec{A} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ، $\vec{C} = -\vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک« با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- m=۲ ۲- m = -۲ ۳- m= -۱ ۴- m=۱

۶-۱ پاسخنامه تشریحی

(۴-۱

میدان گرانی نیرو جا به جایی بردار $\Delta\vec{r}$ و شتاب $\vec{a}$ هر سه دارای مقدار و جهت هستند.

(۲-۲

$$(x_A , y_A) = (۴,-۶)$$
$$\vec{r} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j} = ۴\vec{i} - ۶\vec{j}$$

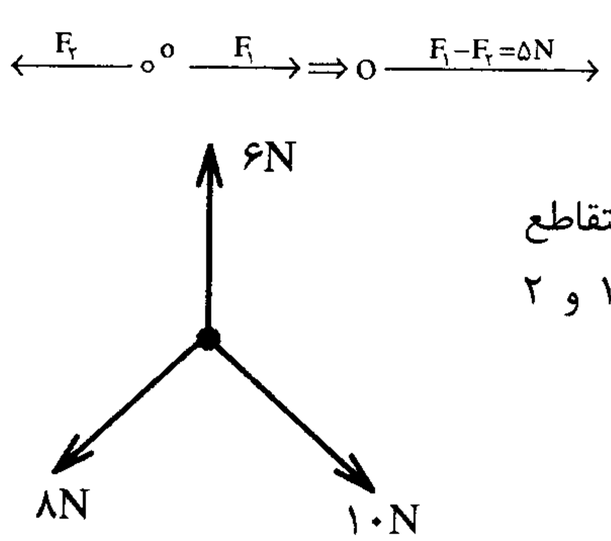
(۴-۳

$$\vec{A} = ۳\vec{i} + ۲\vec{j} + ۵\vec{k}$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{(۳)^۲ + (۲)^۲ + (۵)^۲} = \sqrt{۹+۴+۲۵} = \sqrt{۳۸}$$

(۴-۴

$$P_۱(۶,۸,۱۰) \quad , P_۲(-۴,۴,۱۰)$$
$$\overrightarrow{P_۱P_۲} = (-۴-۶)\vec{i} + (۴-۸)\vec{j} + (۱۰-۱۰)\vec{k} = -۱۰\vec{i} - ۴\vec{j}$$
$$|\overrightarrow{P_۱P_۲}| = \sqrt{(-۱۰)^۲ + (-۴)^۲} = \sqrt{۱۱۶} = ۱۰/۷۷$$

(۱-۵



(۶-؟

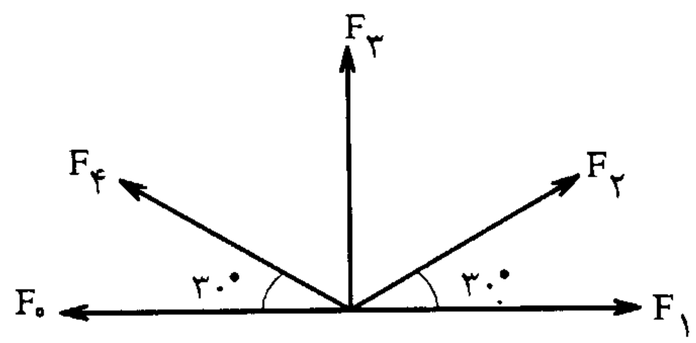
اطلاعات تست کافی نیست چرا که زوایای بین بردارهای متقاطع مشخص نیست. برآیند دو بردار۸ و ۱۰ نیوتن بین مقادیر ۱۸ و ۲ نیوتن می‌تواند باشد. لذا هر چهار گزینه می‌تواند جواب باشد.

(۲-۷

از آن جهت که اندازه تمام نیروها برابر است، داریم :

$$\sum F = \sum F_y \ , \sum F_x = ۰ \text{ بنابراین } \vec{F}_۱ = -\vec{F}_۰ , F_{۲x} = -F_{۱x} , F_{۳x} = ۰$$

$$\sum F_y = F_۳ + F_۲ \operatorname{Sin}۳۰ + F_۴ \operatorname{Sin}۳۰ = F + F(\frac{۱}{۲}) + F(\frac{۱}{۲}) = ۲F$$



۸-۴)

اگر اندازه هر ضلع نقطه چین برابر واحد باشد در آن صورت :

$$\vec{K} = ۲\vec{j}\ ,\ \vec{M} = -۲\vec{i} + ۲\vec{j}\ ,\vec{L} = \vec{i}$$

$$\vec{A} = \vec{k} + ۲\vec{L} - \vec{M} = ۲\vec{j} + ۲\vec{i} - (-۲\vec{i} + ۲\vec{j}) = ۴\vec{i}$$

$$|\vec{A}| = ۴$$

۹-۱)

$$R = \sqrt{\sum F_x^۲ + \sum F_y^۲}$$

$$\sum F_x = F_{۱x} + F_{۲x} + F_{۳x} + F_{۴x} + F_{۵x} + F_{۶x} = ۱ + ۲\operatorname{Cos}۶۰^\circ + ۳\operatorname{Cos}۱۲۰^\circ +$$

$$۲N + ۴\operatorname{Cos}۱۸۰ - ۵\operatorname{Cos}۱۲۰^\circ + ۶\operatorname{Cos}۶۰^\circ = ۱ + ۲\times\frac{۱}{۲} - ۳\times\frac{۱}{۲} - ۴ - ۵\times\frac{۱}{۲} + ۶\times\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \sum F_x = ۱ + ۱ - \frac{۳}{۲} - ۴ - \frac{۵}{۲} + ۳ = -۳N$$

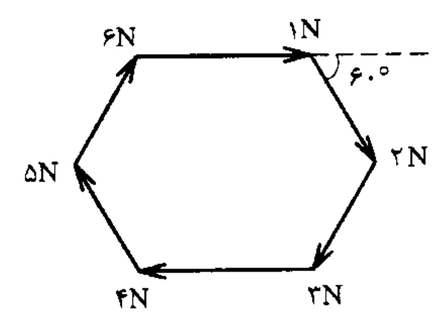
$$\sum F_y = F_y + F_{۲y} + F_{۳y} + F_{۴y} + F_{۵y} + F_{۶y} = ۰ + ۲\operatorname{Sin}۶۰^\circ + ۳\operatorname{Sin}۱۲۰ + ۴\operatorname{Sin}۱۸۰$$

$$+ ۵\operatorname{Sin}۲۴۰^\circ + ۶\operatorname{Sin}۳۰۰^\circ = +۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} + ۳\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} - ۵\frac{\sqrt{۳}}{۲} - ۶\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\Rightarrow \sum F_y = -۳\sqrt{۳}$$

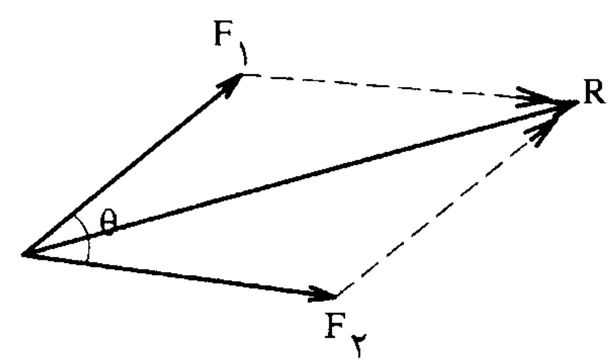
$$R = \sqrt{\sum F_x^۲ + F_y^۲} = \sqrt{(-۳)^۲ + (۳\sqrt{۳})^۲} = \sqrt{۹ + ۲۷} = \sqrt{۳۶}$$

$$\Rightarrow R = ۶N$$



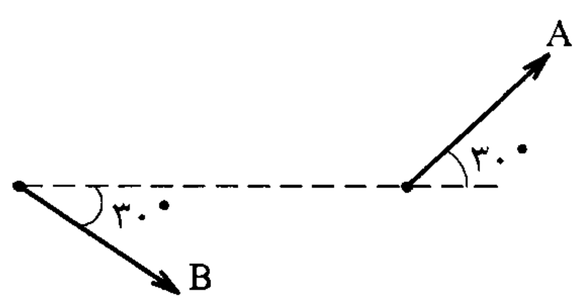
۱۰-۳) چون $\left|\vec{F_۱}\right| = \left|\vec{F_۲}\right|$ زاویه هر کدام با $\vec{R}$ برابر $\frac{\theta}{۲}$ است.

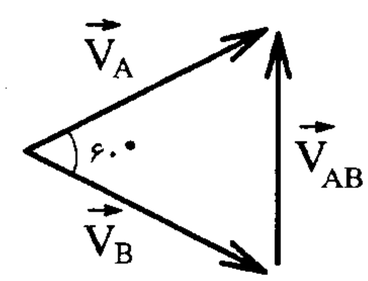
$$R = ۲F\cos\theta/۲ = ۲\times۵\cos۳۰^\circ = ۱۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۵\sqrt{۳}N$$



۱۱-۴)

$$\left|\vec{V}_{AB}\right| = \sqrt{(۵۰)^۲ + (۳۰)^۲ - ۲(۵۰)(۳۰)\text{Cos}۶۰^\circ} = \sqrt{۱۹۰۰} = ۴۳/۶\frac{m}{s}$$





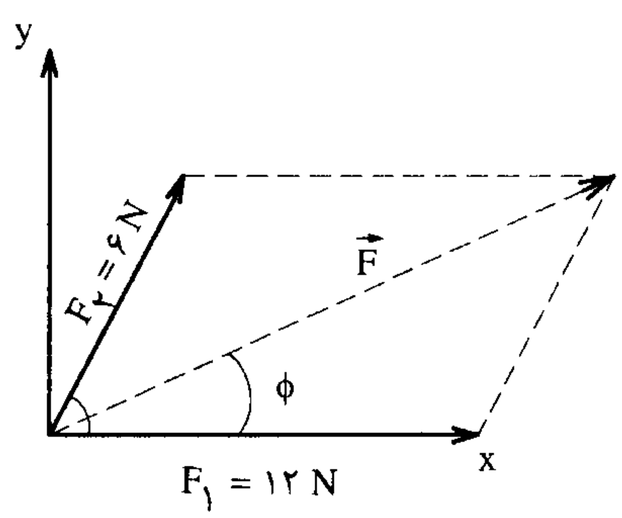
۱۲-۱)

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = (۲۰\vec{i} + ۴۰\vec{j}) + (۴۰\vec{i} + ۲۰\vec{j})$$

$$= ۶۰\vec{i} + ۶۰\vec{j} \Rightarrow \left|\vec{C}\right| = \sqrt{(۶۰)^۲ + (۶۰)^۲} = \sqrt{۷۲۰۰} = ۶۰\sqrt{۲}$$

زاویه $\vec{C}$ با محور x می‌سازد. $\theta = \tan^{-۱}\frac{C_y}{C_x} = \tan^{-۱}\frac{۶۰}{۶۰} = \tan^{-۱}۱ = ۴۵^\circ$

۱۳-۲)

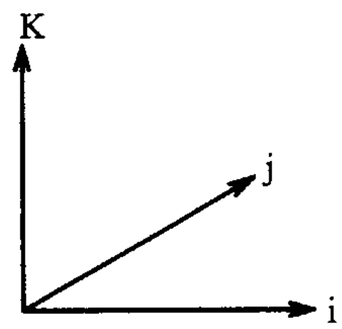


$$\tan\phi = \frac{F_{۱y} + F_{۲y}}{F_{۱x} + F_{۲x}} = \frac{۰ + ۶\text{Sin}۶۰}{۱۲ + ۶\text{Cos}۶۰}$$

$$\tan\phi = \frac{۶\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۱۲ + ۶(\frac{۱}{۲})} = \frac{\sqrt{۳}}{۵} \Rightarrow \phi = ۱۹^\circ$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\text{Cos}\theta$$

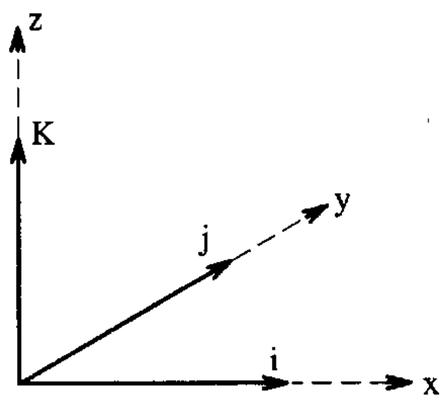
(۱-۱۴



$$\vec{i}\cdot\vec{i} = (۱)(۱)\text{Cos}\circ = ۱$$
$$\vec{j}\cdot\vec{j} = (۱)(۱)\text{Cos}\circ = ۱$$
$$\vec{i}\cdot\vec{j} = (۱)(۱)\text{Cos}۹۰ = \circ$$

(۱-۱۵

$$\left|\vec{i}\times\vec{i}\right| = (۱)(۱)\text{Sin}\circ = \circ$$
$$\left|\vec{j}\times\vec{j}\right| = (۱)(۱)\text{Sin}\circ = \circ$$
$$\left|\vec{i}\times\vec{j}\right| = (۱)(۱)\text{Sin}۹۰ = ۱$$



بردار حاصل از $\vec{i}\times\vec{j}$ برداری است که اندازه آن برابر ۱ ودر جهت محور Z است پس برابر $\vec{k}$ می‌باشد.

(؟-۱۶

$$\overrightarrow{AB} = (\circ-۱)\vec{i} + (۲-۱)\vec{j} + (۱-\circ)\vec{k} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$
$$\overrightarrow{AC} = (۳-۱)\vec{i} + (\circ-۱)\vec{i} + (۱-۱)\vec{j} + (\circ-\circ)\vec{k} = ۲\vec{i}$$

می‌دانیم که $\vec{x} = \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$ بر دو بردار عمود است :

$$\vec{x} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -۱ & ۱ & ۱ \\ ۲ & \circ & \circ \end{vmatrix} = i\begin{vmatrix} ۱ & ۱ \\ \circ & \circ \end{vmatrix} - j\begin{vmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & \circ \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & \circ \end{vmatrix}$$

(۴-۱۷

(۱ و ۲ و ۰) C و (۱- و ۰ و ۲) B و (۲ و ۱- و ۱)A

مساحت مثلث طول بردار مقابل است

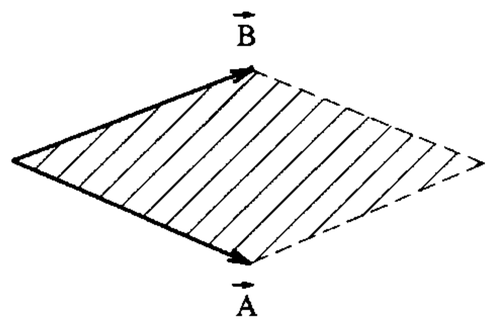
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \vec{i} + \vec{j} - ۳\vec{k} \\ \overrightarrow{AC} = -\vec{i} + ۳\vec{j} - \vec{k} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{AB} = ۸\vec{i} + ۴\vec{j} + ۴\vec{k}$$

بردار

بردار

$$d=\frac{۱}{۲}\sqrt{۶۴+۱۶+۱۶}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۹۶}$$
$$=\frac{۴\sqrt{۶}}{۲}=۲\sqrt{۶}\Rightarrow d=۲\sqrt{۶}$$

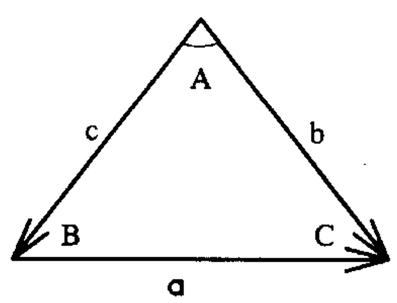
۱۸-۱) می‌دانیم مساحت متوازی الاضلاع حاصل از دو بردار $\vec{A},\vec{B}$ برابر اندازه بردار $\vec{A}\times\vec{B}$ است.



$$S=\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|,\vec{A}=۲\vec{U}_x+۳\vec{U}_y-\vec{U}_z\ ,\ \vec{B}=-\vec{U}_x+\vec{U}_y+۲\vec{U}_z$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ ۲ & ۳ & -۱\\ -۱ & ۱ & ۲\end{vmatrix}$$
$$=[(۳)(۲)-(-۱)(۱)]\vec{i}-[(۲)(۲)-(-۱)(-۱)]\vec{j}+[(۲)(۱)-(۳)(-۱)]\vec{k}$$
$$=۷\vec{i}-۳\vec{j}+۵\vec{k}\quad\Rightarrow\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\sqrt{۷^۲+(-۳)^۲+۵^۲}=\sqrt{۸۳}=۹/۱۱$$

۱۹-۲)



اگر سه ضلع مثلث را به صورت سه بردار در نظر بگیریم می‌دانیم که مساحت از رابطه $S=\frac{۱}{۲}\left|\vec{c}\times\vec{b}\right|$ به دست می‌آید که:

$$۲S=\left|\vec{c}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\times\vec{c}\right|$$

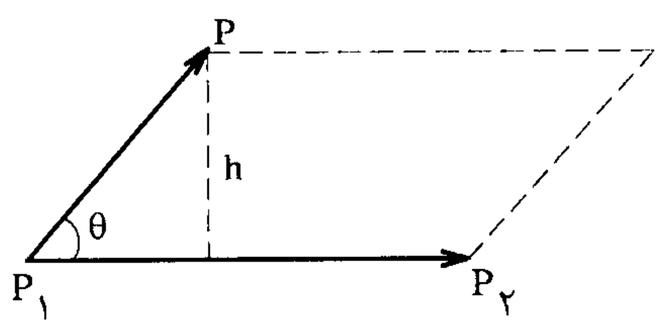
$$\left.\begin{aligned}۲s&=ab\,\mathrm{Sin}C\Rightarrow\frac{c}{\mathrm{Sin}C}=\frac{abc}{s}\\ ۲s&=cb\,\mathrm{Sin}\,A\Rightarrow\frac{a}{\mathrm{Sin}\,A}=\frac{abc}{s}\\ ۲s&=ac\,\mathrm{Sin}\,B\Rightarrow\frac{b}{\mathrm{Sin}B}=\frac{abc}{s}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{c}{\mathrm{Sin}C}=\frac{b}{\mathrm{Sin}B}=\frac{a}{\mathrm{Sin}A}$$

(۴-۲۰

$$\vec{A} = ۲\vec{i} - ۵\vec{j} + ۴\vec{k}$$
$$\vec{B} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$$
$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ ۲ & -۵ & ۴ \\ ۱ & -۱ & ۱ \end{vmatrix} = (-۱)\vec{i} + ۲\vec{j} + ۳\vec{k}$$
$$S = \left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = \sqrt{(-۱)^۲ + (۲)^۲ + (۳)^۲} = \sqrt{۱۴}$$

(۲-۲۱

$$P_۲(۱,۱,۴)\ ,\ P_۱(-۱,۲,۰), P_۰(۴,-۱,۵)$$
$$\overrightarrow{p_۱p_۲} = (۱+۱)\vec{i} + (۱-۲)\vec{j} + (۴-۰)\vec{k} = ۲\vec{i} - \vec{j} + ۴\vec{k}$$
$$\overrightarrow{p_۰p_۱} = (۴+۱)\vec{i} + (-۱-۲)\vec{j} + (۵-۰)\vec{k} = ۵\vec{i} - ۳\vec{j} + ۵\vec{k}$$
$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ ۲ & -۱ & ۴ \\ ۵ & -۳ & ۵ \end{vmatrix} = ۷\vec{i} - ۱۰\cdot\vec{j} - \vec{k}$$

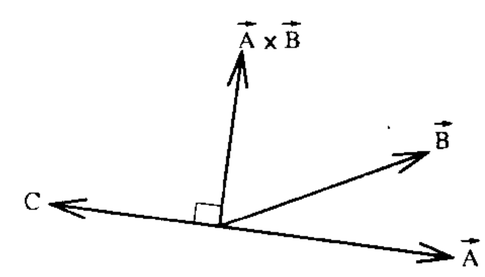


$$S = \sqrt{(-۷)^۲ + (-۱۰)^۲ + (۱)^۲} = \sqrt{۱۵۰}$$
$$\left|\overrightarrow{P_۱P_۲}\right| = h\sqrt{(۲)^۲ + (۱)^۲ + (۴)^۲} = \sqrt{۲۱}$$
$$h = \frac{\sqrt{۱۵۰}}{\sqrt{۲۱}} = ۲/۶۷$$

(۴-۲۲

$\vec{A} = ۲\vec{i} + \vec{j} - ۲\vec{k},\ \vec{B} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{C} = -\vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$ اگر $\vec{C}, \vec{B}, \vec{A}$ در یک صفحه باشند $\vec{C}$ بر $\vec{A}, \vec{B}$ عمود می‌شود.

$$\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = ۰ \Rightarrow \begin{vmatrix} -۱ & ۱ & m \\ ۲ & ۱ & -۲ \\ ۱ & -۱ & ۱ \end{vmatrix} = (-۱)[۱\times۱ - (-۲)(-۱)] - [۲\times۱ - (-۲)(۱)] +$$
$$m[۲(-۱) - (۱)(۱)] = ۱ - ۴ - ۳m = ۰ \Rightarrow m = ۱$$



فصل دوم

حرکت روی خط راست

مقدمه

در این فصل معادلات مربوط به حرکت مستقیم الخط را بررسی می‌کنیم مانند فصل قبل فقط نتایج بحث را وارد می‌کنیم و از اثباتها صرف‌نظر می‌کنیم اما توصیه می‌کنیم برای درک بهتر روابط این معادلات را به دست آورید. خواننده علاقه‌مند می‌تواند نکات جالب توجهی را در مراجع انتهای فصل به دست آورد.

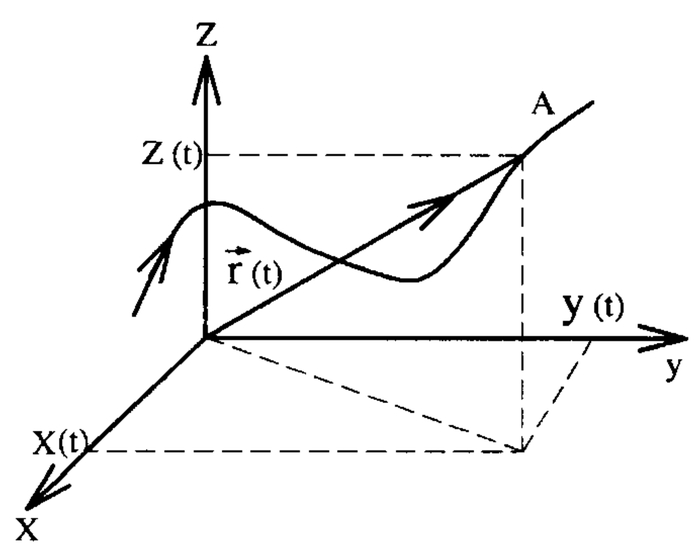
۲-۱ کمیت‌ها و تعاریف

در این قسمت کلیه کمیت‌ها و تعاریفی که با آن در این فصل سر و کار خواهیم داشت معرفی خواهیم نمود. این کمیت‌ها و تعاریف عبارتند از:

الف) حرکت: تغییر مکان جسم از یک نقطه به نقطه دیگر را حرکت گویند.

ب) بردار مکان: برداری است که در هر لحظه از زمان مکان جسم متحرک را نسبت به مبدأ مختصات نمایش می‌دهد با توجه به شکل داریم:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \qquad (۲-۱)$$



و با توجه به مباحث فصل قبل اندازه این بردار برابر است با :

$$\left|\vec{r}(t)\right| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)} \qquad (۲-۲)$$

ج) بردار جا به جایی: بردار ناشی از تفاضل بردار مکان متحرک در دونقطه متفاوت A و B بردار جا به جایی نامیده شده و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k} \qquad (۲-۳)$$

د) سرعت متوسط: نسبت جا به جایی متحرک در طول زمان Δt به زمان کل حرکت که عبارت است از: (جهت $\overline{V}$ همان جهت $\overrightarrow{\Delta r}$ است)

$$\overline{V} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)\vec{i} + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)\vec{j} + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)\vec{k} = \overline{V}_x\vec{i} + \overline{V}_y\vec{j} + \overline{V}_z\vec{k} \qquad (۲-۴)$$

سرعت لحظه‌ای: سرعت متحرک در هر لحظه از زمان را گویند و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}\right)\vec{i} + \left(\frac{dy}{dt}\right)\vec{j} + \left(\frac{dz}{dt}\right)\vec{k} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k} \qquad (۲-۵)$$

توجه کنید که بردار سرعت لحظه‌ای همواره مماس بر مسیر حرکت ذره می‌باشد ودر جهت حرکت ذره است.

هـ) شتاب متوسط: تغییرات سرعت در یک بازه زمانی Δt نسبت به این زمان (Δt) را شتاب متوسط گویند که به این شکل تعریف می‌شود:

$$\overline{a} = \frac{\Delta\overline{V}}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta V_x}{\Delta t}\right)\vec{i} + \left(\frac{\Delta V_y}{\Delta t}\right)\vec{j} + \left(\frac{\Delta V_z}{\Delta t}\right)\vec{k} = \overline{a}_x\vec{i} + \overline{a}_y\vec{j} + \overline{a}_z\vec{k} \qquad (۲-۶)$$

شتاب لحظه‌ای: شتاب متحرک در هر لحظه از زمان را شتاب لحظه‌ای گویند که با رابطه زیر معرفی می‌شود:

$$\vec{a} = \frac{d\overline{V}}{dt} = \left(\frac{dV_x}{dt}\right)i + \left(\frac{dV_y}{dt}\right)j + \left(\frac{dV_z}{dt}\right)k = a_x i + a_y j + a_z k \qquad (۲-۷)$$

معادله حرکت: رابطه بین مسافت طی شده توسط متحرک و زمان را معادله حرکت گویند.

۲-۲ بررسی سرعت و شتاب با کمک رسم نمودار

الف) سرعت لحظه‌ای: ضریب زاویه (شیب) خط مماس بر هر نقطه از منحنی مسافت زمان معرف سرعت لحظه‌ای می‌باشد :

$$\tan\alpha = m = \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| = \left|\vec{V}\right| \qquad (۲-۸)$$

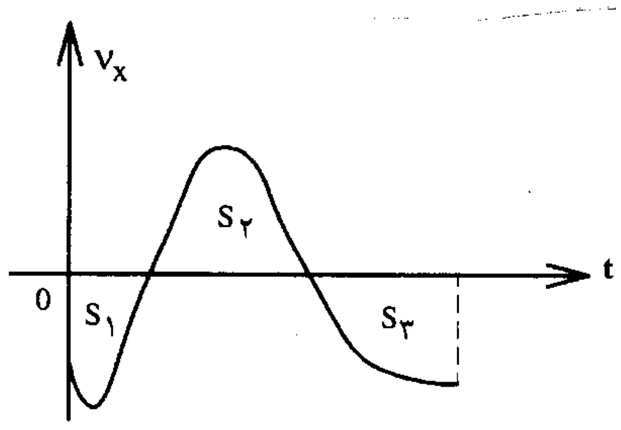
البته این رابطه تنها از نظر اندازه برقرار است نه دیمانسیون.

ب) شتاب لحظه‌ای: ضریب زاویه (شیب) خط مماس بر هر نقطه از منحنی سرعت‌زمان معرف سرعت لحظه‌ای در آن نقطه می‌باشد :

$$\tan\alpha = m = \left|\frac{d\vec{V}}{dt}\right| = |\vec{a}| \qquad (۲-۹)$$

۲-۳ مسافت پیموده شده کل

سطح زیر نمودار سرعت - زمان معرف (s) مسافت کل پیموده شده است، با توجه به شکل زیر داریم:



$$\Delta x = \int_{t_\circ}^{t} V_x dt \qquad (۲-۱۰)$$

$$s = \sum_{i=۱} |S_i| \qquad (۲-۱۱)$$

$|S_1| + |S_2| + |S_3|$

علامت قدر مطلق در معادله فوق جهت حذف نمودن علامت منفی سطوحی که زیر محورx ها قرار گرفته وارد شده است.

۲-٤ محاسبه تغییرات سرعت

سطح زیر منحنی ~~سرعت~~ شتاب ـ زمان معرف تغییرات سرعت جسم متحرک می‌باشد یعنی داریم:

$$\overrightarrow{\Delta V} = \int_{t_\circ}^{t} \vec{a} dt \qquad (۲-۱۲)$$

۲-۵ انواع حرکت

انواع حرکت یک بعدی را می‌توان به حرکت یکنواخت و حرکت شتابدار تقسیم نمود. حرکت شتابدار خود به دو نوع با شتاب ثابت و با شتاب متغیر تقسیم می‌شود در این بخش این حرکات را بررسی می‌کنیم.

۲-۵-۱ حرکت مستقیم الخط یکنواخت

حرکتی که در آن سرعت ثابت بوده و شتاب حرکت صفر می‌باشد.

برای این حرکت نکات زیر را بیان می‌کنیم.

الف) معادله حرکت یکنواخت درجه اول است یعنی داریم:

$$x = V_x t + x_o \qquad (۲-۱۳)$$

ب) در حرکت یکنواخت سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط برابر است.

پ) هرگاه متحرک n قسمت از مسیرش را با سرعتهای ثابت $V_۱$, $V_۲$ و ... و V_n طی نماید، آن‌گاه سرعت متوسط آن در طول مسیر می‌شود:

$$\overline{V} = \frac{n}{\sum_{i=۱}^{n} ۱/V_i} \qquad (۲-۱۴)$$

ت) هرگاه متحرک n قسمت از مسیرش را در زمانهای مساوی و با سرعت‌های ثابت $V_۱$, $V_۲$ و ... x_n را با سرعت ثابت V_n طی نماید، سرعت متوسط آن در طول مسیر می‌شود:

$$\overline{V} = \frac{\sum_{i=۱}^{n} V_i}{n} \qquad (۲-۱۵)$$

ث) اگر متحرکی مسافت $x_۱$ را با سرعت ثابت $V_۱$ و مسافت $x_۲$ را با سرعت $V_۲$ ثابت و ... و مسافت X_n را با سرعت ثابت V_n طی کند، آنگاه سرعت متوسط آن در طول مسیر می‌شود:

$$\overline{V} = \frac{\sum_{i=۱}^{n} x_i}{\sum_{i=۱}^{n} x_i/V_i} \qquad (۲-۱۶)$$

۲-۵-۲ حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت

حرکت شتابدار حرکتی است که در آن سرعت متحرک در طول زمان تغییر می‌کند این تغییر در سرعت می‌تواند ناشی از اندازه و یا راستای آن باشد. معادله سرعت در این حرکت عبارت است از:

$$V_x = \int a_x dt = a_x t + V_{x۰} \qquad (۲-۱۷)$$

و با انتگرال گیری از معادله فوق می‌توان معادله حرکت را به شکل زیر به دست آورد:

$$x = \int V_x dt = \frac{۱}{۲} a_x t^۲ + V_{x۰} t + x_۰ \qquad (۲-۱۸)$$

برای این حرکت می‌توان موارد زیر را تحقیق نمود:

الف) شتاب متوسط در این حرکت به این شکل به دست می‌آید:

$$\bar{a} = \frac{V_x - V_{x\circ}}{x - x_\circ} = \frac{\Delta V_x}{\Delta x} \qquad (۲-۱۹)$$

ب) با فرض صفر بودن مکان اولیه، معادله حرکت مستقل از شتاب برابر است با :

$$x = \frac{V_x + V_{x\circ}}{۲} t \qquad (۲-۲۰)$$

پ) معادله حرکت مستقل از زمان برای این حرکت می‌شود: $(x_\circ = \circ)$

$$V^۲ - V_\circ^۲ = ۲ax \qquad (۲-۲۱)$$

ت) کل مسافت جابه‌جایی در ثانیه nام می‌شود: (یعنی در مدت $n - ۱ < t < n$)

$$x_n = \frac{۱}{۲} a(۲n - ۱) + V_\circ t \qquad (۲-۲۲)$$

اگر $V_\circ = \circ \Rightarrow \quad \frac{Xn}{Xm} = \frac{۲n - ۱}{۲m - ۱} \qquad (۲-۲۳)$

ث) مسافتهای طی شده در ثانیه‌های متوالی از یک حرکت با شتاب ثابت یک تصاعد عددی تشکیل را می‌دهدکه قدر نسبت آن برابر با شتاب حرکت است .

۶-۲ سقوط آزاد اجسام در خلأ

هرگاه جسمی فقط تحت تأثیر نیروی وزن سقوط کند چنین حرکتی را سقوط آزاد می‌نامیم، که تابع قوانین زیر است.

۱) سقوط اجسام آزاد در خلأ جرم، جنس و شکل جسم بستگی ندارد.

۲) سقوط اجسام در خلا در امتداد قائم است.

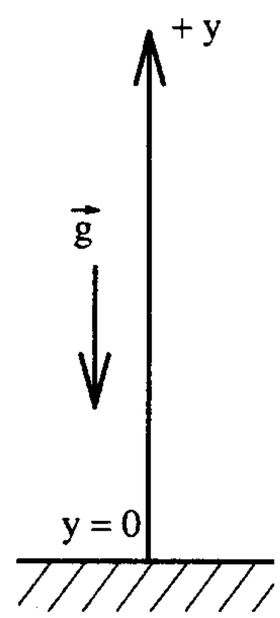
۳) حرکت سقوطی اجسام در خلأ با شتاب ثابت است، یعنی تمام اجسام با شتاب ثابت و معینی‌سقوط می‌کنند که آن را شتاب ثقل گویند و با حرف g نشان می‌دهند. ($\vec{g} = -g\vec{j}$)

روابط حرکت پرتابی قائم در خلأ :

(۲-۲۴) (۲-۲۵)

$$\begin{cases} \bar{v} = \dfrac{y - y_\circ}{t - \circ} \\ \bar{v} = \dfrac{v_\circ + v}{۲} \\ \bar{v} = -\dfrac{۱}{۲} gt + \bar{v}_\circ \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -\dfrac{۱}{۲} gt^۲ + v_\circ t + y_\circ \\ v = -gt + v_\circ \\ v^۲ - v_\circ^۲ = -۲g(y - y_\circ) \\ y = \dfrac{v_\circ + v}{۲} t + y_\circ \end{cases}$$

(درباره زمانی صفر تا t)



الف) هرگاه جسم سقوط آزاد کند یا سقوط کند یعنی بدون سرعت اولیه سقوط کرده است.

$v_\circ = \circ$

ب) مبدأ پرتاب را مبدأ حرکت در نظر گرفته و اگر جهت حرکت به سمت بالا باشد $(v > \circ)$ و اگر جهت حرکت به سمت پایین باشد سرعت منفی است $(v < \circ)$ این نکته در مورد v نیز صدق می‌کند.

ج) علامت شتاب ثقل چون همواره رو به پایین اثر می‌کند منفی است $(\vec{g} = -g\vec{j})$

د) فاصله‌های بالای مبدأ را مثبت (+h) و فاصله‌های پایین مبدأ را منفی فرض کنیم (-h)

*** نکاتی چند در مورد حرکت سقوط آزاد**

(۱) مقدار ارتفاع سقوط در t ثانیه و در ثانیه nام از روابط زیر به دست می‌آید.

$$\begin{cases} h = \frac{۱}{۲}gt^۲ + v_\circ t \\ h_n = \frac{۱}{۲}g(۲n - ۱) + v_\circ \end{cases} \qquad (۲\text{-}۲۶)$$

(۲) مقدار ارتفاع سقوط بین زمانهای $t_۱$ و $t_۲$ از سقوط از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$H = \frac{۱}{۲}g(t_۲^۲ - t_۱^۲) + v_\circ(t_۲ - t_۱) \qquad (۲\text{-}۲۷)$$

(۳) زمان و ارتفاع اوج یک پرتابه

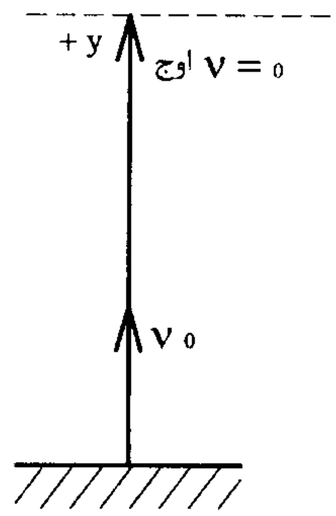
تعریف نقطه اوج: هرگاه جسم رو به بالا در امتداد قائم با سرعت اولیه $V_\circ$ پرتاب شود، حداکثر تا نقطه‌ای بالا می‌رود که آن را نقطه اوج گویند و زمان مربوطه را زمان اوج پرتابه می‌گویند.

(با $y_\circ = \circ$)

$V_y = 0 \Rightarrow$ در نقطه اوج $\quad y = \frac{v_0^2}{2g}$ اوج $\quad t = \frac{v_0}{g}$ اوج و (۲-۲۸)

تذکر : مدت زمانی که طول می‌کشد تا پرتابه از محل پرتاب به نقطه اوج برسد با زمانی که طول می‌کشدتا از اوج به مکان پرتاب برسد یکسان است. یعنی:

رفت و برگشت $t = 2t_H$ (اوج) $= \frac{2v_0}{g}$ (در غیاب مقاومت هوا)



(۴) چنان‌چه جسمی در شرایط خلأ سقوط کند و t ثانیه بعد به زمین برخورد کند، مدت زمانی که جسم $\frac{1}{n}$ مسیر را می‌پیماید برابر با : $t' = \frac{t}{\sqrt{n}}$

(۵) چنان‌چه جسمی در شرایط خلأ سقوط کند و با سرعت V به زمین برسد، سرعت آن پس از طی مسیرش برابر با:

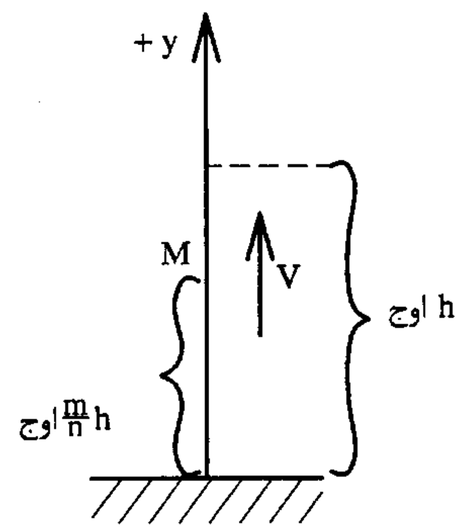
$$v' = \frac{v}{\sqrt{n}}$$

(۶) چنان‌چه گلوله‌ای در شرایط خلأ با سرعت اولیه v_0 در امتداد قائم به بالا پرتاب شود، اندازه سرعت در $\frac{1}{n}$ اوجش برابر $v = \pm v_0\sqrt{1-\frac{1}{n}}$ (+ در رفت و ـ در هنگام برگشت)

(۷) چنان‌چه دو گلوله به طور هم‌زمان در راستای قائم از یک ارتفاع با سرعتهای اولیه V_0, V_0' در دو جهت پرتاب شوند مقدار فاصله نسبی طی شده برابر است با: $y_2 - y_1 = (v_0' - v_0)t$

(۸) سرعت و زمان رسیدن به $\frac{m}{n}$ ارتفاع اوج در یک حرکت پرتاب قائم: (علامت بالا برای رفت و علامت پایین برای برگشت)

$$\begin{cases} v_M = \pm v_\circ \sqrt{1-\frac{m}{n}} \\ t_M = \frac{v_\circ}{g}(1 \pm \sqrt{1-\frac{m}{n}}) \end{cases} \qquad (۲-۲۹)$$



(۹) مدت زمان و ارتفاعی که در آن سرعت جسم در یک حرکت پرتابی قائم به $\frac{m}{n}$ سرعت اولیه می‌رسد.

$$\begin{cases} t_m = (1-\frac{m}{n})\frac{v_\circ}{g} = (1-\frac{m}{n})t & \text{(t زمان اوج)} \\ h_m = (1-\frac{m^2}{n^2})\frac{v_\circ^2}{2g} = (1-\frac{m^2}{n^2})h & \text{(h ارتفاع اوج)} \end{cases} \qquad (۲-۳۰)$$

۷-۲ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- بردار مکان ذره A برابر $OA = ۲۰m$ است و با محور X زاویه ۳۰° می‌سازد، مختصات مکان نقطه A کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- $۱۰\sqrt{۲}, ۱۰$ ۲- $۱۰, ۱۰\sqrt{۳}$ ۳- $۱۰\sqrt{۳}, ۱۰$ ۴- $۱۰, ۱۰\sqrt{۲}$

۲- اتومبیلی مسافت ۵۰ km را در جهت شرق ، سپس ۳۰ km را در جهت شمال و آنگاه ۲۵ km را در جهت ۳۰° شرق محور شمال می‌پیماید. جابه جایی کل اتومبیل نسبت به نقطه شروع حرکت چقدر است؟ (کنکورکارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاداسلامی مهندسی‌نساجی ۷۷)

۱- ۸۱km ۲- ۱۰۰ km ۳- ۱۵۰ km ۴- ۲۴۰km

۳- اتومبیلی فاصله دو شهر را که ۳۶۰ km است با سرعت ثابت ۲۰ m/s طی کرده است. اتومبیل چند ساعت در راه بوده است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- ۲ ساعت ۲- ۱ ساعت ۳- ۴ ساعت ۴- ۵ ساعت

۴- اتومبیلی با شتاب ثابت حرکت می‌کند و فاصله میان دو نقطه را که ۵۴ m است در مدت ۶ ثانیه می‌پیماید. سرعت این اتومبیل هنگام عبور از نقطه دوم ۱۳/۵ m/s است. سرعت اتومبیل در نقطه‌اول چقدر است؟ (کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزاداسلامی‌مهندسی‌نساجی ۷۸)

۱- ۴/۵ m/s ۲- ۲/۵ m/s ۳- ۱/۵ m/s ۴- ۴m/s

۵- ذره‌ای در مدت t ثانیه $\frac{۱}{۴}$ محیط دایره را طی می‌کند. اندازه سرعت متوسط این ذره چقدر است؟ (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- $\frac{R}{t}$ ۲- $\frac{R\sqrt{۲}}{t}$

۳- $\frac{\pi R}{۲t}$ ۴- $\frac{\pi R}{t}$

۶- اتومبیلی با سرعت ثابت $۶۰\ km/h$ در حرکت است این اتومبیل به مدت ۱۰ دقیقه به طرف شمال و ۲۰ دقیقه به طرف شرق در حرکت است سرعت اتومبیل را حساب کنید.

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد ژئوفیزیک با «زمینه‌زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی»۷۸)

۱- $۲۰\sqrt{۵}\frac{km}{h}$ ۲- $۱۰\sqrt{۵}\frac{km}{h}$

۳- $۲\sqrt{۵}\frac{km}{h}$ ۴- $۱۵\sqrt{۵}\frac{km}{h}$

۷- اتومبیلی فاصله دو شهر را که ۳۶۰km است با سرعت ثابت $۲۰\ m/s$ طی کرده است، اتومبیل چند ساعت در راه بوده است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزادژئوفیزیک با زمینه«زمین‌شناسی، علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- ۱۰ h ۲- ۵ h ۳- ۸ h ۴- ۲h

۸- شخصی در مدت ۹۰ ثانیه از یک پلکان برقی ساکن بالا می‌رود. اگر پلکان در حال حرکت باشد و شخص روی آن بایستد، در مدت ۶۰ ثانیه به بالای پلکان می‌رسد. حال اگر از پلکان متحرک بالا رود، چند ثانیه طول می‌کشد تا به بالای آن برسد؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد ژئوفیزیک پزشکی ۷۸ و ۷۹)

۱- ۷۵ ۲- ۳۶ ۳- ۱۵ ۴- ۶۰

۹- معادله حرکت ذره‌ای به جرم ۲۰ کیلوگرم که در امتداد محورXها حرکت می‌کند به صورت $X = ۳t^۲ - t^۳$ می‌باشد. ظرف چند ثانیه، ذره به دورترین نقطه موضع خود (در جهت مثبت محور Xها) می‌رسد؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد ژئوفیزیک پزشکی سال ۷۸ و ۷۹)

۱- ۱ ۲- صفر ۳- ۳ ۴- ۲

۱۰- قطاری از روی پلی به طول ۴۰۰ متر می‌گذرد، اگر سرعت آن ثابت و ۳۰ m/s باشد و ۲۰ ثانیه طول بکشد تا از پل عبور کند، طول قطار چند متر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد مهندسی نساجی ۷۹)

۱- ۴۰۰ ۲- ۶۰۰ ۳- ۸۰۰ ۴- ۲۰۰

۱۱- موضع یک ذره که در امتداد محور X حرکت می‌کند به صورت زیر به زمان بستگی دارد $x = \frac{V_{x\circ}}{k}(1 - e^{-kt})$ که در آن $K, V_{x\circ}$ مقادیری ثابتند. کدام گزینه سرعت V_x درست است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد مهندسی نساجی ۷۷)**

۱- $V_x = \frac{k}{V_{x\circ}} e^{-t}$

۲- $V_x = kV_{x\circ} e^{-kt}$

۳- $V_x = V_{x\circ} e^{-kt}$

۴- $V_x = ke^{-kt}$

۱۲- اتومبیلی که دارای سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ است. از این لحظه با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ به سرعت آن افزوده می‌شود، حساب کنید زمانی را که سرعت آن به $30 \frac{m}{s}$ می‌رسد؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزادفیزیک دریا ۸۰)

۱- ۱۲ ثانیه ۲- ۱۵ ثانیه ۳- ۱۰ ثانیه ۴- ۵ ثانیه

۱۳- سرعت اتومبیلی که به طرف شرق در حرکت است در طی مسافت m ۸۰ به طور یکنواخت از Km/h ۷۲ به Km/h ۴۸ کاهش می‌یابد. بزرگی و جهت شتاب ثابت چقدر است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد مهندسی نساجی ۷۸)**

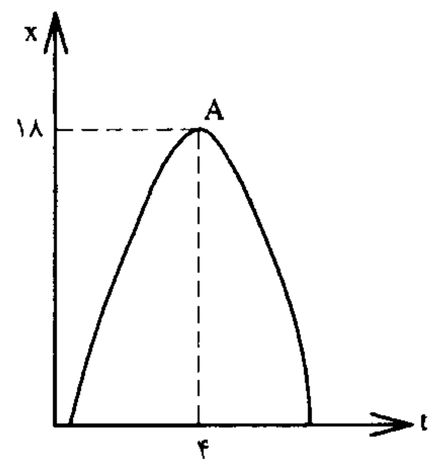
۱- $3/5 m/s^2$ به طرف شرق

۲- $1/39 m/s^2$ به طر ف غرب

۳- $4/5 m/s^2$ به طرف شمال

۴- $0/47 m/s^2$ به طرف جنوب

۱۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل، قسمتی از یک سهمی است. معادله سرعت متحرک کدام است؟ **(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد ژئوفیزیک «با زمینه‌زمین‌شناسی» ۷۹)**



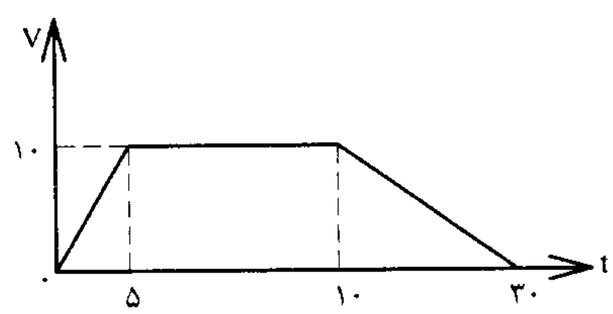
۱- V= -۲/۲۵ t+۶

۲- V= -۲/۲۵ t+۹

۳- V= -۴۵ t+۹

۴- V= -۴/۵ t+۶

۱۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. جا به جایی متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزادژئوفیزیک «با زمینه علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۹)



۱- ۱۰۰ ۲- ۱۵۰

۳- ۲۰۰ ۴- ۴۰۰

۱۶- کدام یک از حالت زیر در مورد سرعت و شتاب یک ... (کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۰)

۱- در حالی که شتاب جسم رو به کاهش است سرعت آن رو به افزایش باشد.

۲- در حالی که شتاب جسم رو به افزایش است سرعت آن رو به کاهش باشد.

۳- در حالی که شتاب جسم ثابت است سرعت آن متغیر باشد.

۴- در حالی که شتاب جسم متغیر است سرعت آن ثابت باشد.

۱۷- جسمی بر روی یک مسیر منحنی شکل از حالت سکون شروع به حرکت نموده سرعت آن‌به طور یکنواخت در حال تغییر است. مسافت طی شده توسط جسم متناسب است با: (کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری ـ نقشه برداری ۷۷)

۱- مکعب زمان ۲- مجذور زمان ۳- جذر زمان ۴- مکعب(ریشه‌سوم زمان)

۱۸- جسمی با سرعت اولیه $v_\circ$ در راستای محور x تحت شتاب $a=-kv$ از نقطه $x=\circ$ به حرکت در می‌آید، k مقدار ثابت بوده v سرعت لحظه‌ای جسم است. سرعت v بر حسب x از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟ (کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۹)

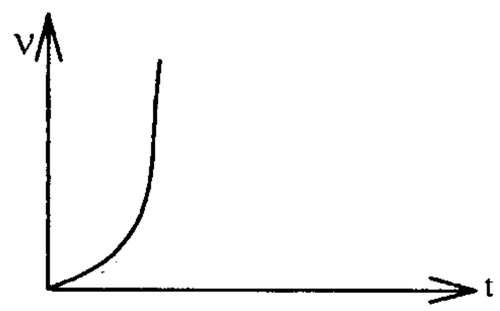
۱- $-kx$ ۲- $-v_\circ - kx$ ۳- $v_\circ - kx$ ۴- $kv_\circ - kx$

۱۹- معادلات حرکت جسمی به صورت $x = ۲t$ و $y = t^۲$ می‌باشد که در آن t نمایشگر زمان بر حسب ثانیه و x و y بر حسب متر هستند. این جسم بر روی یک .... و به معادله .... و با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ در حرکت است. (کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۹)

۱- هذلولی - $y = \frac{۲}{x}$ ۲- سهمی - $x = \frac{y^۲}{۴}$

۳- سهمی - $y = \frac{x^۲}{۴}$ ۴- هذلولی - $x = \frac{۲}{y}$

۲۰- شکل مقابل نمودار سرعت ـ زمان یک متحرک است نوع حرکت این متحرک چیست؟
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی سال ۷۶)



۱- تند شونده با شتاب ثابت
۲- کند شونده با شتاب متغیر
۳- کند شونده با شتاب ثابت
۴- تند شونده با شتاب متغیر

۲۱- در یک برخورد سر به سر اتومبیلی که با سرعت $۴۰\frac{km}{h}$ حرکت می‌کند در مدت ۰/۱ ثانیه به حال سکون در می‌آید. شتاب اتومبیل در حین برخورد چقدر است؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد فیزیک دریا ۸۰)

۱- $۴ms^{-۲}$ ۲- $۴۰۰\ ms^{-۲}$ ۳- $۱/۱۱ms^{-۲}$ ۴- $۱۱۱\ ms^{-۲}$

۲۲- ذره‌ای که دارای سرعت ۱۸ m/s است ۲/۴ ثانیه پس از آن سرعتش در جهت مخالف ۳۰m/s می‌شود. بزرگی شتاب میانگین ذره در طی این بازه ۲/۴ ثانیه‌ای چقدر بوده است؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد رشته مهندسی نساجی ۷۹)

۱- $۲۰m/s^۲$ ۲- $۲۰m/s^۲$ ۳- $۱۰m/s^۲$ ۴- $۳۰m/s^۲$

۲۳- راننده اتومبیلی که با سرعت ۵۶km/h حرکت می‌کند در فاصله ۲۴متری یک مانع ترمز می‌کند و ۲ ثانیه بعد اتومبیل به مانع برخورد می‌کند. شتاب ثابت اتومبیل پیش از برخورد چقدر بوده است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۹)**

۱- $۳/۵۶m/s^۲$ ۲- $۵/۴۶m/s^۲$ ۳- $۱/۶۵m/s^۲$ ۴- $۶/۵۳m/s^۲$

۲۴- جسمی با سرعت اولیه ۵ m/s و شتاب $۲m/s^۲$ حرکت می‌کند. جا به جایی متحرک در ثانیه پنجم حرکت چقدر است؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- ۷ m ۲- ۱۴m ۳- ۲۱m ۴- ۲۸m

۲۵- جسمی باشتاب ثابت $۶m/s^۲$ و سرعت اولیه ۱۰ m/s شروع به حرکت می‌کند تعیین کنید مسافتی را که در ۵ ثانیه آخر حرکت طی می‌کند؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- ۴۷۵m ۲- ۵۷۵m ۳- ۶۷۵m ۴- ۶۸۵m

۲۶- اتومبیلی با سرعت Km/h ۶۵ حرکت می‌کند وقتی به فاصله ۳۵ متری یک مانع می‌رسد، راننده ترمز می‌کند و بعد از ۴ ثانیه با مانع برخورد می‌کند. سرعت اتومبیل هنگام برخورد چقدر بوده است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد مهندسی نساجی ۷۸)**

۱- ۴/۲m/s ۲- ۳/۷m/s ۳- ۲/۵ m/s ۴- ۱/۹۵m/s

۲۷- گلوله‌ای از نقطه A بالای سطح زمین رها شده و فاصله Bc=۲۵ متر را در یک ثانیه طی نموده و در نقطه C به سطحی کاملاً الاستیک برخورد می‌نماید. گلوله پس از چند ثانیه به نقطه A می‌رسد، $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$. **(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۵)**

۱- ۶ ۲- ۵ ۳- ۴ ۴- ۳

۲۸- اتومبیلی ۵۰m عقب‌تر از کامیونی است، هر دو همزمان شروع به حرکت می‌کنند اتومبیل پس از طی ۱۵۰ m به کامیون می‌رسد. شتاب کامیون $۲m/s^۲$ است، شتاب اتومبیل چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزادژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- $۳m/s^۲$ ۲- $۴m/s^۲$ ۳- $۵m/s^۲$ ۴- $۶m/s^۲$

۲۹- راننده ترنی که با سرعت $v_۱$ حرکت می‌کرد در لحظه‌ای در مقابل خود ترنی باری را دید که با سرعت $V_۲$ $(V_۲ < V_۱)$ و در فاصله d از ترن حرکت می‌کند، تصمیم گرفت که با شتاب a ترمز نماید تا با ترن باری برخورد نکند، معهذا متأسفانه متوجه شد که در هر صورت با ترن باری تصادف خواهد کرد، زمان لازم برای برخورد دو ترن برابر کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک۷۵)

۱- $v_۱ - v_۲ + \sqrt{(v_۱ - v_۲)^۲ - ۲ad}$ ۲- $\frac{v_۱ - v_۲}{a}$

۳- $\frac{\sqrt{(v_۱ - v_۲)^۲ - ۲ad}}{a}$ ۴- $\frac{v_۱ - v_۲ - \sqrt{(v_۱ - v_۲)^۲ - ۲ad}}{a}$

۳۰- بالونی با سرعت m/s ۱۲صعود می‌کند و هنگامی که در ارتفاع ۸۰ متری از سطح زمین قرار دارد یک بسته از آن رها می‌شود. چقدر طول می‌کشد تا بسته به زمین برسد؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد مهندسی نساجی ۷۸)

۱- ثانیه۲/۵ ۲- ثانیه ۱/۵۴ ۳- ثانیه ۵/۴۵ ۴- ثانیه۳/۵۵

۳۱- جسمی را با سرعت اولیه ۱۹/۶ m/s به طرف بالا پرتاب می‌کنیم سرعت جسم را در $\frac{۳}{۴}$ نقطه اوج حساب کنید؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد ژئوفیزیک «زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- ۹/۸m/s
۲- ۶/۶m/s
۳- ۴/۸m/s
۴- ۱۰/۲m/s

۳۲- جسمی را با سرعت اولیه v_0 به طرف بالا پرتاب می‌کنیم:

(کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۰)

۱- سرعت جسم در لحظه پرتاب بیشترین مقدار را دارد.
۲- شتاب جسم در لحظه پرتاب بیشترین مقدار را دارد.
۳- شتاب جسم در بالاترین نقطه حرکت ماکزیمم است.
۴- سرعت جسم در لحظه پرتاب کمترین مقدار را دارد.

۳۳- از نقطه‌ای بر روی یک سطح شیب دار بدون اصطکاک به شیب $\theta = ۳۰^\circ$ ، جسمی را در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. این جسم بعد از برگشت به همان نقطه اولیه، روی سطح شیبدار پایین می‌آید. ۴ ثانیه بعد از پرتاب سرعت جسم چند متر بر ثانیه است.

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران «فتوگرامتری ـ نقشه برداری» ۷۹)

۱- ۲۹/۴
۲- ۱۹/۶
۳- ۹/۸
۴- ۴/۹

۳۴- توپی از حالت سکون به ارتفاع ۵۰ متری از زمین پرتاب می‌شود. چند ثانیه طول می‌کشد تا این توپ به سطح زمین باز گردد؟ $g = ۹/۸m/s^۲$

(کنکور کارشناسی ارشدبهداشت حرفه‌ای ۷۷)

۱- ۹
۲- ۳/۲
۳- ۵
۴- ۶

۳۵- اگر مقدار g در دستگاه SI برابر با $۹/۸m/s^۲$ باشد مقدار g را در دستگاه B.E حساب کنید. $۱ft = ۰/۳۰۴\ m.$

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد ژئوفیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $۲۴/۱۵\ ft/s^۲$
۲- $۱۸/۱۵\ ft/s^۲$
۳- $۳۲/۱۵\ ft/s^۲$
۴- $۱۶/۱۵\ ft/s^۲$

۳۶- اگر جسمی با سرعت اولیه V_0 به طرف بالا پرتاب شود پس از چه مدت (t)، $\frac{3}{4}$ ارتفاع مسیر پرتاب را طی خواهد کرد؟ **(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۵)**

۱- $t = \frac{V_0}{g}$ ۲- $t = \frac{V_0}{2g}$ ۳- $t = \frac{2V_0}{g}$ ۴- $t = \frac{3V_0}{4g}$

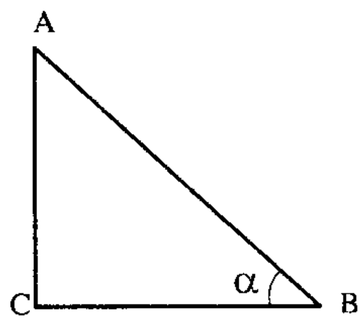
۳۷- سنگی از ارتفاع h در خلأ رها می‌شود، در صورتی‌که $\frac{1}{3}$ آخر مسیر را در دو ثانیه طی کند، ارتفاع پرتگاه چقدر است؟ ($g = 9/8 \, m/s$ فرض شود).

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۶)

۱- ۵۸۲ متر ۲- ۴۳۲ متر ۳- ۱۴۲ متر ۴- ۷۲۱ متر

۳۸- جسمی مسافت $\overline{AB}$ را بر روی یک سطح شیب دار بدون اصطکاک بدون سرعت اولیه در زمان t_1 می‌پیماید. اگر این جسم مسافتی معادل با $\overline{AC}$ را به طور آزاد و بدون سرعت اولیه سقوط کند، زمان لازم برابر با t_2 است. نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ مساوی است با:

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۰)



۱- $\frac{1}{\sin\alpha}$ ۲- $\sin\alpha$ ۳- $\sin^2\alpha$ ۴- $\frac{1}{\sin^2\alpha}$

۳۹- مدت طول می‌کشد که جسمی از ارتفاع ۴۹۰ متر از سطح زمین بدون سرعت اولیه سقوط کرده و به سطح زمین برسد؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد فیزیک دریا ۸۰)**

۱- ۱۰ ثانیه ۲- ۲۰ ثانیه ۳- ۵ ثانیه ۴- ۱۵ ثانیه

۴۰- جسمی با سرعت ۱۹/۶ به طرف بالا پرتاب می‌شود حساب کنید تا چه ارتفاعی نسبت به نقطه پرتاب بالا می‌رود؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزادژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- ۲۰/۱۲m ۲- ۱۹/۶m ۳- ۱۷/۴m ۴- ۱۵/۸

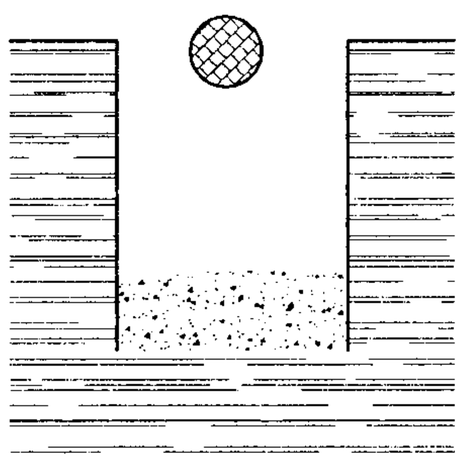
۴۱- اگر مقدار g در دستگاه SI برابر با $۹/۸ m/s^۲$ باشد مقدار g را در دستگاه B.E حساب کنید؟ $۱ft = ۰/۳۰۴۸\ m$

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزادژئوفیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $۲۴/۱۵ ft/s^۲$ ۲- $۱۸/۱۵ ft/s^۲$

۳- $۳۲/۱۵ ft/s^۲$ ۴- $۱۶/۱۵ ft/s^۲$

۴۲- توپ فلزی به درون چاه عمیقی با مقداری آب درته آن می‌افتد. زمان بین افتادن توپ از حال سکون تا زمان شنیدن صدای افتادن آن درون آب ۶/۸۳ ثانیه است. عمق چاه را با فرض $c = ۳۳۰\ m/s$ حساب کنید. (GRE)



۱- متر ۲۲۹

۲- متر ۲۱۹

۳- متر ۲۰۱

۴- متر ۱۹۱

۵- متر ۱۸۱

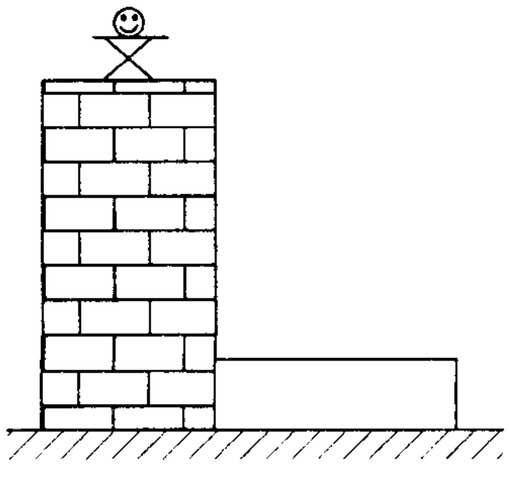
۴۳- دو توپ به طور قائم و هم‌زمان بالا پرتاب می‌شوند. فرض کنید که توپها دارای سرعت اولیه $V_۱ = ۲۰\ m/s$ و $V_۲ = ۲۴\ m/s$ می‌باشند. فاصله بین دو توپ را وقتی که توپ اول در بیشترین ارتفاع خودش است بیابید. (GRE)

۱- متر ۲۰/۴۰ ۲- متر ۲۸/۵۶

۳- متر ۱۶/۲۸ ۴- متر ۸/۱۴

۵- متر ۱۴/۲۸

۴۴- فرض کنید مردی از بالای ساختمانی به ارتفاع ۲۰۲ متر به پایین بر روی تشکی به ضخامت ۲ متر بپرد. اگرضخامت تشک ۰/۵ متر شود شتاب کند شونده مرد چقدر است؟ (GRE)

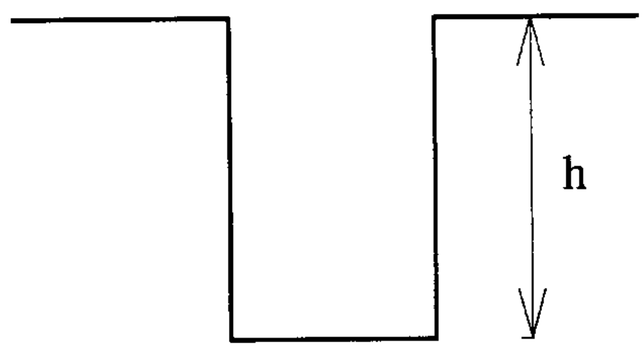


۱- g ۲- ۱۳۳g

۳- ۵g ۴- ۲g

۵- ۲۶۶g

۴۵- فرض کنید یک سکه به داخل چاهی می‌افتد اگر زمان بین لحظه رها شدن سکه تا شنیدن صدای برخورد آن به انتهای چاه T باشد عمق چاه چقدر است؟ (فرض کنید T=۲/۰۵۹ ثانیه باشد). (GRE)



۱- ۲۰/۷۷ متر
۲- ۱۹/۶ متر
۳- ۲۳/۵۶۴ متر
۴- ۱۸/۴۳ متر
۵- ۳۹/۲۰ متر

۴۶- یک سنگ کوچک از ارتفاع ۴/۹ متری زمین رها می‌شود . پس از چند ثانیه به زمین می‌رسد؟ (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد فیزیک دریا ۸۱)

۱-۹/۸ ۲-۲ ۳-۰/۵ ۴-۱

۴۷- در مکانیک نیوتونی برای پیش‌بینی موقعیت یک ذره دانستن کدامیک از کمیات زیر ضروری است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۱)

۱- نیروهای وارده بر ذره به علاوه موضع اولیه آن
۲- سرعت اولیه و موضع اولیه ذره
۳- نیروهای وارد بر ذره به علاوه موضع اولیه و سرعت اولیه آن
۴- مکان اولیه ذره به علاوه وزن آن

۴۸- دو قطار یکی با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ و دیگر با سرعت $۱۶\frac{m}{s}$ روی یک ریل مستقیم به طرف یکدیگر در حال حرکتند . زمانی که فاصله دو قطار از هم ۸۰ متر می‌باشد هر یک از دو راننده قطار یکدیگر را دیده و ترمز کنند . اگر شتاب حرکت قطار اول $۱۲/۵\frac{m}{s^۲}$ باشد و دو قطار در فاصله ۸ متری هم بایستند ، شتاب حرکت قطار دوم چقدر است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد فیزیک دریا ۸۱)

۱- $۲/۲۹\frac{m}{s^۲}$ ۲- $۱۰/۵\frac{m}{s^۲}$ ۳- $۸/۳\frac{m}{s^۲}$ ۴- $۴/۳۲\frac{m}{s^۲}$

۴۹- جسمی بر روی خط مستقیم $y=2x$ با سرعت ثابت $2\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$ در حرکت است. اگر این جسم درلحظه $t = 0$ درمبدأ مختصات قرارداشته و به طرف بالا درحرکت باشد، در لحظه $t = 3s$ کدام نقطه قرار خواهد داشت؟ **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هوشناسی ۸۱)**

۱- ۲۴ ۲- ۶ ۳- ۱ ۴- ۱۲

۵۰- جسمی تحت تأثیر شتاب $\gamma = g - bv$ از حالت سکون سقوط می‌کند ، b,g مقادیر ثابت و V سرعت لحظه‌ای جسم است . شتاب γ بر حسب زمان کدام است ؟

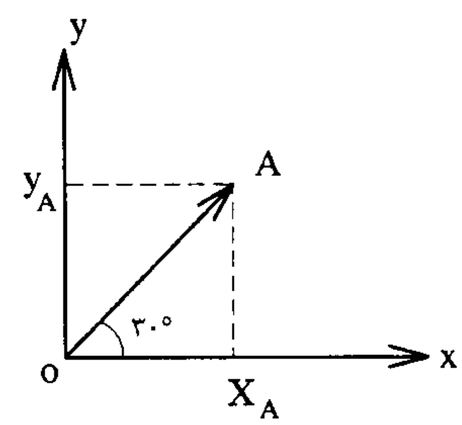
(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران «فتوگرامتری – ژئودزی» ۸۱)

۱- $\frac{g}{b}e^{-bt}$ ۲- ge^{-bt}

۳- $g(e^{-bt}-1)$ ۴- $g(1-e^{-bt})$

۸-۲ پاسخنامه تشریحی

(۳-۱

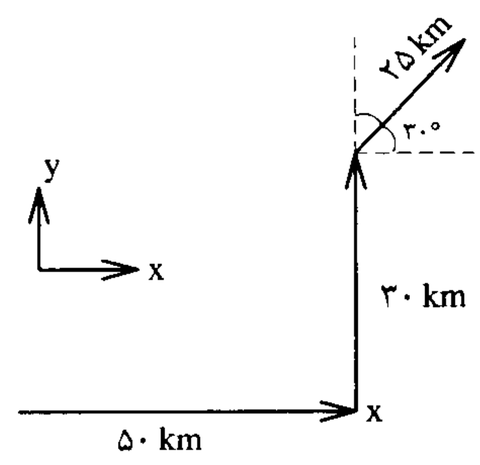


$$x_A = (OA)\text{Cos}۳۰ = (۲۰)\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۰\sqrt{۳}$$

$$y_A = (OA)/\sin ۳۰ = (۲۰)(\frac{۱}{۲}) = ۱۰$$

$$\Rightarrow (x_A, y_A) = (۱۰\sqrt{۳}, ۱۰)$$

(۱-۲



$$\vec{r}_۱ = ۵۰\vec{i} \qquad , r_۲ = ۳۰\vec{j}$$

$$\vec{r}_۲ = (۲۵\text{Sin}۳۰^\circ)\vec{i} + (۲۵\text{Cos}۳۰^\circ)\vec{j}$$

$$\vec{r} = (۵۰ + ۲۵\frac{۱}{۲})\vec{i} + (۳۰ + ۲۵(\frac{\sqrt{۳}}{۲}))\vec{j} = ۶۲/۵\vec{i} + ۵۱/۶۵\vec{j}$$

$$r = \sqrt{(۶۲/۵)^۲ + (۵۱/۶۵)^۲} = ۸۱ \text{ km}$$

(۴-۳

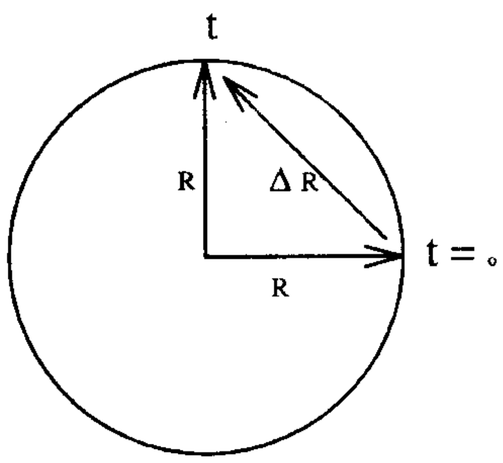
$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{۳۶۰\times۱۰^۳ m}{۲۰ m/s} = ۱۸\times۱۰^۳ s$$

$$t = \frac{۱۸\times۱۰^۳ s}{۳۶۰۰ s} = ۵h$$

(۱-۴ $x - x_\circ = (\frac{v + v_\circ}{۲})t$ شتاب ثابت

$$\Rightarrow ۵۴ = (\frac{۱۳/۵ + v_\circ}{۲})۶ \Rightarrow ۱۸ - ۱۳/۵ = v_\circ \Rightarrow v_\circ = ۴/۵ \, m/s$$

۵-۲)



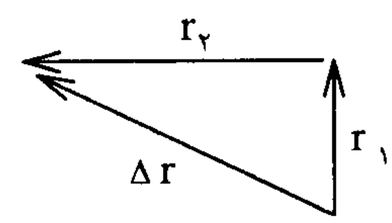
$$\Delta R = R\sqrt{۲}$$

جا به جایی $\overline{V} = \frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{R\sqrt{۲}}{t - ۰} = \frac{R\sqrt{۲}}{t}$

۶-۱)

$$r_۱ = v_۱ t_۱ = ۶۰(\frac{۱}{۶}) = ۱۰\,km,\ r_۲ = v_۲ t_۲ = ۶۰(\frac{۲}{۶}) = ۲۰\,km$$

$$t_۱ + t_۲ = ۳۰\,min = ۰/۵h$$



$$\Delta r = \sqrt{r_۱^۲ + r_۲^۲} = \sqrt{۱۰^۲ + ۲۰^۲} = \sqrt{۵۰۰} \quad \Rightarrow |\overline{V}| = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{۵۰۰}}{۰/۵} = ۲۰\sqrt{۵}\,\frac{km}{h}$$

۷-۲)

$$v = ۲۰ \times ۳/۶ = ۷۲\ {}^{km}\!/_{h}$$

$$t = \frac{x}{v} = \frac{۳۶۰}{۷۲} = ۵h$$

۸-۲)

طول پله برابر با x فرض می‌شود سرعت بالا رفتن برای پله در حالت خاموش برابر با $v_۱ = \frac{x}{۹۰}$ و برای پله در حالت حرکت برابر با $v_۲ = \frac{x}{۶۰}$ سرعت نسبی در حالت حرکت فرد و پله می‌شود.

$$v = v_۱ + v_۲ = \frac{x}{۹۰} + \frac{x}{۶۰} = \frac{۵x}{۱۸۰} = \frac{x}{۳۶}$$

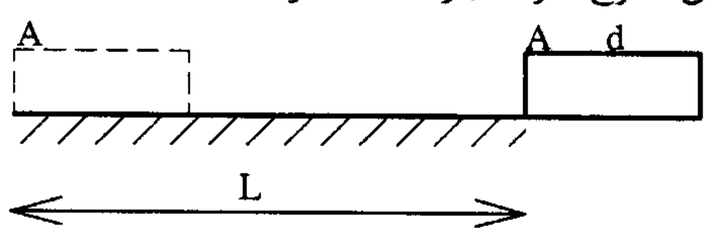
$$\Rightarrow \frac{x}{t} = \frac{x}{۳۶} \Rightarrow t = ۳۶\,s$$

۹-۴)

$$v = \frac{dx}{dt} = ۶t - ۳t^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۲s$$

زمان به صفر رسیدن سرعت = زمان رسیدن به حداکثر مسافت .

۱۰-۴) اگر $t_۱$ زمانی باشد که ابتدای قطار (نقطه A) طول L را طی کند و $t_۲$ زمانی که از آن پس طول می‌کشد تا ته قطار از انتهای ریل خارج شود یعنی قطار مسافت d را طی کند مدت زمانی که طول می‌کشد تا کل قطار از ریل خارج شود عبارت است از:



$$t = t_۱ + t_۲ = \frac{L}{v} + \frac{d}{v} \Rightarrow ۲۰ = \frac{۴۰۰}{۳۰} + \frac{d}{۳۰} \Rightarrow d = ۲۰۰\ m$$

۱۱-۳)

$$x = \frac{Vx_\circ}{k}(۱ - e^{-kt})$$

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{V_{x_\circ}}{k}(\circ - (-k)e^{-kt}) = Vx_\circ e^{-kt}$$

۱۲-۳)

$$V - V_\circ = at \Rightarrow (۳۰) - (۱۰) = ۲(t)$$

$$\Rightarrow t = ۱۰s$$

۱۳-۲)

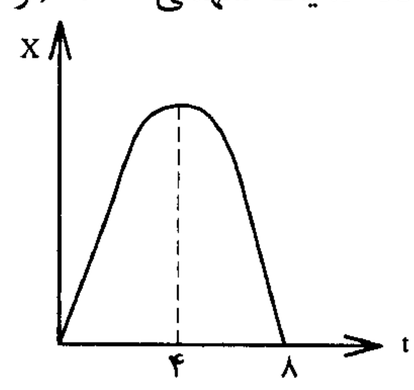
$$V_۱ = ۷۲\frac{km}{h} = \frac{۷۲}{۳/۶}\frac{m}{s} \quad , \quad V_۲ = ۴۸\frac{km}{h} = \frac{۴۸}{۳/۶}\frac{m}{s}$$

$$V_۲^۲ - V_۱^۲ = ۲a(\Delta x) \Rightarrow a = \frac{(\frac{۴۸}{۳/۶})^۲ - (\frac{۷۲}{۳/۶})^۲}{۲(۸۰)} = -۱/۳۹\frac{m}{s^۲}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که جهت شتاب برخلاف جهت سرعت یعنی به سمت غرب است.

۱۴-۲)

هنگامی که شتاب ثابت باشد معادله x یک سهمی است: (از شکل مشخص است که $x_\circ = \circ$)



$$x = v_\circ t + \frac{۱}{۲}at^۲$$

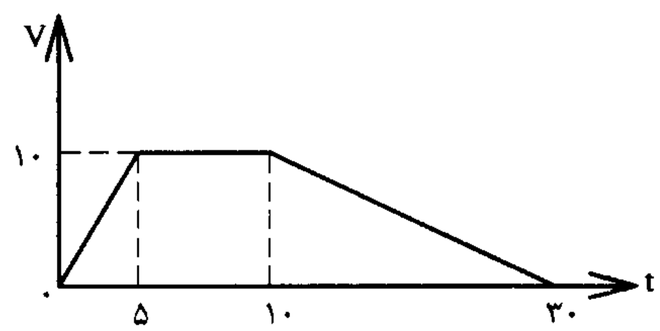
$$t = ۸ \Rightarrow x = \circ = V_\circ(۸) + \frac{۱}{۲}a(۸)^۲ \Rightarrow V_\circ + ۴a = \circ \Rightarrow a = \frac{-V_\circ}{۴}$$

معادله حرکت با شتاب ثابت $V = -V_\circ + at$ است از میان گزینه‌های تنها در گزینه (۲) است که $v_\circ = -۴a$

$$V = ۲/۲۵t + ۹ \Rightarrow V_\circ = ۹ = -۴(-۲/۲۵)$$

$$t = ۴ \Rightarrow x = ۹(۴) + \frac{۱}{۲}(-۲/۲۵)(۴)^۲ = ۱۸m$$

۱۵ -؟)



$$\Delta x = \text{سطح زیر نمودار} = \frac{۱}{۲}۵(۱۰) + (۱۰ - ۵)(۱۰) + \frac{۱}{۲}(۳۰ - ۱۰)(۱۰) = ۱۷۵\ m$$

۱۶-۴)

گزینه (۱) امکان دارد چرا که اگر شتاب تند شونده جسم $\begin{cases} v > \circ \\ a > \end{cases}$ کاهش یابد آهنگ افزایش سرعت کاهش می‌یابد ولی سرعت رو به افزایش است.

گزینه (۲) امکان دارد چرا که اگر شتاب کند شونده جسم $(v > \circ, a < \circ)$ داشته باشیم سرعت رو به کاهش است.

گزینه (۳) نیز مشخص است که صحیح است چرا که $\vec{a}, \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ ثابت به معنی $\vec{v}$ متغیر است اما در مورد (گزینه ۴) اگر $\vec{v}$ ثابت باشد $\vec{a} = \circ$ خواهد شد و سرعت جسم نمی‌تواند متغیر باشد .

۱۷-۲) به علت تغییر یکنواخت در سرعت این حرکت از نوع حرکت شتابدار ثابت بوده و معادله حرکت شتابدار عبارت است از:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \quad , \quad v_\circ = \circ$$

یعنی متناسب با مجذور زمان است. $\Rightarrow x = \frac{۱}{۲}at^{۲}$

۱۸-۳)

$$v - v_{\circ} = at \Rightarrow v = v_{\circ} - kvt \Rightarrow v = v_{\circ} - kx$$

۱۹-۳)

معادله فوق معادله یک سهمی است. $t = \frac{x}{۲} \Rightarrow y = \frac{x^{۲}}{۴}$

۲۰-۴) شتاب، شیب نمودار سرعت ـ زمان است. چون این نمودار خطی نیست، پس شیب آن (شتاب) متغیر است. از طرف دیگر نمودار سرعت ـ زمان داده شده بر حسب زمان تابع صعودی است و بنابراین سرعت با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

۲۱-۴)

$$a = \frac{v - v_{\circ}}{t - t_{\circ}},\ v_{\circ} = ۴۰\frac{km}{h} = \frac{۴۰}{۳/۶}\frac{m}{s}$$

شتاب کند شونده توقف $a = \frac{\circ - (\frac{۴۰}{۳/۶})}{۰/۱} = -۱۱۱/۱\frac{m}{s^{۲}}$

۲۲-۱)

$$\vec{v}_{۱} = -۱۸\vec{i}$$

$$\vec{v}_{۲} = ۳۰\vec{i} \qquad \Delta t = t_{۲} - t_{۱} = ۲/۴S$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_{۲} - \vec{v}_{۱}}{\Delta t} = \frac{۳۰\vec{i} - (-۱۸)\vec{i}}{۲/۴} = ۲۰\vec{i}\,(\frac{m}{s^{۲}})$$

$$|\vec{a}| = ۲۰\frac{m}{s^{۲}}$$

۲۳-۱)

$$v_{\circ} = ۵۶\frac{km}{h} = \frac{۵۶}{۳/۶}\frac{m}{s}$$

$$x = v_{\circ}t + \frac{۱}{۲}at^{۲} \Rightarrow ۲۴ = (\frac{۵۶}{۳/۶})(۲) + \frac{۱}{۲}a(۲)^{۲} \Rightarrow a = -۳/۵۶\frac{m}{s^{۲}}$$

۲-۲۴)

$$x = v_\circ t + \frac{۱}{۲}at^۲ = ۵t + \frac{۱}{۲}(۲)t^۲ = ۵t + t^۲$$

در ثانیه پنجم $\Delta x = x(۵) - x(۴) = ۵(۵) + (۵)^۲ - ۵(۴) - (۴)^۲$

$$\Delta x = ۱۴m$$

۲۵-؟)

$$x = x_\circ + v_\circ t + \frac{۱}{۲}at^۲$$

در۵ ثانیه آخر $\Delta x = x_{(t=۵)} - x_\circ = v_\circ(۵) + \frac{۱}{۲}a(۵)^۲ = ۱۰(۵) + \frac{۱}{۲}(۶)(۵)^۲$

$$= ۵۰ + ۷۵ = ۱۲۵m$$

۴-۲۶)

$$x = x_\circ + v_\circ t + \frac{۱}{۲}at^۲ \quad , v_\circ = \frac{۵۶}{۳/۶}\frac{m}{s}$$

$$۳۵ = ۰ + (\frac{۵۶}{۳/۶})(۴) + \frac{۱}{۲}a(۴)^۲ \Rightarrow a = -۳/۴\frac{m}{s^۲}$$

شتاب منفی است چرا که $v_\circ > ۰$ و حرکت کند شونده است.

$$v_{(t=۴)} = v_\circ + at = (\frac{۵۶}{۳/۶}) + (-۳/۴)(۴) = ۱/۹۵\frac{m}{s}$$

۱-۲۷)

$v_\circ = \sigma$ — A

V_B — B

V_c — C

$$\begin{cases} (۱) & V_c^۲ - V_B^۲ = ۲(۱۰)(۲۵) \\ (۲) & V_c - V_B = (۱۰)(۱) \end{cases}$$

از تقسیم (۱) بر(۲) $\Rightarrow \begin{cases} V_c + V_B = ۵۰ \\ V_c - V_B = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow Vc = ۳۰\frac{m}{s}$

$$V_c - V_\circ = (۱۰)(t_{AC}) \Rightarrow t_{AC} = ۳S \Rightarrow t_{A\to A} = ۲(۳) = ۶S$$

۴-۲۸) اگر در لحظه شروع به حرکت برای اتومبیل $x = ۰$ باشد برای کامیون $x_\circ = ۵۰m$ است (سرعت اولیه هر دو صفر است و شتاب کامیون $a_۱ = ۲\frac{m}{s^۲}$ است) .

کامیون $x_1 = x_0 + \frac{1}{2}a_1t^2 = x_0 + \frac{1}{2}(2)t^2 = x_0 + t^2 = 50 + t^2$

اتومبیل $x_2 = \frac{1}{2}a_2t^2$

$$\Rightarrow x_2 = 150 = \frac{1}{2}a_2t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{300}{a_2}$$

پس از زمان t هر دو به هم می‌رسند. چون کامیون ۵۰ متر جلوتر بوده پس ۱۰۰ متر طی کرده است.

$$x_1 = 150 - 50 = 100 = 50 + \frac{300}{a_2} \Rightarrow a_2 = 6\frac{m}{s^2}$$

۴-۲۹)

حرکت ترن اول کند شونده است (-a) و ترن در مدت t ثانیه x_1

ترن اول $\begin{cases} x_1 \\ v_1 \\ t \\ -a \end{cases}$ این مقدار مسافت را طی می‌کند $\leftarrow x_1 = -\frac{1}{2}at^2 + v_1t$

مسافتی که ترن دوم جلو می‌رود در مدت t ثانیه $x_2 = x_. + v_2t$, $x_0 = d$

در زمان برخورد : $x_1 = x_2 \Rightarrow x_1 - d - v_2t = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}at^2 + v_1t - v_2t - d = 0$

ترن دوم $\begin{cases} v_2 \\ t \\ x_2 \end{cases}$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}at^2 + (v_1 - v_2)t - d = 0 \Rightarrow at^2 = 2(v_1 - v_2)t + 2d = 0$$

شرط عدم برخورد (زیر رادیکال منفی شود تا جواب نداشته باشیم) $\Rightarrow a > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2d}$

و شرط برخورد (تصادف) آن است که $a < \frac{(v_1 - v_2)^2}{2d} \Rightarrow d < \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$

با حل معادله درجه دوم فوق نسبت به t خواهیم داشت:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2(v_1 - v_2) - \sqrt{4(v_1 - v_2)^2 - 4a(2d)}}{2a} \Rightarrow$$

$$t = \frac{(v_1 - v_2) - \sqrt{(v_1 - v_2)^2 - 2ad}}{a}$$

۳۰-۳)

سرعت اولیه بسته در ارتفاع ۸۰ متری همان سرعت $12\frac{m}{s}$ به سمت بالاست.

$y_0 = 80m \quad , \quad V_{0y} = +12\frac{m}{s}$ هنگام رسیدن به زمین و $y = 0 \Rightarrow t = ?$

$$y = y_0 = V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 80 + 12t - \frac{1}{2}(9/8)t^2$$

$$\Rightarrow 4/9t^2 - 12t - 80 = 0 \qquad t = \frac{6 \pm \sqrt{36 - (-80)(4/9)}}{4/9} = \begin{cases} 5/45 \\ -2/97 \end{cases}$$

مشخص است که جواب منفی پاسخ صحیح نیست پس زمان رسیدن به زمین تقریباً ۵/۴۵ است.

۳۱-۱)

نقطه اوج $y_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(19/6)^2}{2(9/8)} = 19/6m$

$$y = \frac{3}{4}y_{max} = 14/7m$$

$$V^2 - V_0^2 = -2gy \Rightarrow V^2 - (19/6)^2 = -2(9/8)(14/7) \Rightarrow V = 9/8\frac{m}{s}$$

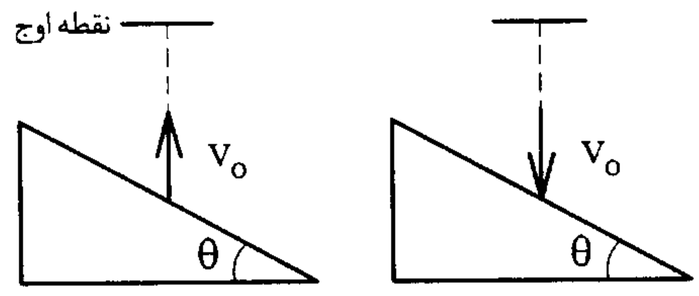
۳۲-۴) شتاب جسم ثابت و برابر $-\vec{g}$ است لذا گزینه‌های (۲) و (۳) غلط هستند و همچنین با توجه به رابطه $\vec{v} = \vec{v}_0 - \vec{g}t$ سرعت جسم کاهش می‌یابد.

۳۳-؟)

با توجه به رابطه $v = v_0 - gt$ (با فرض $g = 10\frac{m}{s}$)

در نقطه اوج $V = 0$ و بنابراین ($t = \frac{v_0}{g}$ اوج) . اگر $v_0 > 20\frac{m}{s}$ باشد $t > 2S$ اوج و پس از چهار ثانیه جسم هنوز به محل پرتاب برنگشته است و اگر $v_0 < 20\frac{m}{s}$ باشد ۴ ثانیه بعد جسم روی سطح با سرعت V_0 برخورد کرده و در حال حرکت به سمت پایین است پس از زمان t' از حرکت روی

سطح، سرعت عبارت است از $v = v_\circ Sin\theta + gSin\theta t'$ ، بنابراین برای داشتن سرعت روی سطح به سرعت اولیه نیاز داریم.



۲-۳۴)

$$\frac{۱}{۲}gt^۲ = h \Rightarrow \sqrt{۲\frac{h}{g}} = t \Rightarrow t = \sqrt{\frac{۲\times ۵۰}{۹/۸}} = ۳/۲s$$

۳-۳۵)

$۹/۸ \, m/s^۲ \times ۳/۳۳ \, ft = ۳۲/۱۵ \, ft/s^۲$ در نتیجه $۱m = ۳/۳۳ft$ بنابراین $۱ft = ۰/۳۰۴۸ \, m$

۲-۳۶)

$v = ۰$ در نقطه اوج $\Rightarrow ۰ - v_\circ^۲ = -۲gh \Rightarrow h = \frac{v_\circ^۲}{۲g}$

معادله مکان $y_\circ = ۰ \Rightarrow y = v_\circ t - \frac{۱}{۲}gt^۲$

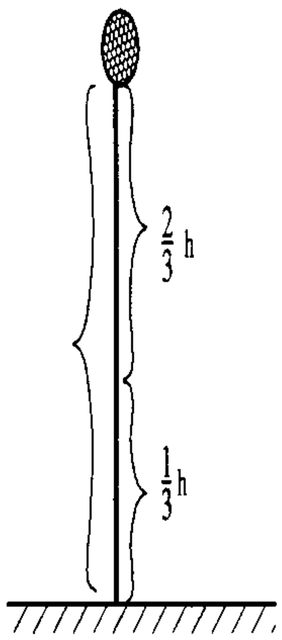
$$y = \frac{۳}{۴}h = \frac{۳}{۴}\frac{v_\circ^۲}{۲g} = v_\circ t - \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow t^۲ - \frac{۲v_\circ}{g}t + \frac{۳}{۴}\frac{v_\circ^۲}{g^۲} = ۰$$

$$t = \frac{v_\circ}{g} \pm \sqrt{\frac{v_\circ^۲}{g^۲} - \frac{۳}{۴}\frac{v_\circ^۲}{g^۲}} = \frac{v_\circ}{g} \pm \frac{v_\circ}{۲g} \begin{cases} \frac{v_\circ}{۲g} \\ \frac{۳v_\circ}{۲g} \end{cases}$$

جواب صحیح $\frac{v_\circ}{۲g}$ یعنی اولین زمانی است که به این ارتفاع می‌رسد و $\frac{۳v_\circ}{۲g}$ زمانی است که به این ارتفاع در برگشت می‌رسد.

۳۷-۱) اگر h ارتفاع سقوط جسم و t کل مدت زمان سقوط باشند، چون سرعت اولیه جسم صفر و زمان لازم برای طی نیمه دوم مسیر ۲s است پس برای نیمه اول که $\frac{۲}{۳}$ مسیر حساب می‌شود زمان

برابر با t-۲,s می‌باشد بنابراین :



$$h = \frac{۱}{۲}gt^{۲} \Rightarrow$$

$$\frac{۲}{۳}h = \frac{۱}{۲}g(t-۲)^{۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳}(\frac{۱}{۲}gt^{۲}) = \frac{۱}{۲}g(t^{۲}+۴-۴t) \Rightarrow$$

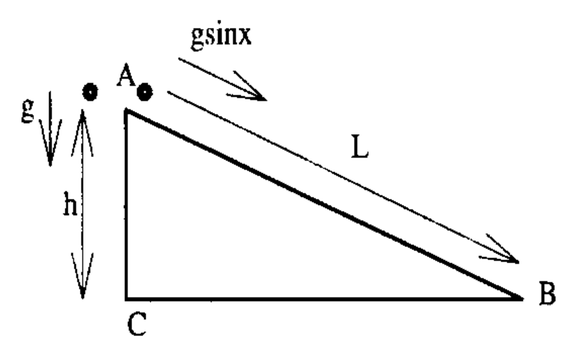
$$\frac{۲t^{۲}}{۳} = t^{۲}+۴-۴t \Rightarrow ۲t^{۲} = ۳t^{۲}+۱۲-۱۲t \Rightarrow t^{۲}-۱۲t+۱۲ = ۰ \Rightarrow$$

$$t = \frac{۱۲ \pm \sqrt{۱۴۴-۴۸}}{۲} \Rightarrow t = \frac{۱۲ \pm ۹/۸}{۲} = \begin{matrix} ۱۰/۹ \\ ۱/۱ \end{matrix}$$

$$h = \frac{۱}{۲}gt^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۹/۸(۱۰/۹)^{۲} = ۵۸۲m$$

(۲-۳۸

$$h = L\,Sin\alpha$$



$$\begin{cases} L = \frac{۱}{۲}(gSin\alpha)t_{۱}^{۲} \\ h = LSin\alpha = \frac{۱}{۲}gt_{۲}^{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{LSin\alpha}{L} = \frac{\frac{۱}{۲}gt_{۲}^{۲}}{\frac{۱}{۲}(gSin\alpha)t_{۱}^{۲}}$$

$$\Rightarrow (\frac{t_{۲}}{t_{۱}})^{۲} = Sin^{۲}\alpha \Rightarrow \frac{t_{۲}}{t_{۱}} = Sin\alpha$$

(۲-۳۹

$$g = ۹/۸ \, m/s^{۲}$$

$$v_{\circ} \Rightarrow y = v_{\circ}t - \frac{۱}{۲}gt^{۲} = \circ - \frac{۱}{۲}gt^{۲} = -۴۹۰$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{۴۹۰ \times ۲}{۹/۸}} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰S$$

(۲-۴۰

$$v^{۲} - v_{\circ}^{۲} = ۲gh \Rightarrow h = \frac{v^{۲}-v_{\circ}^{۲}}{۲g} = \frac{(۱۹/۶)^{۲}}{۱۹/۶} \Rightarrow h = ۱۹/۶_{m}$$

۴۱-۳)

$$1ft = 0/3048\ m \Rightarrow 1m = \frac{1}{0/3048} ft$$

$$9/8 \frac{m}{s^2} = 9/8 \frac{\frac{1}{0/3048} ft}{s^2} = 32/15 \frac{ft}{s^2}$$

۴۲-۴) زمان کل مجموع زمان افتادن و زمان انتشار موج صوتی است.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{c}$$

$$h + c\sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{h} - ct = 0 \Rightarrow h + 149/08\sqrt{h} - 2253/90 = 0$$

$$(\sqrt{h} + 74/54)^2 = 2253/90 + 5556/12 \Rightarrow \sqrt{h} = -74/54 + 88/37 \rightarrow h = 191m$$

۴۳-۴)

$$v_1 = 20m/s\ , v_2 = 24m/s\ , t = 0$$

برای شئ اول

$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) \Rightarrow 0 = 20^2 - 2(9/8)h$$

$$h = \frac{20^2}{2(9/8)} = 20/41m = y_1$$

$$v = v_0 + at \rightarrow 0 = 20 - 9/8t \rightarrow t = 2/05\ s$$

برای شئ دوم

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 24t - 4/9t^2 = 28/55m = y_2$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 8/14m$$

۴۴-۲)

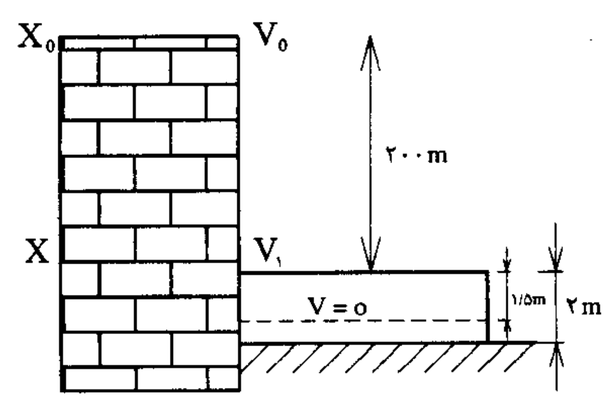
طبق روابط سینماتیک خواهیم داشت:

$$v_0 = 0 \qquad x - x_0 = -200m$$

$$v_1^2 - v_0^2 = -2g(x - x_0)\ \ , v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2(9/8)200} = 62/61m/s$$

$$0 - v_1^2 = 2a(1/5) \Rightarrow \quad |a| = |-1306| \frac{m}{s^2}$$

$$g = 9/8m/s^2 \Rightarrow a = 133g$$



۴۵-۲) زمان کل T برابر است با مجموع زمانهای t و t′ که زمان رسیدن سکه به کف چاه می‌باشد و t′ زمانی می‌باشد که امواج صوتی (ناشی از سکه) برای رسیدن به سطح زمین از کف چاه طی می‌کند. در این صورت خواهیم داشت:

$$d=\frac{۱}{۲}gt^{۲} \qquad T=t+t' \qquad , \quad t'=\frac{d}{v}$$

$$d=\frac{۱}{۲}g\left(T-\frac{d}{v}\right)^{۲} \rightarrow \frac{۱}{۲}gT^{۲}+\frac{۱}{۲}g\frac{d^{۲}}{v^{۲}}-gT\frac{d}{v}-d=۰ \rightarrow d^{۲}-d\left[\frac{۲v^{۲}}{g}+۲vT\right]+v^{۲}T^{۲}=۰$$

$$v=۳۳۰\,{}^{m}\!/_{s} \qquad d^{۲}-۲۳۱۳۸/۹d+۴۶۱۶۷۹/۵=۰ \Rightarrow d=۲۰m$$

$$g=۱۰\,{}^{m}\!/_{s^{۲}}$$

۴۶-۴)

$$h=۴/۹,m=\frac{۱}{۲}gt^{۲}=\frac{۱}{۲}(۹/۸)t^{۲} \Rightarrow t=۱s$$

۴۷-۳)

برای دانستن $\vec{r}$ در هر زمان داریم $\vec{r}(t)=\vec{r}_{۰}+\vec{v}_{۰}t+\frac{۱}{۲}\vec{a}t^{۲}$ و به $\vec{a},\vec{v}_{۰},\vec{r}$ احتیاج داریم و برای دانستن $\vec{a}$ در واقع باید $\sum\vec{F}=m\vec{a}$ را داشته باشیم.

۴۸-۱) $v_{۲}=۱۶\frac{m}{s}$ سرعت اولیه قطار دوم و $v_{۱}=۲۰\frac{m}{s}$ سرعت اولیه قطار اول اگر $x_{۱}$ مسافت طی شده قطار اول قبل از توقف و $x_{۲}$ مسافت طی شده قطار دوم قبل از توقف باشد چون دو قطار در فاصله ۸ متری یکدیگر متوقف می‌شوند.

$$x_{۱}+x_{۲}=۸۰-۸=۷۲\,m$$

$$\begin{cases} ۰-(۲۰)^{۲}=-۲(۱۲/۵)x_{۱} & \Rightarrow x_{۱}=۱۶\,m \\ ۰-(۱۶)^{۲}=۲(a_{۲})x_{۲} & \Rightarrow x_{۲}=\frac{۱۲۸}{a_{۲}} \end{cases}$$

$$۱۶+\frac{۱۲۸}{a_{۲}}=۷۲ \Rightarrow a_{۲}=۲/۲۹\,\frac{m}{s^{۲}}$$

(۴-۴۹

$$y = ۲x \qquad , v = ۲\sqrt{۵}\,\frac{m}{s}$$

$$t = ۰ \Rightarrow x_۰ = ۰, y_۰ = ۰ \qquad , t = ۳s \Rightarrow (x, y) = ?$$

$$\dot{y} = ۲\dot{x} \qquad , v = \sqrt{\dot{x}^۲ + \dot{y}^۲} = \sqrt{\dot{x}^۲ + \dot{x}^۲} = \sqrt{۵}\dot{x} = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow \dot{x} = ۲\frac{m}{s}$$

$$x(t) = x_۰ + \dot{x} + \dot{x}t \Rightarrow x(۳) = ۰ + ۲(۳) = ۶m \Rightarrow y = ۲x = ۱۲m$$

(۲-۵۰

$$\gamma = g - bv \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g - bv \rightarrow \frac{dv}{g - bv} = dt$$

$$\Rightarrow \int_۰^v \frac{dv}{v - \frac{g}{b}} = -\int_۰^t bdt \Rightarrow \ln \frac{v - \frac{g}{b}}{-\frac{g}{b}} = -bt$$

$$\Rightarrow v - \frac{g}{b} = -\frac{g}{b}e^{-bt} \Rightarrow v = \frac{g}{b}(۱ - e^{-bt})$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{g}{b}(-b)e^{-bt} = ge^{-bt}$$

فصل سوم

حرکت در صفحه

مقدمه

در این فصل حرکت در صفحه (دردستگاه مختصات دکارتی) با شتاب ثابت را بررسی می‌کنیم:

۳-۱ معادلات حرکت

ابتدا از بردار نیروی وارد شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} \quad \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad , \quad \text{زاویه } \vec{a} \text{ با محور } x = \tan^{-1}\frac{a_y}{a_x} \qquad (۳-۱)$$

سپس می‌توان سرعت ذره را به دست آورد. سرعت اولیه ذره $\vec{v}_\circ$ است

$$\vec{v}_\circ = v_{\circ x}\vec{i} + v_{\circ y}\vec{j} = (v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ)\vec{i} + (v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ)\vec{j} \qquad (۳-۲)$$

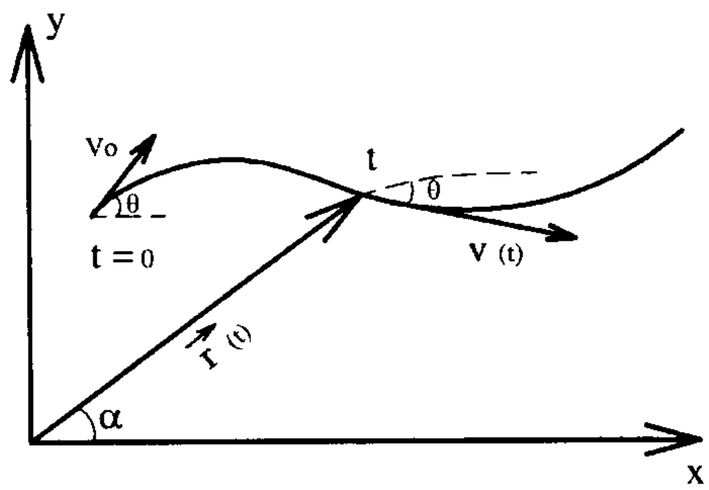
که $\theta_\circ$ زاویه‌ای که بردار سرعت اولیه با افق می‌سازد :

$$\begin{cases} v_x = v_{\circ x} + a_x t \\ v_y = v_{\circ y} + a_y t \end{cases}$$

$$\text{بردار سرعت در زمان } t \quad \Rightarrow \vec{v}(t) = (v_{\circ x}\vec{i} + v_{\circ y}\vec{j}) + (a_x\vec{i} + a_y\vec{j})t$$

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_{\circ x} + a_x t)^2 + (v_{\circ y} + a_y t)^2}$$

$$\text{زاویه سرعت با افق (محور x)} \quad \boxed{\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x}} = \tan^{-1}\frac{v_{\circ y} + a_y t}{v_{\circ x} + a_x t} \qquad (۳-۳)$$



با داشتن بردار $\vec{v}$ و $\vec{a}$ در هر زمان می‌توان زاویه میان دو بردار را از رابطه $\mathrm{Cos}^{-1}\frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{av}$ به دست آورد.

با داشتن معادله $v_y(t), v_x(t)$ می‌توان معادله مکان ذره را در هر لحظه به دست آورد $x_\circ$ و $y_\circ$ مؤلفه‌های $\vec{r}_\circ$ بردار مکان ذره در $t=\circ$ است.

$$\begin{cases} x(t) = x_\circ + v_{x\circ}t + \frac{1}{2}a_x t^2 & (۳-۴) \\ y(t) = y_\circ + V_{y_\circ}t + \frac{1}{2}a_y t^2 & (۳-۵) \end{cases}$$

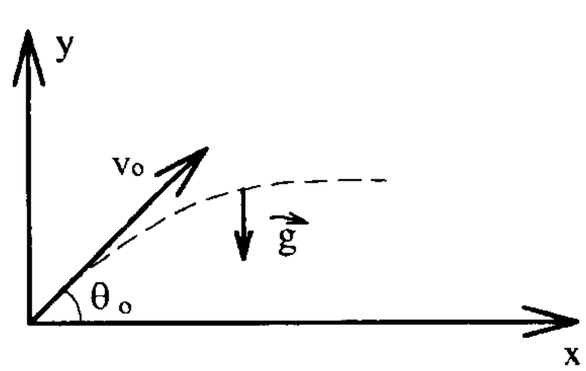
$$\Rightarrow \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = \vec{r}_\circ + \vec{v}_\circ t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$r = |\vec{r}(t)| = \sqrt{[x(t)]^2 + [y(t)]^2} \qquad (۳-۶)$$

$\alpha = \tan^{-1}\frac{y(t)}{x(t)}$ زاویه $\vec{r}$ با محور x در هر زمان می‌توان زاویه میان بردار مکان و سرعت را در لحظه از رابطه $\mathrm{Cos}^{-1}\frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{rv}$ و زاویه میان بردار مکان و شتاب را در هر لحظه از رابطه $\mathrm{Cos}^{-1}\frac{\vec{r}\cdot\vec{a}}{ra}$ به دست آورد.

۳-۲ حرکت پرتابی

الف) معادلات حرکت



حرکت پرتابی نمونه‌ای از حرکت در صفحه با شتاب ثابت می‌باشد. در این حرکت جسمی با سرعت اولیه $\vec{v}_\circ$ و تحت زاویه $\theta_\circ$ نسبت به افق پرتاب می‌شود. با

صرف نظر کردن از اصطکاک هوا، جسم تنها تحت تأثیر نیروی وزن خود می‌باشد.

مکان اولیه $\vec{r}_\circ \begin{cases} x_\circ \\ y_\circ \end{cases}$ شتاب و $\vec{a} \begin{cases} a_x = \circ \\ a_y = -g \end{cases}$

$$\vec{v}_\circ \begin{cases} v_{\circ x} = v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ \\ v_{\circ y} = v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ \end{cases} \Rightarrow \vec{v}(t) \begin{cases} v_x = v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ \\ v_y = v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ - gt \end{cases} \qquad (۳-۷)$$

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} x = x_\circ + v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ t \\ y = y_\circ + v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ t - \frac{۱}{۲} g t^۲ \end{cases} \qquad (۳-۸)$$

معادله مسیر: می‌توان با حذف t در معادله x و y نوشت (با فرض $x_\circ = \circ$)

$$y = y_\circ + v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ \left(\frac{x}{V_\circ \mathrm{Cos}\theta}\right) - \frac{۱}{۲} g \left(\frac{x}{v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ}\right)^۲ \Rightarrow y = y_\circ + x \tan\theta_\circ - \frac{g x^۲}{۲ v_\circ^۲ \mathrm{Cos}^۲ \theta^۲_\circ}$$

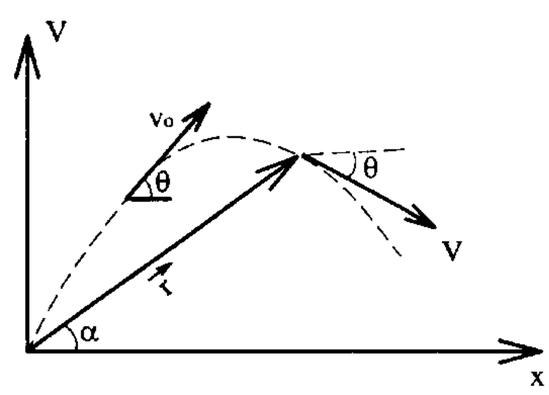
(۳-۹)

ب) زوایا

θ زاویه سرعت با افق: (با فرض $x_\circ = \circ$)

$$\theta = \tan^{-۱} \frac{v_y}{v_x} = \tan^{-۱} \frac{v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ - gt}{v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ}$$

همچنین زاویه بردار مکان با افق در هر لحظه را می‌توان به دست آورد (با فرض $x_\circ = \circ$)



$$\alpha = \tan^{-۱} \frac{y}{x} = \tan^{-۱} \frac{y_\circ + v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ t - \frac{۱}{۲} g t^۲}{v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ t}$$

زاویه $\theta_\circ$ تا قبل از رسیدن پرتابه به نقطه اوج مثبت و پس از آن منفی است.

توجه : معمولاً $x_\circ = \circ$ انتخاب می‌شود و با توجه به انتخاب .y مقدار y در نقطه برد مشخص می‌شود. به عنوان مثال اگر جسمی از بالای پشت بامی به ارتفاع h بر روی سطح زمین پرت شود اگر $y_\circ = \circ$ باشد y =-h برد و اگر $y_\circ = h$ بنابراین y = ∘ برد خواهد بود.

ج) نقطه اوج $(V_y = \circ)$

$$v_y = \circ \Rightarrow \circ = v.\mathrm{Sin}\theta_\circ - gt \Rightarrow \text{اوج} \quad t = \frac{v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ}{g}$$

$$\text{اوج} \quad x = v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ t = \frac{v_\circ^{۲}\mathrm{Sin}۲\theta_\circ}{۲g}$$

$$y_\circ = \circ \Rightarrow \text{اوج} \quad y = \circ + v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ (\frac{v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ}{g}) - \frac{۱}{۲}g(\frac{v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ}{g})^{۲} = \frac{v_\circ^{۲}\mathrm{Sin}^{۲}\theta_\circ}{۲g}$$

$$\text{اوج} \quad \theta = \circ$$

د) برد

برای محاسبه برد یعنی فاصله افقی محل برخورد پرتابه تا نقطه پرتاب با قراردادن y برد در معادله زمان رسیدن به نقطه برد را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{برد} \quad y = y_\circ + v_\circ \mathrm{Sin}\theta.t - \frac{۱}{۲}gt^{۲} \Rightarrow \text{t برد به دست می‌آید}$$

$$\text{برد} \quad x = v_\circ \mathrm{Cos}\theta.t$$

با قرار دادن t به دست آمده در معادلات می‌توان v_x , v_y و از آنجا زاویه سرعت با افق θ را در نقطه برد به دست آورد :

هـ) مثال: پرتاب سطح به سطح

$y_\circ = \circ$ برد و y= ∘

$$\circ = \circ + v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ t - \frac{۱}{۲}gt^{۲} \Rightarrow \text{برد} \quad t = \frac{۲v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ}{g} = ۲\ (\text{t اوج}) \qquad (۳-۱۰)$$

$$\text{برد} \quad x = R = v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ t = v_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ (\frac{۲v_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ}{g}) = \boxed{\frac{v_\circ^{۲}\mathrm{Sin}۲\theta_\circ}{g}} \qquad (۳-۱۱)$$

توجه: بسیاری این معادله را همیشه به کار می‌برند در حالی که این معادله فقط هنگامی صادق است که پرتابه روی یک سطح افقی پرتاب می‌شود.

$$R = \frac{V_\circ^{۲} Sin۲\theta_\circ}{g} = \frac{۲V_{\circ x} V_{\circ y}}{g}$$

برد پرتابه در این نوع هنگامی حداکثر است که $\theta_\circ = ۴۵$ باشد.

$$R_{max} \Rightarrow Sin۲\theta_\circ = ۱ \Rightarrow \theta_\circ = ۴۵^\circ$$

همچنین می‌توان نشان داد که برد پرتابه‌هایی با $v_\circ$ برابر و $\theta_\circ = ۴۵ + \alpha, \theta_\circ = ۴۵ - \alpha$ برابر است.

و) مثال: پرتاب جسم در ابتدا موازی با سطوح زمین $\theta_\circ = \circ$

$$y_\circ = \circ \Rightarrow \quad \text{برد} \quad y = -h$$

$$-h = \circ + v_\circ Sin\theta_\circ t - \frac{۱}{۲} g t^{۲}$$

$$\Rightarrow -h = -\frac{۱}{۲} g t^{۲} \Rightarrow \text{برد} \quad T = \sqrt{\frac{۲h}{g}} \qquad (۳-۱۲)$$

$$\text{برد} \quad x = v_\circ Cos\theta_\circ T = v_\circ \sqrt{\frac{۲h}{g}} \qquad \text{برد} \qquad (۳-۱۳)$$

$$\text{سرعت در برد} \begin{cases} V_y = V_\circ Sin\theta_\circ T - gT = \circ - g\sqrt{\frac{۲h}{g}} \\ V_x = V_\circ Cos\theta_\circ = V_\circ \end{cases} \qquad (۳-۱۴)$$

$$\theta(T) = \tan^{-۱} \frac{v_y}{v_x} = \tan^{-۱}\left(\frac{-g\sqrt{\frac{۲h}{g}}}{v_\circ}\right) \qquad (۳-۱۵)$$

۳-۳ حرکت دایره‌ای

در این حرکت ذره در روی مسیر دایره‌ای با شعاع ثابت R با تندی ثابت حرکت می‌کند. برای این حرکت اندازه سرعت (تندی) ثابت است اما جهت بردار سرعت در هر لحظه تغییر می‌کند در نتیجه با یک حرکت شتابدار سر و کار داریم مانند حرکت آتشگردان و یا فلاخن که به صورت تقریبی معادل چنین حرکتی است.

در این حرکت بردار سرعت همواره مماس بر مسیر حرکت بوده اما بردار شتاب در امتداد همواره بر بردار سرعت عمود و جهت آن به سمت مرکز دایره مسیر حرکت است. مانند شکل زیر با

توجه به شکل فوق و تشابه دو مثلث CDO و $CD'O'$ می‌توان نوشت $(|\vec{r}| = R)$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \cong \frac{\widehat{cd}}{r} = \frac{v\Delta t}{r} \quad , \Delta t \Rightarrow 0 \Rightarrow |\Delta\vec{r}| \cong \widehat{cd}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow |a_r| = \frac{v^2}{r} \qquad (۳-۱۶)$$

همان‌گونه که از شکل معلوم است $\vec{a}_r$ هم جهت با $\Delta\vec{r}$ است یعنی $a_r = -\frac{v^2}{r} r$

بنابراین مقدار شتاب لحظه‌ای برابر با قدر مطلق $|a| = \frac{v^2}{r}$ است. به این شتاب، شتاب جانب به مرکز نیز می‌گویند.

برای حرکت دورانی یکنواخت شتاب a را می‌توان این‌گونه نوشت. $a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ و $T = \frac{2\pi r}{v}$ که در اینجا T بسامد یا زمان برای یک دور چرخش از رابطه زیر به دست می‌آید چنان چه در این حرکت شتاب دارای مؤلفه‌ای مماسی باشد این مؤلفه باعث تغییر اندازه سرعت می‌شود. در این حالت با حرکت پیچیده‌تری سر و کار داریم و شتاب کل می‌شود.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}, \vec{v} = e_\theta v \Rightarrow a = \frac{dv}{dt} e_\theta + v\frac{de_\theta}{dt} = a_\theta e_\theta - e_r \frac{v^2}{r} \Rightarrow \vec{a} = a_\theta e_\theta + a_r e_r$$

که در آن $a_r = -\frac{v^2}{r}$ و مقدار آن برابر است با :

$$|a| = \sqrt{a_\theta^2 + a_r^2} \qquad (۳-۱۷)$$

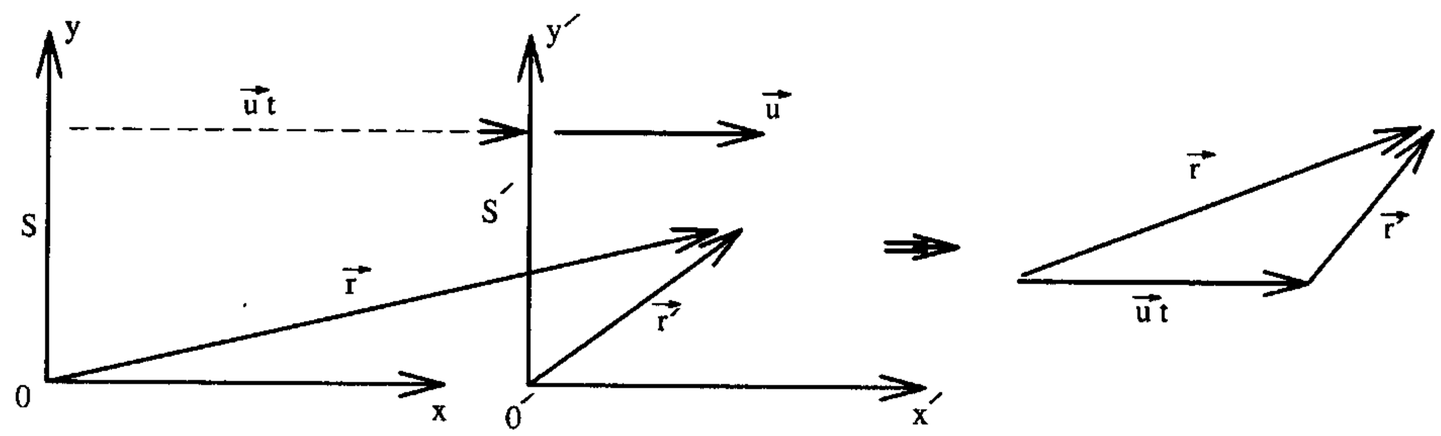
۳-٤ حرکت نسبی

غالباً پیش می‌آید که ذرات مورد بررسی ما در محیطهایی حرکت می‌کنند که در حال تغییر است مانند قایقی که در یک رودخانه حرکت می‌کند و یا یک هواپیما که درون یک مسیر که باد شدیدی در آن می‌وزد حرکت می‌کند. در این حالت سرعت حرکت ذرات نسبت به محیط حرکت آن (مثلاً رودخانه برای قایق) و ناظر زمینی متفاوت است. در این گونه موارد بهتر است از دو دستگاه مختصات استفاده شود. یکی دستگاه مختصات متصل به محیط و یکی دستگاه مختصات متصل به زمین.

مثال نوعی این نکته زمانی پیش می‌آید که بخواهیم نوع حرکت فردی را درون قطاری متحرک بررسی کنیم. فرض کنید قطار با شتاب a در حال حرکت است و یک نفر در این قطار با سرعت ثابت v در حال حرکت است در این حالت حرکت این فرد نسبت به ناظر درون قطار حرکت یکنواخت با

سرعت ثابت است اما این فرد نسبت به ناظر زمینی دارای حرکت شتابدار است در زیر به بررسی حرکت ذرات در دو دستگاه مختصات و رابطه بین آنها خواهیم پرداخت.

دو ناظر را در نظر می‌گیریم که اولی نسبت به زمین ساکن است (s) و دومی نسبت به زمین حرکت مستقیم الخط یکنواخت دارد (S´) ، این وضعیت در شکل زیر نشان داده شده است.



در شکل فوق دو دستگاه مختصات s, s´ نسبت به یکدیگرحرکت انتقالی دارند. (در t = ۰ ، مبدأ o´ بر o منطبق است)

ناظر ساکن در چارچوب مرجع s و ناظرمتحرک در چارچوب مرجع S´ قرار دارند با توجه به این شکل بردار r حاصل جمع برداری r´ و ut است:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{u} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}' + \vec{u} \qquad (۳-۱۸)$$

سرعت جسم نسبت به S´

سرعت جسم نسبت به چارچوب مرجع S

معادله فوق یعنی سرعت جسم نسبت به دستگاه مختصات S برابر است با حاصل جمع برداری سرعت جسم نسبت به S´ و سرعت دستگاه مختصات S´ نسبت به S.

بنابراین دو ناظر که نسبت به یکدیگر در حال حرکت انتقالی یکنواخت هستند، سرعتهای متفاوتی برای یک جسم متحرک اندازه می‌گیرند و از تفاضل این دو سرعت می‌توانند سرعت نسبی خودشان را تعیین کنند.

$$\vec{u} = \vec{v} - \vec{v}' \qquad (۳-۱۹)$$

اگر از رابطه (۳-۶) نسبت به زمان مشتق بگیریم، شتاب جسم نسبت به دستگاه مختصات S به دست می‌آید.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{u}}{dt} \qquad (۳-۲۰)$$

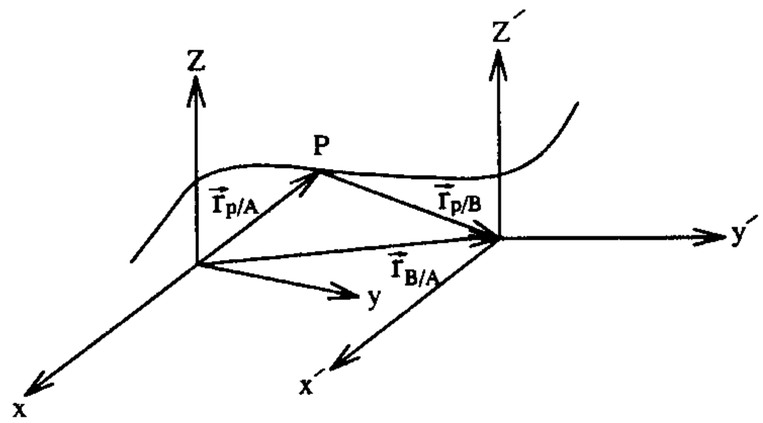
ولی چون $\vec{u}$ ثابت است بنابراین $\frac{d\vec{u}}{dt}=0$ ، $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d\vec{v}'}{dt}\Rightarrow \vec{a}=\vec{a}'$ یعنی در تمام چارچوبهای مرجع که نسبت به یکدیگرحرکت مستقیم الخط یکنواخت دارند، شتاب متحرک مورد آزمایش یکسان است.

توجه: اگر u ثابت نباشد آنگاه داریم:

$$\vec{a}=a'+\frac{du}{dt}=\vec{a}'+\vec{a}_u \qquad (۳-۲۱)$$

دو دستگاه xyz ، $x'y'z'$ را در نظر می‌گیریم به طوری که دستگاه $x'y'z'$ نسبت به دستگاه xyz با سرعت v در حال حرکت باشد می‌خواهیم بردار مکان سرعت و شتاب را حساب کنیم.

$$\begin{cases}\vec{r}_{BA}=\vec{r}_{PA}-\vec{r}_{PB}\\ \vec{v}_{BA}=\vec{V}_{PA}-\vec{V}_{PB}\\ \vec{a}_{BA}=\vec{a}_{PA}-\vec{a}_{PB}\end{cases} \qquad (۳-۲۲)$$



نکته اول: هرگاه بخواهیم سرعت نسبی و شتاب نسبی دو متحرک A,B را نسبت به یکدیگر بسنجیم می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم.

$$\begin{cases}\vec{v}_{AB}=\vec{v}_A-\vec{v}_B\\ \vec{v}_{BA}=\vec{v}_B-\vec{v}_A\\ \vec{a}_{AB}=\vec{a}_A-\vec{a}_B\\ \vec{a}_{BA}=\vec{a}_B-\vec{a}_A\end{cases} \qquad (۳-۲۳)$$

سرعت جسم A نسبت به زمین $=\vec{v}_A$

سرعت جسم B نسبت به زمین $=\vec{v}_B$

شتاب جسم A نسبت به زمین $=\vec{a}_A$

شتاب جسم B نسبت به زمین $=\vec{a}_B$

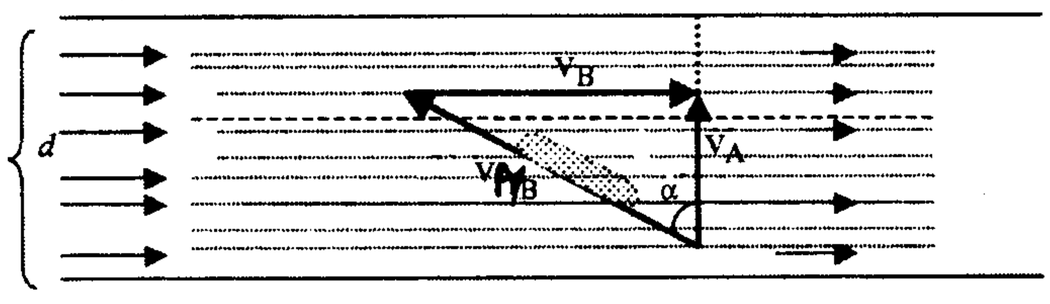
نکته دوم: اگر قایقی بخواهد به طور عمودی عرض رودخانه‌ای را که سرعت جریان آب آن v_B می‌باشد قطع کند، باید راستای حرکت قایق مطابق شکل نسبت به عرض رودخانه زاویه α بسازد به طوری که داشته باشیم.

$$\begin{cases}v_{AB}=\vec{v}_A-\vec{v}_B\\ v_{AB}^{۲}=v_B^{۲}+v_A^{۲}\\ d=v_A t\\ \alpha=\tan^{-۱}\frac{v_B}{v_A}\end{cases} \qquad (۳-۲۴)$$

سرعت حرکت قایق نسبت به زمین $=\vec{v}_A$

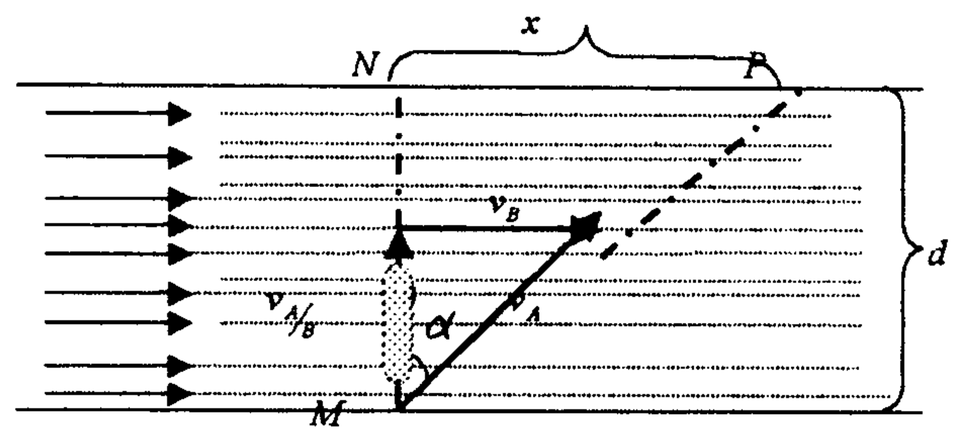
سرعت حرکت آب نسبت به زمین $=\vec{v}_B$

مدت زمانی است که طول می‌کشد تا قایق عرض رودخانه را طی کند.



نکته سوم هرگاه قایقی بخواهد در راستای عمود بر جریان آب نسبت به آب رودخانه حرکت نماید، راستای حرکت آن با عرض رودخانه زاویه α می‌سازد به طوری که خواهیم داشت:

$$\left|\begin{array}{l} v_{AB} = \sqrt{v_A^2 - v_B^2} \\ \vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B \\ d = v_{AB}t \\ NP = x \\ MP = v_A t \\ x = v_{AB}t \\ \tan\alpha = \dfrac{v_B}{v_{AB}} \end{array}\right. \qquad (۳\text{-}۲۵)$$



۵-۳ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- از رابطه $\vec{v} = 5\vec{i} + (-9/8t + 5\sqrt{3})\vec{j}$ استفاده کرده شتاب لحظه‌ای را محاسبه کنید؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک زمین شناسی و معدن ۷۷)

۱- $5\vec{i} - 9/8\vec{j}$ ۲- ۰

۳- $(-9/8 - 5\sqrt{3})\vec{j}$ ۴- $-9/8\vec{j}$

۲- متحرکی بر روی یک منحنی به معادله $y = x^2 + 1$ در حرکت است، به طوری که سرعت آن در راستای محور x همواره ثابت است و برابر با ۳m/s می‌باشد، سرعت این متحرک در نقطه A (۲،۵) چند متر بر ثانیه است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک هواشناسی ۸۰)

۱- $\sqrt{17}$ ۲- ۵ ۳- $\sqrt{45}$ ۴- $\sqrt{153}$

۳- سرعت متوسط متحرکی بین دو نقطه A(۷و۱-) و B(۳و۳) کدام است؟ متحرک فاصله بین این دو نقطه را در ۲ ثانیه طی نموده است. **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)**

۱- $7\vec{j} + \vec{i}$ ۲- $2\vec{j} - 2\vec{i}$ ۳- $4\vec{i} - 4\vec{j}$ ۴- $2\vec{i} - 2\vec{j}$

۴- معادلات‌حرکت جسمی به صورت $x = 2t$ و $y=t^2$ است که در آن t نمایشگر زمان بر حسب ثانیه و x و y بر حسب متر هستند. این جسم با سرعت ... و شتاب ... در حرکت است.

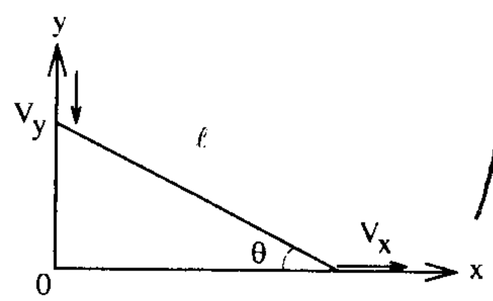
(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

۱- $4\,m/s^2 - \sqrt{4 + 4t^2}\,m/s$ ۲- $2\,m/s^2 - \sqrt{x^2 + y^2}\,m/s$

۳- $2\,m/s^2 - \sqrt{4 + x^2}\,m/s$ ۴- $4\,m/s^2 - \sqrt{4 + 2y}\,m/s$

۵- میله یکنواخت AB به طول l بر سطوح قائم و افقی oy و ox تکیه کرده در حال لغزش است. اگر ضریب اصطکاک لغزشی برای هر دو سطح برابر با μ باشد، نسبت سرعتهای نقاط A و B $\frac{vx}{vy}$ با کدام مقدار برابر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری ـ نقشه برداری ۷۹)



۱- $-\tan\theta$

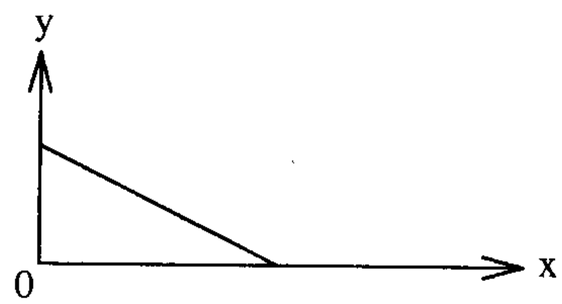
۲- $\mu-\tan\theta$

۳- $-\cot an\theta$

۴- $\mu-\cot an\theta$

۶- نردبانی به طول ۵ متر روی سطح افقی و دیوار قائمی مطابق شکل تکیه دارد. با لغزش نردبان، در لحظه‌ای که اندازه سرعت لغزش لبه روی زمین $۲\frac{m}{s}$ و فاصله آن تا دیوار ۳ متر است، اندازه سرعت لغزش لبه بالا چند متر بر ثانیه است؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۰)



۱- ۲/۶

۲- ۱/۵

۳- ۴

۴- صفر

۷- توپی از زمین به طرف هوا پرتاب می‌شود، در ارتفاع ۹/۱ متری سرعت آن به صورت $V = ۷/۶i + ۶/۱j$ بر حسب متر بر ثانیه است. توپ در نهایت تا چه ارتفاعی بالا خواهد رفت؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- ۲۱m ۲- ۱/۱m ۳- ۱۱m ۴- ۲۰m

۸- معادله مکان برای ذره‌ای به صورت $\vec{r} = Lnt^{۲}\vec{i} + \tan ۴t\vec{j} + \cos ۲t\vec{k}$ می‌باشد معادله شتاب را بر حسب زمان به دست آورید؟

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه آزاداسلامی ژئوفیزیک« بازمینه زمین شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $-\frac{۲}{t^{۲}}\vec{i} + (۴\sec^{۳} - ۴\tan ۴t)\vec{j} - (۴\cos ۲t)\vec{k}$

۲- $-\frac{۲}{t^{۲}}\vec{i} + (۴\sec^{۳} ۴t\tan^{۲} ۴t)\vec{j} - (۴\cos ۲t)\vec{k}$

۳- $-\frac{۲}{t^{۲}}\vec{i} + (۳۲\sec^{۲} ۴t\tan ۴t)\vec{j} - (۴\cos ۴t)\vec{k}$

۴- $-\frac{۲}{t^{۲}}\vec{i} + (۴\sec^{۲} ۴t\times\frac{۱}{\cos^{۲} ۴t})\vec{j} - (۴\cos ۲t)\vec{k}$

۹- سنگی از ارتفاع ۱۹۶m با سرعت اولیه ۱۵m/s در امتداد افق C پرتاب می‌شود. فاصله برخورد تا پای نقطه پرتاب چند متر است؟

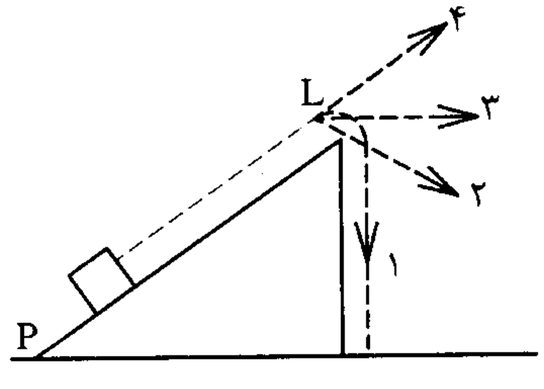
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک زمین شناسی و معدن و علوم فیزیک و ریاضی ۷۸)

۱- $۳۰\sqrt{۱۰}m$ ۲- $۱۰\sqrt{۱۰}m$ ۳- $۲۰\sqrt{۱۰}m$ ۴- $۴۰\sqrt{۱۰}m$

۱۰- توپی از زمین به هوا پرتاب شده است. سرعت آن در ارتفاع ۹/۱ متری از رابطه $v = ۷/۶i + ۵/۱j$ به دست می‌آید(محور x افقی و محور y قائم است). این توپ حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)**

۱- ۶m ۲- ۲۰m ۳- ۱۱m ۴- ۱۸m

۱۱- جسمی با سرعت اولیه .V مسیر PL را روی سطح شیب‌دار طی می‌کند. در نقطه L برای ادامه حرکت چهار مسیر در شکل نشان داده شده است.کدام‌یک به طور قطع درست نیست؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)**



۱- ۱ ۲

۲- ۱ ۴

۳- ۲ ۳

۴- ۲ ۴

۱۲- در یک حرکت پرتابه معادله ارتفاع اوج برابر است با :

۱- $\frac{v_0^2 \sin ۲\alpha}{g}$ ۲- $\frac{v.\sin^2 ۲\alpha}{g}$

۳- $\frac{v_0^2 \sin^2 ۲\alpha}{g}$ ۴- $\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{۲g}$

۱۳-در یک حرکت پرتابه با زاویه θ زمان اوج از رابطه زیر به دست می‌آید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه‌زمین‌شناسی‌و علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $\frac{v_0 \sin \alpha}{۲g}$ ۲- $\frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ ۳- $\frac{v_0^2 \sin \alpha}{g}$ ۴- $\frac{۲v_0 \sin \alpha}{g}$

۱۴- در حرکت پرتابی که زاویه ۶۰ درجه است اگر زاویه پرتاب را نصف کنیم سرعت اولیه چقدر باشد تا برد تغییر نکند؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۷)

۱- $\frac{1}{2}\vec{v}_0$ ۲- $\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{v}_0$ ۳- $\sqrt{3}\vec{v}_0$ ۴- $\vec{v}_0$

۱۵- گلوله‌ای آزادانه از هواپیمایی رها می‌شود که به طور یکنواخت در راستای افقی در حال حرکت است. از دید خلبان هواپیما، مسیر گلوله چگونه است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- خط راست و قائم ۲- سهمی رو به جلو ۳- سهمی رو به عقب ۴- خط راست و مورب

۱۶- بچه‌ای سنگی را به وسیله نخی به طول5m در یک دایره افقی ۲ متر بالاتر از زمین می‌چرخاند نخ پاره می‌شود و سنگ به طور افقی پرتاب می‌شود و ۱۰ متر دورتر به زمین می‌خورد شتاب مرکز گرای سنگ در هنگام حرکت دایره‌ای چقدر بوده است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- $180 m/s^2$ ۲- $160 m/s^2$ ۳- $120 m/s^2$ ۴- $90 m/s^2$

۱۷- هواپیمایی در ارتفاع ۲۰۰۰ متری به طور افقی نسبت به زمین با سرعت ۶۰۰ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند خلبان می‌خواهد هدفی را در روی زمین بمباران کند در چه فاصله قبل از رسیدن به قائم هدف باید بمب رها شود تا به هدف اصابت کند؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاداسلامی‌ژئوفیزیک«بازمینه‌زمین‌شناسی‌وعلوم‌فیزیک‌وریاضی»۷۸)

۱- ۱۲۰ متر ۲- ۲۰ متر ۳- ۱۳۰ متر ۴- ۲۶۰ متر

۱۸- برد پرتابه‌ای دو برابر ارتفاع اوج آن است. تانژانت زاویه پرتاب آن کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک۷۶)

۱- $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۲- ۱ ۳- $\sqrt{3}$ ۴- ۲

۱۹- گلوله‌ای تحت زاویه α با سرعت اولیه $v_0 = 100 m/s$ پرتاب می‌شود و پس از ۱۰S به سطح افق پرتاب بازمی‌گردد. زاویه‌میان‌سرعت‌اولیه‌گلوله و سرعت بازگشت به سطح افق چقدر است؟ (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- 30° ۲- 45° ۳- 50° ۴- 90°

۲۰- هواپیمایی با سرعت افقی $۱۰۰\sqrt{۵}\ m/s$ در حال پرواز است. این هواپیما بمبی را به سمت زمین رها می‌کند که پس از مدت ۲۰S به زمین می‌رسد. اگر شتاب ثقل برابر با $۱۰\ m/s^۲$ باشد، سرعت اصابت بمب به زمین مساوی است با:

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۷)

۱- $۱۰۰\sqrt{۵} + ۲۰۰\ m/s$
۲- $۱۰۰\sqrt{۵}\ m/s$
۳- $۲۰۰\ m/s$
۴- $۳۰۰\ m/s$

۲۱- دو دیوار قائم به ارتفاع ۴۵ متر و به فاصله ۰/۲ متر موازی قرار گرفته‌اند. توپی با تندی ۲ متر بر ثانیه به طور افقی از بالای دیواری به دیوار دیگر پرتاب می‌کنیم. پس از برخوردهای متوالی کشسان با دیوارها به زمین می‌رسد. اگر $g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲}$ فرض شود، تعداد برخوردها به دو دیوار کدام است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)**

۱- ۸
۲- ۱۲
۳- ۱۵
۴- ۲۰

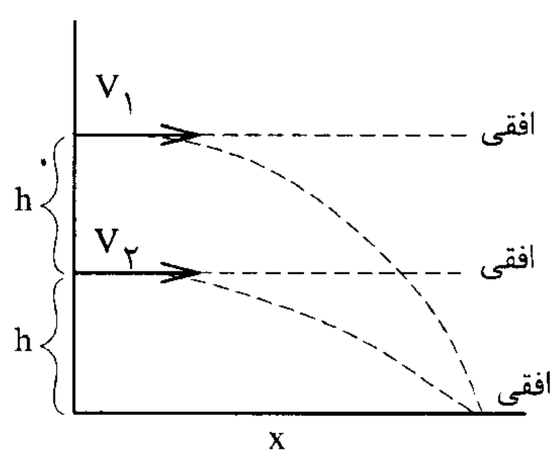
۲۲- فوتبالیستی توپی را که در ارتفاع ۱/۲ متری بالاتر از زمین قرار دارد طوری ضربه می‌زند که زاویه پرتاب آن ۴۵° و سرعت اولیه آن ۳۳m/s باشد. در فاصله ۹۸ متری از محل پرتاب، توپ در چه ارتفاعی قرار می‌گیرد؟ $g = ۹/۸ m/s^۲$

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد رشته مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۸m
۲- ۱۵m
۳- ۲۰m
۴- ۱۲/۸m

۲۳- با توجه به شکل نسبت سرعتها $\frac{v_۱}{v_۲}$ چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)



۱- $\frac{۱}{۴}$
۲- $\frac{۱}{\sqrt{۲}}$
۳- ۱
۴- $\sqrt{۲}$

۲۴- ذره‌ای با سرعت $\vec{V} = (V\cos\theta\vec{i} + V\sin\theta\vec{j})$ در میدان جاذبه زمین $g = -g\vec{k}$ پرتاب می‌شود. اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم زاویه بین بردارهای شتاب و سرعت در لحظه t عبارت است از : **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)**

۱- $\frac{\pi}{2}$

۲- $\frac{\pi}{2} + \text{Arc}\tan\frac{-gt + V\sin\theta}{V\cos\theta}$

۳- $\text{Arc}\tan\frac{-gt + V\sin\theta}{V\cos\theta}$

۴- $\frac{\pi}{2} - \text{Arc}\tan\frac{-gt + V\sin\theta}{V\cos\theta}$

۲۵- توپی را از بالای ساختمانی به ارتفاع H به طور افقی طوری پرتاب می‌کنیم که وارد پنجره‌ای به ارتفاع h از سطح زمین می‌شود h<H اگر بلندی پنجره d و فاصله افقی دو ساختمان x باشد حداکثر سرعت اولیه عبارت است از:

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۸۰)

۱- $\sqrt{\frac{gx^2}{2(H-d-h)}}$

۲- $\sqrt{\frac{2(H+d-h)}{gx^2}}$

۳- $\sqrt{\frac{2x^2}{g(H-d-h)}}$

۴- $\frac{2gx}{H-d+h}$

۲۶- پرتابه‌ای که با سرعت اولیه v_0 شلیک شده است، از دو نقطه در ارتفاع h بالای سطح افقی، عبور می‌کند.اگر زاویه‌لوله‌تفنگ برای برد ماکزیمم تنظیم‌شده باشد، فاصله افقی بین‌این‌دونقطه‌کدام‌است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)**

۱- $\frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 - 4gh}$

۲- $\frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 - 2gh}$

۳- $\frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 - 2gh}$

۴- $\frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 4gh}$

۲۷- بالنی با سرعت ۱۰ m/s در حال صعود است . گلوله‌ای با سرعت ۱۰ m/s در امتداد افق از آن پرتاپ می‌شود و جهت سرعت اولیه گلوله نسبت به ناظر روی زمین چگونه است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی۷۴)

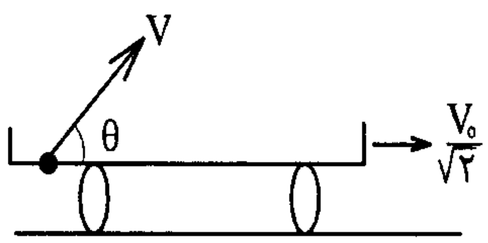
۱- $10\sqrt{2}$ با زاویه ۳۰ درجه

۲- $10\sqrt{2}$ با زاویه ۴۵ درجه

۳- ۱۰ با زاویه ۳۰ درجه

۴- ۱۰ با زاویه ۴۵ درجه

۲۸- از روی واگنی که با تندی ثابت $\frac{V_\circ}{\sqrt{۲}}$ در جاده مستقیمی در حرکت است، گلوله‌ای با سرعت‌اولیه $v_\circ$ و زاویه $\theta_\circ$ نسبت به ناظرساکن در واگن‌پرتاب می‌شود. زاویه $\theta_\circ$ چقدر باشدتا از دید ناظرساکن بر روی زمین، بردگلوله بیشینه باشد؟(سرعت‌واگن‌همواره‌ثابت است). **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۰)**



۱- $\theta_\circ = ۴۵^\circ$

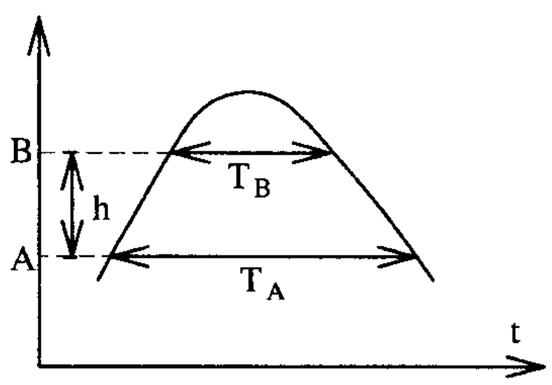
۲- $\tan\theta_\circ = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۳- $\mathrm{Sin}\theta_\circ - \mathrm{Cos}\theta_\circ = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۴- $\mathrm{Cos}\theta_\circ - \mathrm{Sin}\theta_\circ = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۲۹ - پرتابه‌ای را مطابق شکل به بالا پرتاب کرده‌ایم چنان چه T_A و T_B زمان عبور پرتابه از دو نقطه مفروض بر خطوط افقی باشند ، مقدار شتاب گرانشی g کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)



۱- $\frac{۸h}{T_A^۲ + T_B^۲}$

۲- $\frac{۸h}{T_A^۲ - T_B^۲}$

۳- $\frac{۲h}{T_A^۲ - T_B^۲}$

۴- $\frac{۲h}{T_A^۲ + T_B^۲}$

۳۰- ذره‌ای در مسیر دایره‌ای شکل با شعاع ثابت b حرکت می‌کند اگر تندی ذره با زمان طبق معادله V=Ct تغییر کند نشان دهید که زاویه بین بردار سرعت و بردار شتاب در زمان $t = \sqrt{\frac{b}{c}}$ برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی – حالت جامد ۷۹)

۱- ۹۰° ۲- ۶۰° ۳- ۹۰° ۴- ۳۰°

۳۱- دوچرخه سواری با سرعت خطی$16m/s$ مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۴ متر را طی می‌کند شتاب جانب مرکزدوچرخه سوار را حساب کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک و ریاضی۷۸)

۱- $64m/s^2$ ۲- $32m/s^2$

۳- $16m/s^2$ ۴- $84m/s^2$

۳۲- کدام گزینه در مورد بردار شتاب در حرکت یک متحرک بر روی یک مسیر منحنی، درست می‌باشد ؟ (کنکور کارشناسی مهندسی نساجی۷۸)

۱- بردار شتاب ، همواره به سمت تحدب منحنی مسیر اشاره دارد.

۲- بردار شتاب ، همواره به سوی تقعر منحنی مسیر اشاره دارد.

۳- بردار شتاب عمود بر بردار سرعت است.

۴- بردار شتاب ، در امتداد بردار سرعت ولی مختلف الجهت با آن است.

۳۳- شتاب نرمال برای جسمی که بر روی یک مسیر منحنی شکل به شعاع ۴ متر در حرکت است ، از رابطه $a_n = \frac{1}{1+t}$ به دست می‌آید که درآن t زمان را بر حسب ثانیه نشان می‌دهد، شتاب مماسی این جسم از کدام رابطه حاصل می‌شود؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۶)

۱- $\pm\frac{1}{\sqrt[2]{(1+t)^2}}$ ۲- $\pm\frac{2}{\sqrt{(1+t)}}$

۳- $\pm\frac{1}{\sqrt{(1+t)^3}}$ ۴- $\pm\frac{1}{\sqrt[2]{(1+t)^3}}$

۳۴- برف در راستای قائم و با سرعت ثابت$8\ m/s$ می‌بارد . به نظر راننده‌ای که در جاده مستقیمی با سرعت$50\ km/h$ حرکت می‌کند ذرات برف با چه سرعتی سقوط می‌کند؟

(کنکور کارشناسی دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- $16\ m/s$ ۲- $12/3m/s$

۳- $10m/s$ ۴- $8m/s$

۳۵- قطاری با سرعت۲۷ m/s در زیر بارانی که به دلیل وزش باد متمایل به جنوب است به سمت جنوب حرکت می‌کند. از دید ناظری که بر روی زمین ایستاده است مسیر قطره‌های باران با راستای قائم زاویه °۲۱/۶ می‌سازد. ولی ناظری که در قطار نشسته است رد قطره‌های باران را بر شیشه پنجره کاملاً قائم می‌بیند . سرعت قطره‌های باران نسبت به زمین چقدر است ؟ $\sin ۲۱/۶^\circ = ۰/۳۷$

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

۱- ۵۰/۶m/s ۲- ۷۳/۳m/s ۳- ۳۸/۵m/s ۴- ۹۰/۶m/s

۳۶- قایقی با سرعت ۳km/hنسبت به آب می‌خواهد عرض رودخانه‌ای را طی کند اگر آب نسبت‌به ساحل باسرعت۲km/h درحرکت‌باشد سرعت‌قایق‌نسبت به ساحل را حساب کنید ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک«بازمینه‌زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک وریاضی»۷۸)

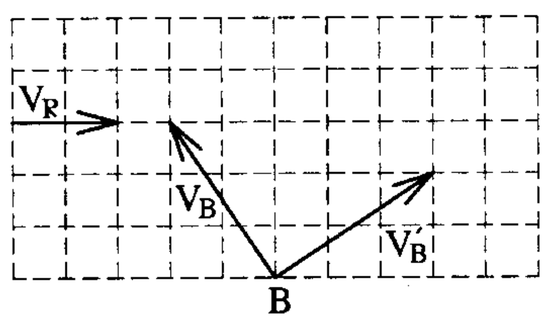
۱- ۴/۹۱km/h ۲- ۵/۲۲ km/h ۳- ۲/۸km/h ۴- ۳/۶۱km/h

۳۷- سرعت جریان آب رودخانه‌ای V_R است . از نقطه B دو قایق به سرعتهای, V_B V'_B حرکت می‌کنند و به ترتیب پس از زمانهای t_1، t_2 به ساحل مقابل می‌رسند نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- $\frac{1}{3}$ ۲- $\frac{1}{2}$

۳- ۱ ۴- $\frac{2}{3}$



۳۸- اتومبیلی با سرعت ثابت ۶۰ km/h در حرکت است این اتومبیل به مدت ۱۰ دقیقه به طرف شمال و ۲۰ دقیقه به طرف شرق در حرکت است . سرعت متوسط اتومبیل چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی زمین شناسی و معدن ۷۷)

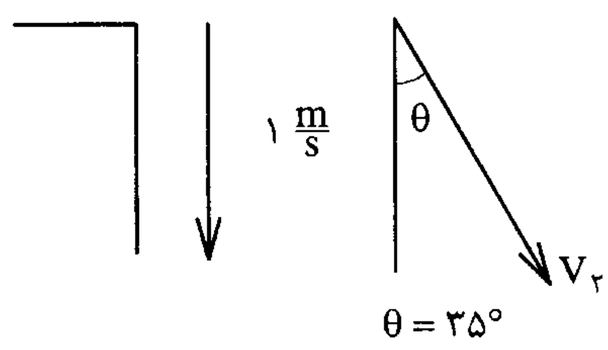
۱- ۲۰km/h ۲- $۲۲\sqrt{۵}$km/h ۳- $۲۰\sqrt{۵}$km ۴- $۱۹\sqrt{۵}$km/h

۳۹- برف با تندی ۸m/s به طور قائم می‌بارد . از دید راننده اتومبیلی که در جاده مستقیم با تندی ۵۰km/h حرکت می‌کند ، سقوط دانه‌های برف با چه زاویه‌ای نسبت به خط قائم به نظر می‌رسد . **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۸۰)**

۱- ۳۰° ۲- ۶۰° ۳- ۴۵° ۴- ۹۰°

GRE -۴۰

یک دانش آموز ، در بالای پرتگاه ۵۰ متری ایستاده است . او سنگی را با سرعت ۱m/s به طرف پایین پرتاب می‌کند . با چه سرعتی او باید سنگ دوم را ۰/۵ ثانیه بعد تحت زاویه ۳۵ درجه پرتاب کند تا هر دو سنگ هم زمان به زمین برسند؟



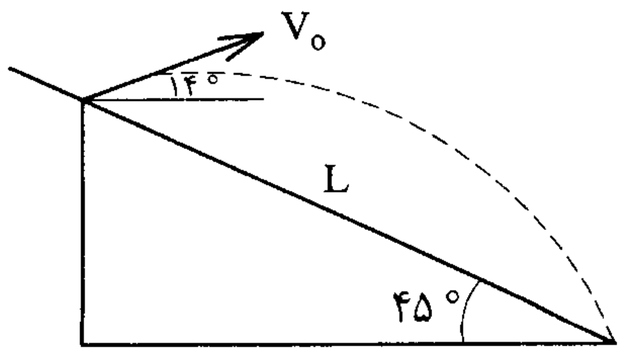
۱- ۳/۲۸m/s ۲- ۲ m/s
۳- ۴ m/s ۴- ۱/۵۱ m/s
۵- ۸/۶ m/s

۴۱- یک توپ به طور افقی از بالای برجی به ارتفاع ۴۰ متر پرتاب می‌شود ، توپ در فاصله ۸۰ متری از پایین برج برخورد می‌کند . زاویه‌ای را که بردار با امتداد افق درست قبل از برخوردبا زمین می‌سازد چقدر است؟

۱- ۳۱۵ درجه ۲- ۴۱ درجه ۳- صفردرجه ۴- ۹۰ درجه
۵- ۸۲ درجه

GRE -۴۲

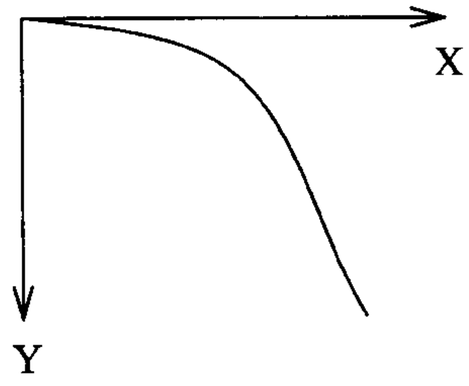
اسکی بازی محل پرش اسکی را تحت زاویه ۱۴ درجه و با سرعت اولیه ۱۱m/s ترک می‌کند . سپس پایین شیب به فاصله L از جایی که پرش را شروع کرده بود فرود می‌آید. اگر شیب سطح شیب دار ۴۵ درجه باشد L را بیابید .



۱- متر ۲۰/۵ ۲- ۴۱/۱
۳- متر ۸۲ ۴- متر ۶۱/۵
۵- متر ۱۰/۲

(GRE) – ۴۳

ذره‌ای در نقطه O (طبق شکل)بالای یک شیار بدون اصطکاک منحنی وار ، در حالت سکون قرار دارد . مختصات x و y این شیار نازک در سیستم واحد بدون بعد توسط رابطه $Y = X^{۲}/۴$ به هم مربوط می‌شوند . طبق شکل محور yها عمودی و جهت مثبت آن به طرف پایین است . وقتی ذره لغزش خود را در این شیار آغاز می‌کند شتاب مماسی آن چقدر خواهد بود ؟



۱- صفر

۲- g

۳- $\frac{gx}{۲}$

۴- $\frac{gx}{\sqrt{x^{۲}+۴}}$

۵- $\frac{gx^{۲}}{\sqrt{x^{۲}+۱۶}}$

۴۴- آب در رودخانه‌ای به عرض D با تندی u جریان دارد . قایق‌رانی با تندی V می‌تواند پارو بزند . قایق‌ران از یک ساحل رودخانه چنان پارو می‌زند که درست به نقطه روبه‌روی نقطه شروع در ساحل مقابل برسد و دوباره به نقطه اولیه باز می‌گردد . زمان این حرکت رفت و برگشتی کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)**

$(v > u)$

۱- $\frac{۲D}{v}$

۲- $\frac{۲D}{\sqrt{v^{۲}-u^{۲}}}$

۳- $\frac{۲Du}{v^{۲}-u^{۲}}$

۴- $D(\frac{۱}{\sqrt{v^{۲}-u^{۲}}}+\frac{۱}{\sqrt{v^{۲}+u^{۲}}})$

۶-۳ پاسخنامه تشریحی

۱-۴)

$$\vec{v} = \vec{۵}i + (-۹/۸t + ۵\sqrt{۳})\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = ۰ + (-۹/۸ + ۰)\vec{j} = -۹/۸\vec{j}$$

۲-۴)

$$V_x = ۳\frac{m}{s}$$ همواره ثابت

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(x^۲ + ۱) = ۲x\frac{dx}{dt} = ۲xV_x = ۶x$$

در نقطه $A(۲,۵)$ داریم $x = ۲$ بنابراین $= V_y = ۶(۲) = ۱۲\frac{m}{s}$

$$V = \sqrt{V_X^۲ + V_y^۲} = \sqrt{(۳)^۲ + (۱۲)^۲} = \sqrt{۱۵۳}$$

۳-۲)

$$\vec{V} = \frac{\vec{r}_۲ - \vec{r}_۱}{t}\begin{cases}\vec{r}_۱ = ۷\vec{i} - \vec{j} \\ \vec{r}_۲ = ۳\vec{i} + ۳\vec{j}\end{cases} \Rightarrow \vec{V} = \frac{۳\vec{i} + ۳\vec{j} - ۷\vec{i} + \vec{j}}{۲} = \frac{۳\vec{i} - ۷\vec{i}}{۲} + \frac{۳\vec{j} + \vec{j}}{۲} = -۲\vec{i} + ۲\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{V} = ۲\vec{j} - ۲\vec{i}$$

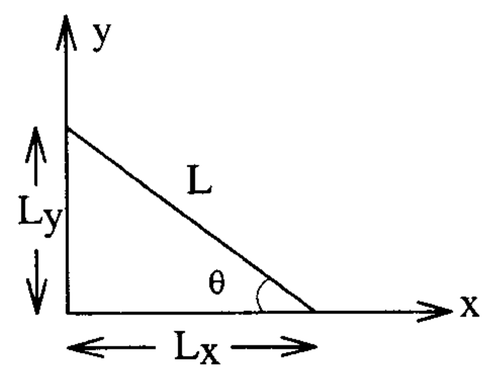
۴-۳)

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{i} = ۲t\vec{i} + t^۲\vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = ۲\vec{i} + ۲t\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} v_x = ۲ \\ v_y = ۲t\end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^۲ + v_y^۲} = \sqrt{۴ + ۴t^۲} = \sqrt{۴ + x^۲}\,\frac{m}{s}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = ۲\vec{j} \Longrightarrow \begin{cases} a_x = ۰ \\ a_y = ۲\end{cases} \Rightarrow a = \sqrt{a_x^۲ + a_y^۲} = \sqrt{۰^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۴} \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

۵-۱)

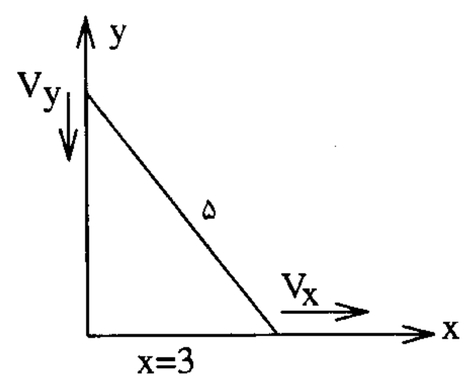


$$L_x^۲ + L_y^۲ = L^۲ \Rightarrow L_x = \sqrt{L^۲ - L_y^۲}$$

$$V_x = \frac{dL_x}{dt} = \frac{-۲L_y(\frac{dL_y}{dt})}{۲\sqrt{L^۲ - L_y^۲}} = -(\frac{L_y}{L_x})V_y = -\tan\theta Vy$$

$$\Rightarrow \frac{v_x}{v_y} = -\tan\theta$$

۶-۲)



$$y^۲ + x^۲ = (۵)^۲ = ۲۵ \qquad , x = ۳ \Rightarrow y = ۴$$

$$y = \sqrt{۲۵ - x^۲} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = V_y = \frac{-۲x(\frac{dx}{dt})}{۲\sqrt{۲۵ - x^۲}}$$

$$\Rightarrow V_y = \frac{-xVx}{y} \Rightarrow Vy = \frac{-۳}{۴}(۲) = -\frac{۳}{۲}$$

بنابراین اندازه V_y برابر $\frac{۳}{۲}$ می‌باشد.

۷-۳)

$$\vec{V} = ۷/۶\vec{i} + ۶/۱\vec{j} \qquad , y = ۹/۱m$$

$$\Rightarrow V_y = ۶/۱m \qquad ,(۶/۱)^۲ - (V_{oy})^۲ = ۲(-۹/۸)(۹/۱) \Rightarrow v_{oy}^۲ = ۲۱۵/۵۷$$

$$y = h \Rightarrow V_y = ۰ \Rightarrow ۰ - V_{oy}^۲ = ۲(-۹/۸)(h) \Rightarrow h = \frac{V_{oy}^۲}{۲(۹/۸)} = ۱۱m$$

۸-۳)

$$\vec{r} = Lnt^۲\vec{i} + \tan ۴t\vec{j} + \cos ۲t\vec{k}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -\frac{۲}{t}\vec{i} + ۴\sec^۲ ۴t\vec{j} - ۲\sin ۲t\vec{k} \quad ,\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{-۲}{t^۲}i + ۳۲\tan ۴t\sec^۲ ۴t\vec{j} - ۴(\cos ۴t)\vec{k}$$

(۹-۱

$$\Rightarrow \theta_\circ = \circ$$

$$y = y_\circ + x\tan\theta_\circ - \frac{gx^۲}{۲V_\circ^۲\cos^۲\theta} \Rightarrow \circ = ۱۹۶ + x(\circ) - \frac{(۹/۸)x^۲}{۲(۱۵)^۲(۱)^۲}$$

$$\Rightarrow x = ۳\circ\sqrt{۱\circ}$$

(۱۰-۳

اگر ارتفاع ۹/۱ را سطح پرتاب فرض می‌کنیم بنابراین :

$$V = ۷/۶\vec{i} + ۵/۱\vec{j} \Rightarrow V_\circ y = ۵/۱ = V_\circ \sin\theta_\circ$$

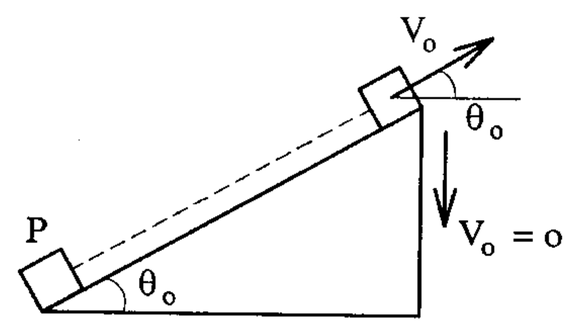
$$\Rightarrow \text{اوج } y = \frac{V_{\circ y}^۲}{۲g} = \frac{(۵/۱)^۲}{۲(۹/۸)} = ۱/۳۲$$

بنابراین نقطه اوج نسبت به زمین عبارت است از :

$$h = ۱/۳۲ + ۹/۱ = ۱\circ/۴۲$$

(۱۱-۳

در انتهای مسیر اگر دارای سرعت باشد حرکت یک پرتابه با سرعت $\vec{V}_\circ$ و تحت زاویه $\theta_\circ$ خواهد بود که مسیر ۴ است و اگر سرعت آن صفرشده باشد (در اثر اصطکاک) سقوط خواهد کرد که مسیر ۱ است.



(۱۲-۴

در حرکت پرتابه $y_y = V_\circ \sin\theta - gt$, در اوج $V_y = \circ \Rightarrow \circ = V_\circ \sin\theta - gt$

اوج $t = \dfrac{V_\circ \sin\theta}{g}$

$$y_\circ = \circ \Rightarrow y = y_\circ + V_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ t - \frac{۱}{۲}gt^۲ = \circ + V_\circ \mathrm{Sin}\theta(\frac{V_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ}{g}) - \frac{۱}{۲}g(\frac{V_\circ \mathrm{Sin}\theta_\circ}{g})^۲$$

$$\Rightarrow y = \frac{V_\circ^۲ \mathrm{Sin}^۲\theta_\circ}{۲g} \quad \text{و} \quad \theta_\circ = \alpha$$

۱۳-۲)

حل) با توجه به رابطه $v_y = v_\circ \sin\theta - gt$ مقدار v_y در نقطه اوج برابر صفر است بنابراین خواهیم داشت .

$$\circ = v_\circ \sin\theta - gt \Rightarrow t = \frac{v_\circ \sin\theta}{g}$$

۱۴-۴)

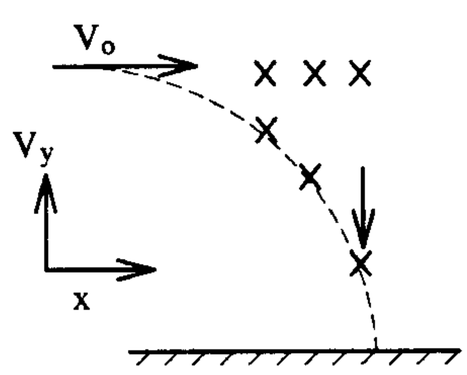
$$\alpha_۱ = ۶۰^\circ \qquad R_۱ = R_۲ \Rightarrow \frac{v_{\circ۱}^۲ \mathrm{Sin}۲\alpha_۱}{g} = \frac{v_{\circ۲}^۲ \mathrm{Sin}۲\alpha}{g}$$

$$\alpha_۲ = ۳۰^\circ \qquad \Rightarrow v_{\circ۱}^۲ \mathrm{Sin}۱۲۰^\circ = v_{\circ۲}^۲ \mathrm{Sin}۶۰^\circ \Rightarrow v_{\circ۱}^۲ \sqrt{(\frac{۳}{۲})} = v_{\circ۲}^۲ \times \sqrt{(\frac{۳}{۲})} \Rightarrow v_{\circ۱} = v_{\circ۲}$$

البته سریعاً می‌توان گزینه صحیح ۴ را تشخیص داد چرا که می‌دانیم برد یک پرتابه با سرعت اولیه در دو حالت با زوایای $۴۵ - \theta$ و $۴۵ + \theta$ برابر است که در اینجا $\theta = ۱۵^\circ$ است .

۱۵- ۱)

چون سرعت افقی پرتابه $V_{\circ x} = V_\circ \mathrm{Cos}\theta_\circ = V_\circ$ است (زاویه پرتابه $\theta = \circ$ است) بنابراین سرعت افقی پرتابه با هواپیما برابر است بنابراین V_x پرتابه نسبت به هواپیما صفر است و خلبان حرکت پرتابه را در راستای قائم به سمت پایین می‌بیند.



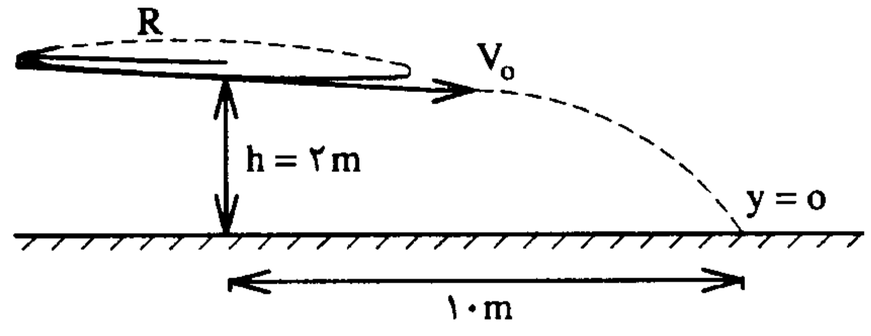
۱۶- ؟)

پرتابه افقی $\theta_\circ = \circ$, $y_\circ = ۲$

$\Rightarrow y = \circ$ در محل برخورد

$$y = y_\circ + x\tan\theta_\circ - \frac{gx^۲}{۲V_\circ^۲\cos^۲\theta} \Rightarrow ۰ = ۲ + x(۰) - \frac{(۱۰)(۱۰)^۲}{۲V_\circ^۲(۱)^۲} \Rightarrow V_\circ^۲ = ۲۵۰$$

$$a_R = \frac{V_\circ^۲}{R} = \frac{۲۵۰}{(۵)} = ۵۰\frac{m}{s^۲}$$



۱۷-؟)

X_A برد و t زمان رسیدن به برد است و $\theta_\circ = ۰$

$$x_A = v_\circ\cos\theta_\circ t = v_\circ t, \quad ۰ = -h + v_\circ\sin\theta_\circ t - \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow t = \sqrt{\frac{۲h}{g}}$$

$$x_A = R = v_\circ\sqrt{\frac{۲h}{g}} = \frac{۶۰۰}{۳/۶}\sqrt{\frac{۲\times۲۰۰۰}{۱۰}} \Rightarrow x_A = \frac{۶۰۰}{۳/۶}\times۲۰ = ۳۳۳۳m$$

۱۸-۴)

معادله مسیر $y = x\tan\theta - \frac{gx^۲}{۲v_\circ^۲\cos^۲\theta}$ و برد پرتابه $y = ۰ \Rightarrow R = \frac{v_\circ^۲\sin ۲\theta}{g}$

ارتفاع اوج $t = \frac{v_\circ\sin\theta}{g}, y_{max} = \frac{(v_\circ\sin\theta)^۲}{۲g}, R = ۲y_{max} \Rightarrow \frac{v_\circ^۲\sin ۲\theta}{g} = \frac{v_\circ^۲\sin^۲\theta}{g}$

$$\Rightarrow \sin ۲\theta = \sin^۲\theta \Rightarrow ۲\sin\theta\cos\theta = \sin^۲\theta = S_\circ\theta \Rightarrow \tan\theta = ۲$$

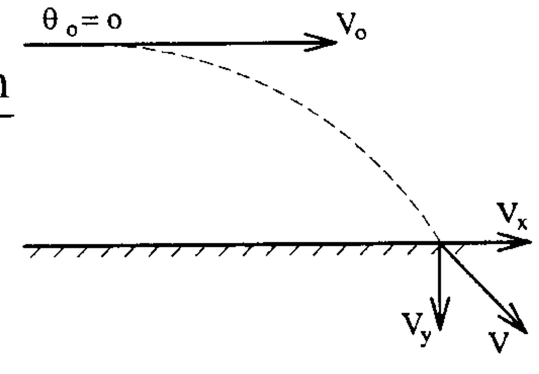
۱۹-۱)

$V_\circ = ۱۰۰\frac{m}{s}$, برد $T = ۱۰s$

پرتاب سطح به سطح است $\Rightarrow$ برد $T = ۲$ (t اوج) $= ۲\frac{v_\circ\sin\theta}{g} = ۱۰$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{۱۰g}{۲v_\circ} = \frac{۱۰(۱۰)}{۲(۱۰۰)} = ۰/۵ \Rightarrow \theta = ۳۰^\circ$$

(۴-۲۰



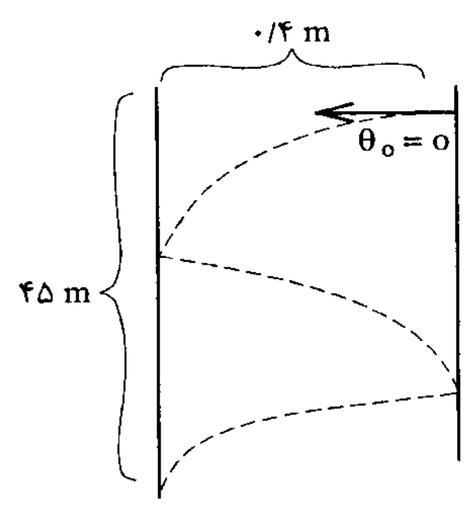
$a_x = ۰ \Rightarrow$ در برخورد $v_x = vCos\theta_۰ = v_۱ = ۱۰۰\sqrt{۵}$

$v_{۰y} = ۰ \Rightarrow$ در برخورد $v_y = ۰ - gt = -(۱۰)(۲۰) = -۲۰۰\frac{m}{s}$

$v = \sqrt{v_۱^۲ + v_۲^۲} = \sqrt{۵\times۱۰^۴ + ۴\times۱۰^۴}$

$\Rightarrow v = \sqrt{۱۰^۴(۹)} \Rightarrow v = ۳(۱۰۰) = ۳۰۰\frac{m}{s}$

(۳-۲۱



$x =$ برد $= v_۰Cos\theta_۰t = v_۰t$ اگر برخورد به دیوارمقابل نبود.

$h = ۴۵\,m$ $\qquad h = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۴۵ = ۵t^۲ \Rightarrow t = ۳s$

$v_{.x} = ۲\frac{m}{s}$ $\qquad x = v.t \Rightarrow x = ۲\times۳ \Rightarrow x = ۶m$

$v_{۰y} = ۰$ $\qquad n = \frac{۶}{۰/۴} \Rightarrow n = ۱۵$ تعداد برخوردها

$g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$

(۴-۲۲

$v_۰ =$ سرعت اولیه $۳۳\frac{m}{s}, y_۰ = ۱/۲m$ و $\theta_۰ = ۴۵^\circ$ زاویه اولیه پرتاب

$x = ۹۸m \Rightarrow y = ?$

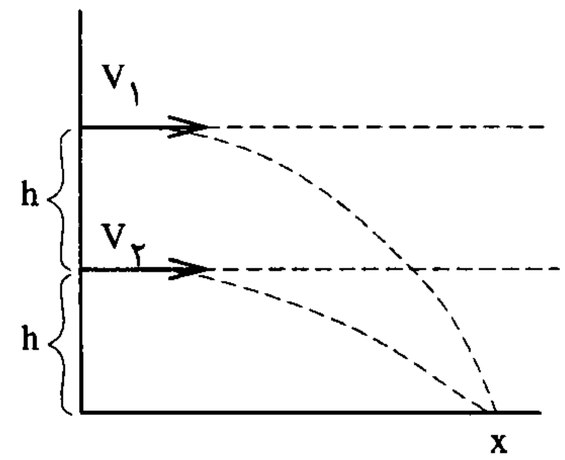
$$y = y_۰ + xtg\theta_۰ - \frac{gx^۲}{۲V_۰^۲Cos^۲\theta} = ۱/۲ + ۹۸tg۴۵ - \frac{۹/۸(۹۸)^۲}{۲(۳۳)^۲Cos^۲۴۵}$$

$$= ۱/۲ + ۹۸(۱) - \frac{(۹/۸)(۹۸)^۲}{۲(۳۳)^۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲} = ۱۲/۸m$$

(۲-۲۳

در هر دو پرتابه $\theta_۰ = ۰ \Leftarrow$ $\quad v_{y۰} = ۰$ و $Cos = ۱$

پرتابه با سرعت v_1: $-۲h = -\frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \Rightarrow$ برد $t_۱ = \sqrt{\frac{۴h}{g}}$



$x_1 = v_1 \cos\theta_0 t_1 = v_1\sqrt{\frac{4h}{g}}$ برد

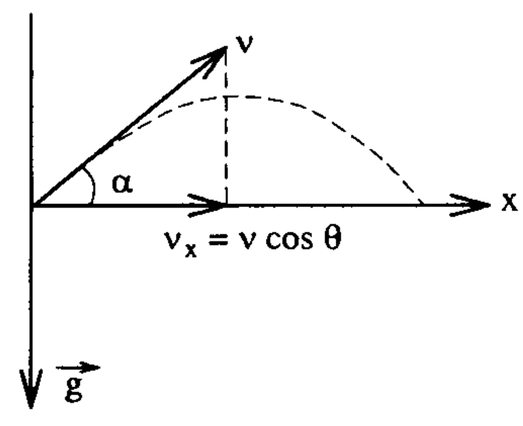
$-h = -\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{y}}$ برد : پرتابه با سرعت v_2

$x_2 = v_2 \cos\theta_0 t = v_2\sqrt{\frac{2h}{g}}$ برد

$$x_1 = x_2 \Rightarrow v_1\sqrt{\frac{4h}{g}} = v_2\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۲-۲۴)

α زاویه‌ای است که بردار سرعت در هر لحظه با افق می‌سازد و θ زاویه بین سرعت اولیه با افق می‌باشد .



$$\begin{cases} v_x = v\cos\theta \\ v_y = -gt + v\sin\theta \\ \tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-gt + v\sin\theta}{v\cos\theta} \end{cases}$$

زاویه بین بردارهای شتاب و سرعت در لحظه t= زاویه کل

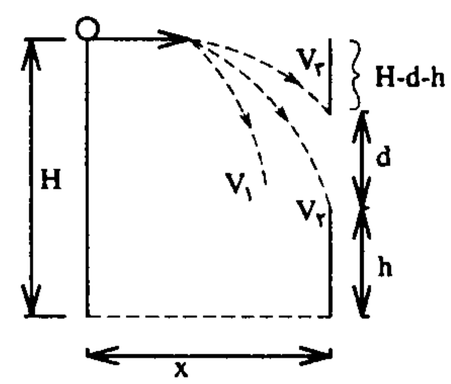
$$= \frac{\pi}{2} + \alpha = \frac{\pi}{2} + \operatorname{Arc}\tan\frac{-gt + v\sin\theta}{v\cos\theta}$$

۱-۲۵)

هر چه سرعت اولیه بیشتر باشد x پرتابه بیشتر می‌شود .

$$(v_3 > v_2 > v_1) \Rightarrow x_3 > x_2 > x_1$$

ولی اندازه سرعت باید طوری باشد که پرتابه از لبه بالایی پنجره ، بالاتر برخورد نکند یعنی در برخورد به دیوار روبه رو، d+h فاصله از زمین و در این حالت میزان سقوط در راستای قائم (H-d-h) باشد ($\theta_0 = 0$ پرتابه افقی).



$$-(H-d-h)=v_2\sin\theta_0 t-\frac{1}{2}gt^2=0-\frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow t=\sqrt{2\frac{(H-d-h)}{g}}$$

در این زمان پرتابه از نظر افقی باید فاصله x را طی کرده باشد.

$$x=v_2\cos\theta_0 t=v_2 t=v_2\sqrt{\frac{2(H-d-h)}{g}}$$

$$\Rightarrow v_2=\sqrt{\frac{x^2 g}{2(H-d-h)}}$$

(۱-۲۶

$$y=y_0+(v_0\sin\theta_0)t-\frac{1}{2}gt^2$$

$$h=0+(v.\sin\theta_0)t-\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow t^2-\frac{2v_0\sin\theta_0}{g}t+\frac{2h}{g}=0$$

$$=2V_0\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{v_0^2(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{g^2}-\frac{2h}{g}}=\frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2-4hg}$$

$$t=\frac{v_0\sin\theta_0}{g}\pm\sqrt{\frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{g^2}-\frac{2h}{g}}$$

$$x_1=(v_0\cos\theta_0)t_1=v_0\cos\theta_0(\frac{v_0\sin\theta}{g}-\sqrt{\frac{v_0^2\sin\theta}{g^2}-\frac{2h}{g}})$$

$$x_2=(v_0\cos\theta)t_2=v_0\cos\theta_0(\frac{v_0\sin\theta_0}{g^2}+\sqrt{\frac{v_0^2\sin\theta_0}{g^2}-\frac{2h}{g}})$$

$$x_2-x_1=2V_0\cos\theta_0\sqrt{\frac{v_0^2\sin\theta_0}{g^2}-\frac{2h}{g}},\theta_0=\frac{\pi}{4}$$

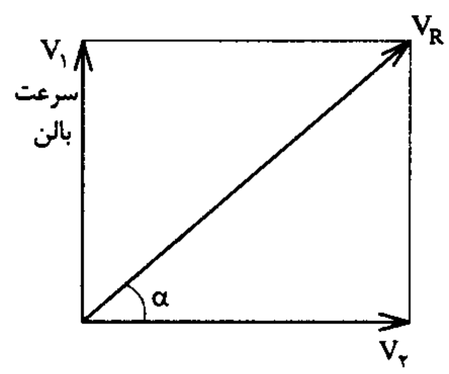
$$= ۲V_۰ \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{\frac{V_۰^۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲}{g^۲} - \frac{۲h}{g}} = \frac{V_۰}{g}\sqrt{V_۰^۲ - ۴hg}$$

۲-۲۷)

$$V_R^۲ = V_۱^۲ + V_۲^۲ \quad , \quad V_۱ = V_۲ = V$$

مقدار سرعت اولیه گلوله نسبت به ناظر روی زمین $V_R^۲ = ۲V^۲ \Rightarrow V_R = \sqrt{۲V^۲} = ۱۰\sqrt{۲}$

جهت سرعت اولیه نسبت به ناظر روی زمین $\tan\alpha = \frac{V_۱}{V_۲} = ۱ \Rightarrow \alpha = ۴۵^\circ$



۳-۲۸)

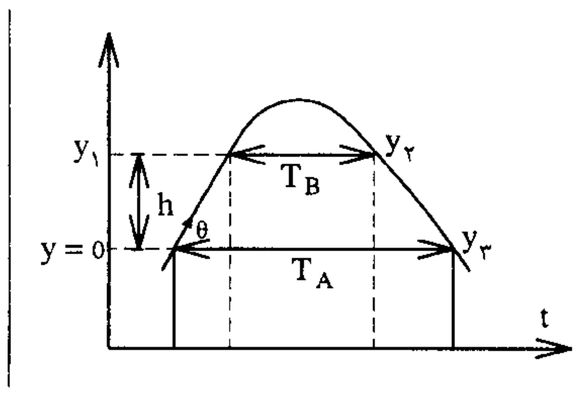
سرعت ازدید ناظر بیرون $\begin{cases} V'_۰x = V_۰Cos\theta_۰ + \frac{V_۰}{\sqrt{۲}} \\ V'_۰y = V_۰Sin\theta_۰ \end{cases}$

زاویه دیداز نظر ناظر بیرون $\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{v'_۰y}{v'_۰x} = \frac{v_۰Sin\theta_۰}{v_۰Cos_۰\theta_۰ + \frac{v_۰}{\sqrt{۲}}}$

$$\tan\theta = \tan ۴۵ \Rightarrow R = R_{max} \Rightarrow \frac{V_۰Sin\theta_۰}{V_۰Cos\theta_۰ + \frac{V_۰}{\sqrt{۲}}} = ۱ \Rightarrow Sin\theta - Cos\theta_۰ = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

۲-۲۹)

معادله حرکت پرتابه را برای $y_۱, y_۲, y_۳$ می‌نویسیم پرتابه از ۰ تا $y_۱$ را در زمان t طی می‌کند) .



$$y_1 = h = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

$$y_2 = h = v_0 \sin\theta(t + T_B) - \frac{1}{2}g(t + T_B)^2 \quad (2)$$

$$y_3 = 0 = v_0 \sin\theta(2t + T_B) - \frac{1}{2}g(2t + T_B)^2 \quad (3)$$

از رابطه (۳)مقدار $v_0 \sin\theta$ را به دست می‌آوریم .

$$v_0 \sin\theta = \frac{1}{2}g(2t + T_B) = \frac{1}{2}gT_A \quad (4)$$

$$2t + T_B = T_A \Rightarrow t = \frac{1}{2}(T_A - T_B) \quad (5)$$

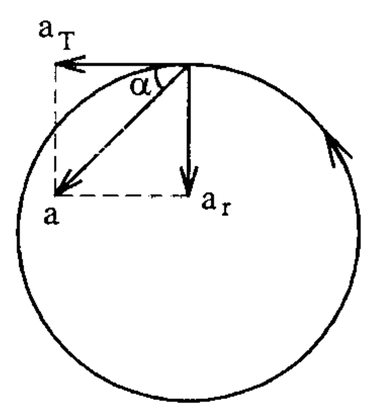
در این حالت رابطه (۴) و (۵) را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم.

$$h = \frac{1}{2}gT_A\left[\frac{1}{2}(T_A - T_B)\right] - \frac{1}{2}g\left[\frac{1}{4}(T_A - T_B)^2\right]$$

$$h = \frac{1}{4}g(T_A - T_B)\left[T_A - \frac{1}{2}(T_A - T_B)\right] = \frac{1}{4}g(T_A - T_B)\left[\frac{1}{2}(T_A + T_B)\right]$$

$$\Rightarrow g = \frac{8h}{T_A^2 - T_B^2}$$

(۳-۳۰



$$v = ct \Rightarrow a_T = \frac{dv}{dt} = c$$

حرکت تند شونده است بنابراین a_T هم جهت با $\vec{V}$ است .

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{b} = \frac{c^2t^2}{b} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{a_r}{a_t} = \frac{(\frac{c^2t^2}{b})}{c} = \frac{t^2}{(\frac{b}{c})}$$

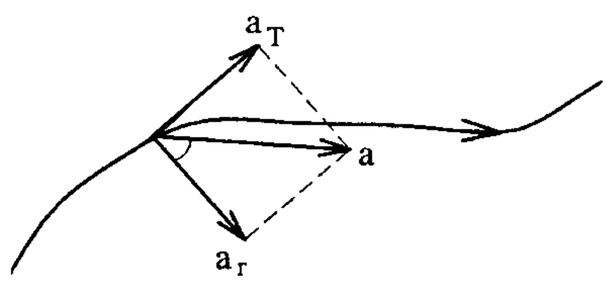
$$t = \sqrt{\frac{b}{c}} \Rightarrow \tan\alpha = 1 \quad \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

۳۱-۱)

$$a = r\omega^{۲} = \frac{v^{۲}}{r} = \frac{(۱۶)^{۲}}{۴} \Rightarrow a = ۶۴\frac{m}{s^{۲}}$$

۳۲-۲)

شتاب دارای دو مماسی $a_t = \frac{dv}{dt}$(در جهت v برای تند شونده مثل شکل رو به رو) و شعاعی $a_r = \frac{v^{۲}}{r}$ است که r شعاع انحنای منحنی در نقطه محاسبه شتاب است و در نتیجه $\vec{a}$ برآیند همواره به سمت تقعر منحنی است.



۳۳-۳)

$$a_n = \frac{v^{۲}}{r} \Rightarrow \frac{۱}{۱+t} = \frac{v^{۲}}{r} \Rightarrow v^{۲} = \frac{۴}{۱+t} \Rightarrow v = \pm\frac{۲}{\sqrt{۱+t}}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \pm\frac{۱}{\sqrt{(۱+t)^{۳}}} \Rightarrow a_t = \pm\frac{۱}{\sqrt{(۱+t)^{۳}}}$$

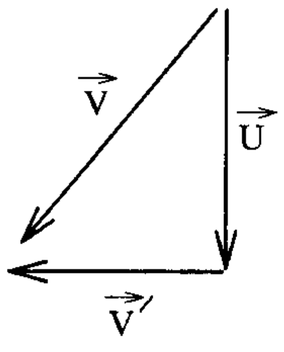
شتاب مماسی

۳۴-۱)

نسبت به دستگاه مختصات ساکن نسبت به اتومبیل دانه‌های برف دارای سرعت افقی $۵۰\frac{km}{h}$ نسبت به اتومبیل هستند.

$\vec{v}' = \frac{۵۰}{۳/۶}\frac{m}{s}$ مؤلفه افقی سرعت و $\vec{u}$ مؤلفه عمود سرعت

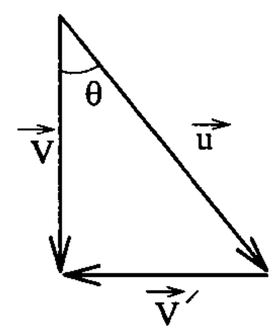
$$v = \sqrt{u^{۲} + v'^{۲}} = \sqrt{(۸)^{۲} + (\frac{۵۰}{۳/۶})^{۲}} = ۱۶\frac{m}{s}$$



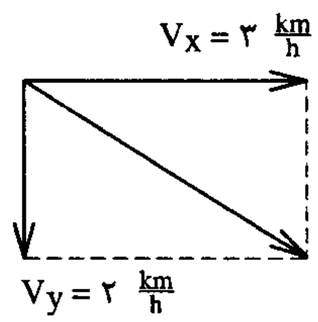
۳۵-۲) اگر قطار را ساکن فرض کنیم دانه‌های باران یک سرعت افقی به سمت قطار دارند (برابر v' سرعت قطار) که برآیند آن با سرعت آنها نسبت به زمین از دید ناظر قطار عمودی است $\vec{u}$ سرعت باران به زمین و سرعت از دید ناظر درون قطار $\vec{v}$

$$\theta = ۲۱/۶^\circ$$

$$\begin{cases} v_x = ۰ \Rightarrow u\ \mathrm{Sin}\theta = v' \Rightarrow u = \dfrac{v'}{\mathrm{Sin}\theta} = \dfrac{۲۷}{\mathrm{Sin}۲۱/۶} = ۷۳/۳\dfrac{m}{s} \\ v_y = u\mathrm{Cos}\theta \end{cases}$$



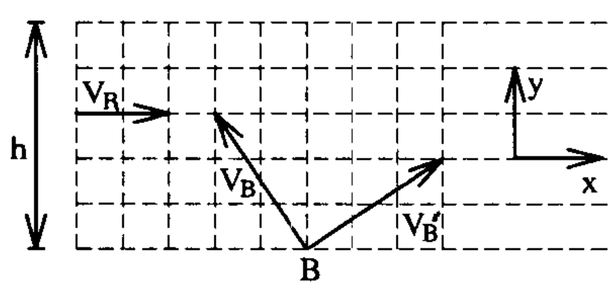
۳۶-۴)



$$v = \sqrt{v_x^۲ + v_y^۲} = \sqrt{۹+۴} = \sqrt{۱۳} = ۳/۶۱ km/h$$

۳۷-۴)

همان‌گونه که از بردارها مشخص است $(v_R)_x = ۰$ بنابراین سرعت برآیند دو قایق نسبت به زمین $\vec{v}_B + \vec{v}_R$ و $\vec{v}'_B + \vec{v}_R$ دارای مؤلفه y برابر $۳\vec{j}$ $۲\vec{j}$ هستند، بنابراین زمان طی عرض رودخانه توسط قایق B برابر $t_۱ = \dfrac{h}{۳}$ و برای قایق دوم B' برابر $t_۲ = \dfrac{h}{۲}$ است پس $\dfrac{t_۱}{t_۲} = \dfrac{۲}{۳}$



۳۸-۳)

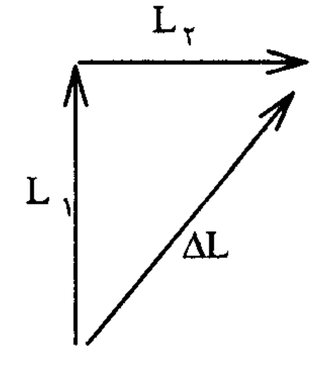
$$\bar{v} = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\sqrt{L_۱^۲ + L_۲^۲}}{t_۱ + t_۲}$$

$$\begin{cases} v_۱ = ۶۰\dfrac{km}{h} \quad , t_۱ = ۱۰ \text{ دقیقه } = \dfrac{۱}{۶}h \\ L_۱ = v_۱\ t_۱ = ۶۰(\dfrac{۱}{۶}) = ۱۰ km \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_۲ = ۶۰\,\dfrac{km}{h} \qquad t_۲ = ۲۰ \text{ دقیقه } = \dfrac{۱}{۳}h \\ L_۲ = v_۲ t_۲ = (۶۰)(\dfrac{۱}{۳}) = ۲۰\,km \end{cases}$$

$$t_۱ + t_۲ = ۳۰ \text{ دقیقه } = \frac{۱}{۲}h$$

$$\bar{v} = \frac{\sqrt{(۱۰)^۲ + (۲۰)^۲}}{(\frac{۱}{۲})} = \frac{\sqrt{۵۰۰}}{(\frac{۱}{۲})} = ۲۰\sqrt{۵}\,km/h$$



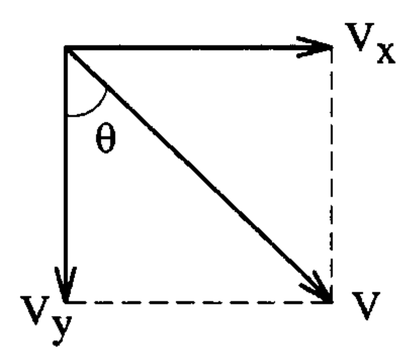
(۲-۳۹

اگر از دید راننده که با سرعت افقی v_x حرکت می‌کند به دانه‌های برف نگاه کنیم می‌توان فرض کرد که راننده ساکن و دانه‌های برف دارای سرعت v_x به سمت راننده هستند.

$\vec{v} = \vec{v}_y + \vec{v}_x$ سرعت برآیند برف از نظر راننده $\quad , v_y = ۸\dfrac{m}{s}$

$$v_x = ۵۰\frac{km}{h} = \frac{۵۰}{۳/۶}\ m/s$$

$$\tan\theta = \frac{v_x}{v_y} = ۱/۷ \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$



(۵-۴۰

$$y_۱ = y_۰ + v_۰ t + \frac{۱}{۲}at^۲ = v_۱ t + \frac{۱}{۲}gt^۲ = t + ۴/۹t^۲$$

$$h = t + ۴/۹t^۲$$

$۵۰ = t + ۴/۹t^۲$ برای سنگ اول

$$t^۲ + ۰/۲۰۴t = ۱۰/۲۰۴$$

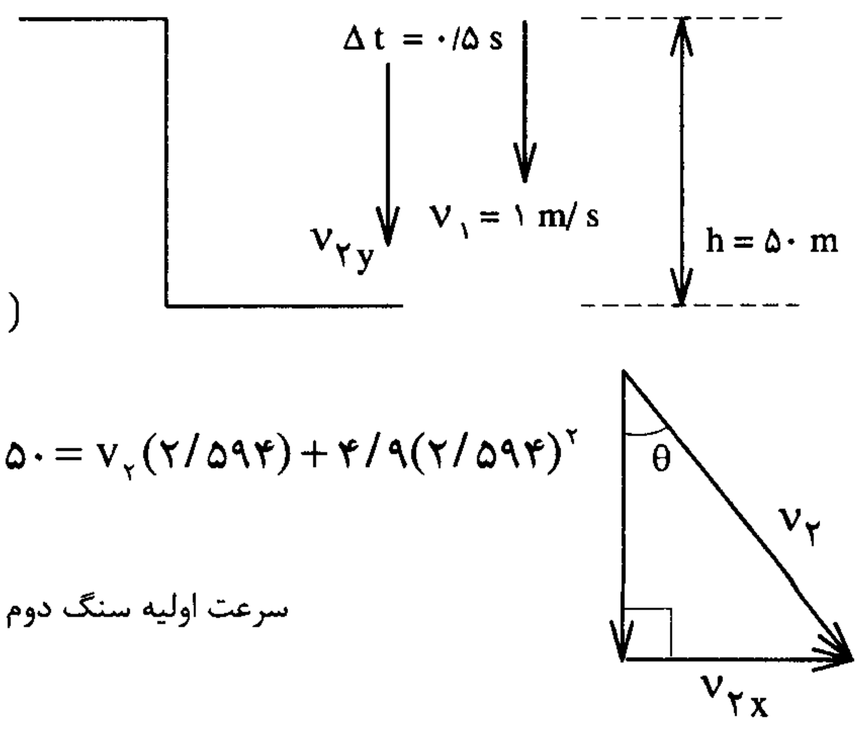
$$(t + ۰/۱۰۲)^۲ = ۱۰/۲۰۴ + (۰/۱۰۲)$$

$t = ۳/۰۹۴\ s$ برای سنگ اول

$$y_۲ = v_۲(t - ۰/۵) + ۴/۹(t - ۰/۵)^۲ \Rightarrow ۵۰ = v_۲(۲/۵۹۴) + ۴/۹(۲/۵۹۴)^۲$$

$$\Rightarrow v_۲ = ۶/۵۶ m/s$$

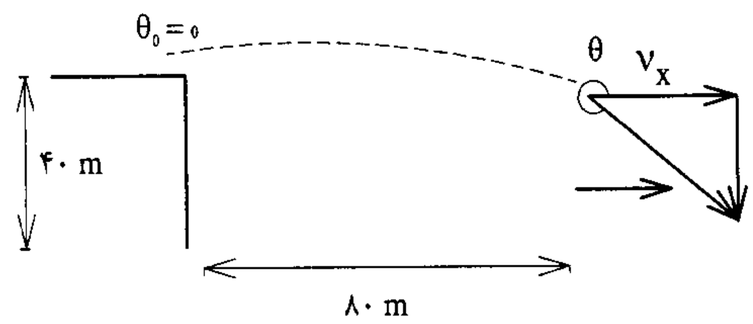
$v_{oy۲} = ۶/۵۶\ m/s \longleftarrow$ سرعت اولیه سنگ دوم



$$۶/۵۶ = v_۲ \cos\theta \Rightarrow v_۲ = \frac{۶/۵۶}{\cos\theta} = \frac{۶/۵۶}{\cos ۳۵} = ۸/۶۰ \ m/s$$

(۱-۴۱

طبق روابط سینماتیک خواهیم داشت :



$$v_{۰y} = v_۰ \mathrm{Sin}\theta_۰ = ۰$$

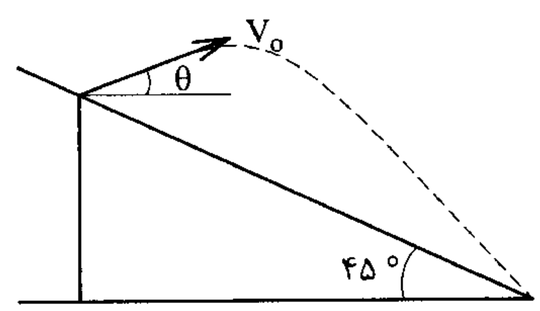
$$y = \frac{۱}{۲}gt^۲ \ , t = \sqrt{\frac{۲y}{g}} = \sqrt{\frac{۸۰}{۹/۸}} = ۲/۸۶s$$

$$x = v_x t, v_x = \frac{x}{t} = \frac{۸۰}{۲/۸۶} = ۲۸m/s$$

$$v_y^۲ - v_{۰y}^۲ = ۲a(y - y_۰) \Rightarrow v_y = -\sqrt{۲gy} = -\sqrt{۲(۹/۸)(۴۰)} = -۲۸m/s$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{-۲۸}{۲۸}\right) = \arctan(-۱) \Rightarrow \theta = ۳۱۵^\circ$$

(۲-۴۲



$$v_{۰x} = v_۰ \cos\theta = ۱۱ \cos ۱۴^\circ = ۱۰/۶۷ \ m/s$$

$$v_{۰y} = v_۰ \mathrm{Sin}\theta = ۱۱ \mathrm{Sin} ۱۴^\circ = ۲/۶۶ \ m/s$$

$$x = v_{۰x} t \Rightarrow L\cos ۴۵^\circ = ۱۰/۶۷ \, t \Rightarrow t = \frac{L(\frac{\sqrt{۲}}{۲})}{۱۰/۶۷}$$

$$y = y_۰ + v_{۰y} t + \frac{۱}{۲} a_y t^۲ \Rightarrow$$

$$-L\mathrm{Sin}۴۵ + ۲/۶۶ \, t - ۴/۹t^۲ = ۰ \Rightarrow L\frac{\sqrt{۲}}{۲} + ۲/۶۶ \frac{L\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱۰/۶۷} - \frac{L^۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲}{(۱۰/۶۷)^۲}$$

$$\Rightarrow ۰ = ۱ + \frac{۲/۶۶}{۱۰/۶۷} - \frac{۴/۹L\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱۰/۶۷} \Rightarrow L = ۴۱/۱m$$

۴-۴۳)

$$y = \frac{x^{۲}}{۴} \rightarrow$$

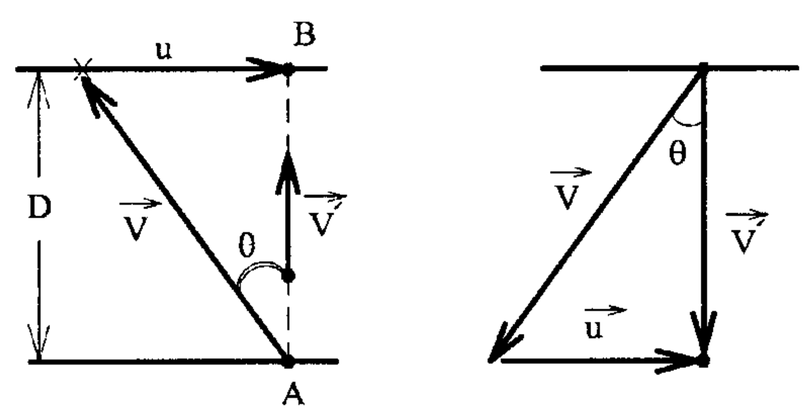
معادلات پارامتری
$$\begin{cases} x = t \\ y = \frac{t^{۲}}{۴}, \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = t\vec{i} + \frac{t^{۲}}{۴}\vec{j} \rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} + \frac{t}{۲}\vec{j} \rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{۱ + \frac{t^{۲}}{۴}} \end{cases}$$

$$a_T = \frac{d}{dt}|\vec{v}| = \left(\frac{۲t}{۴}\right)\left(۱ + \frac{t^{۲}}{۴}\right)^{-۱/۲} \rightarrow a_T = \frac{t}{\sqrt{۴ + t^{۲}}} = \frac{x}{\sqrt{۴ + x^{۲}}} \rightarrow a_T = \frac{gx}{\sqrt{۴ + x^{۲}}}$$

جواب آخر به این دلیل در g ضرب شد که شتاب دیمانسیون داشته باشد و چون در $t \rightarrow \infty$ جسم حالت یک جسم در حال سقوط آزاد را دارد بنابراین باید:

$$\underset{x \rightarrow \infty}{\mathrm{Lim}} a_T = \frac{gx}{x} = g$$

۲-۴۴) برای آنکه در رفت و برگشت مستقیماًبه نقطه روبه‌رو برسد باید بردار سرعت $\vec{v}'$ باشد (به عبارتی باید تحت زاویه θ_B جهت‌گیری کند تا در امتداد $\vec{v}'$ حرکت کند)



$$\text{زمان رفت و برگشت} = \frac{D}{v'} + \frac{D}{v'} = \frac{D}{\sqrt{v^{۲} - u^{۲}}} + \frac{D}{\sqrt{v^{۲} - u^{۲}}} = \frac{۲D}{\sqrt{v^{۲} - u^{۲}}}$$

فصل چهارم

دینامیک ذره

مقدمه

دینامیک بخشی از علم مکانیک است که در آن روابط نیرو با حرکت و یا عاملی که باعث حرکت یک جسم شده است مورد بررسی قرار می‌گیرد .

نیرو عامل ایجاد تغییر در حالت سیستم است . این یک کمیت برداری می‌باشد و واحد آن نیوتن و یا دین است . به زودی در مورد این واحدها و تعریف ریاضی آنها توضیحاتی خواهیم آورد.
اما قبل از آن باید قوانین نیوتن را بررسی کنیم .

۱-٤ قوانین نیوتن در حرکت

۱-۱-۴ قانون اول نیوتن

هر جسمی حالت سکون یا حرکت مستقیم الخط یکنواخت خود را ادامه می‌دهد ، مگر آنکه نیرو یا نیروهایی از خارج برآن اثر کند . این تمایل اجسام به حفظ حالت خود را ماند یا اینرسی گویند.
(در واقع اجسام در مقابل تغییر حالت حرکت از خود مقاومت نشان می‌دهند.)

توجه: هر چه مقاومت جسم در مقابل تغییر تندی و یا به حرکت درآمدن بیشتر باشد اینرسی جسم بیشتر خواهد بود .

الف) تعریف جرم : مقدار ماده موجود در جسم را جرم گویند اما این تعریف یک تعریف فیزیکی نیست درواقع جرم معیاری برای اینرسی جسم است هر چه جرم جسم بیشتر باشد مقاومت آن در مقابل نیرویی که سعی به تغییر حالت آن دارد بیشتر است . بالعکس برای جرم ثابت هر چه نیروی وارد بر آن بیشتر شود مقاومت جسم در مقابل آن کمتر می‌شود .

در هر حال می‌توان ثابت کرد که اگر به دو جسم با جرمهای متفاوت نیروی یکسان وارد شود نسبت جرمها به هم معرف شتابها به هم است یعنی :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad \text{برای یک نیروی ثابت} \qquad (۴-۱)$$

دستگاه مختصات جبری : هر دستگاهی را که قانون اول نیوتن در آن صادق باشد ، دستگاه مختصات جبری می‌نامند ، اهمیت دستگاه مختصات جبری در این است که قوانین حرکت در تمام این دستگاهها یکسان است .

انواع ناظر در دستگاه مختصات جبری

۱- **ناظر لخت** : ناظری است که برآیند نیروهای وارد برآن صفر است و می‌توان قوانین نیوتن را در این دستگاه به کار برد .

۲- **ناظر غیر لخت** : ناظری است که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر نیست و نمی‌توان قوانین نیوتن را در این دستگاه به کار برد.

انواع جرم : ۱)جرم لختی ۲)جرم گرانشی

۱- جرم لختی همان جرمی است که یک جسم در مقابل حرکت (تغییر سرعت) از خود مقاومت نشان می‌دهد.

۲- جرم گرانشی، همان جرمی است که توسط یک جرم معین به وسیله ترازو اندازه‌گیری می‌کنند.

توجه : جرم لختی = جرم گرانشی

۲-۱-۴ قانون دوم نیوتن (رابطه اساسی دینامیک)

هرگاه جسمی تحت تأثیر نیروی ثابتی واقع شود و شتاب بگیرد این شتاب با نیرو متناسب و با جرم نسبت عکس دارد.

$$a \propto \frac{F}{m} \Rightarrow \vec{a} = \frac{F}{m} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \qquad (۴-۲)$$

یعنی مقدار نیرو برابر با حاصل ضرب جرم جسم در شتاب آن

الف) واحدهای نیرو

۱- **یک نیوتن**: نیرویی است که به جرم یک کیلو گرمی شتاب یک متر بر مجذور ثانیه بدهد. $1\,kg\,\frac{m}{s^2}$

۲- **یک دین** : نیرویی است که به جرم یک گرمی شتاب یک سانتی متر بر مجذوز ثانیه بدهد. $1\,g\,\frac{cm}{s^2}$

۳- **کیلوگرم نیرو** : نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرمی داده شود به آن شتابی برابر۹/۸ متر بر مجذور ثانیه بدهد .

$$1N = 10^5 dyn \quad , 1kgf = 9/8N \cong 10N$$

توجه : هرگاه جسمی تحت تأثیر چند نیرو قرار گیرد حاصل دو جسم برآیند شتابهایی است که هر یک از نیروها به تنهایی در جسم ایجاد می‌کنند.

ب)مومنتوم (اندازه حرکت) خطی

حاصل ضرب جرم یک جسم در بردار سرعت آن را اندازه حرکت خطی می‌گویند و کمیتی برداری است که جهت آن با جهت سرعت یکسان است .

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad (۴-۳)$$

توجه : قانون اول نیوتن را می‌توان از طریق اندازه حرکت خطی به صورت زیر بیان کرد: مومنتوم (اندازه حرکت) خطی یک جسم در غیاب نیروهای مؤثر ، ثابت است.

$F=0 \quad m\frac{dv}{dt}=0 \quad v=cte \Rightarrow P=cte$

ج) بیان قانون دوم نیوتن از طریق اندازه حرکت (تکانه یا مومنتوم)

اگر اندازه حرکت جسمی در فاصله زمانی Δt به اندازه $\Delta\vec{p}$ تغییر کند، نیروی متوسطی که در این مدت بر جسم اثر می‌کند برابر است با : $F = K\frac{\Delta p}{\Delta t}$

در صورتی که فاصله زمانی Δt به سمت صفر میل کند ، در حد داریم :

$$\vec{F} = \lim_{\Delta t \to 0} k\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = k\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$F=\frac{dp}{dt}$

در این رابطه $k=1$ است .

اگر $\vec{p}$ ثابت باشد ، آنگاه $F = 0$ خواهد شد .

البته رابطه فوق در سرعتهای پایین صادق است زیرا بر طبق نظریه نسبیت هر چه سرعت جسم بالا رود جرم جسم نیز زیاد می‌شود.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad (۴-۴)$$

m= جرم نهایی $\qquad u$= سرعت جسم

m_0 = جرم اولیه $\qquad C$ = سرعت نور

۳-۱-۴ قانون سوم نیوتن

هر عملی دارای عکس‌العملی است مساوی و در جهت مخالف.

توجه : این نیروها در طبیعت به صورت زوج ظاهر می‌شوند و نیروهای مؤثر بین دو جسم همواره مساوی و مختلف العلامه هستند . بدین معنی که نیروهای وارد بر A از طرف B $(\vec{F}_{AB})$ مساوی و مختلف‌العلامه‌است با نیروی وارد بر B از طرف A $(\vec{F}_{BA})$ به عبارت دیگر :

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \Rightarrow \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BA} = 0$$

سؤال : اهمیت قانون سوم نیوتن در چیست ؟

هرگاه از طرف جسم A به جسم B نیرویی وارد شود به طوری که مقدار نیرو برابر است با میزان تغییر ممنتوم خطی جسم B بنابراین $\vec{F}_{AB}$ برابر است با $\frac{d\vec{P}_B}{dt}$ ونیز $\vec{F}_{BA} = \frac{d\vec{P}_A}{dt}$ ،در نتیجه طبق رابطه اندازه حرکت خواهیم داشت :

$$\frac{d\vec{P}_A}{dt} = -\frac{d\vec{P}_B}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{P}_A}{dt} + \frac{d\vec{P}_B}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{P}_A + \vec{p}_B) = 0$$

$F_{ext} = 0 \Rightarrow P = cte$

بنابراین نتیجه می‌گیریم در صورت عدم وجود نیروهای خارجی ممنتوم‌خطی یک‌سیستم ثابت‌می‌ماند ، این اصل که به اصل بقای ممنتوم خطی معروف است و در بررسی مسائلی از قبیل برخورد و یا پراکندگی اهمیت به سزایی دارد در فصلهای بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت .

پارادوکس اسب و گاری : اگر قانون سوم نیوتن را بپذیریم آنگاه نیرویی که توسط اسب به گاری وارد می‌شود با نیرویی که توسط گاری به اسب وارد می‌شود یکسان است و بنابراین گاری نبایدحرکت کند ، اما تجربه روزمره نشان می‌دهد که این نتیجه گیری غلط است ، علت چیست ؟

در واقع این یک سفسطه ریاضی است. برابری این دو نیرو باعث می‌شود تا یوغ (رابط گاری و اسب) تغییر شکل ندهد ولی عامل حرکت زمین است. اسب برای حرکت رو به جلو به زمین نیرو وارد می‌کند و زمین نیز نیروی معادل آن به اسب وارد می‌کند اما چون جرم اسب نسبت به جرم زمین بسیار کم است شتابی که اسب به زمین می‌دهد بسیار کمتر از شتابی است که از طرف زمین به اسب وارد می‌شود، بنابراین گاری شروع به حرکت خواهد نمود .

۲-٤ روابط وزن با جرم

بین وزن و جرم رابطه زیر برقرار است :

(اگر واحد جرم بر حسب kg باشد .)

$$\frac{w}{g} = m \Rightarrow \underset{\text{وزن جسم}}{\vec{w}} = \underset{\text{جرم جسم}}{m}\vec{g} \rightarrow \quad \text{شتاب ثقل} \qquad (۴-۵)$$

رابطه بین اندازه حرکت و ضربه : همواره ضربه وارد بر یک جسم در یک زمان معین با تغییر اندازه حرکت در آن فاصله زمانی برابر است .

$$\vec{J} = \Delta\vec{P} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = m\Delta\vec{v} \qquad (۴-۶)$$

در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت :

$$\vec{J} = \Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v}$$

شکل‌برداری

ضریب اصطکاک : حاصل تقسیم نیروی اصطکاک برنیروی عمود بر سطح را ضریب اصطکاک گویند .

$$\mu = \frac{\overset{\text{نیروی اصطکاک}}{\vec{f}}}{N} \Rightarrow \vec{f} = \mu\vec{N} \rightarrow \text{نیروی عمود بر سطح} \qquad (۴-۷)$$

۳-٤ تقسیم بندی نیروها

نیروهای موجود در طبیعت را می‌توان به چهار دسته اصلی تقسیم کرد :

۱- نیروهای گرانشی‌که خیلی ضعیف هستند .

۲- نیروهای الکترومغناطیسی

۳- نیروهای هسته‌ای قوی که نوترونها و پروتونها را در هسته به هم پیوند می‌دهند و از همه قویترند.

۴- نیروهای هسته‌ای ضعیف که در برهم کنشهای بسیاری از ذرات بنیادی دخالت دارند ، مانند انواع واپاشیهای β ، نیروهای اصطکاک و یا نیروی فنر در واقع ناشی از نیروهای الکترومغناطیسی و نیروی وزن $\vec{w} = m\vec{g}$ نیز نیروی گرانشی میان جرم m و کره زمین است .

۱)نیروی گرانش : اگر دو جسم به جرمهای m_1, m_2 به فاصله r' از هم قرار گیرند نیرویی به هم وارد می‌کنند که برابراست با :

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad , G = ۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱} Nm^2/kg^2 \qquad (۴-۸)$$

۲) نیروی فنر : هرگاه به فنری به طول x نیروی F وارد کنیم نیرویی در فنر و در جهتی به وجود می‌آید که می‌خواهد فنر را به حالت عادی برگرداند ، اندازه این نیرو متناسب با تغییر طول فنر است .

$$F \propto \Delta x \Rightarrow F = k\Delta x = k(x - x_{\circ}) \Rightarrow \vec{F} = -k\Delta\vec{x}$$

ضریب سختی فنر =k

٤-٤ نکاتی چند در رابطه با طریقه حل مسائل دینامیک

برای حل مسأله مراحل زیر را دنبال می‌کنیم :

اول) شکل مسأله را رسم کرده و نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم .

دوم) راستاهایی که نیروها را تصویر خواهیم کرد مشخص می‌کنیم . معمولا y+عمود بر جهت حرکت و x+ نیز در امتداد حرکت احتمالی جسم در نظر گرفته می‌شود . مثلا روی سطح شیب دار x+ موازی سطح روبه بالا یا پایین سطح در نظر گرفته می‌شود.

سوم) یک راستا برای جهت حرکت جسم در نظر می‌گیریم که در بسیاری موارد می‌توان جهت صحیح حرکت را به راحتی مشخص کرد . در صورتی که اصطکاک وجود نداشته باشد و جهت حرکت را اشتباه فرض کرده باشیم $\vec{a}$ منفی درخواهد آمد ولی مقدار آن صحیح است.

تذکر : در صورتی که اصطکاک وجود داشته باشد و $\vec{a}$ منفی درآید باید مسأله را با فرض حرکت در جهت عکس حل کرد .

اگر جسم از ابتدا در حال سکون باشد و پس از رها کردن جسم به بررسی حرکت پرداخته و $\vec{a}$ در هر دو جهت فرضی حرکت منفی شود به معنی آن است که جسم ساکن باقی می‌ماند.

چهارم) نیروها را در راستای x,y تجزیه می‌کنیم ، مؤلفه نیروهایی را که در راستای حرکت جسم (جهت حرکت واقعی یا فرض خودمان) قرار می‌گیرند نیروهای محرک و مؤلفه‌های نیرویی که در جهت عکس قرار می‌گیرند نیروهای ضد محرک می‌نامیم .

پنجم) هرگاه در سیستم جرمهای m_1 و m_2 و ... را داشته باشیم برای هر جرم بر اساس نیروهای محرک وارده بر آن F_i ها و نیروهای ضد محرک وارد برآن F'_i ها قانون دوم نیوتن را می‌نویسیم:

$$\sum F_i - \sum F'_i = m_i a_i \qquad (۴-۹)$$

حال به تعداد جرمها ، چند معادله و چند مجهول داریم که با حل آنها می‌توان شتاب حرکت هر جرم و نیروهای مجهول داخلی همچون کشش ریسمانها را به دست آورد.

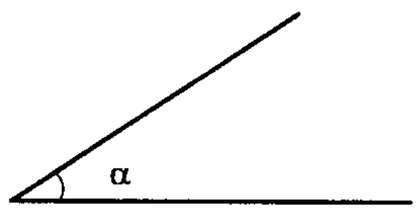
تذکر : در صورتی که همه جرمها با هم حرکت کنند ، مانند حالتی که ریسمان بین جرمها کشیده شده است چون شتاب همه جرمها با هم برابر است می‌توان نوشت :

$$\sum F - \sum F' = (\sum m)a$$

و شتاب حرکت همه را به دست آورد . اما در مسأله‌ای همچون کشیدن یک جرم m_1 روی جرم m_2 که بین آنها اصطکاک وجود دارد و در نتیجه جرم m_2 حرکت می‌کند چون $a_1 \neq a_2$ است نمی‌توان از معادله کلی بالا استفاده کرد.

۵-٤ کاربردهای قوانین نیوتن در حرکت

۱-۵-۴ بررسی حرکت اجسام بر روی سطح شیب‌دار

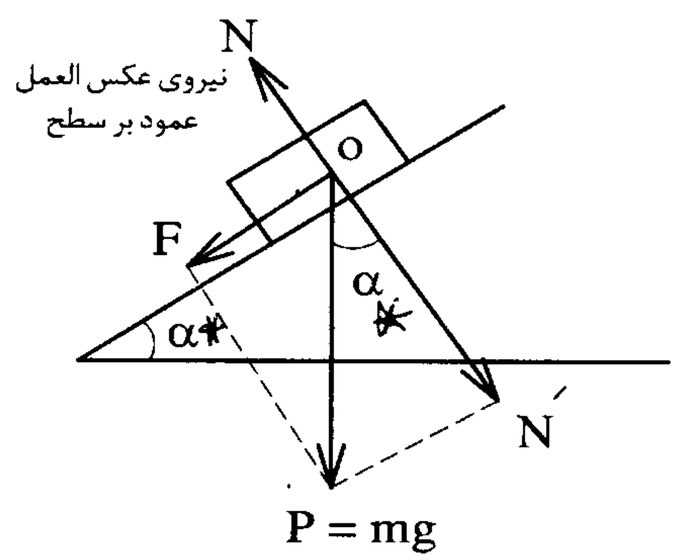


تعریف : سطح شیب‌دار : هر سطحی که با سطح افق زاویه α بسازد را سطح شیب‌دار می‌گویند .

توجه : سطح افق عبارت است از سطح شیب‌داری که $\alpha = 0$ باشد .

- سطح قائم عبارت است از سطح شیب‌داری که $\alpha = 90$ باشد .

الف) محاسبه نیروی سطح شیب‌دار و نیروی عمود بر سطح



هر جسمی که برروی سطح شیب‌دار قرار گیرد نیروی وزن آن به دو بردار تجزیه می‌شود یکی عمود بر سطح شیب‌دار که با عکس‌العمل سطح خنثی می‌شود و دیگری در امتداد سطح شیبدار که سعی دارد جسم را به طرف پایین سطح بکشاند با توجه به شکل زیر از مثلث OPF خواهیم داشت :

$$\sin\alpha = \frac{NP}{OP} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{OF}{OP} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{F}{P} \Rightarrow F = P\sin\alpha$$

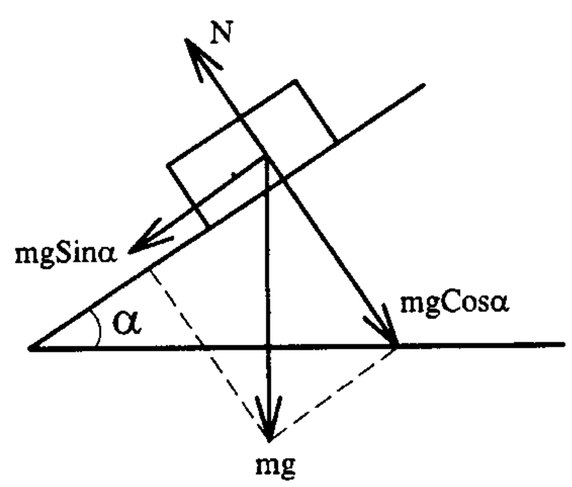
$$\cos\alpha = \frac{ON'}{OP} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{N'}{P} \Rightarrow N' = P\cos\alpha \qquad (۴-۱۰)$$

ب) حالتهای حرکت بر روی سطح شیب‌دار

حالت اول) اگر جسمی بر روی سطح شیب‌دار قرار گیرد و فقط تحت تأثیر نیروی وزن حرکت کرده و نیروی خارجی وجود نداشته باشد جسم با شتاب ثابت حرکت خواهد کرد و داریم :

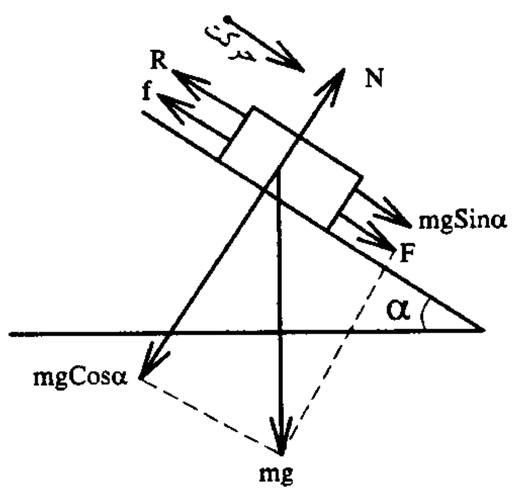
$$F = ma$$

$$mg\ Sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\ Sin\alpha \qquad (۴-۱۱)$$



حالت دوم) در این حالت جسم بر روی سطح شیب‌دار به طرف پایین یا بالا حرکت می‌کند و جز نیروی $mgSin\alpha$ سایر نیروهای خارجی نیز وجود دارند .

نیروهای ضد محرک ↓ (f, R) نیروهای محرک ↓ $(F, mgSin\alpha)$

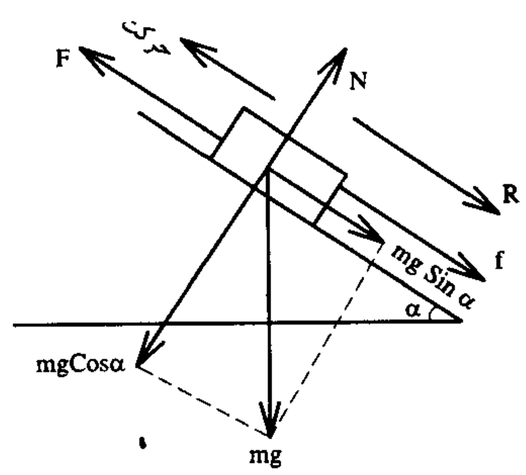


وقتی که جسم به سمت پایین می‌آید.

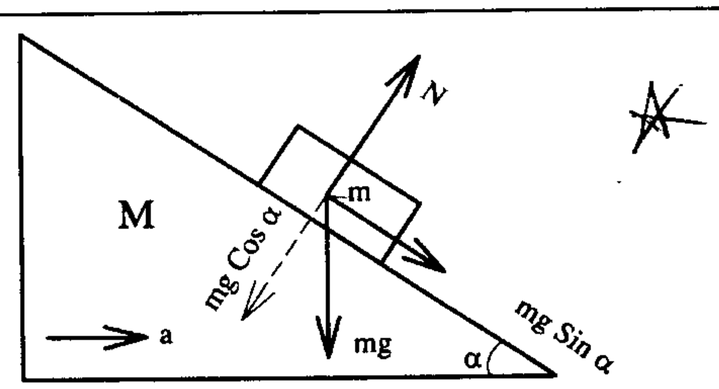
$$mgSin\alpha + F - f - R = ma \qquad (۴-۱۲)$$

ولی وقتی که جسم به سمت بالا حرکت می‌کند:

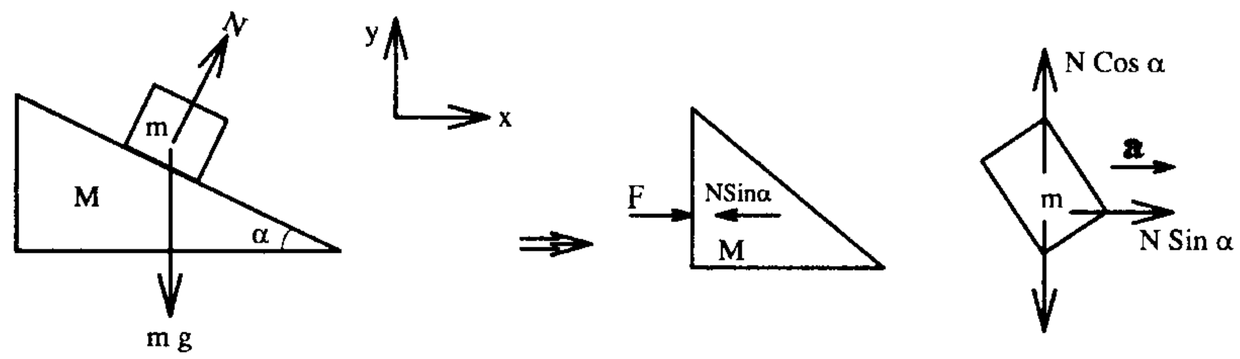
$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - mgSin\alpha - f - R = ma \qquad (۴-۱۳)$$



نکته : شکل زیر را در نظر بگیرید ، شتاب حرکت سطح شیب‌دار (گوه بزرگ) چقدر باشد تا جرم m روی سطح شیبدار نلغزد ؟(سطوح بدون اصطکاک است)



در این مثال حرکت هر دو جرم M,m نسبت به افق سنجیده می‌شوند .لذا راستای تجزیه نیروها را (y,x) موازی و عمود بر سطح افقی در نظر می‌گیریم :



برای آنکه جرم m روی سطح افق حرکت نکند باید :

$$\begin{cases} N\cos\alpha = mg \\ N\sin\alpha = ma \end{cases} \Rightarrow a = g\tan\alpha$$

از طرفی اگرشتاب a با شتاب حرکت گوه یکی نباشد جرم m جلو می‌زند و یا جا می‌ماند و در نتیجه سطح سر می‌خورد . با توجه به آنکه N نیروی عکس‌العمل وارد از m به M است :

$$F - N\sin\alpha = Ma$$

$$\Rightarrow F - ma = Ma \Rightarrow F = (m+M)a = (m+M)g\tan\alpha$$

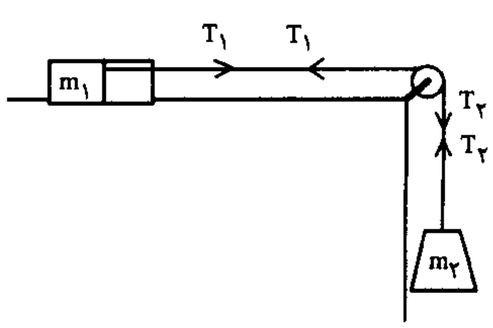
در این صورت اگر چنین نیرویی به جرم M وارد شود دو جرم m و M بدون آنکه m بر روی M بلغزد با شتاب $a = g\tan\alpha$ نسبت به افق حرکت می‌کنند.

نکته : هرگاه جسمی با سرعت اولیه v_0 از ابتدای سطح شیب‌دار به سمت بالا هل داده شود در آن صورت :

معادله حرکت : $X = -\frac{1}{2}g\sin\alpha . t^2 + V_0 t$ ***مسافت طی شده روی سطح*** $X = \frac{V_0^2}{2g\sin\alpha}$

معادله سرعت $V = -g\sin\alpha . t + v_0$ زمان بالا رفتن جسم $t = \frac{v_0}{g\sin\alpha}$

۲-۵-۴ بررسی حرکت جسمی به جرم m_1 توسط جسمی به جرم m_2 که از روی یک قرقره بدون اصطکاک شتاب می‌گیرد.



چون ریسمان بدون جرم و از روی قرقره بدون اصطکاک می‌گذرد $T_1 = T_2$.

در راستای y : $N - m_1 g = 0 \Rightarrow N = m_1 g$

m_1 فقط در راستای محور X شتاب می‌گیرد و در نتیجه :

$$T = m_1 a_{1x} \qquad (۴-۱۴)$$

برای جسم m_2 معادله حرکت برابر است با :

$$m_2 g - T = m_2 a_{2y} \qquad (۴-۱۵)$$

ازطرفی شتاب در طول دستگاه یکسان است یعنی $a_{2y} = a_{1x} = a$ در نتیجه خواهیم داشت :

$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$\Rightarrow m_2 g - m_1 a = m_2 a \Rightarrow m_2 g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} \qquad (۴-۱۶)$$

بنابراین کشش نخ برابر است با :

$$T = m_1 a \Rightarrow T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \qquad (۴-۱۷)$$

مقدار نیرویی که بر قرقره وارد می‌شود برابر با برآیند دو نیروی T_2 و T_1 می‌باشد که بر هم عمودند و با R نشان می‌دهند.

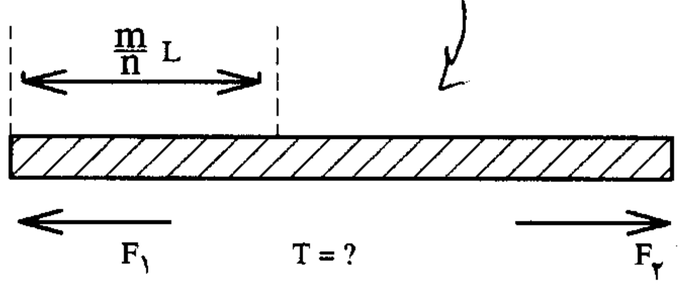
$$R = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}, T_1 = T_2 = T \Rightarrow R = \sqrt{2T^2} = \sqrt{2}\, T = \frac{\sqrt{2} m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \qquad (۴-۱۸)$$

۳-۵-۴ کشش نخ

نیرویی است که بر یک نخ گسیخته شده وارد می‌شود تا جسم وضع خود را به همان حالت قبل از پاره شدن آن حفظ کند.

نیروی کشش یک طناب یکنواخت و همگن در $\frac{m}{n}$ طول آن هنگامی که دو سر آن با نیروهای F_1 F_2 کشیده می‌شوند را به دست می‌آوریم .

$$T = (1 - \frac{m}{n})F_1 + (\frac{m}{n})F_2 \qquad (۴-۱۹)$$



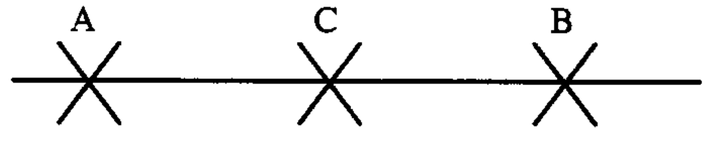
(۴-۲۰)

کشش در وسط طناب:

$$T = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

توجه : در طنابهای بدون جرم (دارای جرم ناچیز) مقدار کشش در کلیه نقاط یکسان است .

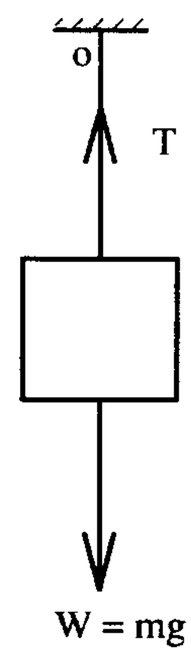
$$T_A = T_B = T_C \qquad (۴-۲۱)$$



کشش نخ در حالت سکون : اگر جسمی به وزن W=mg به وسیله نخی به نقطه O متصل باشد ، برآیند نیروهای وارد بر جسم باید صفر باشد تا جسم به حالت سکون قرار گیرد در نتیجه نیروی کشش نخ را می‌توان به طریق زیر محاسبه نمود.(با فرض آنکه نخ بدون جرم باشد)

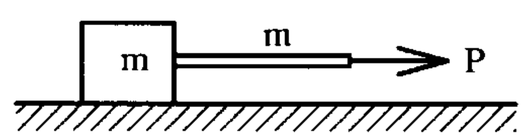
$\Sigma F = ma, a = ۰$ در حالت سکون

$$\Rightarrow W - T = ۰ \Rightarrow W = T \Rightarrow T = mg$$

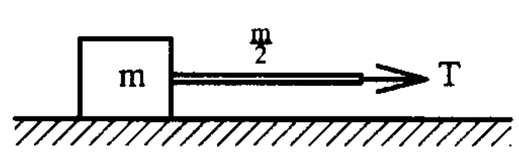


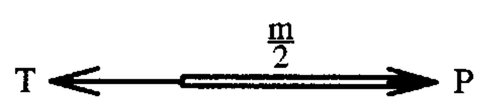
نکته : به طور کلی برای محاسبه کشش ریسمان در هر نقطه ازطناب به صورت فرضی طناب را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم و با در نظر گرفتن یک نیمه از سیستم می‌توان کشش طناب را در نقطه مذکور به دست آورد ، به عنوان مثال کشش طناب در وسط آن را در شکل زیر به دست می‌آوریم .

$$P = (m + M)a \Rightarrow a = \frac{P}{M + m}$$



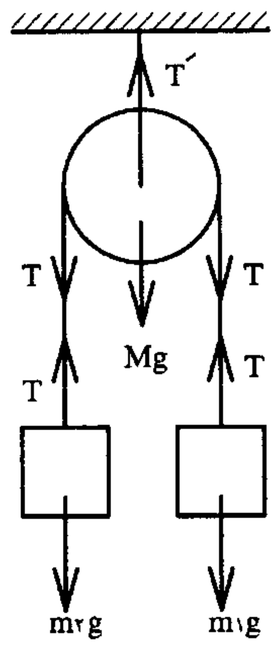
$$\left.\begin{aligned} T &= (M + \frac{m}{۲})a \\ P - T &= (\frac{m}{۲})a \end{aligned}\right\} \Rightarrow T = \frac{(M + \frac{m}{۲})P}{M + m}$$





۴-۵-۴ ماشین آتوود

مطابق شکل جهت حرکت را فرض کرده‌ایم بنابراین می‌توان نوشت :



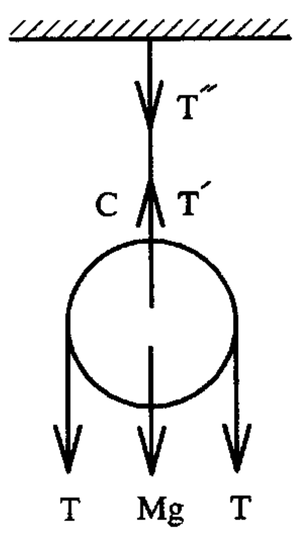
$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a & m_1 \text{ برای جرم} \\ T - m_2 g = m_2 a & m_2 \text{ برای جرم} \end{cases}$$

با توجه به بدون جرم بودن ریسمان و آنکه قرقره بدون اصطکاک است کشش دو طرف ریسمان رابرابر گرفته‌ایم .

$$m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2) \Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \qquad (۴-۲۲)$$

$$m_1 g - T = m_1 (\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}) g \Rightarrow T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \qquad (۴-۲۳)$$

می‌توان T' کشش نخ در ریسمان C را به دست آورد (M جرم قرقره)



$$T' = 2T + Mg$$

جرم قرقره

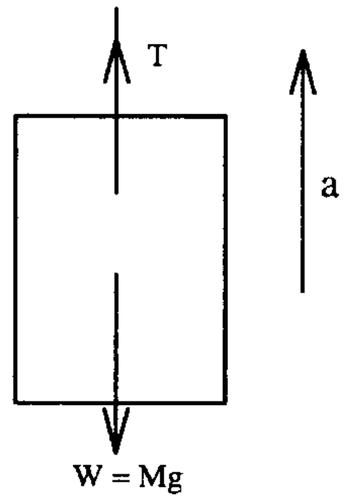
T'' نیرویی که به سقف وارد می‌شود نیز برابر T' است (با فرض آنکه ریسمان C بدون جرم باشد).

$$T' = 2(\frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2}) g \Rightarrow T' = \frac{4 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \qquad (۴-۲۴)$$

۵-۵-۴ حرکت آسانسور

آسانسور اطاقکی است که به وسیله یک رشته سیم که نیروی کشش آن را موتوری تأمین می‌کند در امتداد قائم بالا و پایین می‌رود.

۱) آسانسور رو به بالا حرکت می‌کند .



$$\Sigma F = Ma$$

$$T - W = Ma \Rightarrow T = Ma + Mg \qquad (۴-۲۵)$$

$$\Rightarrow T = M(a + g)$$

بحث

۱- اگر حرکت آسانسور تند شونده باشد $a > 0$ و $T > mg$

۲- اگر حرکت آسانسور یکنواخت باشد $a = 0$ و $T = mg$

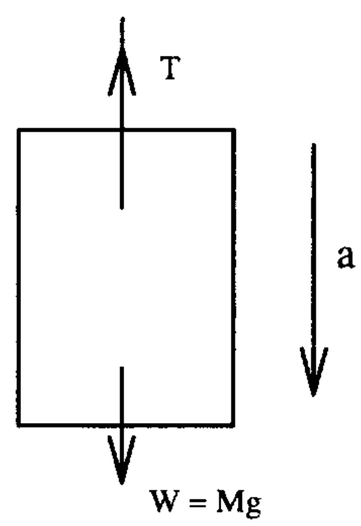
۳- اگر حرکت آسانسور کند شونده باشد $a < 0$ و $T < mg$

۲) آسانسور رو به پایین حرکت می‌کند .

$$\Sigma F = Ma$$

$$W - T = Ma \Rightarrow T = -Ma + Mg$$

$$\boxed{T = M(g + a)} \qquad (۴-۲۶)$$



بحث

۱- اگر حرکت آسانسور تند شونده باشد. $a < 0, T < mg$

۲- اگر حرکت آسانسور یکنواخت باشد. $a = 0, T = mg$

۳- اگرحرکت آسانسور کند شونده باشد. $a < 0, T > mg$

۶-٤ وزن ظاهری

وزن ظاهری اجسام : وزن ظاهری اجسام را در دو حالت بررسی می‌کنیم .

۱- درون سیال (هوا ـ آب)

۲- تکیه بر یک جسم جامد (سطح شیبدار ـ آسانسور ـ درون حلقه)

حالت اول : درون سیال

نیروی سیال وارد بر جسم ← $W' = W - F$ → وزن ظاهری (۴-۲۷)

وزن واقعی

مقدار F در فرمول فوق همان نیروی ارشمیدس است و برابر با نیرویی است که از یک سیال به یک جسم غوطه‌ور در آن سیال وارد می‌شود و برابر با وزن سیال جابه‌جا شده توسط جسم است.

اگر تمامی جسم درون سیال قرار گرفته باشد آنگاه داریم :

وزن مخصوص سیال

نیروی سیال ← $F = V_\circ \alpha$ (۴-۲۸)

حجمی از جسم که در سیال غوطه ور است.

وزن مخصوص جسم ← $D = \frac{W}{V}$ → وزن جسم

حجم جسم

با قرار دادن روابط (۴-۲۵و۴-۲۶و۴-۲۷) می‌توانیم فرمولی برای وزن ظاهری به دست آوریم:

$$W' = W - F = W - V.\alpha = W - \frac{W}{D}\alpha \Rightarrow \boxed{W' = W(1 - \frac{\alpha}{D})}$$

وزن مخصوص سیال

وزن مخصوص جسم

$\frac{W}{V}$ (جگالی)

$$W' = W(1 - \frac{\alpha}{D}) \qquad (۴-۲۹)$$

$$mg' = mg(1 - \frac{\alpha}{D}) \Rightarrow \boxed{g' = g(1 - \frac{\alpha}{D})}$$

با توجه به فرمول فوق و علامت g' درون سیال می‌توان نوع حرکت را در داخل سیال مشخص نمود.

$$g' = g(1 - \frac{\alpha}{D}) \Rightarrow$$

حرکت تند شونده $D > \alpha \Rightarrow g' > \circ$

حرکت یکنواخت $D = \alpha \Rightarrow g' = \circ$

حرکت کند شونده $D < \alpha \Rightarrow g' < \circ$

به نوع دیگری می‌توان حرکت فوق را بررسی کرد :

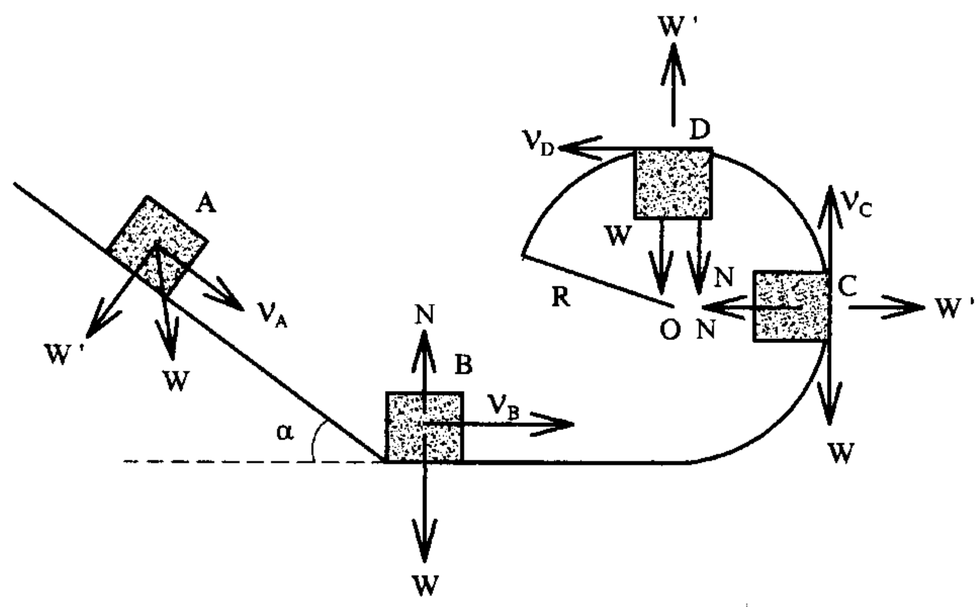
جسم به سقوط خود ادامه می‌دهد (مانند حرکت سقوط اجسام سنگین در هوا) $W > F$

جسم حرکت یکنواخت خواهد داشت (مانند سقوط چتر باز) $W = F$ اگر $W' = W - F$
جسم به طرف بالا حرکت خواهد کرد (مانند بالن پر از هیدروژنی که در سطح زمین رها می‌شود).
$W < F$

۷-٤ بررسی وزن ظاهری جسم در حالت تکیه‌بر یک جسم جامد

تعریف وزن ظاهری: به مقدار نیرویی که هر جسم بر تکیه گاه خود وارد می‌کند، وزن ظاهری می‌گویند و با W' نشان می‌دهند که برابر نیروی عکس‌العمل سطح N است .

بنابراین وقتی شخصی بر نقطه‌ای تکیه داده باشد زمانی احساس سنگینی خواهد کرد که از طرف تکیه‌گاه بر آن نیرو وارد گردد.



در نقطه A : $W' = N = W\cos\alpha$

در نقطه C : $W' = N = \sqrt{\frac{mV_c^2}{R}}$

در نقطه B : $W' = N = W$

در نقطه D : $W' = N = \frac{mV_D^2}{R} - W$

> ***توجه : وزن ظاهری در واقع عکس‌العمل نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌باشد ، بنابراین همواره $N = W'$ است .***

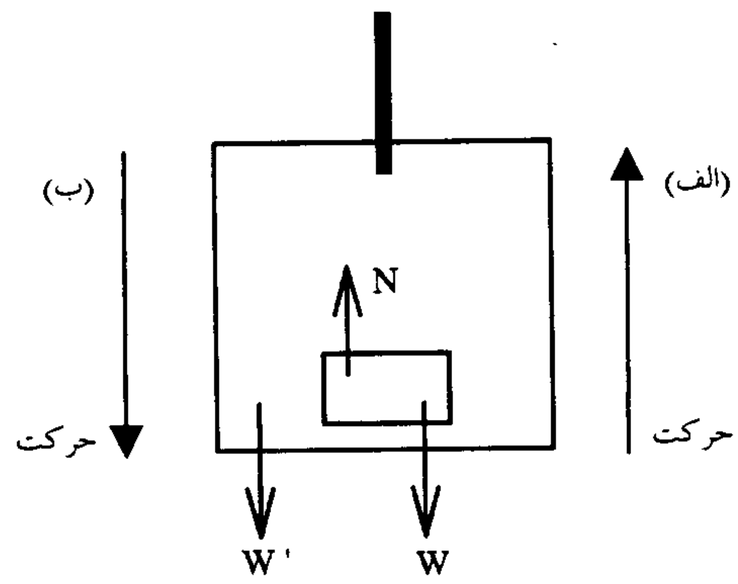
۱-۷-۴ وزن ظاهری داخل آسانسور

الف) بالا رفتن $N - W = ma \Rightarrow N = m(g + a)$ (۴-۳۰)

ب) پایین آمدن $W - N = ma \Rightarrow N = m(g - a)$ (۴-۳۱)

در حالت (الف) اگر آسانسور با شتاب تند شونده بالا رود $a > 0$ پس $N > mg$ و وزن ظاهری بیشتر است ولی اگر با شتاب کند شونده بالا رود $a < 0$ و $N < mg$

در حالت (ب) اگر آسانسور با شتاب تند شونده پایین آید $a > 0$ و $N < mg$ و وزن ظاهری کمتر است ولی اگر با شتاب کند شونده پایین آید $a < 0$ و $N > mg$



۸-٤ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- کدام دستگاه مختصات زیر برای حرکت اتومبیلها دستگاه لخت است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- دستگاه مختصات متصل به خورشید ۲- دستگاه مختصات متصل به زمین

۳- دستگاه مختصات متصل به کره ماه ۴- دستگاه مختصات به شتاب ثابت

۲- یکای لختی با یکای کدام کمیت زیر یکسان است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- مقاومت ۲- اندازه حرکت ۳- جرم ۴- نیرو

۳- در مورد مکانیک نیوتونی کدام‌یک از گزینه های زیر درست است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۰)

۱- فضا نااقلیدسی و زمان مطلق است. ۲- فضا نااقلیدسی و زمان نسبی است.

۳- فضا اقلیدسی و زمان مطلق است. ۴- فضا اقلیدسی و زمان نسبی است.

۴- شخصی که بر روی یک سطح بدون اصطکاک ایستاده است ، وقتی پای راستش را به جلو می‌گذارد در نتیجه پای چپش به عقب می‌لغزد، زیرا طبق قانون :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۶)

۱- اول نیوتن ، شخصی که ساکن بوده باید ساکن بماند .

۲- حرکت مرکز جرم ، مرکز جرم شخصی باید ساکن باقی بماند .

۳- سوم نیوتن ، هر عملی را عکس‌العمل به دنبال است .

۴- دوم نیوتن ، نیروی لازم برای شروع حرکت تأمین نشده است .

۵- جرم جسمی در سطح کره زمین ۳ برابر جسم دیگر است (اگرشتاب جاذبه کره ماه یک ششم جاذبه زمین باشد)نسبت جرم این جسم در کره ماه چند برابر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۴ و۷۵)

۱- ۱۸ ۲- ۳ ۳- ۲ ۴- $\frac{۱}{۲}$

۶- معادله حرکت ذره‌ای چنین است $m\frac{dv}{dt} = -bv$ ، نیروی وارد بر ذره برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)

۱- صفر ۲- $-bv$ ۳- $-\frac{۱}{۲}-bv^۲$ ۴- $\frac{۱}{۲}-bv^۲$

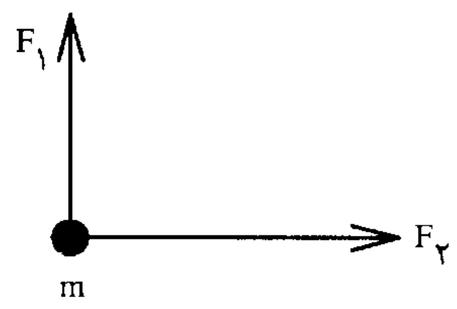
۷- اگر نیروی F به جسم $m_۱ = ۳kg$ وارد شود شتاب برابر با $a_۱ = ۵m/s^۲$ خواهد بود و اگرنیروی F به جسم دیگری به جرم $m_۲ = ۷kg$ وارد شود شتاب آن چقدر خواهد بود ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی‌ژئوفیزیک با زمینه زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک‌و ریاضی۷۸)

۱- $\frac{۱۲}{۷}m/s^۲$ ۲- $\frac{۱۵}{۷}m/s^۲$

۳- $\frac{۴}{۷}m/s^۲$ ۴- $\frac{۳}{۷}m/s^۲$

۸- به‌جسمی‌به جرم m دونیروی $F_۱$ $F_۲$ وارد می‌شود. اگر $m = ۵kg$ $F_۱ = ۳N$ $F_۲ = ۴N$ باشد شتاب حرکت جسم چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی۸۰)**



۱- $۲m/s^۲$

۲- $۱m/s^۲$

۳- $۳m/s^۲$

۴- $۶m/s^۲$

۹- نیروی یکنواختی که به مدت ۵ ثانیه به جرم ۲۰ کیلوگرم وارد شده و سبب می‌شود که ذره از حال سکون به سرعت $۵۰\frac{m}{s}$ برسد ، چند نیوتن است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۹)

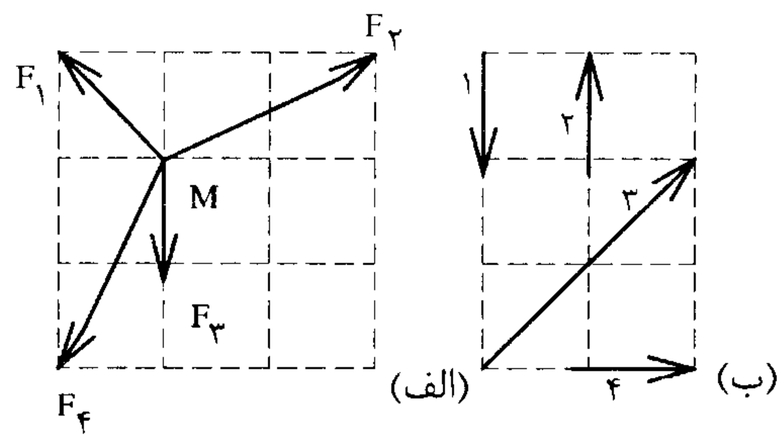
۱- ۲۰۰ ۲- ۱۰۰۰ ۳- ۲۵ ۴- ۱۰۰

۱۰- نیروی $\vec{F} = ۱۲\vec{i} + ۱۶\vec{j}$ بر جسمی به جرم $۴kg$ اثر می‌کند . شتاب این جسم چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی»۷۹)**

۱- $۳m/s^۲$ ۲- $۴m/s^۲$

۳- $۵m/s^۲$ ۴- $۶m/s^۲$

۱۱- چهار نیروی F_1وF_2وF_3وF_4 مطابق شکل الف به ذره M وارد می‌شوند برای اینکه جسم به طور یکنواخت به حرکت خود ادامه دهد کدام‌یک از نیروهای شکل باید به آن وارد شود ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی ژئو فیزیک با زمینه زمین شناسی۷۹)**



۱- ۱

۲- ۲

۳- ۳

۴- ۴

۱۲- به اتومبیلی به جرم m که در ابتدا ساکن بوده است در زمان $t = 0$ نیروی رانشی ثابت F_0 رو به جلو وارد می‌شود. در زمان t_1 نیرو ناگهان دو برابر می‌شود و به مقدار $2F_0$ می‌رسد و پس از آن ثابت باقی می‌ماند نشان دهید که مسافت کل پیموده شده در زمان $t = 2t_1$ برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی- حالت جامد ۸۰)

۱- $\frac{5}{2}\frac{F_0 t_1^2}{m}$ ۲- $\frac{1}{2}\frac{F_0^2 t_1^2}{m}$ ۳- $\frac{1}{2}F_0^2 m t_1^2$ ۴- $mF_0^2 t_1^2$

۱۳- جسمی در راستای محور x تحت تأثیر نیروی $f = kx^3$ از حالت سکون به حرکت در می‌آید ، k مقداری است ثابت . سرعت لحظه‌ای جسم مساوی است با :

(کنکورکارشناسی ارشد مهندسی عمران «فتوگرامتری - نقشه‌برداری» ۸۰)

۱- $v = b + ax^3$ که aوb مقادیر ثابتی هستند.

۲- $v=b+ax^2$ که aوb مقادیر ثابت هستند .

۳- $v = ax^3$ ، که a مقداری است ثابت

۴- $v = ax^2$ که a مقداری است ثابت

۱۴- گلوله‌ای به جرم ۲۰ گرم با سرعت۲۵۰ m/s به تخته‌ای برخورد کرده و ۱۲ سانتی متر در آن فرو می‌رود نیروی متوسط وارد بر گلوله را حساب کنید .

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه‌آزاداسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه‌زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- ۴۴۰۲نیوتن ۲-۲۶۲۴نیوتن ۳-۲۶۰۴نیوتن ۴-۵۲۰۸نیوتن

۱۵- منشأ نیروهایی که اتمها را در کنار یکدیگر در جسم جامد نگاه می‌دارد، کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم‌فیزیک و ریاضی»۷۹)

۱- گرانش ۲- الکتریکی ۳- هسته‌ای قوی ۴- هسته‌ای ضعیف

۱۶- جسمی به جرم ۵ kg به فنری که یک طرف آن به سقف متصل است آویخته شده و طول آن ۲/۴۵ m اضافه می‌شود ثابت فنر را حساب کنید.

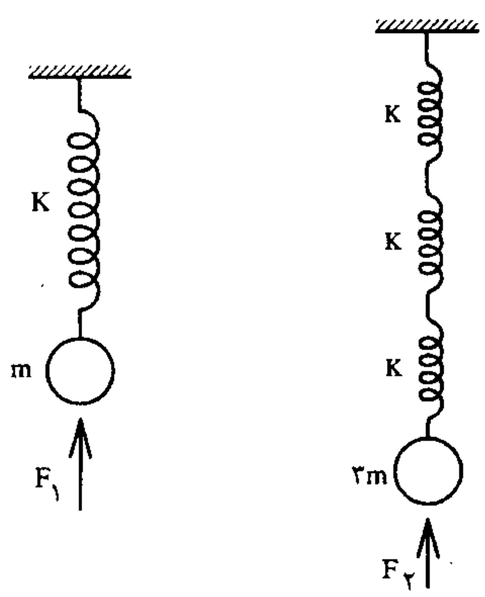
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- ۴۰۰۰N/m ۲- ۳۰۰۰N/m

۳- ۱۰۰۰N/m ۴- ۲۰۰۰N/m

۱۷- با توجه به شکل نسبت $\frac{F_1}{F_2}$ چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه‌زمین شناسی» ۷۹)

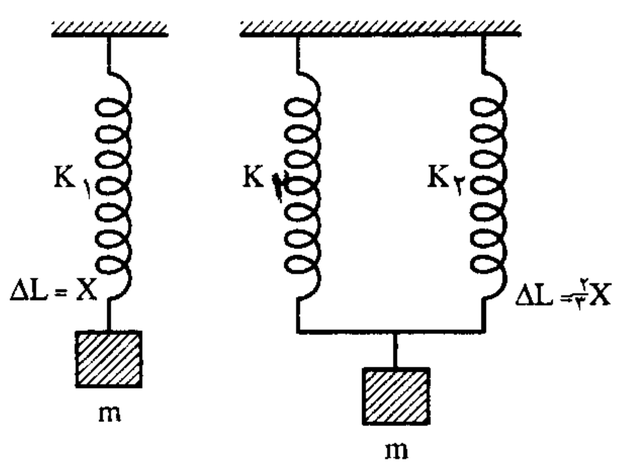


۱- $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۲- $\sqrt{3}$

۳- $\frac{1}{3}$ ۴- ۳

۱۸- با توجه به شکل نسبت $\frac{k_1}{k_2}$ چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه‌علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

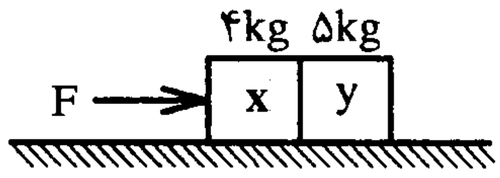


۱- $\frac{1}{2}$ ۲- $\frac{2}{3}$

۳- $\frac{3}{4}$ ۴- $\frac{4}{3}$

۱۹- دو جسم به جرمهای $x = ۴kg$ و $y = ۵kg$ با نیروی $F = ۱۸N$ به حرکت درمی‌آیند. نیرویی که از طرف x به y وارد می‌شود چند نیوتن است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)



۱-۶

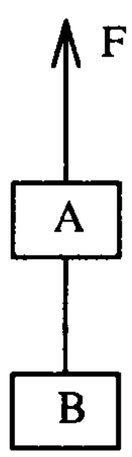
۲-۹

۳-۱۰

۴-۱۸

۲۰- دو وزنه A و B به جرمهای ۲kg و ۳kg توسط نیروی $F = ۱۰۰ N$ به طرف بالا کشیده می‌شوند. نیروی کشش بین دو ریسمان برابر است با : $g = ۱۰ m/s^۲$

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)



۱- ۶۰ N

۲- ۴۰N

۳- ۵۰N

۴- ۱۰۰N

۲۱- میله افقی صلبی به جرم m را از دو طرف با نیروهای افقی $F_۲$ و $F_۱$ می‌کشیم $F_۱$ و $F_۲$ مقدار نیروی کشش در وسط میله چقدر است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)**

۱- $F_۱$ و $F_۲$ ۲- $F_۱ + F_۲$ ۳- $\frac{F_۱ - F_۲}{۲}$ ۴- $\frac{F_۱ + F_۲}{۲}$

۲۲- جسمی به جرم یک کیلوگرم از ارتفاع ۵ متری روی توده شن می‌افتد . اگر جسم ۵ سانتی‌متر در شن فرو رود و متوقف شود ، نیروی میانگین که توده شن روی جسم وارد می‌کند ، چند نیوتن است ؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)**

۱- ۱۰ ۲- ۲۵۰ ۳- ۵۰۰ ۴- ۱۰۰۰

۲۳- جسمی به جرم $۰/۲۵kg$ با شتاب $۹/۲m/s^۲$ سقوط می‌کند . نیروی اصطکاکی که هوا بر جسم وارد می‌کند ، چقدر است ؟ $g = ۹/۸m/s^۲$

(کنکورکارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۷۷)

۱- ۱ N　　۲- ۱/۵ N

۳- ۰/۱۵ N　　۴- ۲/۵ N

۲۴- جسمی به جرم ۴ کیلوگرم با سرعت اولیه $V_۰ = ۶۶\frac{m}{s}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب شده در صورتی که مقاومت هوا $F = \frac{-۴V_۰}{۶۶}$ باشد (F نیوتن و $V_۰$ متر بر ثانیه) پس از چند ثانیه جسم به حداکثر ارتفاع خود می‌رسد $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$.

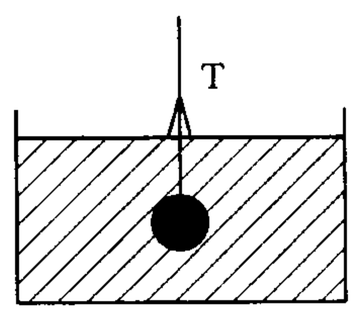
(کنکورکارشناسی ارشدژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)

۱- ۰/۶　　۲- ۶

۳- $\frac{۶۶}{۹}$　　۴- ۶۰

۲۵- در شکل مقابل جسمی به جرم m که به طناب قائم متصل شده است در مایعی غوطه‌ور است . اگر کشش در طناب T باشد نیرویی که جسم بر مایع وارد می‌کند چقدر است؟

(کنکورکارشناسی ارشدفیزیک ۷۸)



۱- T

۲- mg

۳- mg-T

۴- صفر

۲۶- قطعه سنگی به جرم M که چگالی آن ۳ برابر چگالی آب است به وسیله نخ نازک بدون جرمی در داخل آب به حالت تعلیق در آمده است ، در صورتی که g شتاب ثقل باشد کشش نخ برابر است با :

(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)

۱- ۲Mg　　۲- $\frac{۲Mg}{۳}$　　۳- Mg　　۴- $\frac{Mg}{۳}$

۲۷- شخصی به جرم $۸۰kg$ با چتر نجات با شتاب $۲/۵m/s^۲$ به طرف پایین سقوط می‌کند . جرم چتر $۵kg$ است از طرف هوا چه نیرویی بر چتر باز شده او وارد می‌شود ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- $۵۰۰N$ ۲- $۸۲۰N$ ۳- $۲۶۰N$ ۴- $۶۲۰N$

۲۸- شخصی به جرم $۸۰kg$ به وسیله چتر نجات با شتاب $۲/۵m/s^۲$ پایین می‌آید . جرم چتر $۵kg$ است. مقدار نیروی رو به پایینی که از طرف شخص به چتر وارد می‌شود چقدر است ؟ $g = ۹/۸kgm/s^۲$

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی «مهندسی نساجی»۷۸)

۱- $۳۷۲N$ ۲- $۸۷۰N$ ۳- $۵۸۴N$ ۴- $۴۷۵N$

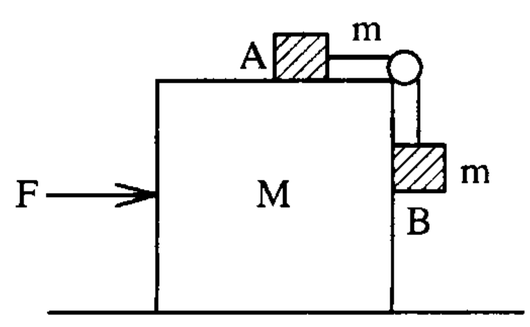
۲۹- یک بالون با هوای گرم که جرم آن m است با شتاب a به طور قائم روبه پایین حرکت می‌کند. چقدر جرم از بالون به بیرون انداخته شود تا بالون بتواند با شتاب a رو به بالا حرکت کند ؟ (M جرم اولیه بالون)

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹و فیزیک پزشکی۷۵)

۱- $m = \frac{M}{۲(g+a)}$ ۲- $m = \frac{۲Ma}{g+a}$

۳- $m = \frac{g+a}{M}$ ۴- $m = \frac{۴g}{M}$

۳۰- مطابق شکل زیر جسم A به جرم m بر روی مکعبی به جرم M قرار دارد و توسط نخی که از روی قرقره بدون اصطکاک گذشته است به جسم B به جرم m متصل است با مکعب در تماس است . مکعب بر روی سطح افقی قرار دارد . اگر از جرم نخ و قرقره صرف‌نظر کنیم و اصطکاک کلیه سطوح تماس ناچیز باشد نیروی افقی اعمال شده F چقدر باشد تا جسم A نسبت به مکعب ساکن بماند ؟ **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)**



۱- $(M+۲m)g$

۲- $(M+۲m)\frac{g}{۲}$

۳- $(M+m)g$

۴- $۲mg$

۳۱- در یک ماشین آتوود جرم هر یک از وزنه‌ها g ۱۰۰ و جرم سربار۲۰ گرم است . پس از رها کردن دستگاه هنگام عبور از حلقه رادر مدت ۲ ثانیه طی می‌کند شتاب گرانش را حساب کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک«با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- $۹/۸۱cm/s^۲$ ۲- $۹۸۴/۸cm/s^۲$

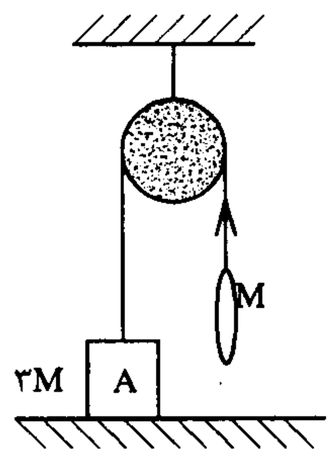
۲- $۹۴/۵cm/s^۲$ ۴- $۹۸۴/۵cm/s^۲$

۳۲- در یک ماشین آتوود جرم هر یک از وزنه‌ها ۱۰۰ گرم است و جرم سربار ۲۰ گرم است پس از رها کردن دستگاه هنگام عبور از حلقه سربار حذف می‌شود و دستگاه با سرعت ثابت فاصله ۱۷۹ سانتی‌متر را در مدت۲ ثانیه طی می‌کند شتاب گرانش را حساب کنید .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۸۰)

۱- $۵۷۵m/s^۲$ ۲- $۶۸۵/۵m/s^۲$ ۳- $۹۸۴/۵m/s^۲$ ۴- $۴۵۹m/s^۲$

۳۳- در شکل مقابل فردی به جرم M حداکثر با چه شتابی از طناب سمت راست می‌تواند بالا برود به طوری که جسم A به جرم ۳M روی زمین ساکن باقی بماند (نیروهای اتلافی و جرم نخ و قرقره ناچیز است.) **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)**



۱- g

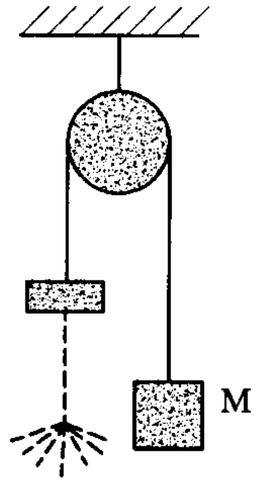
۲- ۲g

۳- ۳g

۴- ۴g

۳۴- در شکل مقابل دو ظرف حاوی ماسه هر دو به جرم کل M نشان داده شده است که از طریق طناب سبکی که از روی یک قرقره بدون جرم و اصطکاک می‌گذرد به یکدیگر متصل شده‌اند. اگر زیر ظرف سمت چپ سوراخ شود و ماسه از آن با آهنگ ثابت k به بیرون بریزد ، شتاب ظرف سمت راست پس از گذشت مدت زمان. t چقدر خواهد شد؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)



۱- $\frac{kt_0}{M+kt_0}g$

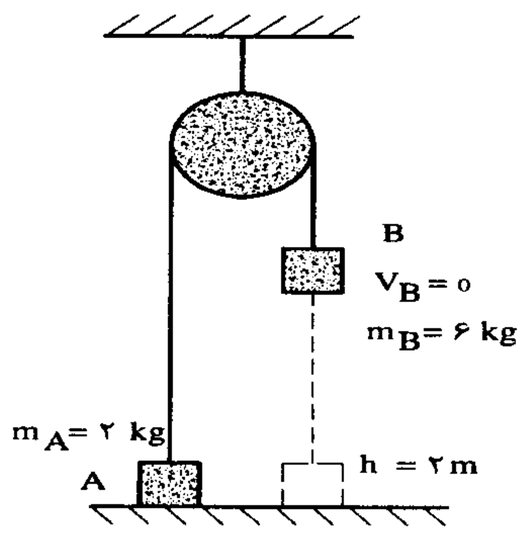
۲- $\frac{M-kt_0}{M+kt_0}g$

۳- $\frac{kt_0}{2M-kt_0}g$

۴- $\frac{2kt_0}{M-kt_0}g$

۳۵- مطابق شکل سرعت جسم B هنگام برخورد با زمین چقدر است؟ ($g=10m/s^2$ از اصطکاک چشم پوشی شود).

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی » ۷۹)



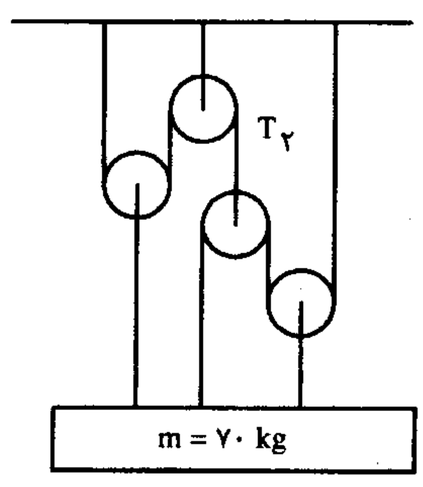
۱- ۴

۲- $2\sqrt{5}$

۳- $2\sqrt{3}$

۴- ۵۰

۳۶- جسمی به جرم ۷۰kg توسط سیستم کابل و قرقره مطابق شکل نگه داشته شده است. اندازه کشش (T) در کابل۲ مطابق کدام گزینه می‌باشد؟ (اصطکاک و جرم قرقره‌ها ناچیز فرض می‌شود. $g=10m/s^2$) . **(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۸)**



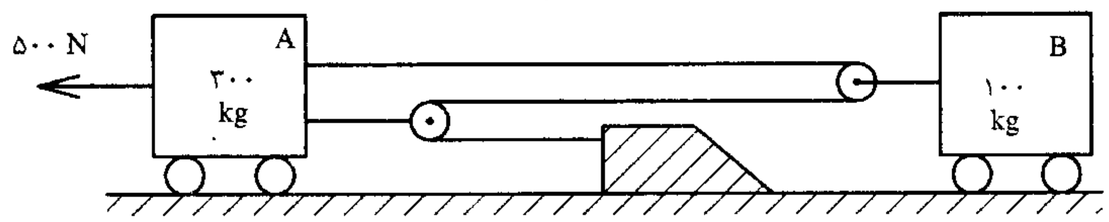
۱- $T=100N$

۲- $T=150N$

۳- $T=200N$

۴- $T=175N$

۳۷- نیروی ثابت N ۵۰۰ به جسم A وارد می‌شود ، شتاب اجسام A وB چه مقدار است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۸)

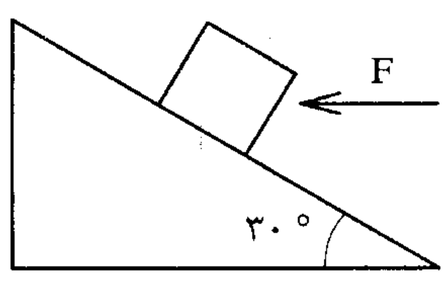


۱- $a_A : (۰/۷۵)$, $a_B : (۱/۵) m/s^۲$
۲- $a_A : (۱/۴۳)$, $a_B : (۰/۹۵) m/s^۲$
۳- $a_A : (۰/۹۵)$, $a_B : (۱/۴۳) m/s^۲$
۴- $a_A : (۱/۵)$, $a_B : (۰/۷۵) m/s^۲$

۳۸- شتاب موازی جسمی که در طول یک صفحه شیب دار به زاویه شیب θ می‌لغزد عبارت است از:
(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک« با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- $g \sin\theta$ ۲- $g \cos\theta$ ۳- $g \sin^۲\theta$ ۴- $g^۲ \cos\theta$

۳۹- برای اینکه نیروی افقی F بتواند جسمی به جرم M روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی که با سطح افق زاویه ۳۰ درجه می‌سازد را به حال تعادل نگه دارد . مقدار آن چقدرباید باشد ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای۷۴)**



۱- ۳۰ درجه mg tan
۲- ۳۰ درجه mg cos
۳- ۳۰ درجه mg sin
۴- ۴۵ درجه mg cos

۴۰- اتومبیلی با شتاب a به طرف راست در حرکت است و سرعت آن به طور یکنواخت کاهش می‌یابد . آونگ ساده‌ای از سقف اتومبیل آویزان است . در اثر حرکت اتومبیل آونگ به اندازه .....منحرف می‌شود. **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۵)**

۱- $\theta = \arctan\left(\frac{a}{g}\right)$ به سمت چپ
۲- $\theta = \arctan\left(\frac{g}{a}\right)$ به سمت راست
۳- $\theta = \arctan\left(\frac{a}{g}\right)$ به سمت راست
۴- $\theta = \arctan\left(\frac{g}{a}\right)$ به سمت چپ

۴۱- آسانسوری با شتاب ثابت g به طرف پایین حرکت می‌کند وزن ظاهری شخصی به جرم ۷۵kg را در حالت فوق حساب کنید .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- ۲ نیوتن ۲- ۵ نیوتن ۳- ۱ نیوتن ۴- ۰ (صفر)

۴۲- آسانسوری با سرعت ثابت $5m/s$ پایین می‌آید شخصی که داخل آسانسور است گلوله کوچکی را از ارتفاع $80cm$ نسبت به کف آسانسور رها می‌کند. گلوله پس از چند ثانیه به کف آسانسور می‌رسد؟ ($g = 10m/s^2$) (کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۹)

۱- ۰/۲ ۲- ۰/۸ ۳- ۰/۴ ۴- ۰/۱۶

۴۳- شخصی به وزن P که گلوله‌ای به وزن w در دست دارد بر آسانسوری سوار است که با شتاب a به سمت پایین در حرکت می‌باشد . اگر وزن ظاهری شخص و گلوله در آسانسور برابر با P باشد شتاب آسانسور مساوی است با :

(کنکور کارشناسی ارشدژئو فیزیک و هواشناسی۷۶)

۱- $\left(\frac{w}{p}\right)g$
۲- $\left(\frac{w}{w+p}\right)g$
۳- $\left(\frac{w}{p-w}\right)g$
۴- $\left(\frac{p}{p+w}\right)g$

۴۴- آسانسوری با شتاب کند شونده $a = \frac{g}{5}$ به طرف بالا در حرکت است . آونگی از سقف آسانسورآویزان است .پرید آونگ نسبت به حالتی که آسانسور ساکن است، ..... برابر می‌شود . (کنکور کارشناسی ارشدژئو فیزیک و هواشناسی۷۹)

۱- $\sqrt{\frac{6}{5}}$
۲- $\frac{\sqrt{5}}{2}$
۳- $\frac{2}{\sqrt{5}}$
۴- $\sqrt{\frac{5}{6}}$

۴۵- مسافری به جرم m را در نظر می‌گیریم که کف آسانسور ایستاده است آسانسور با شتاب کند شونده به سمت پایین حرکت می‌کند نیرویی که مسافر بر کف آسانسور وارد می‌کند چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه‌زمین‌شناسی‌و علوم‌فیزیک‌و ریاضی»۷۸)

۱- $p = m(g + a)$ ۲- $p = m(g - a)$

۳- $p = m(a - g)$ ۴- $p = m(g + a)$

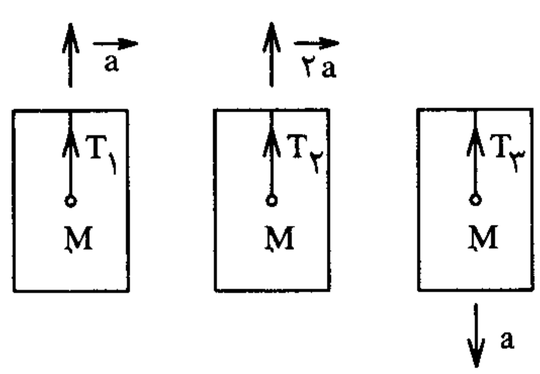
۴۶- آونگی به سقف آسانسوری آویخته‌ایم . اگر آسانسور با شتاب g پایین بیاید دوره تناوب آونگ : **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی۷۵)**

۱- تغییر نمی‌کند . ۲- نصف می‌شود.

۳- $\sqrt{2}$ برابرکوچک می‌شود. ۴- $\sqrt{2}$ برابر بزرگ می‌شود.

۴۷- با توجه به شکل بین T_1 و T_2 و T_3 چه رابطه‌ای برقرار است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی»۷۹)



۱- $T_1 < T_2 < T_3$

۲- $T_1 = T_3 > T_2$

۳- $T_2 < T_1 < T_3$

۴- $T_2 > T_1 > T_3$

۴۸- (GRE)

یکی از لیستهای زیر چهار نیروی اساسی طبیعت را بر حسب بزرگی نشان می‌دهد، کدام‌یک از گزاره‌ها صحیح است ؟

۱- گرانشی ـ ضعیف ـ الکترو مغناطیسی ـ هسته‌ای

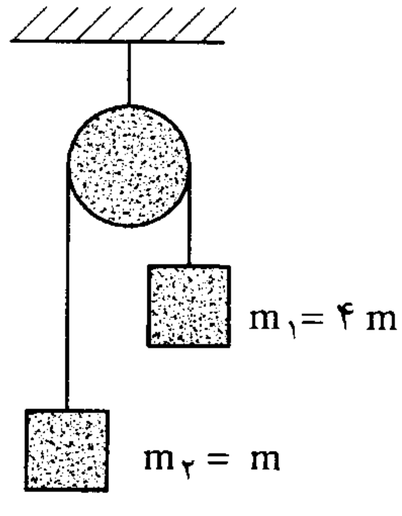
۲- ضعیف ـ الکترو مغناطیسی ـ هسته‌ای ـ گرانشی

۳- الکترو مغناطیسی - ضعیف ـ گرانشی ـ هسته‌ای

۴- ضعیف ـ گرانشی ـ الکترو مغناطیسی ـ هسته‌ای

۵- هسته‌ای ـ الکترومغناطیسی ـ ضعیف ـ گرانشی

۴۹ – (GRE)



در ماشین آتوود در حالی که جرم آویزان چهار برابر جرم دیگر است ، شتاب را بیابید.

۱- $\frac{g}{2}$ ۲- $\frac{2g}{3}$ ۳- $\frac{3g}{5}$

۴- $\frac{3g}{4}$ ۵- $\frac{4g}{5}$

۵۰- دو ذره یکی به جرم ۵gr و دیگری به جرم ۳gr روی میز افقی بدون اصطکاکی به فاصله ۱۰ سانتی متر از یکدیگر قرار می‌گیرند و به سبب نیروی جاذبه گرانشی به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند . مقدار مسافتی که جسم ۵ گرمی تا محل برخورد با جسم ۳ گرمی طی می‌کند چند سانتی‌متر است ؟

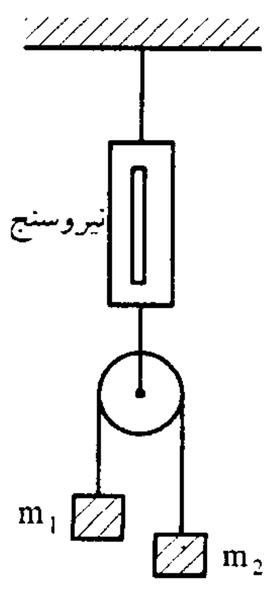
(کنکور کارشناسی ارشد آزاد فیزیک اتمی– حالت جامد و کاربردی ۸۱)

۱- ۲ ۲- ۵ ۳- ۳/۷۵ ۴- ۶/۲۵

۵۱- شخصی به جرم ۸۰ کیلوگرم از طنابی پایین می‌آید . اگر حداکثر نیروی کششی که طناب می‌تواند تحمل کند ۴۰۰ نیوتن باشد ، حداقل شتابی که شخص هنگام پایین آمدن می‌تواند داشته باشد چند متر بر روی مجذور ثانیه است ؟ $(g = 10 m/s^2)$

(کنکور کارشناسی ارشد آزاد فیزیک اتمی– حالت جامد و کاربردی ۸۱)

۱- ۵ ۲- ۰ ۳- ۱۵ ۴- ۱۰



۵۲- در شکل مقابل اگر جرم نخها و قرقره ناچیز باشد و $m_1 = 6kg$ و $m_2 = 2kg$ ، نیروسنج چندنیوتن‌را نشان‌می‌دهد ؟ $(g = 10 m/s^2)$

(کنکور کارشناسی ارشد آزاد فیزیک اتمی – حالت جامد و کاربردی ۸۱)

۱- ۸۰

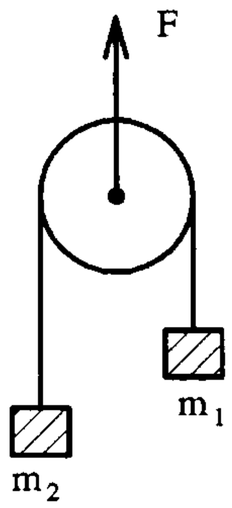
۲- ۳۰

۳- ۶۰

۴- ۴۰

۵۳- درشکل زیر به محور قرقره‌یک ماشین آتوود که شامل وزنه‌های $m_1 = 1kg$ و $m_2 = 2kg$ نیروی قائم $F = 40N$ وارد شده است . اگر از جرم نخ و قرقره و اثرات اصطکاک صرف‌نظر کنیم اندازه و جهت a_1 شتاب جسم m_1 و a_2 شتاب جسم m_2 کدام است؟

$(g = 10 m/sec^2)$ (کنکور کارشناسی ارشد آزاد فیزیک اتمی– حالت جامد و کاربردی ۸۱)



۱- $a_1 = a_2 = \frac{40}{3} m/sec^2$ ، a_1, a_2 به سمت بالا

۲- $a_1 = a_2 = \frac{10}{3} m/sec^2$ به سمت بالا و a_2 به سمت پایین

۳- $a_1 = 10 m/sec^2$ و به سمت پایین و $a_2 = 0$

۴- $a_1 = 10 m/sec^2$ و به سمت بالا و $a_2 = 0$

۵۴- آونگی از سقف یک اتومبیل آویزان است. اگر جرم گلوله آونگ m، شتاب اتومبیل a شتاب ثقل محل g باشد ، کشش در نخ آونگ برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۸۱)

۱- $m(g-a)$ ۲- $m(g+a)$

۳- $m\sqrt{g^2 + a^2}$ ۴- $m\sqrt{g^2 - a^2}$

۵۵- معادله حرکت ذره‌ای که موقعیت مکانی آن در هر لحظه در صفحه xoy توسط رابطه زیر داده شده است ، به گونه‌ای است که : (کنکور کارشناسی ارشد آزاد فلسفه علم ۸۱)

$$R(t) = iR\cos\omega t + jR\sin\omega t$$

۱- با توجه به تعریف سرعت $\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt}$ سرعت در راستای R متغیر بوده و در نتیجه $\vec{v} \cdot \vec{r} = 0$

۲- با توجه به تعریف شتاب $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ شتاب در راستای سرعت بوده یعنی بر مسیر مماس است در نتیجه $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$

۳- شتاب مماسی صفر بوده و چون در هر لحظه سرعت بر مسیر مماس است پس در حالت فوق شتاب بر سرعت عمود است به گونه‌ای که $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$

۴- شتاب و سرعت به گونه‌ای در صفحه حرکت وجود دارند که شتاب مماس بر مسیر در رابطه $\vec{v} \times \vec{a} = 0$ صدق کند.

۹-٤ پاسخنامه تشریحی

۱-۲) می‌دانیم که دستگاههای مختصاتی که نسبت به زمین (ناظر ساکن) دارای شتاب هستند دستگاه نالخت می‌باشند ، بنابراین گزینه‌های ۱و۳و۴ صحیح نیستند .

۲-۳) یکای لختی با کمیت جرم یکسان است .

۳-۳)

۴-۴) چون هیچ نیروی افقی وارد بر شخص به علت عدم وجود اصطکاک وجود ندارد، مرکز جرم شخص باید ثابت بماند . در این حالت فقط نیروی گرانش به فرد وارد می‌شود که با نیروی عکس‌العمل عمود بر سطح خنثی می‌شود ، پس نیرویی برای شروع حرکت تأمین نشده است .

۵-۲) جرم مستقل از شتاب جاذبه است .

۶-۲)

$$m = \frac{dV}{dt} = -bV \Rightarrow F = ma = -bV$$

۷-۲)

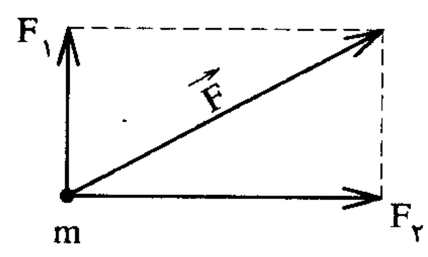
$$F = m_1 a_1 = ۳ \times ۵ = ۱۵N$$

$$F = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F}{m_2} \Rightarrow a = \frac{۱۵}{۷} m/s^۲$$

۸-۲)

$$F = \sqrt{F_1^۲ + F_2^۲} = \sqrt{(۳)^۲ + (۴)^۲} = ۵N$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{۵}{۵} = ۱m/s^۲$$



۹-۱)

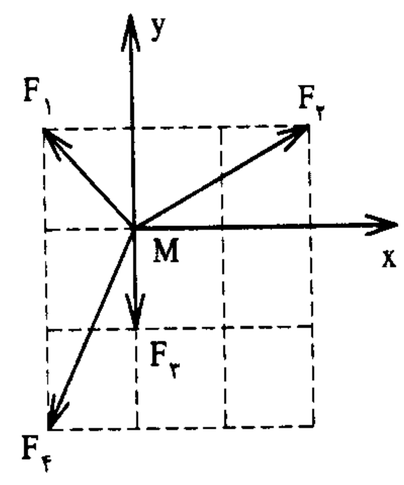
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۵۰}{۵} = ۱۰m/s^۲ \qquad F = ma = ۱۰ \times ۲۰ = ۲۰۰N$$

۱۰-۳)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{۱۲\vec{i} + ۱۶\vec{j}}{۴} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(۳)^۲ + (۴)^۲} = \sqrt{۲۵} = ۵\frac{m}{s^۲}$$

۱۱-۲) همان طور که در شکل مشخص است اگر طول هر واحد نقطه‌چین را برابر واحد بگیریم:



$$\begin{cases} \vec{F}_{۲x} = ۲\vec{i} \quad ,\vec{F}_{۲y} = (۱)\vec{j} \\ \vec{F}_{۱x} = -\vec{i} \quad ,\vec{F}_{۱y} = (۱)\vec{j} \\ \vec{F}_{۴x} = -\vec{i} \quad ,\vec{F}_{۴y} = (-۲)\vec{j} \\ \vec{F}_{۳x} = ۰ \quad ,\vec{F}_{۳y} = (-۱)\vec{j} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ + \vec{F}_۴ = (۲-۱-۱+۰)\vec{i} + (۱+۱-۲-۱)\vec{j}$$

$$\vec{F} = (۰)\vec{i} - \vec{j} = -\vec{j}$$

بنابراین برای آنکه جرم m به صورت یکنواخت حرکت کند باید $\Sigma\vec{F} = ۰$ لذا باید نیروی $\vec{F}'$ نیز به M واردشود به طوری که :

$$\vec{F} + \vec{F}' = ۰ \Rightarrow \vec{F}' = \vec{j}$$

مشخص است که $\vec{F}'$ نیروی شماره ۲ است .

۱۲-۱)

$$۰ \le t \le t_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{F_۰}{m} \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ = \frac{F_۰t_۱^۲}{۲m} \\ v_۱ = a_۱t = \frac{F_۰t_۱}{m} \end{cases}$$

$$t_۱ \le t \le ۲t_۱ \quad \Rightarrow a_۲ = \frac{۲F_۰}{m} \Rightarrow x_۲ = x_۱ + v_۱(۲t_۱ - t_۱) + \frac{۱}{۲}a_۲(۲t_۱ - t_۱)^۲$$

$$x_۲ = \frac{F_۰t_۱^۲}{۲m} + \left(\frac{F_۰t_۱}{m}\right)(t_۱) + \frac{۱}{۲}\left(\frac{۲F_۰}{m}\right)t_۱^۲ = \frac{۵}{۲}\frac{F_۰t_۱^۲}{m}$$

۱۳-۴) برطبق قانون دوم نیوتن داریم :

$$\sum F = ma \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} \Rightarrow mv\frac{dv}{dx} = kx^{۳} \Rightarrow vdv = \frac{k}{m}x^{۳}dx$$

با انتگرال‌گیری از طرفین معادله داریم :

$$\int_{۰}^{v} vdv = \int_{۰}^{x}\frac{k}{m}x^{۳}dx \Rightarrow \frac{v^{۲}}{۲} = \frac{k}{m}\times\frac{x^{۴}}{۴} \Rightarrow v = \left[\frac{k}{۲m}\right]^{\frac{۱}{۲}} x^{۲} = ax^{۲} \Rightarrow v = ax^{۲}$$

۱۴-۴)

شتاب حرکت کند شونده : $۰-(۲۵۰)^{۲} = ۲a(۰/۱۲) \quad ,\Delta x = ۰/۱۲m$

$$\Rightarrow a = -\frac{(۲۵۰)^{۲}}{۲(۰/۱۲)} \qquad m = ۲۰gr = ۰/۰۲kg$$

اندازه نیروی مقاوم وارد بر گلوله $F = ma = (۰/۰۲)\frac{(۲۵۰)^{۲}}{۲(۰/۱۲)} = ۵۲۰۸\ N$

۱۵- ۲) نیروی‌میان اتمها که سبب پیوند آنها می‌شود نیروی کولنی میان الکترونهای یک اتم و هسته اتم دیگر است.

۱۶-۴)

$$F = k\Delta x = mg \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta x} = \frac{۵\times۹/۸}{۲/۴۵} = ۲۰\frac{N}{m}$$

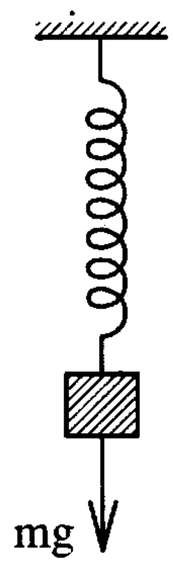
توجه : جواب به دست آمده در هیچ کدام از گزینه‌ها موجود نیست چنان چه اگر مقدار طول بر حسب سانتی متر باشد آن گاه گزینه ۴ درست است ، یعنی :

$$k = \frac{mg}{\Delta x} = \frac{۵\times۹/۸}{۲/۴۵\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow k = ۲۰۰۰\frac{N}{m}$$

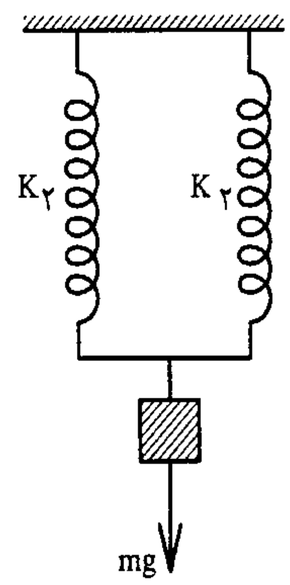
۱۷- ۳) از آن جهت که هر سه فنر در طول عادی خود هستند بنابراین نیروی ناشی از فنرها صفر است و برای تعادل جرم m نیروی $\vec{F}_{۱}$ باید وزن $m\vec{g}$ را خنثی کند و $\vec{F}_{۲}$ باید وزن $۳m\vec{g}$ را خنثی کند .

$$\frac{F_{۱}}{F_{۲}} = \frac{mg}{۳mg} = \frac{۱}{۳}$$

۱۸-۴)



$$mg = k_1 \Delta L = k_1 x$$



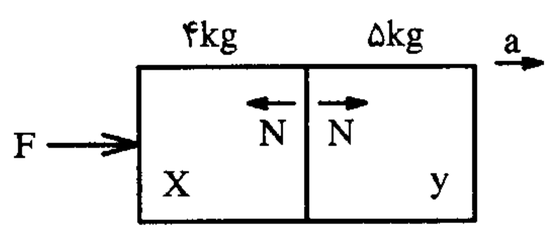
$$k = k_2 + k_2 = 2k_2$$

$$mg = (2k_2)\Delta L = (2k_2)(\frac{2x}{3})$$

$$k_1 x = 2k_2\left(\frac{2x}{3}\right) \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{4}{3}$$

۱۹-۳)

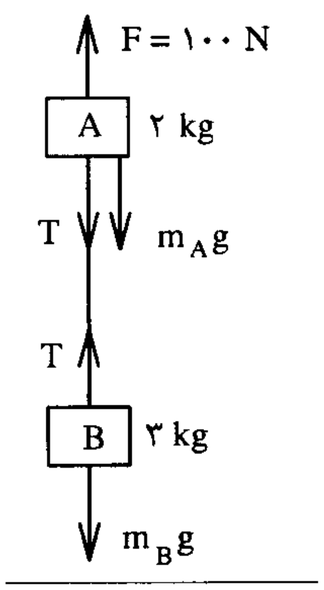
نیروی وارده از x به y از نظر اندازه برابر با نیروی وارده از y به x است (قانون سوم نیوتن)



$$\begin{cases} F - N = 4a \\ N = 5a \end{cases} \Rightarrow F = 9a = 18N \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

بنابراین $N = 5(2) = 10N$

۲۰-۱)

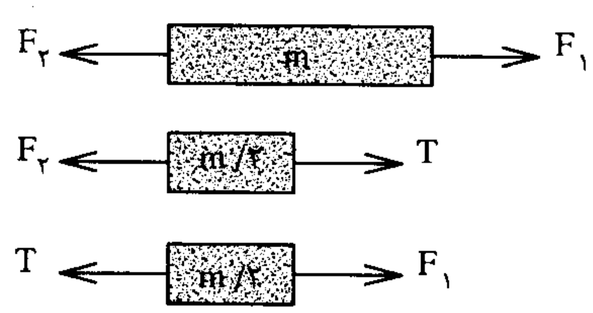


$$\begin{cases} F - T - m_A g = m_A a \\ T - m_B g = m_B a \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F - m_A g - m_B g}{m_A + m_B} = \frac{100 - 2(10) - 3(10)}{2 + 3} = 10 m/s^2$$

$$\Rightarrow T = m_B g + m_B a = 3(10) + 3(10) = 60N$$

۲۱-۴) وقتی نیروی F به یک انتهای جسم وارد می‌شود این نیرو در طول جرم جسم میرا می‌شود که یکی از عوامل آن وجود جرم است و چنان چه شرط $F_1 = F_2$ را در نظر بگیریم ، باید نیرو در طول جسم تغییر نکند ، بنابراین خواهیم داشت :



$$F_۱ = F_۲ = ma \Rightarrow a = \frac{F_۱ - F_۲}{m} \quad (۱)$$

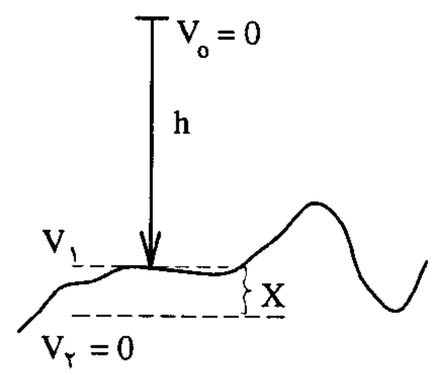
$$F_۱ - T = (\frac{m}{۲})a \quad (۲)$$

با توجه به رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت :

$$F_۱ - T = \frac{۱}{۲}(F_۱ - F_۲) \Rightarrow T = \frac{F_۱ + F_۲}{۲}$$

(۴-۲۲

بر طبق بقای انرژی مکانیکی :



$m = ۱kg$

$h = ۵m$

$x = ۵cm = ۵\times۱۰^{-۲} m$

$v_۲ = ۰$ سرعت جسم وقتی در توده شن متوقف می‌شود

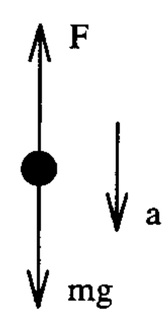
$v_۱^۲ - ۰ = ۲gh$

$v_۱^۲ = ۲\times۱۰\times۵ = ۱۰۰ \Rightarrow v_۱ = ۱۰ m/s$ سرعت اولیه ذره روی توده شن

$v_۲^۲ - v_۱^۲ = -۲ax \Rightarrow ۰ - ۱۰۰ = -۲\times a\times۵\times۱۰^{-۲} \Rightarrow a = ۱۰۰۰ \ m/s^۲$

$F = ma = ۱\times۱۰۰۰ \Rightarrow F = ۱۰۰۰ \ N$

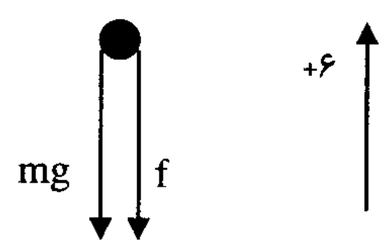
(۳-۲۳



نیروی مقاومت هوا $F \Rightarrow mg - F = ma$

$\Rightarrow F = m(g - a) = ۰/۲۵(۹/۸ - ۹/۲) = ۰/۱۵ N$

(۲-۲۴



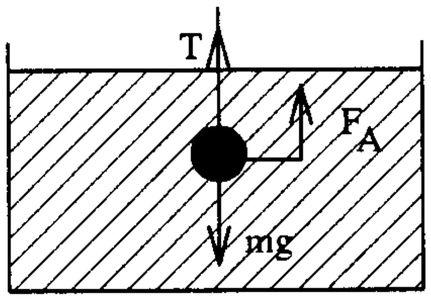
نیروی کل $F' = -mg - \frac{۴V_۰}{۶۶}$

$F' = -(۴)(۱۰) - \frac{۴(۶۶)}{۶۶} = -۴۴ N$

شتاب کند شونده $a' = \frac{F'}{m} = \frac{-۴۴}{۴} = -۱۱ m/s^۲$

زمان رسیدن به اوج $t \Rightarrow ۰ - v_۰ = a't \Rightarrow ۰ - ۶۶ = -۱۱t \Rightarrow t = ۶s$

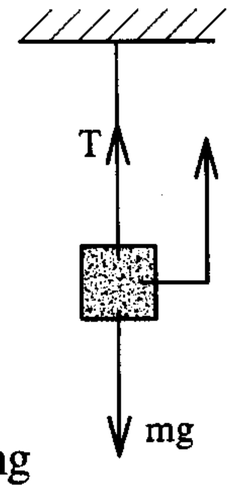
۳-۲۵)



$$\sum F = ma \Rightarrow T + F_A - mg = ۰ \Rightarrow F_A = mg - T$$

F_A نیرویی است که آب بر جسم به طرف بالا بنابر قانون ارشمیدس وارد می‌کند و همچنین بنابر قانون سوم نیوتن همین نیرو را نیز جسم بر آب وارد می‌کند.

۲-۲۶)



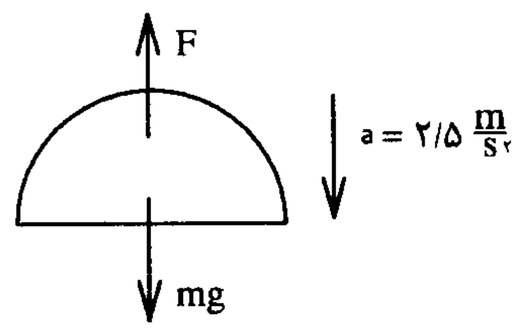
$\rho_۰ = \frac{۱}{۳}\rho$ چگالی جسم و ρ چگالی مایع

$\rho_۰ .vg$ نیروی ارشمیدس

$\rho_۰ v$ جرم مایع جا به جا شده $= \frac{۱}{۳}\rho v = \frac{۱}{۳}M,$

$$T + \rho_۰ vg = mg \Rightarrow T = mg - \frac{۱}{۳}mg = \frac{۲}{۳}mg$$

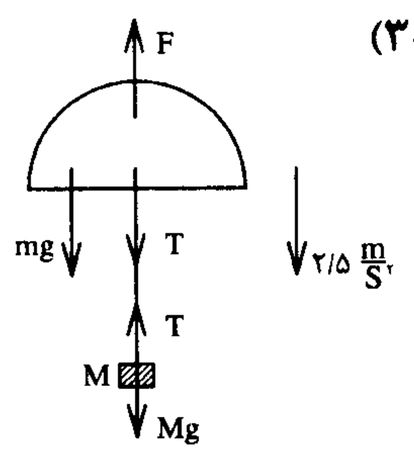
۴-۲۷)



$mg - F = ma \qquad ,m = ۸۵kg = ۸۰ + ۵$

$F = m(g - a) = ۸۵(۹/۸ - ۲/۵) = ۶۲۰N$

۳-۲۸)



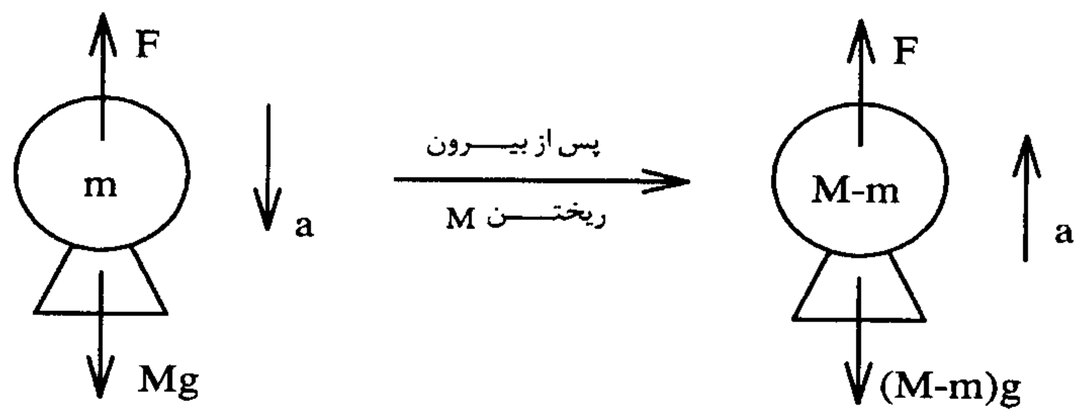
جرم بالون ۵Kg, جرم شخص $M=۸۰kg$

$$\begin{cases} T + mg - F = ma \\ Mg - T = Ma \Rightarrow T = M(g - a) = ۸۰(۹/۸ - ۲/۵) \end{cases}$$

$\Rightarrow T = ۵۸۴N$

۲-۲۹)

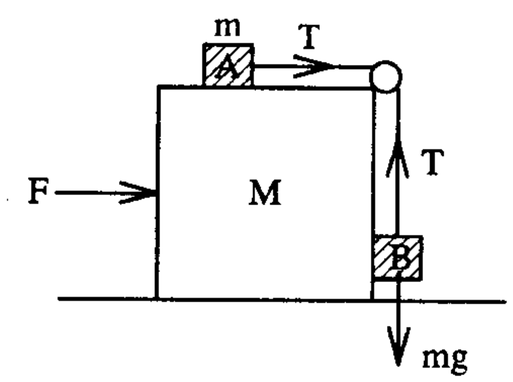
F نیروی بالا برنده بالون است .



$$\begin{cases} Mg - F = Ma \\ F - (M-m)g = (M-m)a \end{cases} \Rightarrow Mg - (M-m)g = Ma + (M-m)a$$

$$\Rightarrow mg = (۲M - m)a \Rightarrow \qquad m(g+a) = ۲Ma \Rightarrow m = \frac{۲Ma}{g+a}$$

۳۰-۱)



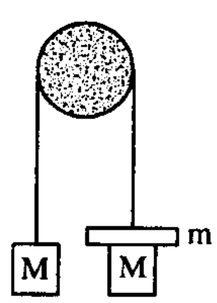
برای تعادل B $\Rightarrow T - mg = ۰ \Rightarrow T = mg$

از طرفی هنگامی که جرم A روی M ساکن بماند در نتیجه جرم B نیزحرکت نخواهد کرد، تمام جرم$(M+۲m)$ با شتاب افقی a در حرکت هستند $F = (M + ۲m)a$ از آنجا که سطوح بدون اصطکاک هستند تنها نیروی وارد بر جرم A برابر T است :

$$T = ma \Rightarrow a = \frac{T}{m} = \frac{mg}{m} = g \Rightarrow F = (M + ۲m)g$$

۳۱-؟)

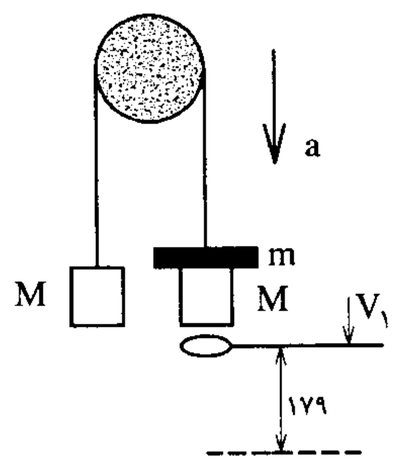
$$a = \frac{(m_۲ - m_۱)}{m_۲ + m_۱} = \frac{(M+m) - Mg}{(M+m) + M} = \frac{mg}{۲M + m}$$



برای حل این تست ابتدا باید a را به دست آورد تا g از آن به دست آید و به دست آوردن a از طریق آزمایش هنگامی امکان پذیر است که میزان سقوط جسم در زمان t را داشته باشیم ،پس صورت مسأله ناقص است.

۳۲-؟)

شتاب ماشین آتوود $a = \frac{(M+m) - M}{(M+m) + M} g = \frac{mg}{۲M + m}$



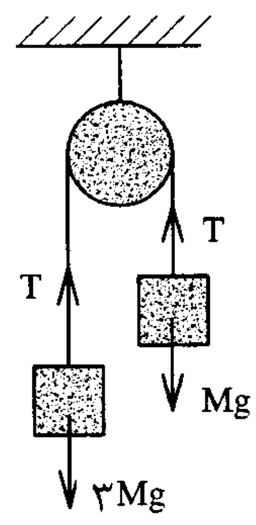
برای حل مسأله از تقسیم $v_1 = \frac{۱۷۹}{۲}$ سرعت هنگام برخورد به حلقه و برداشته شدن سربار را به دست می‌آوریم اما باید میزان سقوط جرم و سربار قبل از رسیدن به حلقه را داشته باشیم تا با محاسبه a از رابطه $v_1^۲ - ۰ = ۲ax$ ، a را به دست آورد و از آنجا g را به دست آوریم . اطلاعات مسأله ناقص است .

سؤال ناقص است باید طول حرکت آتوود قبل از رسیدن به سربار در سؤال داده شود

۲-۳۳)

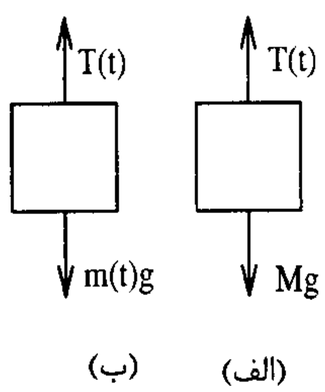
برای تعادل جرم ۳M: $T - ۳Mg = ۰ \Rightarrow T = ۳Mg$

$$T - Mg = Ma \Rightarrow a = \frac{T - Mg}{M} = \frac{۳Mg - Mg}{M} \Rightarrow a = ۲g$$



بنابراین فرد می‌تواند حداکثر با شتاب a= ۲g بالا برود بدون اینکه جسم تکان بخورد اما درست روی این جسم شروع به حرکت می‌کند.

۳-۳۴)



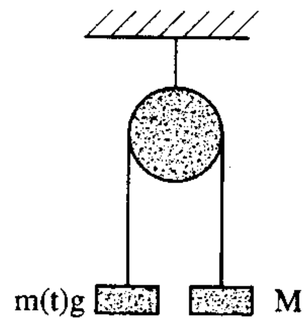
جرم ظرف سمت چپ وابسته به زمان است و داریم : $m(t) = M - kt$

برای شکل (الف) داریم : $Mg - T(t) = Ma(t)$

و برای شکل (ب) : $T(t) - m(t)g = m(t)a(t) \Rightarrow$

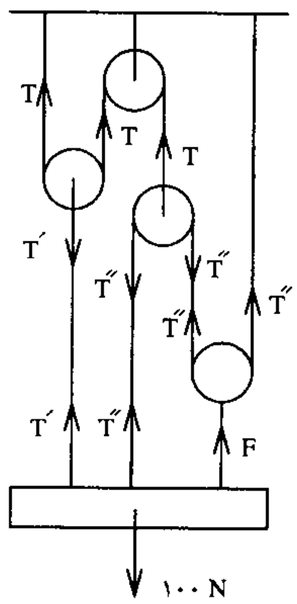
$$\Rightarrow a(t) = \frac{M - m(t)}{M + m(t)}g = \frac{M - (M - kt)}{M + M - kt}g \Rightarrow a(t_۰) = \frac{kt_۰}{۲M - kt_۰}g$$

۲-۳۵) شتاب دستگاه آتوود $a = \frac{(m_B - m_A)g}{m_B + m_A} = \frac{(۶ - ۲)(۱۰)}{۶ + ۲} = ۵m/s^۲$



$$v^{۲} - v_B^{۲} = ۲ah \Rightarrow v^{۲} - ۰ = ۲(۵)(۲) = ۲۰ \Rightarrow v = ۲\sqrt{۵}m/s$$

۳-۳۶)



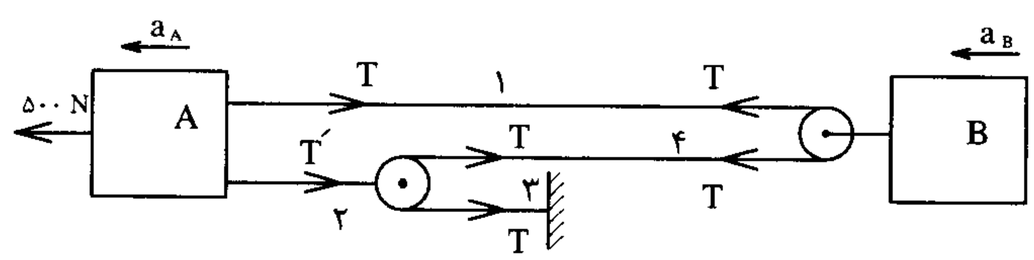
$$F = ۲T'' \ , \ ۲T'' = T \qquad \Rightarrow F = T$$

$$T' = ۲T$$

$$T' + T'' + F = ۲T + \frac{T}{۲} + T = \frac{۷T}{۲} = ۷۰۰N$$

$$\Rightarrow T = ۲۰۰N$$

۳-۳۷) اگر جرم A ، ۱ متر کشیده شود جرم B ، ۱/۵ متر کشیده خواهد شد در نتیجه $a_B = ۱/۵a_A$ و سریعاً می‌توان گزینه صحیح یعنی (۳) را تشخیص داد . ولی به محاسبه مقادیری نیز می‌پردازیم :



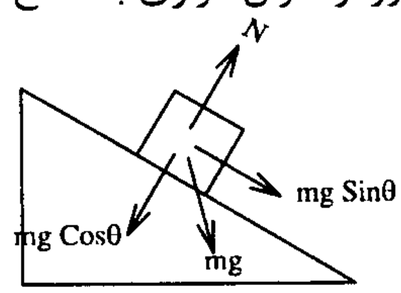
کشش در تمام ریسمان یکی است چرا که حول دو قرقره بدون اصطکاک است و $T' = ۲T$

$$\begin{cases} ۵۰۰ - ۳T = ۳۰۰\, a_A \\ ۲T = ۱۰۰\, a_B = ۱۵۰\, a_A \end{cases} \Rightarrow ۵۰۰ - ۳T = ۴T \Rightarrow T = \frac{۵۰۰}{۷}N$$

$$a_B = \frac{۲T}{۱۰۰} = \frac{۱۰۰۰}{۷۰۰} = ۱/۴۳\, m/s^{۲} \qquad , a_A = \frac{۱/۴۳}{۱/۵} = ۰/۹۵\, m/s^{۲}$$

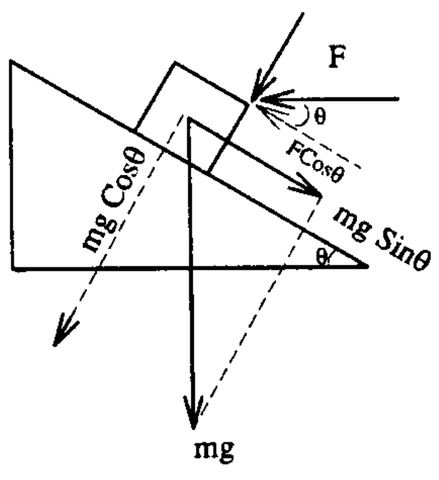
تذکر: هنگامی که A را یک متر جلو بکشیم هر دو ریسمان ۱و۲ را یک متر کشیده‌ایم ، ریسمان ۲ قرقره را یک متر می‌کشد و چون ریسمان ۳ ثابت است ریسمان ۴، ۲ متر کشیده خواهد شد. نهایتاً قرقره متصل به B از بالا یک متر و از پایین ، ۲ متر کشیده می‌شود که به طور متوسط ۱/۵متر جلو می‌آید. پس $a_B = ۱/۵a_A$

۳۸-۱) اگر منظور از سؤال موازی با سطح شیبدار باشد . $mgSin\theta = ma \Rightarrow a = g\ Sin\theta$



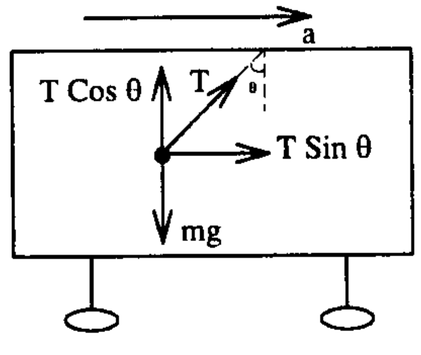
۳۹-۱) شتاب جسم بدون تغییر افقی $mg\sin\theta = ma$ و تصویر نیروی افقی $F\cos\theta$ در امتداد سطح شیبدار

$$F\cos\theta = mg\sin\theta \Rightarrow F = mg\tan\theta$$

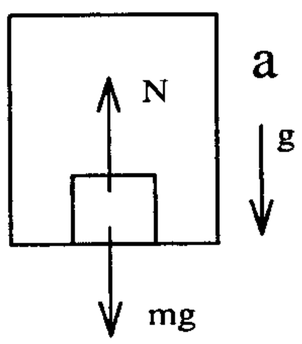


۴۰-۱) وقتی اتومبیل با شتاب به طرف راست حرکت می‌کند ، شاقول به طرف چپ حرکت می‌کند. نیروی $T\sin\theta$ سبب می‌شود تا جرم m با شتاب a همراه اتومبیل حرکت کند .

$$\begin{cases} T\sin\theta = ma \\ T\cos\theta - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \tan\theta = \frac{a}{g} \Rightarrow \theta = \arctan(\frac{a}{g})$$



۴۱-۴)



$$mg - N = mg \Rightarrow N = 0$$

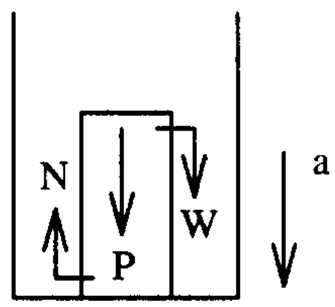
شخص در حال سقوط آزاد است.

۴۲-۳)

$y = 80cm = 0/8m$

چون سرعت آسانسور ثابت است شتاب درون آسانسور همان شتاب g است.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0/8 = \frac{1}{2}(10)t^2 \Rightarrow t = 0/4\ s$$



۴۳-۲) می‌دانیم که وزن ظاهری که شخص احساس می‌کند نیروی عکس‌العمل عمود بر سطحی است که از کف به شخص وارد می‌شود یعنی $\vec{N}$

$$\frac{p+w}{g} = \text{و جرم شخص و وزنه} \quad (w+p)-N=(\frac{p+w}{g})a$$

$$N=p \Rightarrow w=\frac{p+w}{g}a \Rightarrow a=\frac{w}{p+w}g$$

۴۴-۲) اگر جرم آونگ را به صورت آویخته در نظر بگیریم T' وزن ظاهری است .

$$T'-mg=m(-\frac{g}{۵}) \Rightarrow T'=m(g-\frac{g}{۵})$$

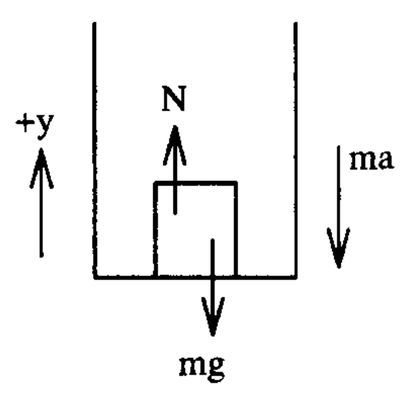
پرید آونگ در حالت عمومی عبارت است از $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ در این حالت شتاب جاذبه برای اجسام درون آسانسور برابر است با: $g'=g-\frac{g}{۵}=\frac{۴}{۵}g$ بنابراین خواهیم داشت:

$$T'=\sqrt{\frac{۱}{g'}}=\sqrt{\frac{۵L}{۴g}} \Rightarrow T'=\frac{\sqrt{۵}}{۲}T$$

۴۵-۱) آسانسور به شخص نیروی p و شخص نیز به کف آسانسور نیروی عکس‌العمل برابر p را وارد می‌کند.

$$mg-p=m(-a) \Rightarrow p-mg=ma \Rightarrow p=m(g+a)$$

۴۶-۳) همان گونه که دیدیم وزن ظاهری برابر با عکس‌العمل سطوح است .



$$m\vec{g}-N=m\vec{a} \Rightarrow \vec{N}=m(\vec{g}-\vec{a})$$

اگر منظور از سؤال حرکت با شتاب تند شونده به سمت پایین باشد $\vec{v}=-v\vec{j}, \vec{g}=-g\vec{j}$

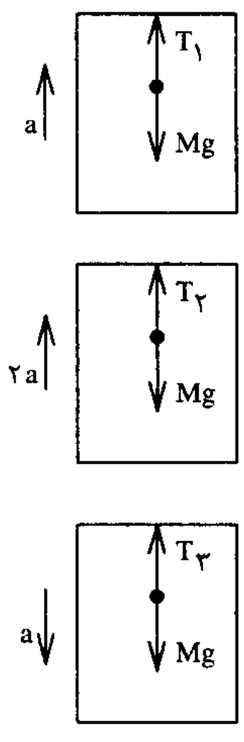
$$\vec{N}=m(\vec{g}-\vec{g})=۰ \qquad \Rightarrow g_t=۰ \Rightarrow t=\infty$$

به عبارتی آونگ در حال سقوط آزاد است و نوسان نمی‌کند.

ولی اگر منظور سؤال حرکت با شتاب کند شونده باشد (g به سمت بالا و خلاف جهت حرکت $\vec{a} = -\vec{g} = +g\vec{j}$ که در نتیجه گزینه (۳) صحیح خواهد بود .

$$\rightarrow \vec{N} = m(\vec{g} + \vec{g}) = ۲m\vec{g} \qquad \Rightarrow T' = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{۲g}} = \frac{T}{\sqrt{۲}}$$

۴-۴۷)



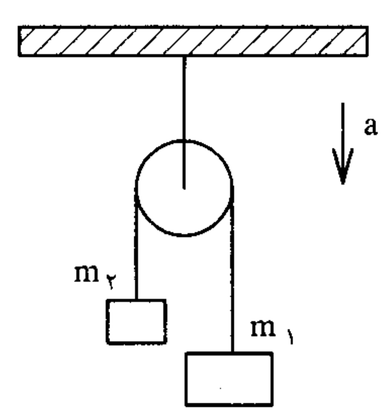
$$T_۱ - Mg = Ma \Rightarrow T_۱ = M(g + a)$$
$$T_۲ - Mg = M(۲a) \Rightarrow T_۲ = M(g + ۲a)$$
$$Mg - T_۳ = Ma \Rightarrow T_۳ = M(g - a)$$

بنابراین $T_۲ > T_۱ > T_۳$

۲-۴۸)

۳-۴۹)

ماشین آتوود $m_۱g - T = m_۱a$ و $T - m_۲g = m_۲a$ و $T = m_۲a + m_۲g$



$$\left| \begin{array}{l} m_۱g - m_۲a - m_۲g = m_۱a \\ (m_۱ - m_۲)g = (m_۱ + m_۲)a \text{ و} \\ a = \dfrac{(m - m_۲)g}{m_۱ + m_۲} \text{ و } m_۱ = ۴m,\ m_۲ = m \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$a = \frac{۳}{۵}g$$

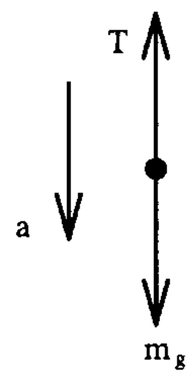
۵۰-۳) اگر پس از زمان t دو ذره به یکدیگر برسند مسافتی که جرم ۳ گرمی طی می‌کند $x_۱$ و مسافتی که جرم ۵ گرمی طی می‌کند $x_۲$ است .

$$f_۱ = f_۲ \quad \Rightarrow m_۱a_۱ = m_۲a_۲ \Rightarrow \frac{a_۱}{a_۲} = \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۵}{۳}$$

$$x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t^۲ \quad , x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^۲ \Rightarrow \frac{x_۱}{x_۲} = \frac{a_۱}{a_۲} = \frac{۵}{۳}$$

$$x_۱ + x_۲ = ۱۰cm \Rightarrow \frac{۵}{۳}x_۲ + x_۲ = \frac{۸}{۳}x_۲ = ۱۰cm \Rightarrow x_۲ = ۳/۷۵cm$$

(۱-۵۱



$$mg - T = ma \Rightarrow T = m(g + a)$$

$$۸۰(۱۰) - ۴۰۰ = ۸۰a \Rightarrow a = ۵\frac{m}{s^۲}$$

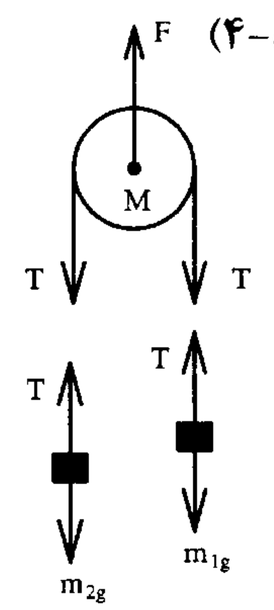
(۳-۵۲

نیروی کشش $T = \frac{۲m_۱m_۲}{m_۱ + m_۲}g = \frac{۲(۶)(۲)}{۶ + ۲}g = ۳۰N$

صرف نظر از وزن قرقره نیرویی که نیروسنج نشان می‌دهد:

$$T' = ۲T = ۶۰N$$

(۴-۵۳



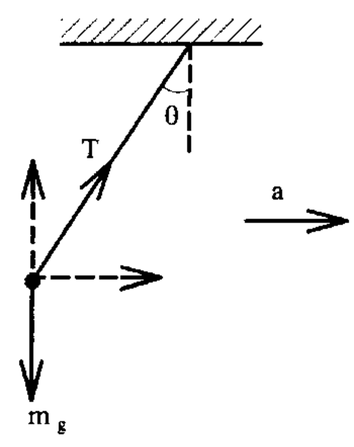
جرم قرقره $M \cong ۰ \quad \Rightarrow F - ۲T \cong ۰ \Rightarrow F \cong ۲T \Rightarrow T \cong (\frac{۴۰}{۲}) = ۲۰N$

جرم $m_۱$: $T - m_۱g = ۲۰ - (۱)(۱۰) = ۱۰ = m_۱a_۱ = (۱)(a_۱)$

$a_۱ = ۱۰m/s^۲$ و چون $T > m_۱g$ است پس جهت $a_۱$ به سمت بالا است.

جرم $m_۲$: $T - m_۲g = ۲۰ - (۲)(۱۰) = ۰ = m_۲a_۲ \rightarrow a_۲ = ۰$

(۳-۵۴



$$\begin{cases} TCos\theta = mg \\ TSin\theta = ma \end{cases}$$

$$T^2\cos^2\theta + T^2\sin^2\theta = m^2(g^2 + a^2) = T^2$$
$$\Rightarrow T = m\sqrt{g^2 + a^2}$$

۵۵-۳) این معادله در واقع مکان یک ذره است که بر دایره به شعاع R یا سرعت زاویه ω و سرعت خطی $R\omega$ دوران می‌کند. بنابراین :

$$\vec{a}_T = 0 \qquad , \vec{a}_r = R\omega^2 \quad \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_r$$

که $\vec{a}_r$ عمود بر سرعت $\vec{v}$ است پس $\vec{a}\cdot\vec{v} = 0$ و بنابراین $\vec{a}$ راستای $\vec{v}$ نیست . بنابراین گزینه (۳) صحیح است .

$$\vec{R}_{(t)} = iR\cos\omega t + jR\sin\omega t \Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} = -iRw\sin\omega t + jRw\cos\omega t$$

اگر چه $\vec{V}\cdot\vec{R}_{(t)} = 0$ است اما $\vec{V}$ در امتداد $\vec{R}$ متغیر نیست به عبارتی اندازه $\vec{V}$ ثابت است.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -iR\omega^2\cos\omega t - jR\omega^2\sin\omega t \quad \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{v} = R^2\omega^3 - R^2\omega^3 = 0$$

فصل پنجم

اصطکاک و حرکت دورانی

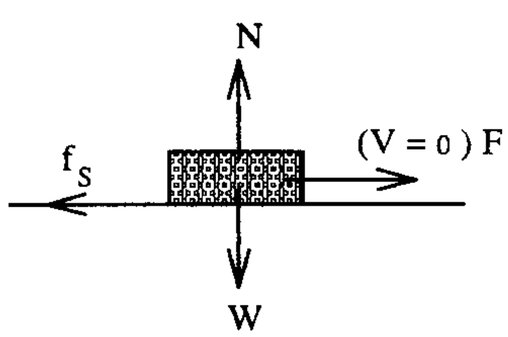
مقدمه

نیروی اصطکاک نیرویی است که میان اتمهای سطح دو جسم در تماس وجود دارد . هنگامی که یک جسم بر روی دیگری کشیده می‌شود . این نیرو به هر جسم وارد شده و با حرکت هر جسم نسبت به جسم دیگر مخالفت می‌کند .

۵-۱ نیروی اصطکاک استاتیک (ایستایی)

نیرویی است که در امتداد دو سطح حرکت عمل کرده و از حرکت نسبی دو سطح یکدیگر جلوگیری می‌کند و در هر لحظه برابر با نیرویی است که می‌خواهد جسم را به حرکت درآورد.

توجه : ماکزیمم مقدار این نیرو در هنگام شروع به حرکت است . نیروی اصطکاک را با توجه به شکل مقابل بررسی می‌کنیم .



زمانی که جسم بر روی سطح ثابت باقی می‌ماند. $F \le f_{s\,max}$

در لحظه قبل از شروع حرکت $f_s = F$

در آستانه حرکت $F = f_{s\,max}$ (۵-۱)

$$f_{s\,max} = \mu_s N$$

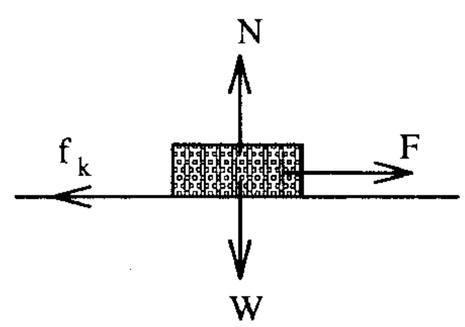
در فرمول‌فوق μ_s برابر ضریب اصطکاک ایستایی و $f_{s\,max}$ نیروی اصطکاک در استانه حرکت .

۵ -۲ نیروی اصطکاک لغزشی

نیرویی است که در امتداد دو سطح عمل کرده و با حرکت نسبی دو سطح روی یکدیگر

مخالفت می‌کنند $F_k < f_{s\,max}$ و $F \geq f_k$

$$f_k = \mu_k N \qquad (۵-۲)$$



μ_k ضریب اصطکاک لغزش

۳-۵ نکاتی چند در مورد نیروی اصطکاک

۱- نیروی اصطکاک در حال حرکت به بزرگی سطح تماس دو جسم بستگی ندارد.

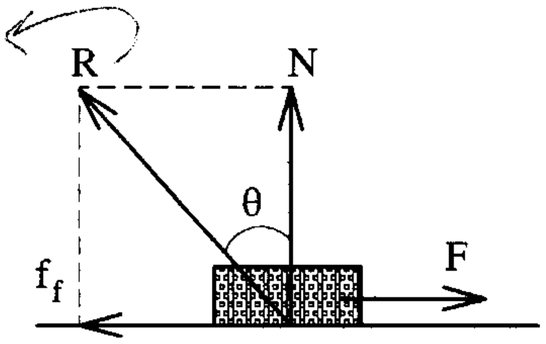
۲- در حالت سکون نیروی عکس‌العمل ثابت نیست و بستگی به نیروی وارد به جسم دارد.

۳- ضریب اصطکاک ایستایی همواره بزرگ‌تر از ضریب اصطکاک لغزشی می‌باشد .

$$\boxed{\mu_k < \mu_s}$$

در شکل زیر به زاویه θ زاویه اصطکاک می‌گویند که زاویه بین نیروی عکس‌العمل عمودی سطح و واکنش سطح است .

$$\left|\begin{array}{l} \vec{R} = \vec{N} + \vec{f}_f \\ \qquad , \tan\theta = \dfrac{f_f}{N} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\dfrac{f_f}{N} \\ R^2 = N^2 + f_f^2 \end{array}\right. \qquad (۵-۳)$$



توجه : در حل مسائل مربوط به اصطکاک باید برای محاسبه این نیرو ابتدا نیروی عکس‌العمل سطح را محاسبه کنید ، ما این نیرو را N می‌نامیم در این حالت :

$$f = \mu N \qquad (۵-۴)$$

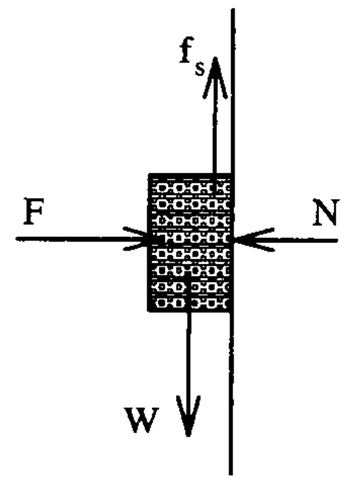
و این نیرو همواره در خلاف جهت حرکت است (یک مورد نقض بر این نکته زمانی است که یک گلوله کوچک در سطح یک کاسه حرکت می‌کند در این حالت زمانی که گلوله شروع به بالا رفتن از دیواره کاسه می‌کند نیروی اصطکاک در جهت حرکت است در غیر این صورت گشتاور ایجاد شده توسط این نیرو ذره را به ارتفاعی بالاتر از آنچه انرژی آن ایجاب می‌کند خواهد برد.)

نیروی عکس‌العمل سطح می‌تواند ناشی از وزن جسم نیروهای عمود بر سطح اصطکاک باشد.

روش حل دینامیکی مسأله مانند روش حل مسائل دینامیک است که حالا در آن نیروی اصطکاک اضافه شده است.

به عنوان مثال در شکل زیر حداکثر نیروی اصطکاک بین دو جسم با دیوار چقدر باشد تا جسم روی دیوار ساکن باقی بماند .

$$f_s - mg = ۰$$
$$(f_s)_{max} = \mu_s N \text{ و } N = F$$



در این جا حداکثر نیروی اصطکاک ایستایی خواسته شده است به عبارتی جسم در آستانه حرکت بوده و $f_s = f_{s\,max}$ است.

به عنوان مثال اگر $w = ۱۰۰N$ و $\mu_s = ۰/۵$ و $F = ۳۰۰N$ باشد مقدار f_s چقدر است ؟

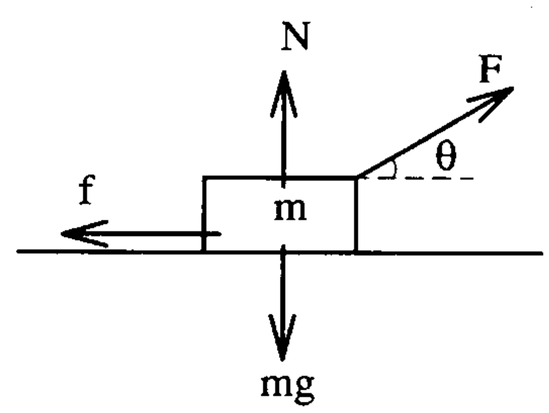
$$f_{s\,max} = \mu_s N = \mu_s F = ۰/۵ \times ۳۰۰ = ۱۵۰N$$

بنابراین $W < f_{s\,max}$ بنابراین جسم روی دیوار ثابت است پس قبل از شروع حرکت $f_s = W = ۱۵۰\ N$ است.

٤-۵ چند مثال در مورد مقدار و جهت نیروی اصطکاک

الف) جسم m با سرعت ثابت توسط نیروی F که با افق زاویه می‌سازد کشیده می‌شود.

$$\begin{cases} N + F\sin\theta = mg \Rightarrow N = mg - F\sin\theta \\ \Rightarrow f = f_k = \mu_k N = \mu_k (mg - F\sin\theta) \end{cases}$$

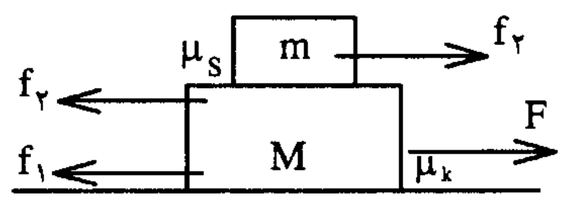


بنابراین برای محاسبه نیروی اصطکاک لغزشی ابتدا $\vec{N}$ را حساب کردیم .

$$\text{سرعت ثابت} \Rightarrow F\cos\theta - f = ۰ \Rightarrow F\cos\theta - \mu_k (mg - F\sin\theta) = ۰$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_k mg}{\cos\theta + \mu_k \sin\theta} = F$$

ب) جرم M توسط نیروی F کشیده می‌شود در حالی که جرم m روی آن ساکن ولی در آستانه لغزیدن است.



در آستانه لغزیدن $m \Rightarrow f_2 = \mu_s mg$

حرکت می‌کند $M \Rightarrow f_1 = \mu_k (m+M)g$

جرم M نسبت به جرم m به جلو می‌رود پس نیروی اصطکاک وارد بر آن به سمت عقب است و طبق قانون سوم نیوتن نیرویی با همین اندازه به m وارد می‌شود.

$$\begin{cases} F - f_2 - f_1 = Ma \\ f_2 = ma \end{cases} \Rightarrow F - f_1 = (M+m)a$$

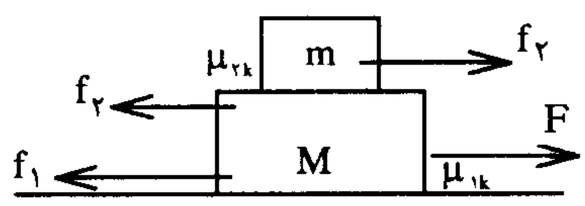
چون m روی M است پس شتاب حرکت هر دو یک مقدار است .

شرط آنکه m روی M بلغزد آن است که $ma > \mu_s mg$ باشد .

ج) جرم M توسط نیروی F کشیده می‌شود در حالی که جرم m روی آن می‌لغزد.

$$\begin{cases} F - f_1 - f_2 = Ma_1 \\ f_2 = ma_2 \end{cases}$$

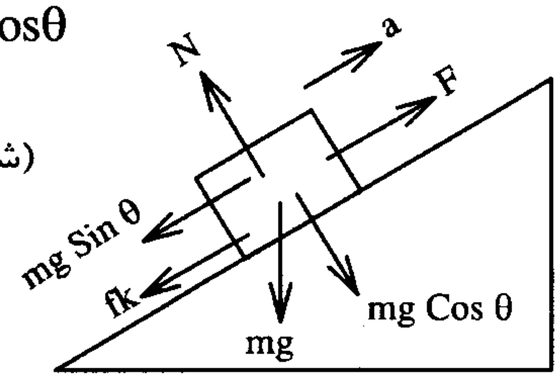
$$f_1 = \mu_{1k}(m_1 + m_2)g \quad , \quad f_2 = \mu_{2k} mg$$



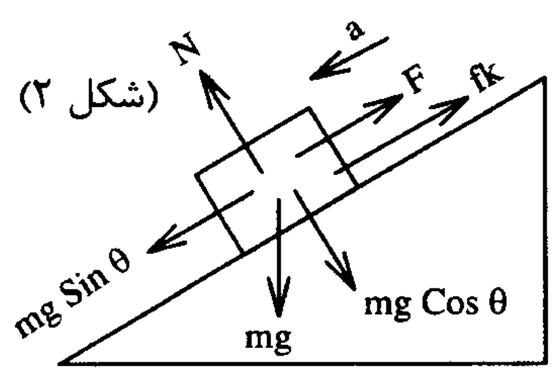
د) جسم با وجود نیروی F موازی سطح شیب‌دار بالا (شکل ۱) و یا پایین (شکل ۲) حرکت می‌کند.

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg\cos\theta$$

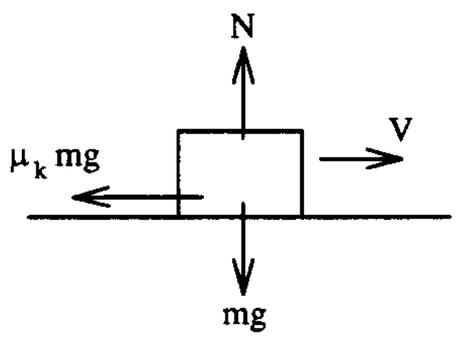
(شکل ۱)



(شکل ۲)



هـ) جسمی با سرعت اولیه V_0 وارد سطحی با ضریب اصطکاک جنبشی μ_k می‌شود.



نیروی وارد $= -\mu_k mg = ma \Rightarrow$ شتاب کند شونده $a = -\mu_k g$

سرعت نهایی $= 0 \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-\mu_k g)x \Rightarrow x = \dfrac{v_0^2}{2\mu_k g}$

x مسافتی است که تا توقف طی می‌کند.

۵-۵ حرکت دورانی

۱-۵-۵ حرکت یکنواخت بر مسیر دایره‌ای

هرگاه متحرکی بر روی مسیر دایره‌ای با سرعت ثابت دوران کند ، چنین حرکتی را حرکت دورانی یکنواخت گویند.

مفاهیمی چند از حرکت دورانی یکنواخت

الف) فرکانس (تواتر) حرکت : تعداد دوری که متحرک در واحد زمان می‌زند و با ν نشان می‌دهند.

ب) پریود حرکت : مدت زمان یک دور کامل را پریود حرکت می‌گویندو با T نشان می‌دهند .

رابطه بین فرکانس و پریود حرکت:

$$\nu \times T = ۱ \Rightarrow \nu = \frac{۱}{T} \qquad (۵-۵)$$

ج) سرعت خطی : کمان طی شده در واحد زمان را سرعت خطی گویند. (r شعاع دایره)

$$\text{سرعت خطی} = \text{کمان طی شده} / \text{مدت زمان} \Rightarrow V = \frac{۲\pi r}{T} = ۲\pi r\nu \Rightarrow V = ۲\pi r\nu \qquad (۵-۶)$$

د) سرعت زاویه‌ای : زاویه طی شده در واحد زمان را گویند یا به عبارت دیگر ، زاویه مرکزی که کمان روبه روی آن در واحد زمان طی شده باشد را سرعت زاویه‌ای گویند و با ωنشان می‌دهند.

$$\text{زاویه مرکزی} = \text{زاویه طی شده} / \text{واحد زمان} \Rightarrow \omega = \frac{\theta}{t} = \frac{۲\pi}{T} = ۲\pi\nu \Rightarrow \omega = ۲\pi\nu$$

$$\text{زاویه مرکزی} = \text{کمان روبه رو} / \text{شعاع دایره} \Rightarrow \omega = \frac{V}{r} \Rightarrow V = r\omega \qquad (۵-۷)$$

$$S = Vt = r\omega\, t \qquad (۵-۸)$$

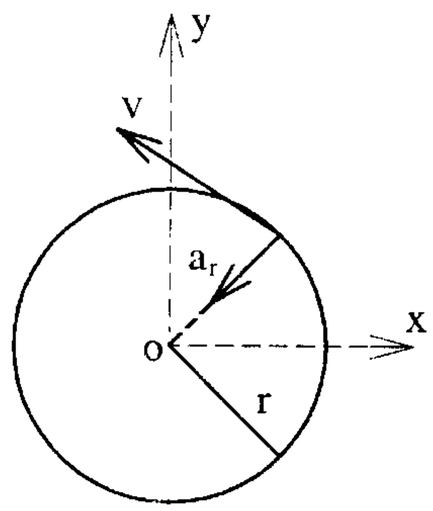
هـ) کمان طی شده S :

و) شتاب جانب مرکز (مرکزگرا) در حرکت دورانی یکنواخت :

با توجه به مطالب فصل سوم حرکت در صفحه مقدار شتاب جانب مرکز برابر است با :

$$\begin{cases} a_r = \dfrac{v^۲}{r} \quad , v = r\omega \Rightarrow a_r = \dfrac{r^۲\omega^۲}{r} = r\omega^۲ \Rightarrow a_r = r\omega^۲ \\ , a_r = r(۲\pi\nu)^۲ = ۴\pi^۲\nu^۲ r = \dfrac{۴\pi^۲ r}{T^۲} \Rightarrow a_r = \dfrac{۴\pi^۲ r}{T^۲} \end{cases} \qquad (۵-۹)$$

معادله بردار مکان و سرعت و شتاب در حرکت دورانی یکنواخت :

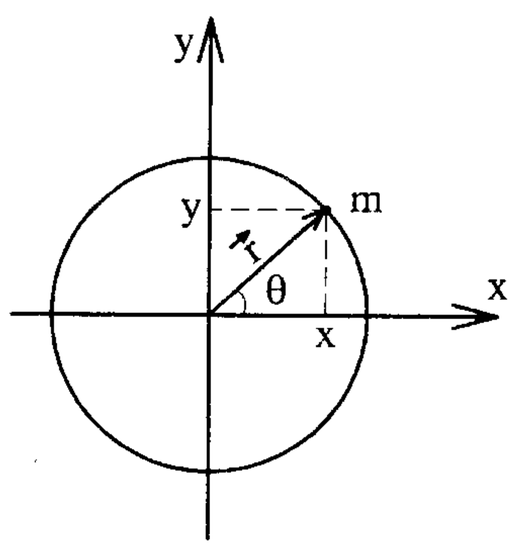


الف) معادله بردار مکان

$$\vec{r} = (r\cos\omega t)\vec{i} + (r\sin\omega t)\vec{j}$$
$$x = r\cos\omega t \qquad (۵-۱۰)$$
$$y = r\sin\omega t$$

ب) معادله سرعت

$$\vec{V} = (-r\omega\sin\omega t)\vec{i} + (r\omega\cos\omega t)\vec{j}$$
$$V_x = -r\omega\sin\omega t \qquad (۵-۱۱)$$
$$V_y = r\omega\cos\omega t$$

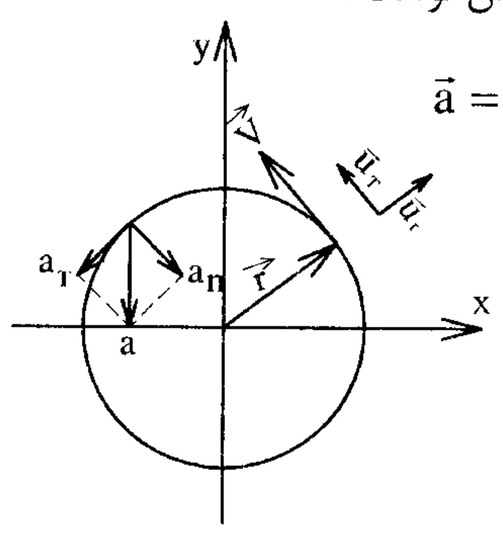


ج) معادله شتاب

$$\vec{a} = (-r\omega^2\cos\omega t)\vec{i} + (-r\omega^2\sin\omega t)\vec{j}$$
$$a_x = -r\omega^2\cos\omega t \qquad (۵-۱۲)$$
$$a_y = -r\omega^2\sin\omega t$$
$$a = (-\omega^2)\vec{r}$$

۲-۵-۵ انواع شتاب در حرکت دایره‌ای غیر یکنواخت

شتاب دریک حرکت منحنی الخط را بر روی دو امتداد مماس و عمود بر مسیر تصویر می‌کنیم ، تصویر شتاب مماس بر مسیر (هم جهت با سرعت)، شتاب مماسی و تصویر شتاب را بر امتداد عمود بر مسیر (عمود بر سرعت) را شتاب قائم گویند، با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت :



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \rightarrow a_n = \frac{v^2}{R} \longrightarrow \text{شتاب قائم} \qquad (۵-۱۳)$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} \longrightarrow \text{شتاب مماسی} \qquad (۵-۱۴)$$

مقدار عددی شتاب و طریقه محاسبه آن :

$$\vec{u}_t = \frac{\vec{v}}{v}, \vec{u}_n = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{a} = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)(\vec{u}_T) + \left(\frac{v^2}{r}\right)(-\vec{u}_n)$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad \text{شتاب مماس}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad \text{شتاب قائم(شتاب جانب مرکز)}$$

$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_n)^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2} \quad (۵-۱۵)$$

۳-۵-۵ نیروی جانب مرکز

حرکت دورانی یکنواخت :

$$F_r = ma_r = m\frac{v^2}{r} = m\frac{r^2\omega^2}{r} = mr\omega^2 \Rightarrow F_r = mr\omega^2 \quad (۵-۱۶)$$

$a_t v = 0$

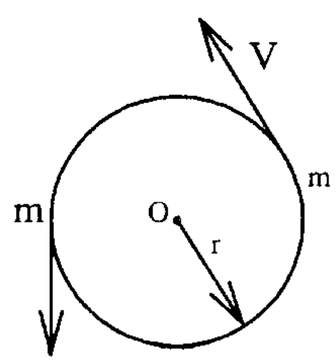
نکته : در حرکت دورانی یکنواخت نیرو همواره عمود بر سرعت و به سمت مرکز دوران می‌باشد و این نیرو عامل تغییرجهت سرعت حرکت و دوران آن می‌باشد .

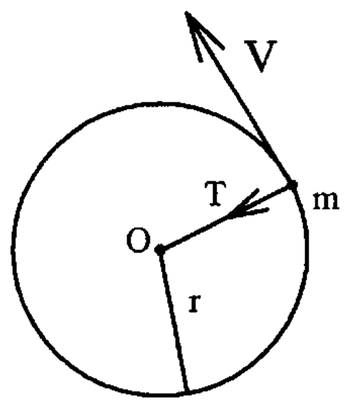
ابتدا در حل مسأله باید F_r برآیند نیروهای به سمت مرکز دوران یعنی نیروی جانب مرکز را به دست آورده و مساوی $mr\omega^2$ قراردارد . از آنجا V به دست می‌آید و سپس از Vپریود و فرکانس به دست می‌آید.

بررسی حرکت دورانی در مسیر دایره‌ای(افقی ـ قائم) : حرکت دورانی را در دو حالت بررسی می‌کنیم :

۱- حرکت در یک سطح افقی

۲- حرکت در یک سطح قائم





۳- حرکت دورانی در یک سطح افق

الف) جسم متصل به ریسمان در یک سطح افقی موازی با ریسمان دوران می‌کند.

در این حالت کشش طناب برابر با نیروی جانب مرکز است :

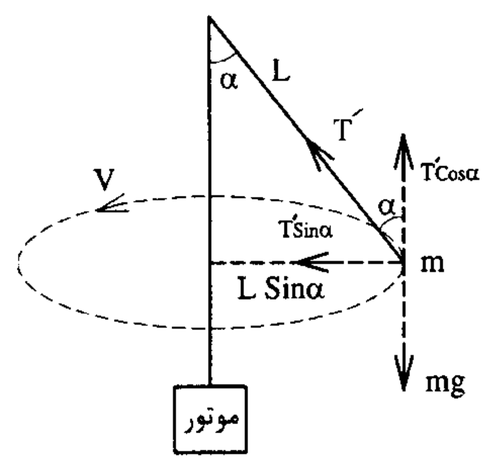
$$T = F = \frac{mv^{۲}}{r} = mr\omega^{۲} \qquad (۵-۱۷)$$

ب) معادله حرکت آونگ مخروطی (L طول ریسمان و α زاویه میان ریسمان و میله)

$R = L\sin\alpha \ , F = T\mathrm{Sin}\alpha$ شعاع دوران

$$\begin{cases} m\dfrac{v^{۲}}{R} = \text{نیروی جانب مرکز} = T'\sin\alpha \\ mg = T'\mathrm{Cos}\alpha \qquad \Rightarrow \dfrac{V^{۲}}{Rg} = \tan\alpha \Rightarrow V = \sqrt{gR\tan\alpha} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{V}{R}, T = \frac{۲\pi R}{V} = ۲\pi\sqrt{\frac{R}{g\tan\alpha}} = ۲\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}}$$

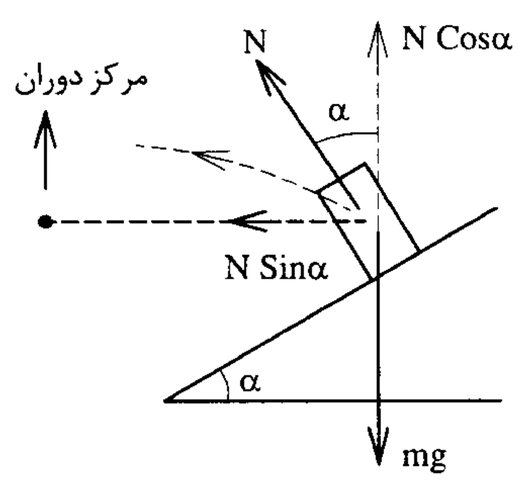


$$\nu = \frac{۱}{T} \qquad , T' = \frac{mg}{\mathrm{Cos}\alpha}$$

$$\nu = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{L\cos\alpha}} \ , T = \frac{۱}{\nu} = ۲\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}} \qquad (۵-۱۸)$$

پریود حرکت فرکانس حرکت

ج) حرکت سرپیچ جاده (شیب عرضی و بدون اصطکاک)



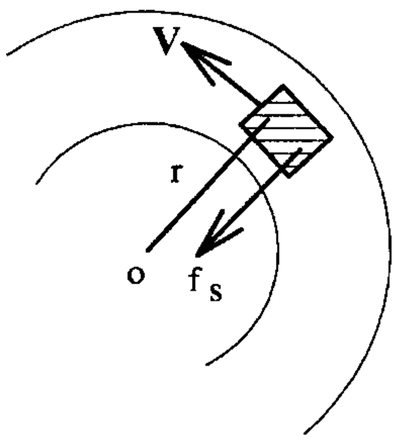
$$\begin{cases} \text{نیروی جانب مرکز} \quad F = N\mathrm{Sin}\alpha = m\dfrac{V^{۲}}{R} \\ mg = N\ \mathrm{Cos}\alpha \end{cases}$$

از تقسیم دو رابطه بالا بر هم برای سرعت زاویه‌ای ω و سرعت دوران V داریم :

$$\frac{V^2}{Rg} = \tan\alpha \Rightarrow V = \sqrt{Rg\tan\alpha} \Rightarrow \omega = \frac{V}{R} = \sqrt{\frac{g\tan\alpha}{R}}$$

$$\text{پریود}\quad T = \frac{2\pi R}{V} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g\tan\alpha}} \quad , \quad \text{فرکانس}\quad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g\tan\alpha}{R}} \qquad (۵-۱۹)$$

د) حرکت در پیچهای افقی با اصطکاک : نیروی اصطکاک ایستایی لاستیکهای اتومبیل با کف جاده نقش نیروی جانب مرکز را بازی می‌کند.

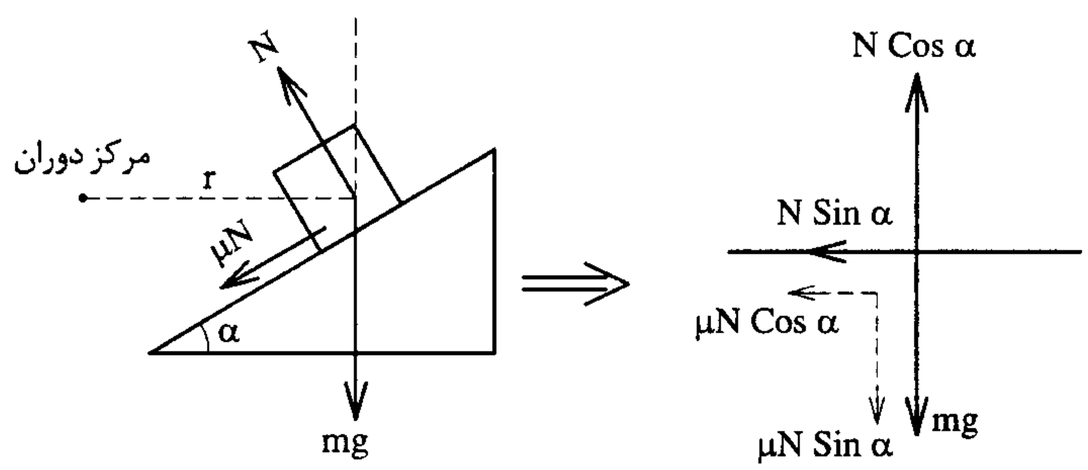


$$f_s = \frac{mv^2}{r}, f_s = \mu_s mg \qquad (۵-۲۰)$$

(چون اتومبیل در حداکثر سرعت و در آستانه انحراف است برای f_s حداکثر آن را قرار داده‌ایم)

$$V_{max} = \sqrt{\frac{f_s r}{m}} = \sqrt{\frac{\mu_s mgr}{m}} \Rightarrow V_{max} = \sqrt{\mu_s rg} \qquad (۵-۲۱)$$

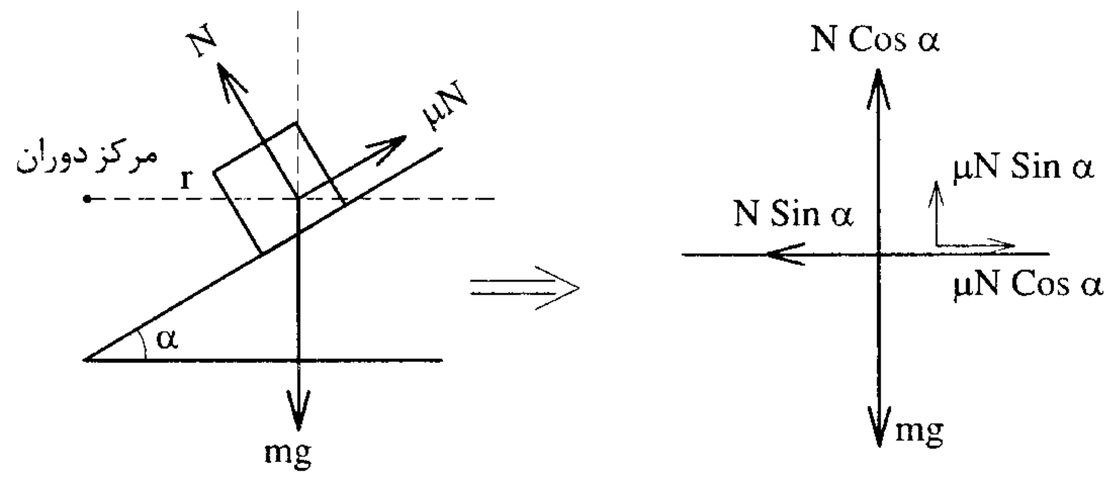
حرکت در پیچهای با شیبهای عرضی با اصطکاک : در صورتی که جسم در آستانه انحراف به بیرون از جاده و انحراف به سمت بالای سطح شیب‌دار باشد ، در این صورت اصطکاک به سمت پایین سطح است.



$$N\cos\alpha = \mu N\sin\alpha + mg, N\sin\alpha + \mu N\cos\alpha = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{N(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{N(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{mg}{m\frac{v^2}{r}}$$

$$\Rightarrow V=\sqrt{rg\frac{\text{Sin}\alpha+\mu\text{Cos}\alpha}{\text{Cos}\alpha-\mu\text{Sin}\alpha}} \qquad (۵-۲۲)$$

در حالتی که سرعت جسم به اندازه‌ای کم می‌شود که جسمی به سمت پایین سطح منحرف می‌شود تا از مسیر خارج شود جهت $\overrightarrow{\mu N}$ به سمت بالای سطح است.



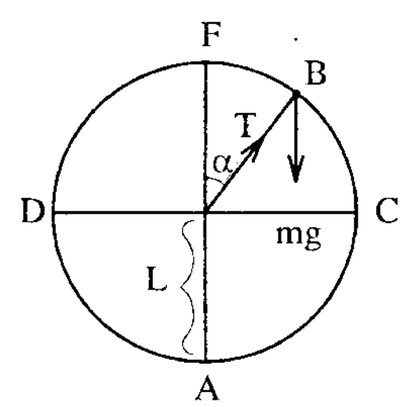
$$\begin{cases} N\,\text{Cos}\alpha+\mu N\,\text{Sin}\alpha=mg \\ N\,\text{Sin}\alpha-\mu N\,\text{Cos}\alpha=\dfrac{mv^{۲}}{r} \end{cases} \Rightarrow V=\sqrt{rg\frac{\text{Sin}\alpha-\mu\text{Cos}\alpha}{\text{Sin}\alpha+\mu\text{Cos}\alpha}} \qquad (۵-۲۳)$$

و) حرکت دورانی یکنواخت در یک دایره قائم : محاسبه نیروی کشش طناب (نخ) متصل به یک جسم که در یک سطح قائم دوران می‌کند زاویه امتداد با قطر قائم مسیر = α و طول طناب = L

$$\Sigma F=ma\Rightarrow a=\frac{mv^{۲}}{L}\ ,R=L$$

$$T+mg\text{Cos}\alpha=\frac{mv^{۲}}{L}\Rightarrow T=\frac{mv^{۲}}{L}-mg\ \text{Cos}\alpha$$

(۵-۲۴)

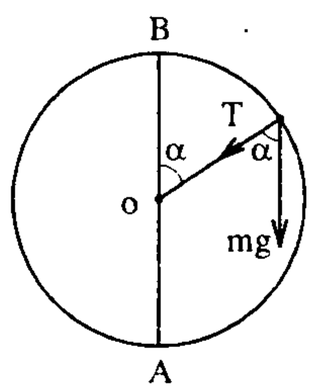


***توجه:** برای حل مسائل دورانی در یک سطح قائم به نکات زیر توجه کنید.*

***الف)** هرگاه جسمی در سطح قائم حرکت دورانی انجام دهد شرط عدم خروج جسم در حال دوران از مسیر این است که حداقل نیروی حرکت دورانی با وزن جسم برابر باشد .*

***ب)** در حرکت دورانی متشابه در سطح قائم نیروی‌کشش‌در هر لحظه از رابطه $T=F-W\ \text{Cos}\alpha$ به دست می‌آید و $\alpha=۹۰^\circ$ در نقطه A , $\alpha=۱۸۰^\circ$ است .*

توجه : کشش نخ را می‌توان با توجه به نیروی جانب مرکز به دست آورد.

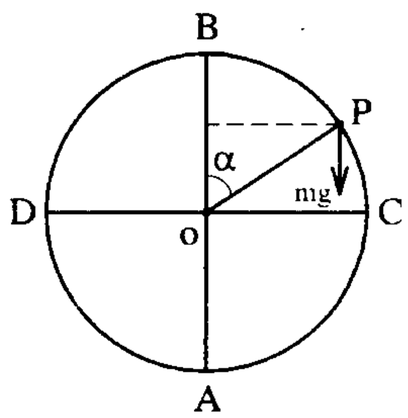


$$F = T + mg\cos\alpha = \frac{mv^2}{L} \quad \text{جانب مرکز}$$

$$T = F - W' = F - W\cos\alpha$$

$$T = \frac{mv^2}{L} - mg\cos\alpha \qquad (۵-۲۵)$$

با توجه به مطالب گفته شده و فرمول کلی محاسبه کشش نخ در حالت کلی هم اینک کشش نخ در نقاط A و B و C و D را به دست می‌آوریم :



$$\begin{cases} T_A = \dfrac{mv_A^2}{L} - mg\cos\alpha \Rightarrow T_A = \dfrac{mv_A^2}{L} + mg & \alpha = ۱۸۰^\circ \\ T_B = \dfrac{mv_B^2}{L} - mg\cos\alpha \Rightarrow T_B = \dfrac{mv_B^2}{L} - mg & \alpha = ۰^\circ \\ T_C = T_D = \dfrac{mv^2}{L} - mg\cos\alpha \Rightarrow T_C = T_D = \dfrac{mv_{D.C}^2}{L} & \alpha = ۹۰^\circ \end{cases} \qquad (۵-۲۶)$$

۶-۵ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- نیروهای کشش و اصطکاک از کدام نیروها هستند ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «بازمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- گرانش ۲- الکترومغناطیس

۳- هسته‌ای ضعیف ۴- هسته‌ای قوی

۲- گلوله‌ای به جرم یک کیلوگرم را بر روی یک مسیر دایره‌ای شکل با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ به حرکت درمی‌آوریم . در اثر اصطکاک سرعت گلوله به طرز یکنواخت کاهش یافته و پس از ۵ ثانیه به $۱۰\frac{m}{s}$ می‌رسد . نیروی اصطکاک متوسط برابر چند نیوتن است؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

۱- ۴ ۲- ۳ ۳- ۵ ۴- ۲

۳- یک قطعه چوب به وزن۲ نیوتن روی میز چوبی قرار دارد وقتی که نیروی افقی ۰/۸ نیوتن به آن وارد می‌شود حرکت می‌کند . ضریب اصطکاک میان قطعه و چوب چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا ۸۰)

۱-۰/۴ ۲-۰/۲ ۳- ۰/۲۵ ۴- ۲/۵

۴- ضریب اصطکاک چوب روی چوب ۰/۳ است . برای کشیدن قطعه چوبی به جرم$۱۰\ kg$ بر روی میز چوبی افقی حداقل چند نیوتن نیرو لازم است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۸۰)

۱- ۳۰ ۲-۳ ۳- $\frac{۱۰۰}{۳}$ ۴-۱۰۰

۵- یک قطعه چوب به وزن ۲ نیوتن روی میز چوبی قرار دارد . وقتی که نیروی ۰/۰۸ نیوتن به آن وارد می‌شود حرکت می‌کند ضریب اصطکاک میان قطعه چوب و میز چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۸۰)

۱- ۰/۱۲ ۲-۰/۲۵ ۳-۲/۵ ۴-۰/۴

۶- قطعه‌ای به وزن ده نیوتن بر روی سطح میز قرار دارد ، نیروی $F(t)=t$ به صورت افقی به آن وارد و پس از ۲ ثانیه حذف می‌شود . اگر ضریب اصطکاک سطح میز $\mu_s = ۰/۱$ باشد کدام گزینه زمان شروع حرکت قطعه را نشان می‌دهد ؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

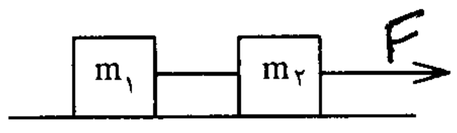
۱- یک ثانیه
۲- دو ثانیه
۳- سه ثانیه
۴- چهار ثانیه

۷- اتومبیلی را که در امتداد یک جاده مستقیم افقی با سرعت $V_۰$ حرکت می‌کند در نظر می‌گیریم، اگر ضریب اصطکاک بین لاستیک و جاده K باشد ، بعد از خاموش شدن موتور و بدون ترمز، اتومبیل پس از چه مسافتی متوقف می‌شود؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)

۱- $\frac{V_۰^۲}{gk}$
۲- $\frac{V_۰^۲}{۲gk}$
۳- $\frac{V_۰}{gk}$
۴- $\frac{V_۰k}{g}$

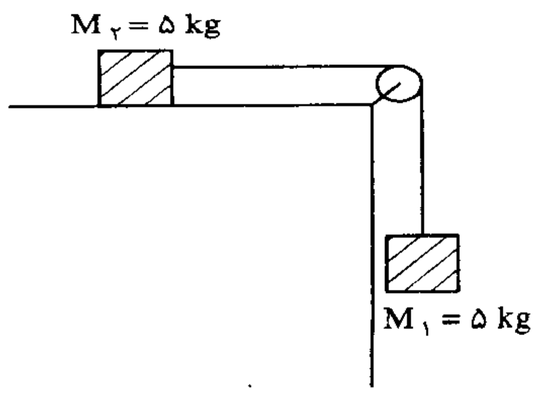
۸-درشکل‌زیرنیروی $m_۱ = m_۲ = ۳kg, F = ۲۰N$ و شتاب‌حرکت‌دو جسم $۰/۵m/s^۲$ می‌باشد. در صورتی که نیروی اصطکاک برای دو جسم برابر باشد . نیروی کشش بین دو جسم چقدر است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)



۱- ۱۰N
۲- ۲۰N
۳- ۳۰N
۴- ۵۰N

۹- در شکل زیر جرم نخ و قرقره قابل چشم پوشی و ضریب اصطکاک بین سطح افقی و وزنه $M_۲$ برابر ۰/۲ است نیروی کشش نخ تقریباً چند نیوتن است ؟

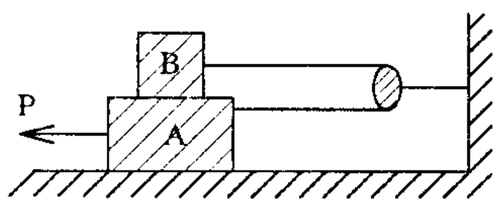
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «بازمینه زمین شناسی» ۷۹)



۱- ۳N
۲- ۴N
۳- ۳۰N
۴- ۴۰N

۱۰- در شکل روبه رو جرم جسم A ، ۳M و جرم جسم B، M و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی میان سطح تماس دو جسم Aو B و نیز جسم A با سطح میز افقی به ترتیب μ_s,μ_k است . جرم نخ و قرقره ناچیز و اصطکاک قرقره با محورش قابل چشم پوشی است نیروی افقی P چقدر باشد تا جسم A حرکت یکنواخت داشته باشد ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)



۱- $۴\mu_k Mg$

۲- $۵\mu_k Mg$

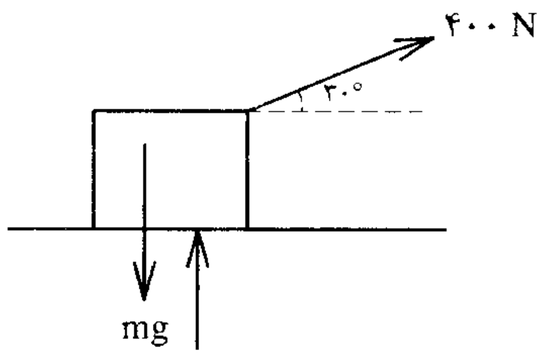
۳- $۶\mu_k Mg$

۴- $(۲\mu_s + ۴\mu_k)Mg$

۱۱- جسمی به وزن ۷۰ کیلوگرم توسط نیروی ۴۰۰ نیوتن تحت زاویه ۳۰ درجه کشیده می‌شوددرصورتی که ضریب اصطکاک ۰/۵ باشد، شتاب حرکت جعبه چند $m/s^۲$ است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۳)

$Sin۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}$



۱- ۱/۳

۲- ۱/۴

۳- ۱/۳۳

۴- ۱/۴۴

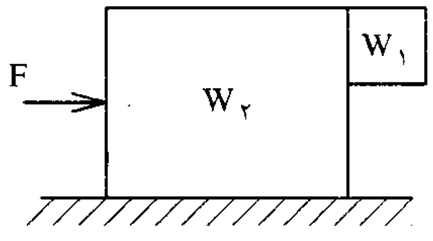
۱۲- یک قطعه فولاد به جرم ۴/۵ kg روی یک میز افقی به حالت سکون قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی میان این قطعه و میز ۰/۵ است. اگر این نیرو تحت زاویه °۶۰ نسبت به افق به طرف پایین وارد شود بزرگی‌اش چقدر باشد بدون آنکه باعث حرکت قطعه شود؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۴۸۰N ۲- ۳۲۹N ۳- ۵۰۰N ۴- ۳۸۰N

۱۳- مطابق شکل جسم با وزن $W_۲$ بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین سطوح $W_۱$ $W_۲$ برابر μ باشد، حداقل نیروی لازم که جسم $W_۱$ نسبت به $W_۲$ ساکن بماند کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۸۰و فیزیک۷۶)

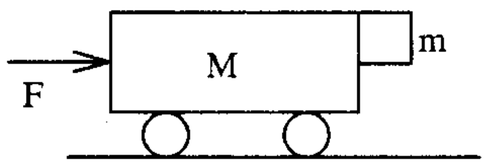


۱- μW_1 ۲- $\mu(W_1 + W_2)$

۳- $\frac{(W_1 + W_2)}{\mu}$ ۴- $\frac{W_2}{\mu}$

۱۴- ارابه‌ای به جرم **M** روی سطحی بدون اصطکاک با نیروی **F** در حرکت است جسمی به جرم **m** قرار دارد، برای اینکه این جسم نلغزد و نیفتد **F** چقدر باید باشد (ضریب اصطکاک بین جسم و ارابه μ است)؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «بازمینه زمین شناسی» ۷۹)



۱- $(M + m)g$ ۲- $M(M + m)$

۳- μmg ۴- $\frac{1}{\mu}(M + m)g$

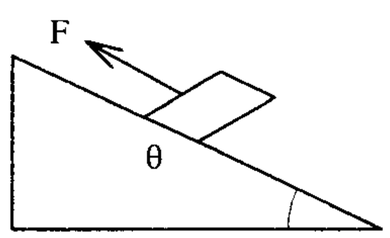
۱۵- جسمی روی یک سطح شیبداری که با افق زاویه 30° تشکیل می‌دهد در حرکت است اگر $\mu_K = 0/25$ باشد شتاب حرکت را تعیین کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «بازمینه زمین شناسی» ۸۰)

۱- $9/8\ m/s^2$ ۲- $6/7 m/s^2$ ۳- $5/4\ m/s^2$ ۴- $2/8 m/s^2$

۱۶- مطابق شکل جسمی در روی سطح شیب‌دار تحت زاویه θ از پایین به بالا حرکت می‌کند جسم در حالت تعادل می‌باشد نیروی وارده را حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی‌ژئو فیزیک «بازمینه‌زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک‌و ریاضی» ۷۹)



۱- $F = W(\mu_K \mathrm{Sin}\theta + \mathrm{Cos}\theta)$

۲- $F = W(\mu_k \mathrm{Sin}\theta - \mathrm{Cos}\theta)$

۳- $F = W(\mathrm{Sin}\theta + \mu_k \mathrm{Cos}\theta)$

۴- $F = W(\mathrm{Sin}\theta - \mu_K \mathrm{Cos}\theta)$

۱۷- مکعبی به وزن **P** بر روی سطح شیبدار به شیب θ تکیه داشته ساکن است . ضریب اصطکاک ایستایی بین مکعب و سطح برابر با μ می‌باشد . حداقل نیروی خارجی لازم در راستای سطح شیبدار برای آنکه مکعب را به سمت پایین به حرکت درآورد ، برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۷)

۱- $P(\mu \mathrm{Cos}\theta - \mathrm{Sin}\theta)$ ۲- $P(\mu \mathrm{Cos}\theta + \mathrm{Sin}\theta)$

۳- $P(\mu \mathrm{Sin}\theta - \cos\theta)$ ۴- $P(\mu \mathrm{Sin}\theta + \mathrm{Cos}\theta)$

۱۸- مکعبی به وزن W بر روی یک سطح شیبدار به شیب α به سمت پایین در لغزش است . نیروی Q را به موازات سطح شیبدار و به سمت بالا بر مکعب اعمال می‌کنیم . اگر ضریب اصطکاک بین مکعب و سطح برابر با μ باشد ، مکعب به سمت بالا حرکت می‌کند، اگر ..... باشد . **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)**

۱- $Q > W\ Sin\alpha$

۲- $Q > W(Sin\alpha + \mu Cos\alpha)$

۳- $Q > W(Sin\alpha - \mu Cos\alpha)$

۴- $Q > W(\mu Sin\alpha + Cos\alpha)$

۱۹- جسمی برروی سطح شیب‌داری که با افق زاویه α می‌سازد ، در حال سکون است . اگر ضریب اصطکاک سطح شیب‌دار برابر باشد با μ نیروی اصطکاک بین جسم و سطح شیب‌دار کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران« فتوگرامتری – نقشه‌برداری»۷۵)**

۱- μmg

۲- $\mu mg \sin\alpha$

۳- $\mu mg \cos\alpha$

۴- $mg \sin\alpha$

۲۰- مکعبی به وزن p که بر روی سطح شیب‌دار به شیب θ قرار داشته ساکن است . ضریب اصطکاک ایستایی بین مکعب و سطح برابر با μ می‌باشد. حداقل نیروی لازم که باید به موازات سطح شیب‌دار بر مکعب وارد شود تا به طرف بالا به حرکت درآید ، مساوی است با : **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۸)**

۱- $P(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

۲- $P(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

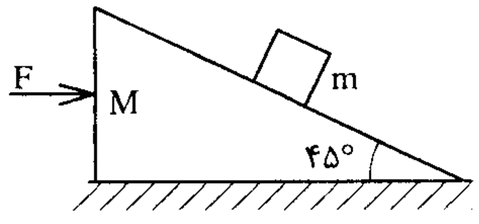
۳- $P(\mu\sin\theta + \cos\theta)$

۴- $P(\mu\sin\theta - \cos\theta)$

۲۱- اتومبیلی به جرم۱۰۰۰ کیلوگرم از جاده شیب‌داری به شیب پنج درصد با سرعت ثابت بالا می‌رود . هرگاه نیروی موتور اتومبیل $750\ N$ باشد نیروی اصطکاک چند نیوتن است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۸۰)

۱- ۴۹۰ ۲- ۵۰۰ ۳- ۲۵۰ ۴- ۶۵۰

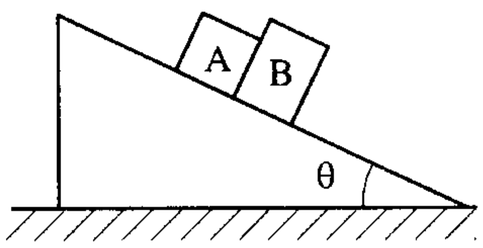
۲۲- در شکل مقابل بیشینه نیروی افقی F طوری به گوه وارد می‌شود که جسم m روی آن ساکن می‌ماند . هرگاه ضریب اصطکاک بین m و M $\mu = \frac{1}{5}$ و بین M و سطح افق قابل چشم پوشی باشد ، در آن صورت شتاب M برابر کدام است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)



۱- $\frac{F}{M}$ ۲- $\frac{۳}{۲}g$

۳- $\frac{۳}{۴}g$ ۴- $\frac{F}{(M+m)}$

۲۳- بر روی یک سطح شیب‌دار به شیب θ مکعب A به وزن P_A و مکعب B به وزن P_A $(P_B > P_A)$ در کنار هم در حالت تعادل هستند. ضرایب اصطکاک ایستایی بین A و B با سطح شیب‌دار به ترتیب μ_A و μ_B می‌باشد($\mu_B > \mu_A$) نیروی وارد از طرف مکعب B بر مکعب A مساوی است با : (کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۸)



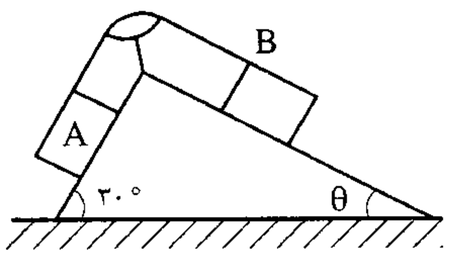
۱- $P_A(\mu_A \sin\theta - \cos\theta)$

۲- $P_A(\sin\theta - \mu_A \cos\theta)$

۳- $P_A(\sin\theta + \mu_A \cos\theta)$

۴- $P_A(\mu_A \cos\theta - \sin\theta)$

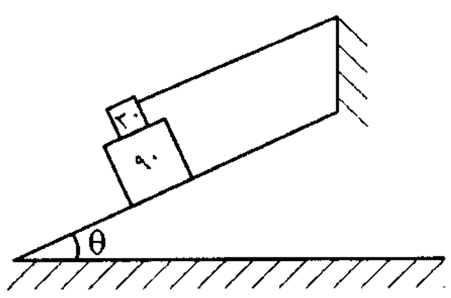
۲۴- وزنه‌های A و B به ترتیب ۴۰N و ۳۰N وزن دارند این وزنه‌ها به وسیله نخ بدون وزنی که از روی قرقره بدون اصطکاکی گذشته است مطابق شکل روی دو سطح شیب‌دار یکی به زاویه ۳۰° و دیگری به زاویه θ در حال تعادلند با فرض سطوح بدون اصطکاک زاویه θ را تعیین کنید . (کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۷)



۱- $\theta = ۴۱/۸^\circ$ ۲- $\theta = ۳۰^\circ$

۳- $\theta = ۶۰^\circ$ ۴- $\theta = ۲۲/۵^\circ$

۲۵- روی سطح شیب‌داری به زاویه θ جسمی به وزن ۹۰Ib قرار دارد روی آن وزنه ۳۰Ib گذاشته شده و به وسیله نخی موازی با سطح شیب‌دار به دیواری عمود بر سطح شیب‌دار بسته شده (مطابق شکل) اگر ضریب اصطکاک بین تمام سطوح $\frac{۱}{۳}$ باشد زاویه θ را طوری تعیین کنید که جسم ۹۰ پوندی به حرکت درآید.

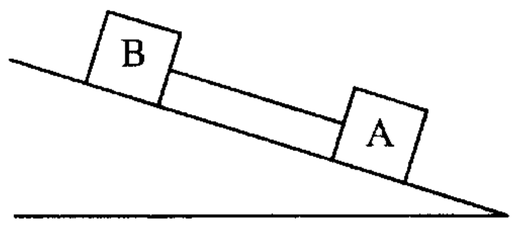


(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۷)

۱- $\theta = ۳۷^\circ$ ۲- $\theta = ۶۰^\circ$ ۳- $\theta = ۲۹^\circ$ ۴- $\theta = ۴۳^\circ$

۲۶- دو جسم A و B با جرمهای مساوی با میله‌ای به هم متصلند و روی سطح شیب‌داری قرار دارند ضریب‌های اصطکاک این دو جسم به سطح به ترتیب μ_A و μ_B است در چه صورت میله فشرده می‌شود ؟

(کنکور کارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی‌ژئو فیزیک« بازمینه علوم‌فیزیک و ریاضی»۷۹)



۱- $\mu_A = \mu_B$

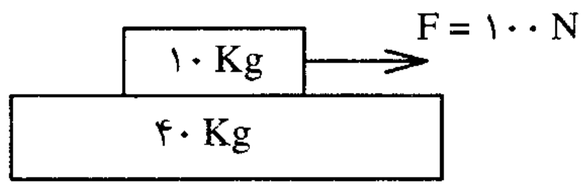
۲- $\mu_A > \mu_B$

۳- $\mu_A < \mu_B$

۴- همواره فشرده می‌شود.

۲۷- یک تخته سنگ ۴۰ کیلوگرمی روی یک سطح بدون اصطکاک قراردارد و جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم روی این تخته سنگ گذاشته شده است . ضریب اصطکاک ایستایی میان جسم و تخته سنگ ۰/۶ و ضریب اصطکاک خنثی ۰/۴ است جسم ۱۰ کیلوگرمی تحت تأثیر نیروی‌افقی ۱۰۰ نیوتن قرار می‌گیرد. شتاب ایجادشده در سنگ چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی نساجی ۷۸)



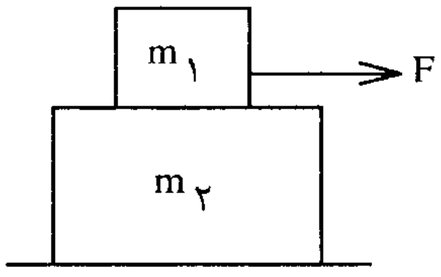
۱- $۱/۴ m/s^۲$

۲- $۲/۸ m/s^۲$

۳- $۰/۹۸ m/s^۲$

۴- $۲/۴ m/s^۲$

۲۸- در شکل مقابل نیروی F به جسم $m_۱$ وارد می‌شود و مقدار آن به گونه‌ای است که جسم $m_۱$ بر روی جسم $m_۲$ نمی‌لغزد. اصطکاک بین $m_۲$ و زمین قابل اغماض است. نیروی اصطکاک وارد بر $m_۱$ چگونه است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)**



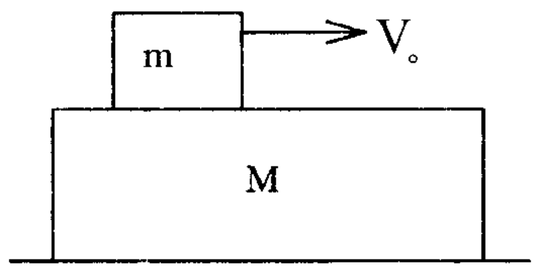
۱- از F کوچک‌تر است.

۲- از F بزرگ‌تر است.

۳- با F مساوی است.

۴- بسته به مقدار $\frac{m_۱}{m_۲}$ کوچک‌تر یا بزرگ‌تر است.

۲۹- جسمی به جرم m را با سرعت اولیه $V_\circ$ بر روی قطعه‌ای به جرم M که در ابتدا ساکن است سر می‌دهیم. اگر ضریب اصطکاک بین m و M را μ فرض کنیم و از اصطکاک بین M و زمین صرف‌نظر کنیم، پس از چه مدت زمانی جرم m نسبت به جرم M ساکن می‌شود؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)**



۱- $\frac{2V_\circ}{\mu g}$

۲- $\frac{V_\circ}{(1+\frac{m}{M})\mu g}$

۳- $\frac{V_\circ}{2\mu g}$

۴- $\frac{V_\circ}{(1+\frac{M}{m})\mu g}$

۳۰- کامیونی روی جاده‌ای مستقیم به طور یکنواخت در حرکت است که راننده ناگهان ترمز می‌کند ، کامیون دارای شتاب $\frac{g}{2}$ نسبت به زمین می‌شود و جعبه‌ای که در عقب کامیون قرار دارد رو به جلو می‌لغزد، اگر ضریب اصطکاک لغزشی بین جعبه و کف کامیون $\frac{1}{3}$ باشد، اندازه شتاب جعبه نسبت به کامیون چقدر است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)**

۱- $\frac{g}{2}$ ۲- $\frac{g}{3}$ ۳- $\frac{g}{6}$ ۴- $\frac{5g}{6}$

۳۱- کدام گزینه در مورد سرعت اتومبیلی که در یک جاده افقی دایره‌ای به شعاع R را دور می‌زند درست است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۸۰)**

۱- $\sqrt{\mu R g}$ ۲- $\mu\sqrt{Rg}$ ۳- $g\sqrt{\mu R}$ ۴- $\sqrt{\frac{\mu R g}{2}}$

۳۲- سنگی به جرم ۰/۵kg روی سطح افقی بدون اصطکاک به سرعت ثابت ۴m/s در حال دوران است . اگر شعاع دایره مسیر یک متر باشد نیروی جانب مرکز برای تداوم حرکت را حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- ۸N ۲- ۱۰N ۳- ۶N ۴- ۱۲N

۳۳- پیچ دایره‌ای یک جاده برای وسایل نقلیه‌ای که با سرعت ۶۴km/h حرکت می‌کنند طرح شده است اگرشعاع پیچ ۱۲۰m باشدزاویه صحیح شیب عرضی جاده چقدر است؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۱۰° ۲- ۲۰° ۳- ۲۵° ۴- ۱۵°

۳۴- دوچرخه سواری برای دور زدن در یک جاده افقی خود را به داخل پیچ منحرف می‌کند زاویه انحراف از وضع قائم α و ضریب اصطکاک جاده μ چه رابطه‌ای با هم دارند ؟
(کنکور کارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- $\sin\alpha = \mu$ ۲- $\cos\alpha = \mu$ ۳- $\tan\alpha = \mu$ ۴- $\cos\tan\alpha = \mu$

۳۵- خط آهنی روی دامنه کوهی روی مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۸۸۰ متر احداث شده است. اگرحداکثر سرعت m/s ۴۴ باشد حداقل زاویه شیب عرضی‌جاده را حساب‌کنید ؟**(کنکور کارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاد ژئو فیزیک« با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۷)**

۱- ۸/۳۰° ۲- ۴۲/۱۵° ۳- ۲۶/۱۸° ۴- ۱۲/۶۵°

۳۶- فیزیکدانی در پیچی به شعاع R رانندگی می‌کند ، سرعت اتومبیل او ۸۰km/h است ، اگر جسمی که از سقف اتومبیل او آویزان است با راستای قائم زاویه ۱۵ درجه بسازد شعاع پیچ کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی فیزیک کاربردی۸۰)**

$g = ۱۰ m/s^۲, \tan ۱۵° = ۰/۲۷$

۱- ۲۳۷۰ متر ۲- ۱۸۳ متر ۳- ۶۴۰ متر ۴- ۳۶۴ متر

۳۷- هواپیمایی با سرعت ۴۸۰ کیلومتر بر ساعت بر روی یک دایره افقی پرواز می‌کند اگر بالهای هواپیما با امتداد قائم، زاویه ۴۵ درجه بسازد ، شعاع دایره‌ای که هواپیما روی آن پرواز می‌کند چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۶)**

۱- ۱/۸ کیلومتر ۲- ۱/۷کیلومتر ۳- ۲ کیلومتر ۴- ۱/۹ کیلومتر

۳۸- گلوله‌ای به جرم m و به وزن w از انتهای سیمی آویزان بوده و با سرعت ثابت حول محور قائمی که از نقطه آویز سیم می‌گذرد، بر روی دایره‌ای به شعاع r در گردش است . اگر سیم با محور قائم زاویه ثابت θ بسازد ، انرژی جنبشی گلوله مساوی است با :
(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۶)

۱- $\frac{1}{2}rm\tan\theta$ ۲- $\frac{1}{2}rw\cot an\theta$ ۳- $\frac{1}{2}rw\tan\theta$ ۴- $\frac{1}{2}rm\cot an\theta$

۳۹- خلبانی در یک کار نمایشی با سرعت ۱۸۰ m/s در امتداد قائم پایین آمده سپس برای بازگشت به بالا روی مسیر دایره‌ای در سطح قائم حرکت می‌کند . برای آنکه شتاب در پایین ترین نقطه از ۷g تجاوز نکند شعاع دایره مسیرچقدر باید باشد ؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

۱- ۵۰۰m ۲- ۴۷۲m ۳- ۳۴۰m ۴- ۱۲۰m

۴۰- شعاع چرخ‌فلکی ۵m است و در سطح قائم هر ۱۰s یک دور می‌زند . وزن ظاهری شخصی که درآن نشسته در بالاترین و پایین ترین نقطه مسیر چند درصد وزن حقیقی او است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

۱- ۱/۵w ۲- ۲/۵w ۳- ۰/۸w ۴- ۰/۴۰۳w

۴۱- هواپیمایی مسیر دایره‌ای را در سطح قائم با سرعت ثابت دور می‌زند . اختلاف نیروی قائمی که خلبان بر صندلی خود در بالاترین و پایین ترین نقطه مسیر وارد می‌کند چند برابر وزنش می‌باشد؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)**

۱- ۲ ۲- ۱ ۳- ۳ ۴- ۴

۴۲- سنگی‌به جرم ۳۰۰gr را به نخی بسته و به حول نقطه O در صفحه قائم دوران می‌نماید. اختلاف نیروی کشش نخ در بالاترین و پایین ترین نقطه مسیر چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

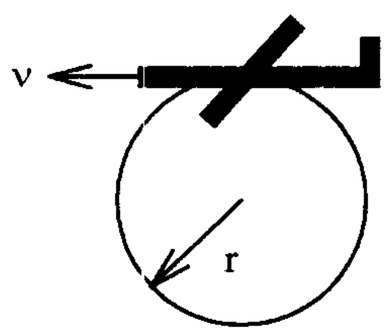
۱- ۲N ۲- ۶ N ۳- ۳ N ۴- ۱۲ N

۴۳- جسمی به جرم m که به انتهای ریسمانی بسته شده است بر روی دایره قائمی به شعاع R می‌چرخد سرعت بحرانی که به ازای مقادیر کمتر از آن ریسمان در بالاترین نقطه شل می‌شود چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)**

۱- $v=\sqrt{2Rg}$ ۲- $v=\sqrt{Rg}$ ۳- $v=\sqrt{\frac{Rg}{2}}$ ۴- $v=\sqrt{\frac{g}{2R}}$

۴۴- (GRE)

یک هواپیمای نمایشی بر روی حلقه دایره‌ای با سرعت v حرکت می‌کند. خلبان وزن ظاهری را در پایین حلقه تجربه می‌کند که دو برابر وزن ظاهری‌اش در بالای حلقه است . شعاع مسیر چقدر است ؟



۱- $\frac{v^2}{g}$

۲- $\frac{2v^2}{g}$

۳- $\frac{3v^2}{g}$

۴- $\frac{4v^2}{g}$

۵- $\frac{5v^2}{g}$

۴۵- (GRE)

نیروی مرکزگرایی را که برای نگهداری جسمی به جرم ۴ کیلوگرم بر روی دایره افقی به شعاع ۰/۸ متر و با سرعت ۶m/s لازم است را به دست آورید.

۱- ۳۹/۲ N مماس بر دایره

۲- ۳۰N مماس بر دایره

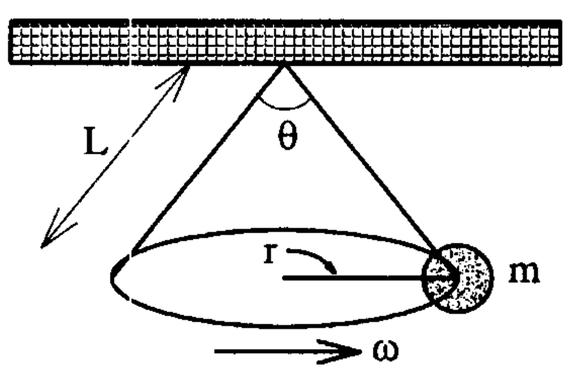
۳- $144N\hat{r}$

۴- $-180N\hat{r}$

۵- $180N\hat{r}$

۴۶- (GRE)

در شکل مقابل، جسمی نقطه‌ای به جرم m توسط ریسمانی به طول ثابت L به سقف متصل است. اگر جسم فوق در یک دایره افقی با شعاع r با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حرکت کند کشش ریسمان عبارت خواهد بود با :



۱- $mg(\frac{r}{L})$

۲- $mg\cos(\frac{\theta}{2})$

۳- $\frac{mr\omega}{\sin(\theta/2)}$

۴- $m(r^2\omega^2+g^2)^{\frac{1}{2}}$

۵- $m(r^2\omega^4+g^2)^{\frac{1}{2}}$

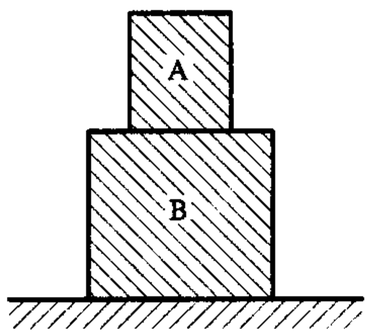
۴۷- جسمی به جرم ۱۲kg را توسط طنابی که به آن وصل است ، روی سطح افقی می‌کشیم . اگر راستای طناب افقی و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح تماس و جسم برابر ۰/۲۵ باشد ، نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم چند نیوتن است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد آزاد اسلامی فیزیک دریا ۸۱)

۱- ۳۹/۴ ۲- ۲۹/۴ ۳- ۲۹۴ ۴- ۵۰/۴

۴۸- مکعب A به وزن ۵N بر روی مکعب B به وزن ۱۰N قرار داشته مکعب B بر روی یک سطح افقی تکیه دارد . ضریب اصطکاک ایستایی بین کلیه سطوح تماس برابر با ۰/۲ است. نیرویی برابر با ۱/۵ N را به مکعب A وارد می‌کنیم ،در نتیجه :

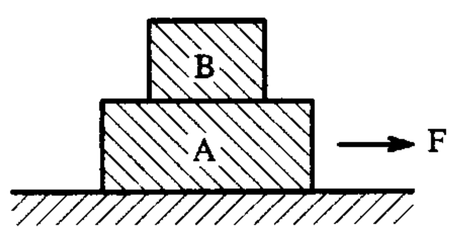
(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی۸۱)



۱- مکعب B ثابت مانده مکعب A بر روی مکعبB به حرکت در می‌آید.
۲- مکعب A به مکعب B چسبیده هر دو با هم به حرکت در می‌آیند .
۳- مکعب‌های Aو B در خلاف جهت هم به حرکت در می‌آیند .
۴- هر دو مکعب ساکن می‌مانند.

۴۹- جسم A به جرم ۹m روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد . جسم B به جرم m مطابق شکل روی جسم A قراردارد . بیشینه نیروی افقی F که به جسم A می‌تواند وارد شود به طوری که جسم B روی جسم A بلغزد برابر ۵mg است . ضریب اصطکاک ایستایی میان جسم A و B کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی- حالت جامد و کاربردی۸۱)



۱- ۲ ۲- ۱

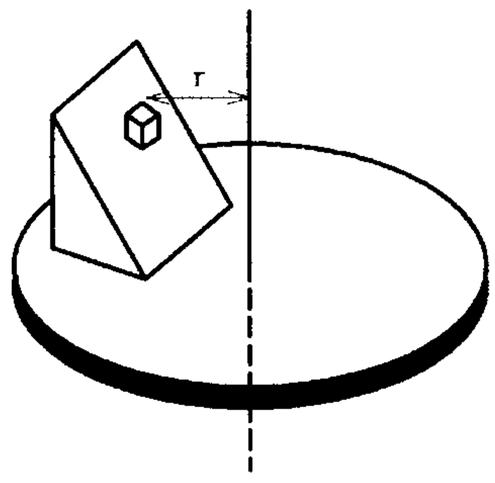
۳- $\frac{۱}{۵}$ ۴- $\frac{۱}{۲}$

۵۰- ذره‌ای به جرم m با تندی اولیه $V_\circ$ در راستای x در حرکت است . اگر این ذره تحت تأثیر نیروی $F = k\sqrt{V}$ در این راستا قرار گیرد ، مدت زمان لازم برای توقف ذره کدام است ؟ (k عددی ثابت و V سرعت لحظه‌ای ذره است)

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی - حالت جامد و کاربردی ۸۱)

۱- $\frac{m}{k}\sqrt{V_\circ}$ ۲- $\frac{m}{k}\sqrt{V_\circ}$ ۳- $\frac{m}{۲k}\sqrt{V_\circ}$ ۴- $\frac{۲m}{k}\sqrt{V_\circ}$

۵۱- سطح شیبداری روی میزی چرخان که حرکت دورانی یکنواخت دارد ثابت شده است . مکعبی کوچک روی این سطح شیبدار قرار دارد که ضریب اصطکاک ایستایی بین آن دو μ_s است. فاصله مکعب از محور میز چرخان r است. کمترین سرعت زاویه‌ای ω که مکعب روی سطح شیبدار سر نخورد کدام است ؟



۱- $\left[(\frac{\sin\theta+\mu_s\cos\theta}{\sin\theta-\mu_s\cos\theta})\frac{2g}{r}\right]^{\frac{1}{2}}$

۲- $\left[(\frac{\sin\theta+\mu_s\cos\theta}{\cos\theta+\mu_s\sin\theta})\frac{g}{r}\right]^{\frac{1}{2}}$

۳- $\left[(\frac{\sin\theta-\mu_s\cos\theta}{\cos\theta+\mu_s\sin\theta})\frac{g}{r}\right]^{\frac{1}{2}}$

۴- $\left[(\frac{\cos\theta+\mu_s\sin\theta}{\sin\theta-\mu_s\cos\theta})\frac{g}{r}\right]^{\frac{1}{2}}$

۵۲- گلوله‌ای بر روی یک صفحه افقی مدور به فاصله ۹ سانتی‌متر از مرکز آن قرار دارد . صفحه را باسرعت ثابت V حول محور قائمی که از مرکز آن می‌گذرد ، به دوران در می‌آوریم. اگر ضریب اصطکاک بین گلوله و سطح برابر ۰/۲ باشد، حداکثر V ، برای آنکه گلوله بر روی صفحه باقی بماند، چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۸۱)

۱- $42\frac{cm}{s}$ ۲- $52\frac{cm}{s}$

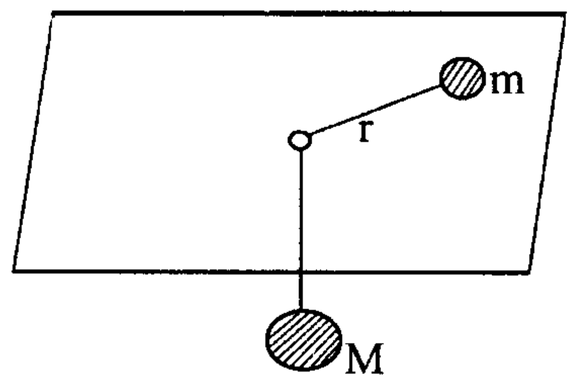
۳- $210\frac{cm}{s}$ ۴- $126\frac{cm}{s}$

۵۳- نخ یک آونگ مخروطی به طول L ، با راستای قائم زاویه ۶۰ درجه می‌سازد . سرعت گلوله این آونگ در حرکت بر روی یک مسیر دایره‌ای شکل برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۸۱)

۱- $\sqrt{\frac{2}{3}gl}$ ۲- $\sqrt{\frac{3g}{3l}}$ ۳- $\sqrt{\frac{gl}{2\sqrt{3}}}$ ۴- $\sqrt{\frac{3}{2}gl}$

۵۴- وزنه‌ای به وزن m روی یک میز بدون اصطکاک قرار دارد و توسط ریسمان بدون جرم از طریق سوراخ ایجاد شده در میز به وزنه M وصل شده است . وقتی M ساکن می‌ماند که : (کنکور کارشناسی ارشد آزاد اسلامی فلسفه علم ۸۱)



۱- وزن وزنه m از وزن جسم آویز M بزرگتر باشد در نتیجه چون عکس‌العمل سطح میز می‌تواند کشش ریسمان را تحمل کند وزنه M ساکن می‌ماند.

۲- اگر وزنه m با سرعتی دوران کند که شتاب ناشی از دوران آن عمود بر میز بوده و در جهت خلاف g در نتیجه شتاب جاذبه خنثی و جسم در تعادل است (جسم M ساکن)

۳- اگر وزنه m به گونه‌ای دوران کند که سرعت زاویه‌ای آن در رابطه $mr^2\omega^2 = Mg$ صدق کند در نتیجه M ساکن می‌ماند.

۴- اگر وزنه m به گونه‌ای دوران کند که در رابطه $\frac{V^2}{r} = \frac{Mg}{m}$ صدق کند جسم M ساکن می‌ماند.

۷- ۵ پاسخنامه تشریحی

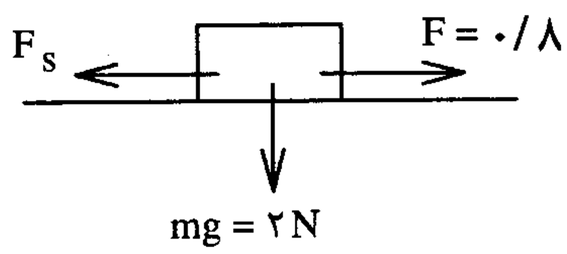
۱-۲) نیروی کشش ناشی از نیروی بین مولکولها و اتمهای ریسمان بوده و نیروی اصطکاک ناشی از نیروی میان اتمهای سطح دو جسم می‌باشد .

۲-۴)

$$V - V_m = at \Rightarrow ۱۰ - ۲۰ = a(۵) \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$|a| = ۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow \quad F = ma = ۱(۲) = ۲N$$ اندازه نیروی اصطکاک

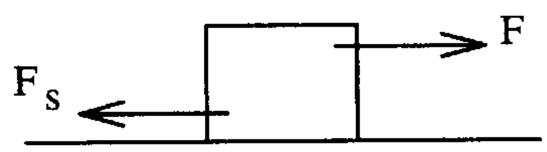
۳-۱)



جسم در آستانه حرکت $\Rightarrow F = f_s = \mu mg$

$$۰/۸ = \mu(۲) \Rightarrow \mu = ۰/۴$$

۴-۱)

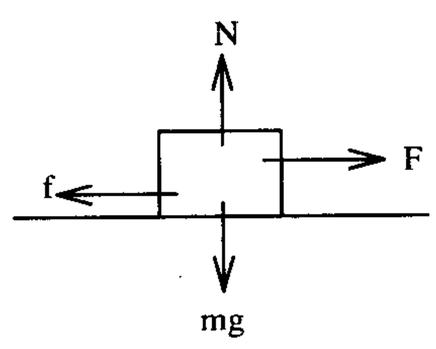


$$g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

جسم در آستانه حرکت $f_s = f_{s\,max} = \mu mg = (۰/۳)(۱۰)(۱۰) = ۳۰N$

$$F - F_s = ۰ \Rightarrow F = ۳۰N$$

۵-؟)



در آستانه حرکت $F = f_s = \mu_s N = \mu_s mg$

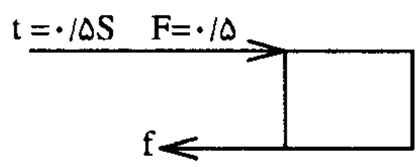
$$mg = ۲N \Rightarrow ۰/۰۸ = \mu_s(۲)$$

$$\Rightarrow \mu_s = ۰/۰۴$$

$$N - mg = ۰ \Rightarrow N = mg$$

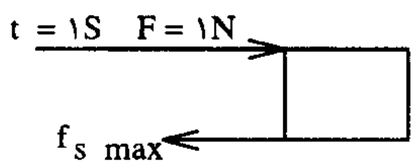
مقدار μ_s در هیچ‌کدام از گزینه‌ها نیست.

۶-۱) می‌دانیم که اصطکاک ایستایی همواره مقداری است که با حرکت مقابله می‌کند و حداکثر آن $\mu_s mg$ است .



$$F - f = ۰ \Rightarrow f = ۰/۵N$$

$$F - f_{max} = F - \mu_s mg = ۰ \Rightarrow F = ۰/۱(۱۰) = ۱N = t \Rightarrow t = ۱\ s$$



پس از $t = ۱s$ ، چون $F > f_{s\,max}$ است جسم شروع به حرکت می‌کند.

۷-۲)

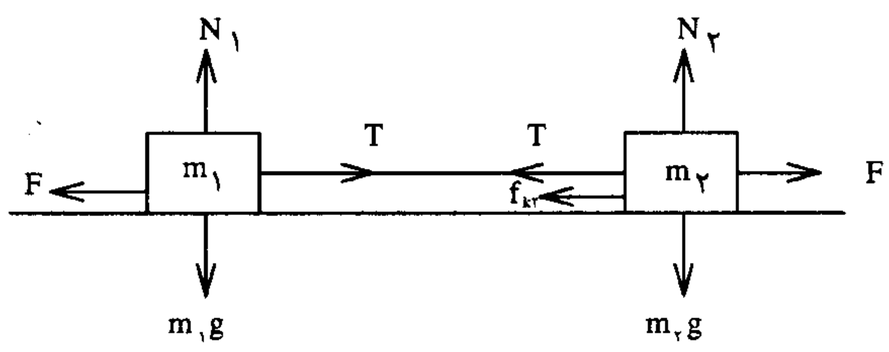
$$\Sigma F = ma \Rightarrow -f = ma \Rightarrow -kmg = ma \Rightarrow a = -gk$$

با توجه به فرمول توقف خواهیم داشت:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲ax \Rightarrow X = \frac{-v_۰^۲}{۲a} = \frac{-v_۰^۲}{-۲gk} = \frac{v_۰^۲}{۲gk} \Rightarrow X = \frac{v_۰^۲}{۲gk}$$

البته از آنجا که K بدون بعد است از نظر دیمانسیون مشخص است که گزینه‌های ۳و۴ غلط هستند چرا که دارای بعد زمان می‌باشند.

۸-۱)



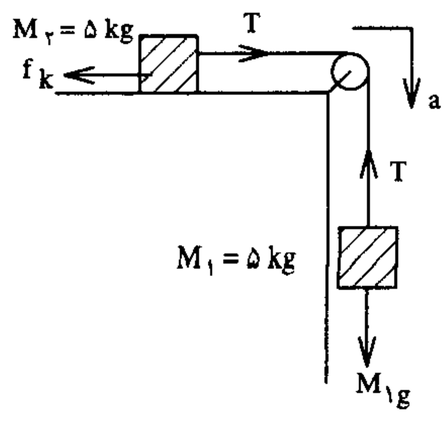
$$f_{k۱} = f_{k۲}$$

$$\begin{cases} F - T - f_{k۲} = m_۲ a \\ T - f_{k۱} = m_۱ a \end{cases} \Rightarrow F - ۲f_{k۱} = (m_۱ + m_۲)a$$

$$\Rightarrow ۲۰ - ۲f_{k۱} = (۳ + ۳)(۰/۵) \Rightarrow f_{k۱} = ۸/۵N$$

$$T = m_۱ a + f_{k۱} = ۳(۰/۵) + ۸/۵ = ۱۰N$$

۹-۳)

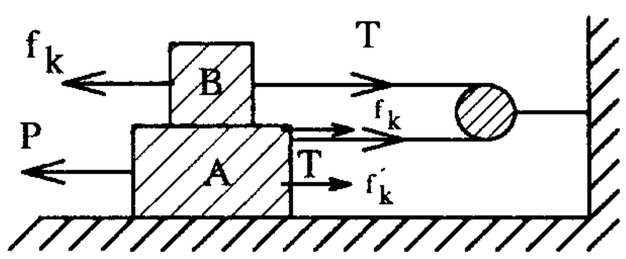


$f_k = \mu M_۲ g \quad , \; g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$

$$\begin{cases} M_۱ g - T = M_۱ a \\ T - f_k = M_۲ a \end{cases} \Rightarrow \frac{M_۱ g - f_k}{M_۱ + M_۲} = a = \frac{(۵)(۱۰) - (۰/۲)(۵)(۱۰)}{۵+۵}$$

$$\Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲} \qquad \Rightarrow T = M_۱ g - M_۱ a = ۵(۱۰) - ۵(۴) = ۳۰N$$

(۳-۱۰



$f_k = \mu_k M_B g \quad , f'_k = \mu_k (M_B + M_A) g$

با توجه به شکل مقابل خواهیم داشت :

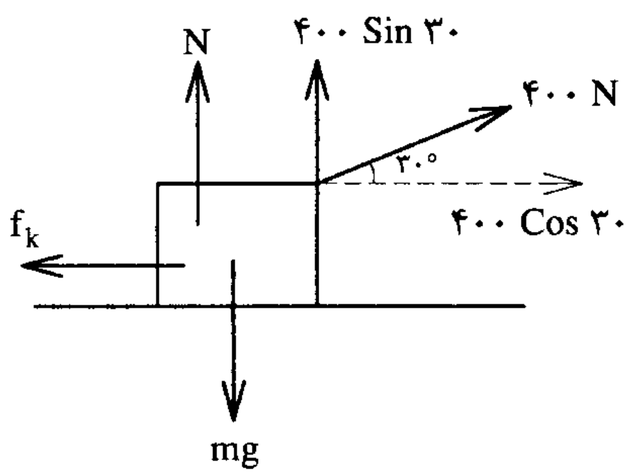
$T - f_k = ۰$

$P - f_k - f'_k - T = ۰ \Rightarrow P = ۲f_k + f'_k$

A برای جسم $\Rightarrow P = T + g(۳M + M)\mu_k + (M)g\mu_k$

B برای جسم $\Rightarrow T = Mg\mu_k \Rightarrow P = ۶Mg\mu_k$

(۴-۱۱



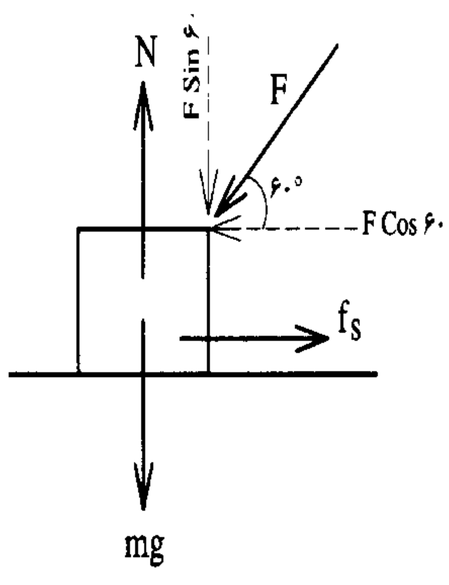
$N + ۴۰۰\text{Sin}۳۰ = mg \Rightarrow N + ۴۰۰(\frac{۱}{۲}) = ۷۰(۹/۸)$

$\Rightarrow N = ۴۸۶N \Rightarrow f_k = \mu N = ۰/۵(۴۸۶) = ۲۴۳N$

$۴۰۰\text{Cos}۳۰ - f_k = ma \Rightarrow ۴۰۰(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) - ۲۴۳ = ۷۰a$

$\Rightarrow a = ۱/۴۸\frac{m}{s^۲}$ که به جواب ۴ نزدیکتر است.

(؟-۱۲



$\mu_s = ۰/۵ \;, m = ۴/۵kg$

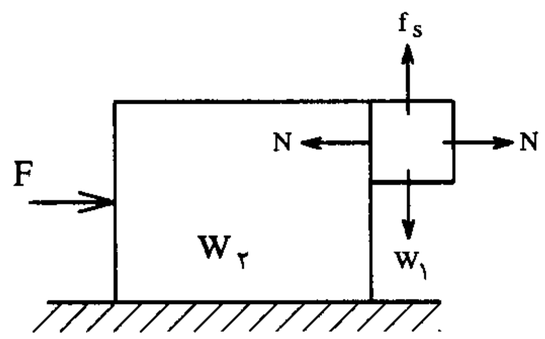
$N = mg + F\text{Sin}۶۰^\circ$

جسم در آستانه حرکت $\Rightarrow f_s = \mu_s N = \mu_s(mg + F\text{Sin}۶۰^\circ)$

$\Rightarrow ۰/۵(۴/۵ \times ۹/۸ + F \times ۰/۸۵) = F\text{Cos}۶۰ = F(۰/۵)$

$\Rightarrow F = ۲۹۴ \; N$

جواب در هیچ کدام از گزینه‌ها نیست.



۱۳-۳) برای آنکه W_1 سقوط نکند باید نیروی اصطکاک f_s برابر W_1 باشد و چون منظور محاسبه حداقل N برای سقوط نکردن است جسم در آستانه سقوط قرار داشته پس $f_s = \mu_s N$ است .

$$\begin{cases} F - N = (\frac{W_2}{g})a \\ N = (\frac{W_1}{g})a \end{cases} \Rightarrow F = \frac{W_1 + W_2}{g}a$$

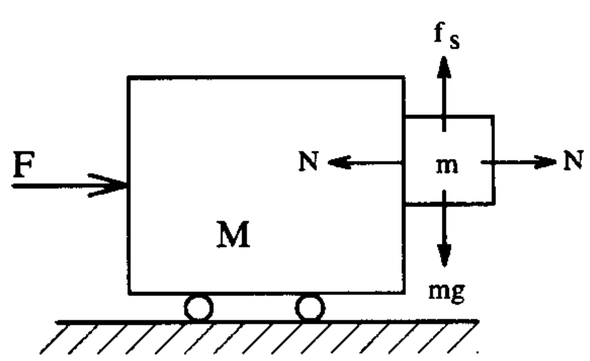
از طرفی

$$a = \frac{g}{\mu_s} \Leftarrow \frac{W_1}{\mu_s} = (\frac{W_1}{g})a \Leftarrow f_s = \mu_s N = W_1$$

بنابراین :

$$F = \frac{W_1 + W_2}{\mu_s}$$

۱۴-۴) چون جرم m سقوط نکرده و همراه جرم M حرکت می‌کند. شتاب هر دو یکی است .



$$\begin{cases} F - N = Ma \\ N = ma \end{cases} \Rightarrow F = (M + m)a$$

N نیروی عمل و عکس‌العمل میان جرم M و m است . چون جرم m سقوط نمی‌کند داریم :

$$f_s = \mu N = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{\mu}$$

$$N = ma \Rightarrow \frac{mg}{\mu} = ma \Rightarrow a = \frac{g}{\mu}$$

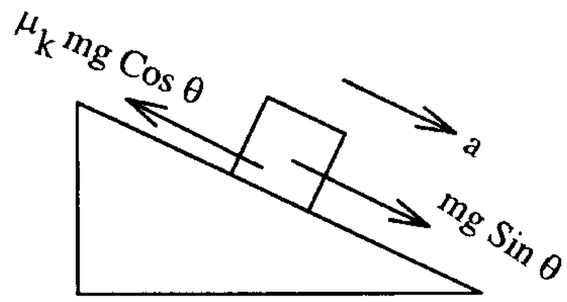
بنابراین

$$F = (M + m)a = \frac{(M + m)g}{\mu}$$

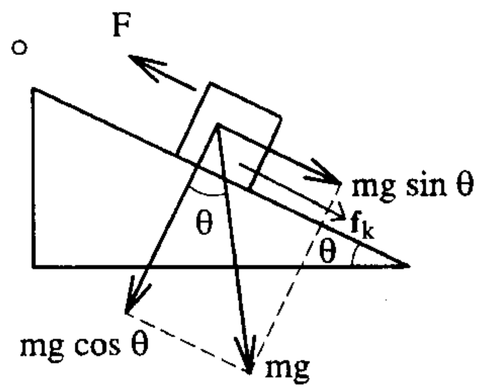
۱۵- ۴)

$$mg\mathrm{Sin}\theta - \mu_k mg\mathrm{Cos}\theta = ma$$

$$a = g(\mathrm{Sin}\theta - \mu_k \mathrm{Cos}\theta) = ۹/۸(\mathrm{Sin}۳۰^\circ - ۰/۲۵\,\mathrm{Cos}۳۰^\circ) = ۹/۸(\frac{۱}{۲} - ۰/۲۵\,\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = ۲/۸\,\frac{m}{s^۲}$$



۱۶-۳)

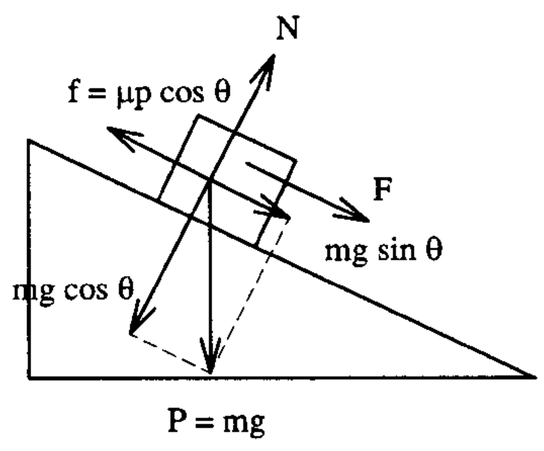


جسم در تعادل $\Rightarrow \Sigma F = \circ \Rightarrow F - mgSin\theta - \mu_k mgCos\theta = \circ$

$\Rightarrow w(Sin\theta + \mu_k Cos\theta) = F$

۱۷-۱) چون به دنبال حداقل نیرو برای حرکت هستیم، یعنی در آستانه حرکت قرار داریم :

$$f_s = \mu_s N$$



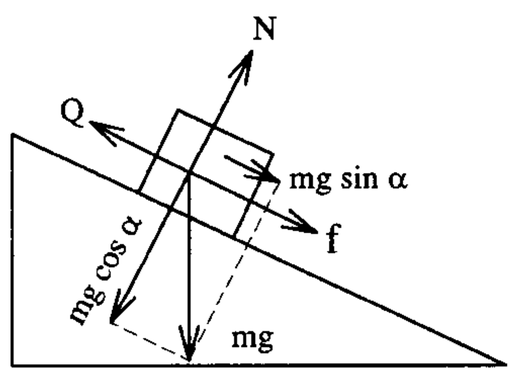
همان طور که در شکل مشخص است برآیند کل نیروها برابر با :

$\Sigma F = ma = \circ \Rightarrow F - f + mgSin\theta = \circ \Rightarrow$ در حالت ساکن $a = \circ$

$F - \mu mg\,Cos\theta = -mgSin\theta \Rightarrow F - \mu pCos\theta = -pSin\theta$

$\Rightarrow F = P(\mu Cos\theta - Sin\theta)$

۱۸-۲) چون جسم در حال لغزش است و در یک لحظه جسم به حالت سکون قرار می‌گیرد، بنابراین :

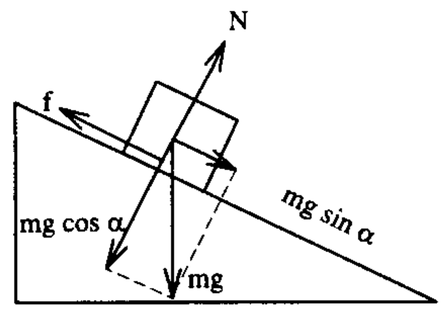


$\Sigma F = \circ \Rightarrow Q - mgSin\,\alpha - \mu mgCos\alpha = \circ$

$\Rightarrow Q = W\ Sin\alpha + \mu W\ Cos\alpha = W(Sin\alpha + \mu Cos\alpha)$

شرط آن که مکعب به سمت بالا حرکت کند باید :

$Q > W(Sin\alpha + \mu Cos\alpha)$

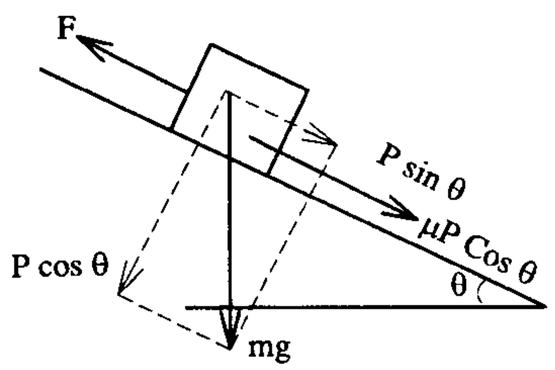


۱۹-۴) چون جسم در حال سکون است پس :

$$f - mgSin\alpha = ۰ \Rightarrow f = mgSin\alpha$$

توجه شود که اگر جسم در آستانه حرکت باشد.

این مقدار برابر $\mu mgCos\alpha$ خواهد شد.



۲۰-۱) چون جسم در آستانه حرکت به سمت بـالای سطح است جهت نیروی اصطکاک ایستایی به سمت پایین سطح است.

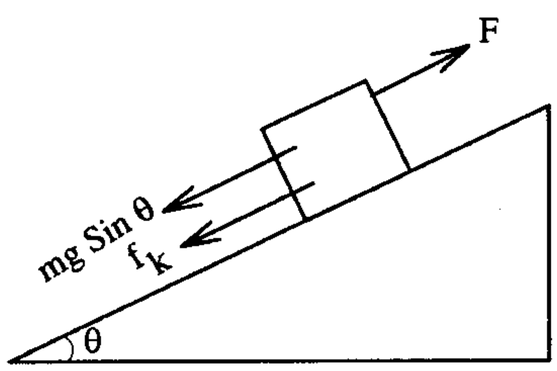
$$(P = mg$$

$$F - PSin\theta - \mu PCos\theta = ۰$$

حداقل F برای حرکت به بالا عبارت است از :

$$F = P(Sin\theta + \mu Cos\theta)$$

۲۱-۲)



$$\theta = ۰/۰۵ \Rightarrow Sin\theta \cong \theta = ۰/۰۵$$

$$F - mgSin\theta - f_k = ۰$$

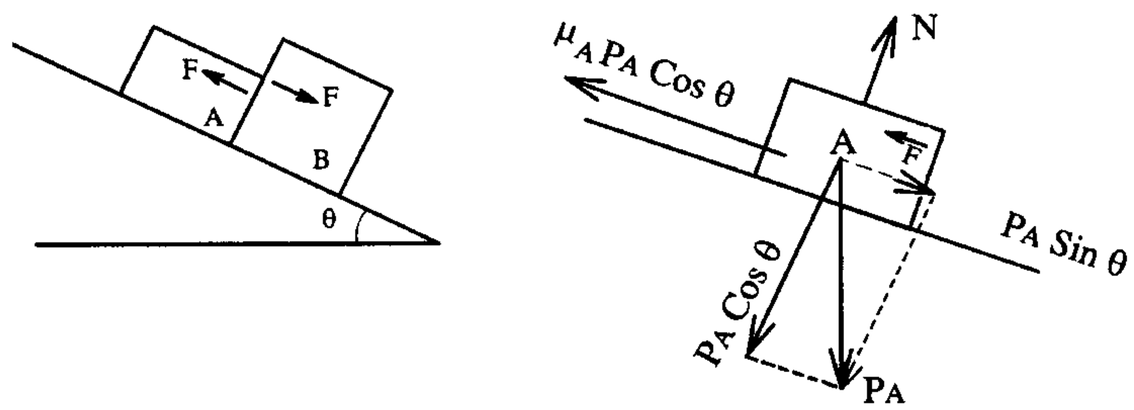
$$f_k = F - mg(\frac{۵}{۱۰۰}) = ۷۵۰ - (۱۰۰۰)(۱۰)(\frac{۵}{۱۰۰})$$

$$\Rightarrow f_k = ۲۵۰\ N$$

۲۲-۴) وقتی که جسم تحت تأثیر نیرو روی گوه ساکن می‌ماند بنابراین می‌توان هر دو جسم را یک جسم M+m فرض کرد و می‌توان قانون دوم نیوتن را برای این اجسام اعمال کرد .

$$F = (M + m)a \Rightarrow a = \frac{F}{M + m}$$

۲۳-۲) F نیروی عکس‌العمل میان دو مکعب است .



$$P_A Sin\theta - F - \mu_A P_A Cos\theta = ۰ \Rightarrow F = P_A(Sin\theta - \mu_A Cos\theta)$$

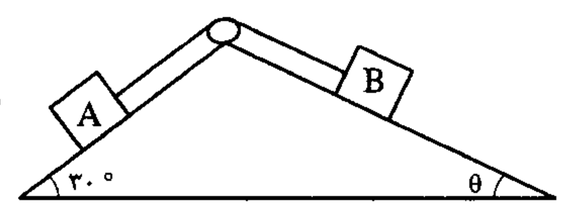
۲۴-۱)

$m_A g = ۴۰N \quad , \quad m_B g = ۳۰N$

شرط تعادل آن است که داشته باشیم :

$m_A g Sin\theta_۱ = m_B g Sin\theta \Rightarrow ۴۰ Sin۳۰ = ۳۰ Sin\theta$

$\Rightarrow \frac{۴۰}{۳۰} = \frac{Sin\theta}{Sin۳۰} \Rightarrow Sin\theta = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \theta = Sin^{-۱}(\frac{۲}{۳}) \cong ۴۱/۸^\circ$



۲۵-۳)

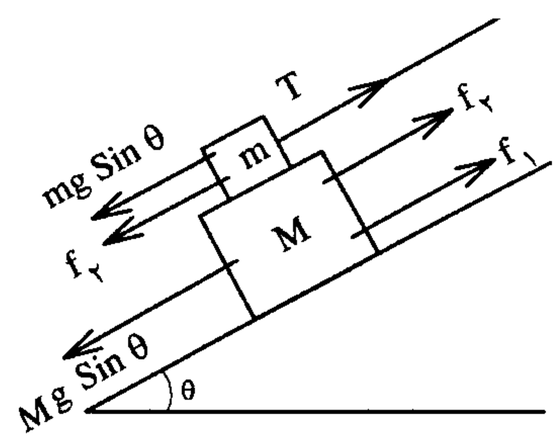
در آستانه حرکت : $Mg Sin\theta - f_۲ - f_۱ = ۰$

$f_۱ = \mu(M+m)g Cos\theta = \frac{۱}{۳}(۹۰+۳۰)Cos\theta$

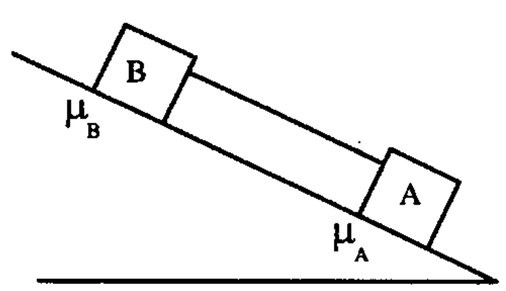
$f_۲ = \mu m g Cos\theta = \frac{۱}{۳}(۳۰)Cos\theta$

$mg = ۹۰ \Rightarrow ۹۰ Sin\theta = \frac{۱}{۳}(۳۰)Cos\theta + \frac{۱}{۳}(۱۲۰)Cos\theta$

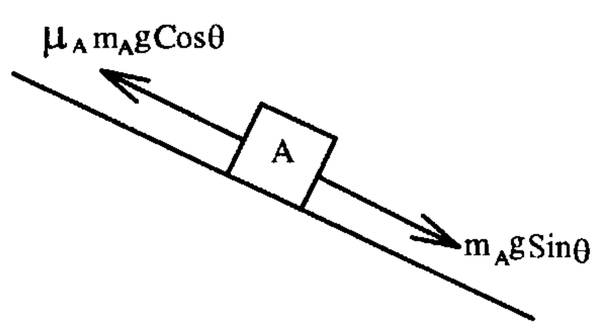
$\Rightarrow \tan\theta = \frac{۵۰}{۹۰} \Rightarrow \theta = ۲۹^\circ$



۲۶-۲) هنگامی میله فشرده می‌شود که شتاب جرم A به تنهایی کمتر از شتاب جرم B باشد به عبارتی اگر میله بین آنها نباشد و سرعت B بیشتر از A باشد :



$m_A g Sin\theta - \mu_A m_A g Cos\theta = m_A a_A \Rightarrow a_A = Sin\theta - \mu_A Cos\theta$ اگر A تنها بود.

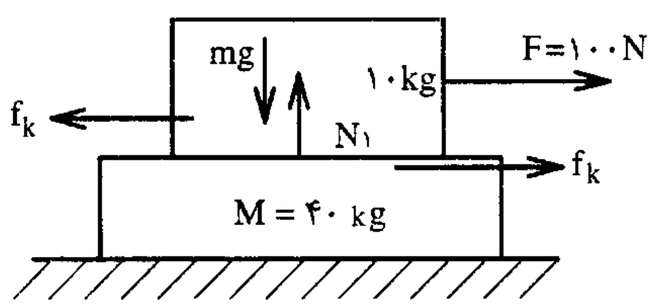


و به همین ترتیب داریم :

$a_B = Sin\theta - \mu_B Cos\theta$

$$a_B > a_A \Rightarrow \sin\theta - \mu_B \cos\theta > \sin\theta - \mu_A \cos\theta \Rightarrow \mu_A > \mu_B$$

۳-۲۷)

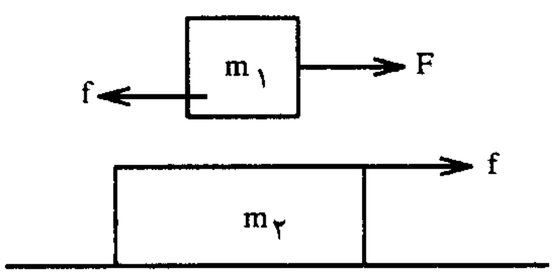


$$f_k = \mu_k N_۱ = \mu_k mg = ۰/۴(۱۰)(۹/۸) = ۳۹/۲N$$

$$\begin{cases} f_k = Ma_۲ & ۳۹/۲ = ۴۰a_۲ \end{cases}$$

$a_۱ = ۶m/s^۲$, $a_۲ = ۰/۹۸m/s^۲$ بنابراین $a_۲$ شتاب حرکت تخته سنگ $۰/۹۸m/s^۲$ است

۲۸-۱) چون $m_۱$ بر روی $m_۲$ نمی‌لغزد هر دو جرم $(m_۱ + m_۲)$ با شتاب a نسبت به زمین حرکت می‌کنند.



$$F = a\Sigma m \Rightarrow a = \frac{F}{(m_۱ + m_۲)}$$

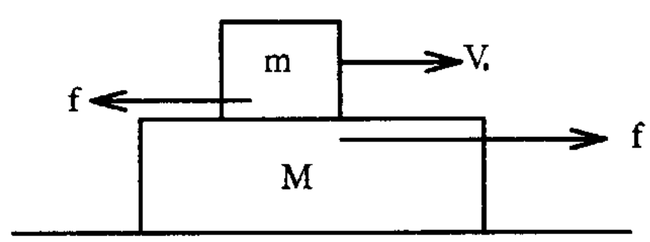
$$f = m_۲ a = m_۲\left(\frac{F}{m_۱ + m_۲}\right) = \left(\frac{m_۲}{m_۱ + m_۲}\right)F \Rightarrow f < F$$

۲-۲۹)

$$m \text{ جرم} : ma_۱ = f = -\mu mg \Rightarrow a_۱ = -\mu g \Rightarrow m \quad : V_۱ = V_۰ - \mu gt$$

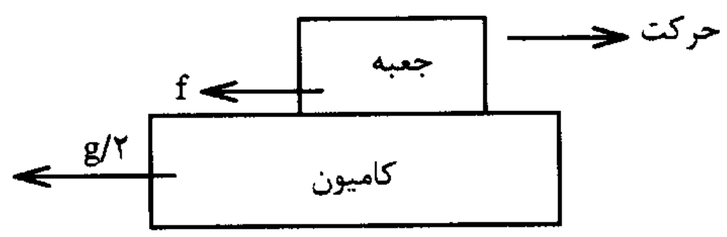
$$M \text{ جرم} : Ma_۲ = \mu mg \Rightarrow a_۲ = \mu\frac{m}{M}g \Rightarrow M \text{ سرعت} : V_۲ = \mu\frac{m}{M}gt \ :$$

$$(m \text{ نسبت به } M \text{ ساکن}) \Rightarrow V_۱ = V_۲ \Rightarrow V_۰ - \mu gt = \mu\frac{m}{M}gt \Rightarrow t = \frac{V_۰}{\mu(\frac{m}{M} + ۱)g}, (f = \mu mg)$$



۳-۳۰) هنگامی که کامیون توقف می‌کند دارای یک شتاب کند شونده $\frac{g}{۲}$ به سمت عقب است و چون به سمت جلو پرتاب می‌شود اصطکاک به سمت عقب است .

$$f = ma' = \mu mg = \frac{۱}{۳}mg \Rightarrow a' = \frac{g}{۳}$$



$$|a' - a| = \left|\frac{g}{۳} - \frac{g}{۲}\right| = \frac{g}{۶}$$

(۱-۳۱

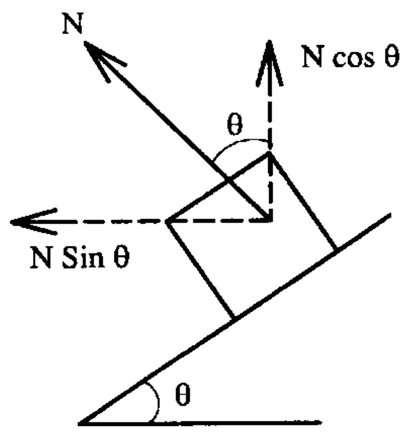
$$\mu mg = \frac{mV^۲}{R} \Rightarrow V = \sqrt{\mu g R}$$

(۱-۳۲

$$V = ۴m/s \qquad , m = ۰/۵kg \quad , R = ۱m$$

$$F_r = m\frac{V^۲}{R} = (۰/۵)\frac{(۴)^۲}{۱} = ۸N$$

(۴-۳۳



$$V = \sqrt{Rg\tan\theta} \Rightarrow \tan\theta = \frac{V^۲}{Rg} = \frac{(\frac{۶۴}{۳/۶})^۲}{۱۲۰(۹/۸)} = ۰/۲۶$$

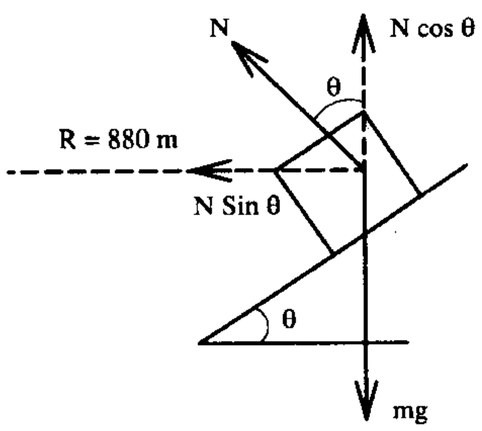
$$\Rightarrow \theta = ۱۵^\circ$$

۳-۳۴) زاویه انحراف α از حد معینی نمی‌تواند تجاوز کند و مقدارآن به نیروی اصطکاک، وضع جاده و لاستیک بستگی دارد. بنابراین شرط دور زدن دوچرخه سوار در داخل پیچ و عدم انحراف آن به ضریب اصطکاک و شیب عرضی جاده بستگی داردیعنی :

$$\tan\alpha = \frac{V^۲}{Rg} \text{ و } \mu = \frac{V^۲}{Rg} = \tan\alpha$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \mu$$

(۴ -۳۵ •

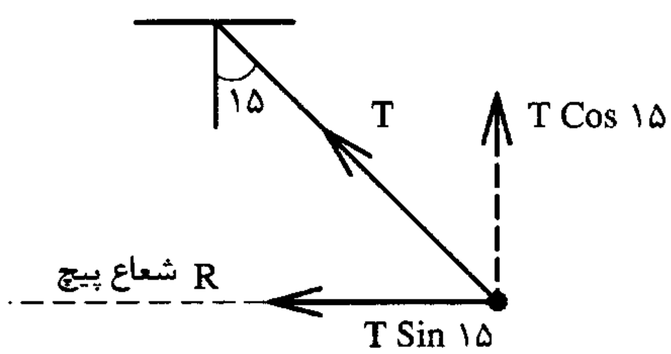


$$\begin{cases} N\,Sin\theta = \dfrac{mV^۲}{R} \\ N\,Cos\theta = mg \end{cases}$$

از تقسیم دو رابطه $\tan\theta = \frac{V^۲}{Rg} = \frac{(۴۴)^۲}{۸۸۰ \times ۹/۸} = ۰/۲۲۴ \Rightarrow \theta = ۱۲/۶۵^\circ$

۳۶-۲)

سرعت در پیچ جاده $V = ۸۰\frac{km}{h} = (\frac{۸۰}{۳/۶})m/s$

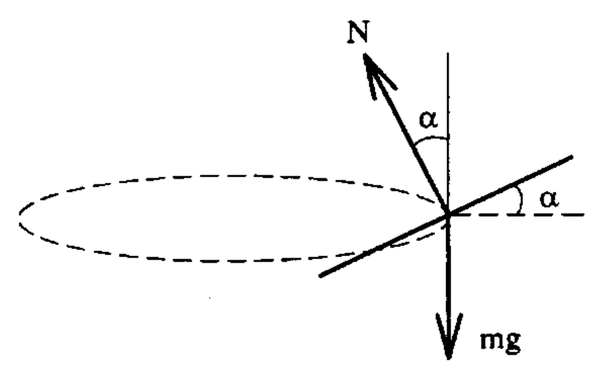


$$\begin{cases} T\,Sin۱۵ = \frac{mV^۲}{R} \\ T\,Cos۱۵ = mg \end{cases} \Rightarrow tg۱۵ = \frac{V^۲}{Rg}$$

$$\Rightarrow R = \frac{V^۲}{g\tan ۱۵} = \frac{(\frac{۸۰}{۳/۶})^۲}{۱۰(۰/۲۷)} = ۱۸۲/۹m$$

۳۷-۱)

$$\begin{cases} NCos\alpha = mg \\ NSin\alpha = m\frac{V^۲}{R} \end{cases}$$



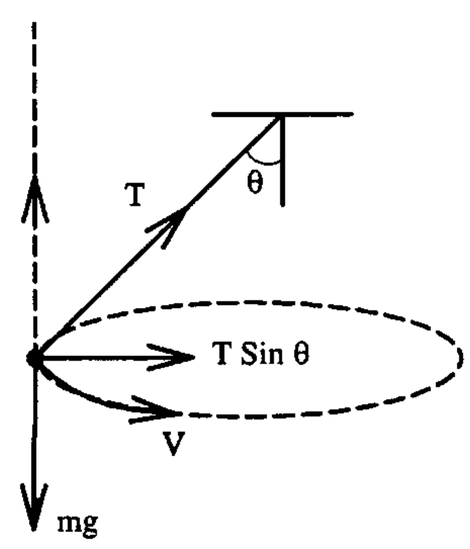
$$\tan\alpha = \frac{V^۲}{Rg} \Rightarrow R = \frac{V^۲}{(\tan\alpha)g} = \frac{(۴۸۰ \times \frac{۱۰۰۰}{۳۶۰۰})^۲}{\tan ۴۵^\circ \times ۹/۸}$$

$$\Rightarrow R = \frac{(۱۳۳/۳)^۲}{۱ \times ۹/۸} = ۱۸۱۴m \cong ۱/۸km$$

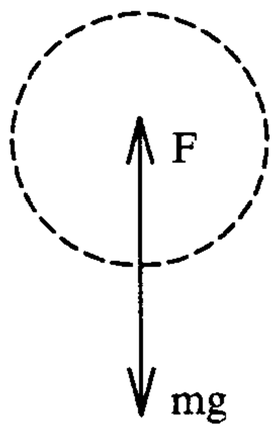
۳۸-۳)

نیروی جانب مرکز $\begin{cases} TSin\theta = \frac{mV^۲}{r} \\ TCos\theta = mg \end{cases} \Rightarrow \frac{V^۲}{rg} = \tan\theta$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲}mrg\tan\theta = \frac{۱}{۲}rw\tan\theta$$



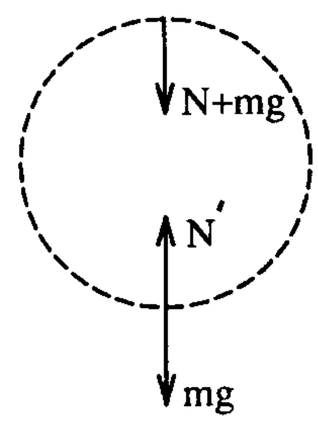
(۲-۳۹



$$F - mg = m\frac{V^۲}{R} = ma_r$$

$$a_r = ۷g = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow R = \frac{V^۲}{۷g} = \frac{(۱۸۰)^۲}{۷(۹/۸)} = ۴۷۲m$$

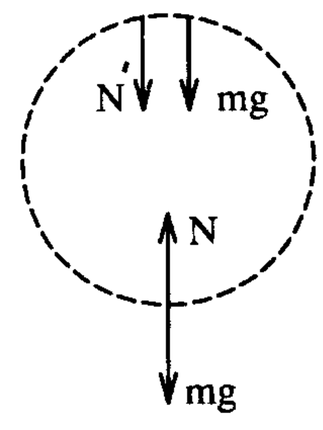
(؟-۴۰



$$\begin{cases} N + mg = m\dfrac{V^۲}{r} \\ N' - mg = m\dfrac{V^۲}{r} \end{cases} \qquad V = \frac{۲\pi r}{T} = \text{r و T هر دو ثابت}$$

$$\Rightarrow N' - mg - N - mg = ۰ \Rightarrow N' - N = ۲mg = ۲w$$

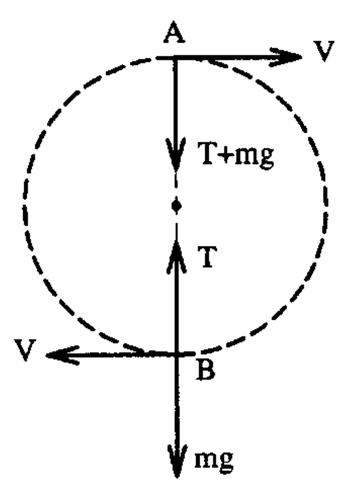
(۱-۴۱



$$\begin{cases} N' + mg = m\dfrac{V^۲}{r} \\ N - mg = m\dfrac{V^۲}{r} \end{cases} \Rightarrow N - mg - N' - mg = ۰$$

$$\Rightarrow N - N' = ۲mg$$

(۲-۴۲



در بالاترین نقطه A :

در بالاترین نقطه B :

$$\begin{cases} T_A + mg = m\dfrac{V^۲}{R} \\ T_B - mg = m\dfrac{V^۲}{R} \end{cases}$$

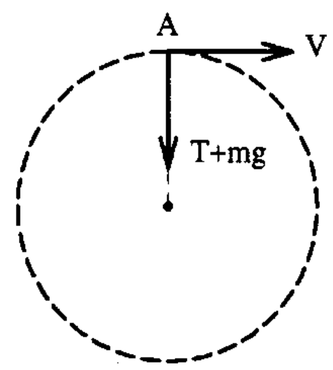
در صورتی که سرعت دوران ثابت باشد :

$$(m = ۳۰۰\ gr = ۰/۳kg)$$

$$T_B - T_A = ۲mg = ۲(۰/۳)(۱۰) = ۶N$$

۴۳-۲)

$$F_A = T + mg = \frac{mV^۲}{r}$$



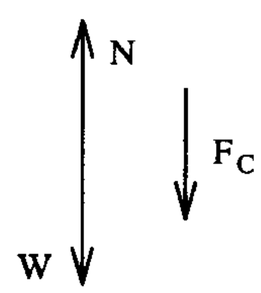
F_A نیروی جانب مرکز در بالاترین نقطه است .

هنگامی که ریسمان شل شود $T = ۰$ بنابراین :

$$mg \cong m\frac{V_{min}^۲}{r} \Rightarrow V_{min} = \sqrt{rg}$$

بنابراین برای کمتر از این سرعت ، $\frac{mV^۲}{r}$ حتی از mg کمتر و جسم در حال سقوط است.

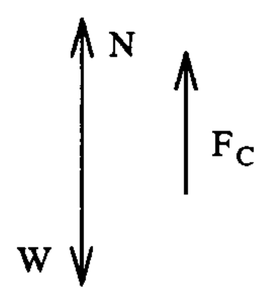
۴۴-۳)



حل در بالای مسیر دایره‌ای $\Sigma F = W - N = F_c$

وزن ظاهری خلبان $N_T = mg - \frac{mV^۲}{r}$

در ته دایره $\Sigma F = N - W = F_c$



$$N_B = mg + \frac{mV^۲}{r} \quad , N_B = ۲N_T$$

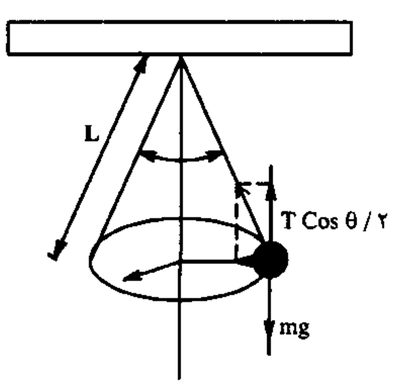
$$mg + \frac{mV^۲}{r} = ۲mg - ۲\frac{mV^۲}{r} \Rightarrow r = ۳\frac{V^۲}{g}$$

۴۵-۴) بنابرقانون دوم نیوتن داریم $F= ma$ که در آن شتاب a شتاب‌جانب مرکز است و مقدار آن‌برابر است با :

$$F = m\frac{V^۲}{r} = \frac{۴(۶)^۲}{۰/۸} = ۱۸۰N \Rightarrow F = -۱۸۰Nr$$

که علامت منفی در آن نشان دهنده بردار شتاب به سمت مرکز است .

۴۶-۵)



$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a} \rightarrow \begin{cases} T\cos\frac{\theta}{۲} = mg \\ T\sin\frac{\theta}{۲} = mr\omega^{۲} = m\frac{V^{۲}}{r} \end{cases}$$

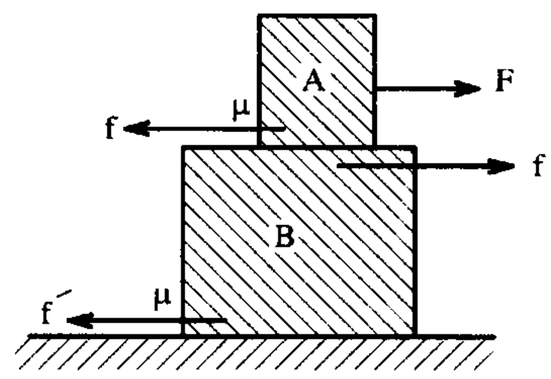
$$\Rightarrow \begin{cases} T^{۲}\cos^{۲}\frac{\theta}{۲} = m^{۲}g^{۲} \\ T^{۲}\sin^{۲}\frac{\theta}{۲} = m^{۲}r^{۲}\omega^{۴} \end{cases} \Rightarrow T^{۲} = m^{۲}(g^{۲} + r^{۲}\omega^{۴})$$

$$\rightarrow T = m(g^{۲} + r^{۲}\omega^{۴})^{\frac{۱}{۲}}$$

(۲-۴۷

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg = ۰/۲۵(۱۲)(۹/۸) = ۲۹/۴N$$

(۱-۴۸



$m_A g = ۵N$, $m_B g = ۱۰N$, $\mu = ۰/۲$

$F = ۱/۵N$

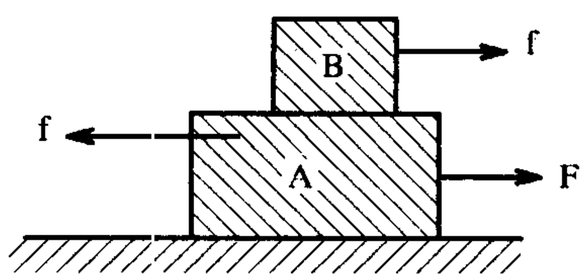
میان B, A $f_{s\,max} = \mu_s m_A g = ۰/۲(۵) = ۱N$

$F = ۱/۵N > f_{s\,max} = ۱N \Rightarrow$ A بر روی B می‌لغزد

چون $\mu_k < \mu = ۰/۲$ است بنابراین $f_k = \mu_k mg < ۱N$ و چون

$f'_{s\,max} = \mu(m_A g + m_B g) = ۳N$ بنابراین $f < f'_{s\,max}$ و جسم حرکت نمی‌کند.

(۴-۴۹



$m_A = ۹m$, $m_B = m$

اگر B بر روی A بماند و هر دو با هم حرکت کنند . شتاب حرکت هر دو a است.

$$\begin{cases} f = ma \\ F - f = ۹ma \end{cases} \Rightarrow F = ۱۰ma = ۵mg \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}g$$

$f = ma = \frac{۱}{۲}mg$, در آستانه لغزیدن $B \Rightarrow f = f_{s\,max} = \mu mg = \frac{۱}{۲}mg$

بنابراین $\mu = \frac{۱}{۲}$ احتمالاً در سؤال « به طوری که جسم B روی جسم A نلغزد » مورد نظر بوده است و بر اساس همین فرض مسئله را حل کرده‌ایم و یا کمینه F برای آنکه بلغزد مورد نظر بوده است چرا که مشخص است هرچه F از $۵mg$ بیشترباشد B روی A خواهد لغزید و بیشینه برای F نداریم.

(۴-۵۰

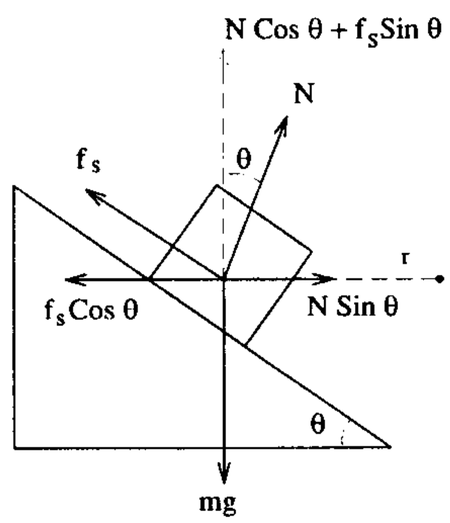
$$F = -K\sqrt{V} \quad , \quad M \text{ سرعت اولیه } = V_\circ \quad , \quad \text{سرعت نهایی } = \circ$$

$$m\frac{dv}{dt} = -k\sqrt{V} \qquad \frac{dv}{\sqrt{v}} = \frac{-k}{m}dt \Rightarrow \int_{V_\circ}^{\circ}\frac{dv}{\sqrt{v}} = \frac{-k}{m}\int_{\circ}^{t}dt$$

$$\Rightarrow \left[۲\sqrt{v}\right]_{v_\circ}^{\circ} = ۲\left[\circ - \sqrt{v_\circ}\right] = \frac{-k}{m}t \Rightarrow t = \frac{۲m}{k}\sqrt{v_\circ}$$

در سؤال $F = K\sqrt{V}$ آمده است که درآن صورت t منفی خواهد شد برای آن که شتاب کند شونده باشد و سبب توقف شود باید $F = -K\sqrt{V}$

(۳-۵۱



$$\begin{cases} N\text{Sin}\theta - f_s\text{Cos}\theta = mr\omega^۲ \\ N\text{Cos}\theta + f_s\text{Sin}\theta = mg \end{cases}$$

چون به دنبال حداقل سرعت زاویه‌ای ω که مکعب روی سطح شیبدار سر نخورد می‌گردیم ، جسم در آستانه حرکت است و

$$f_s = \mu_s N$$

$$\frac{N\text{Sin}\theta - \mu_s N\text{Cos}\theta}{N\text{Cos}\theta + \mu_s N\text{Sin}\theta} = \frac{r\omega^۲}{g} \Rightarrow \omega\left[\left(\frac{\text{Sin}\theta - \mu_s\text{Cos}\theta}{\text{Cos}\theta + \mu_s\text{Sin}\theta}\right)\frac{g}{r}\right]^{\frac{۱}{۲}}$$

(۱-۵۲

$$\mu mg = \frac{mV^۲}{r} \Rightarrow V^۲ = \mu rg = (۰/۲)(۰/۰۹)(۱۰) = ۰/۱۸$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{۰/۱۸} = ۰/۴۲\ \frac{m}{s} = ۴۲\ \frac{cm}{s}$$

(۴-۵۳

$$V = \sqrt{gR\tan\alpha} \quad , \quad R = L\mathrm{Sin}\alpha \quad , \quad \alpha = ۶۰$$

$$R = L\mathrm{Sin}۶۰ = \frac{\sqrt{۳}L}{۲} \quad , \quad \tan ۶۰ = \sqrt{۳}$$

$$V = \sqrt{g\frac{\sqrt{۳}L}{۲}\sqrt{۳}} = \sqrt{\frac{۳}{۲}gL}$$

۴-۵۴) اگر جرم M ساکن و T کشش ریسمان باشد .

$$T - Mg = ۰ \quad \Rightarrow T = Mg$$

اگر M ساکن بماند باید فاصله جرم M تا مر کز دوران یعنی r نیز ثابت بماند لذا جرم m باید بر دایره‌ای به شعاع r دوران کند به گونه‌ای که $\frac{mV^۲}{r} = T$ (چرا که اصطکاک وجود ندارد تا به وسیله آن جرم m روی میز ثابت بماند).

$$\frac{mV^۲}{r} = Mg \Rightarrow \frac{V^۲}{r} = \frac{Mg}{m}$$

در ضمن عکس‌العمل عمود بر سطح بر $\vec{T}$ عمود است و نمی‌تواند آن را خنثی کند .

فصل ششم

کار و انرژی

مقدمه

یکی از راههای انتقال انرژی میان دو جسم انجام کار توسط یک جسم بر روی جسم دیگر است . در این فصل به طور خلاصه به محاسبه کار برای نیروهای مختلف می‌پردازیم :

۶-۱ تعریف کار

حاصل ضرب اندازه نیرو در مقدار جابه‌جایی در امتداد نیرو را کار گویند و آن را با W نشان می‌دهند ، کمیتی است اسکالر و مقدارآن برابر است با :

$$W = \vec{F}.\vec{X} = |F||X|\cos\alpha \qquad (۶-۱)$$

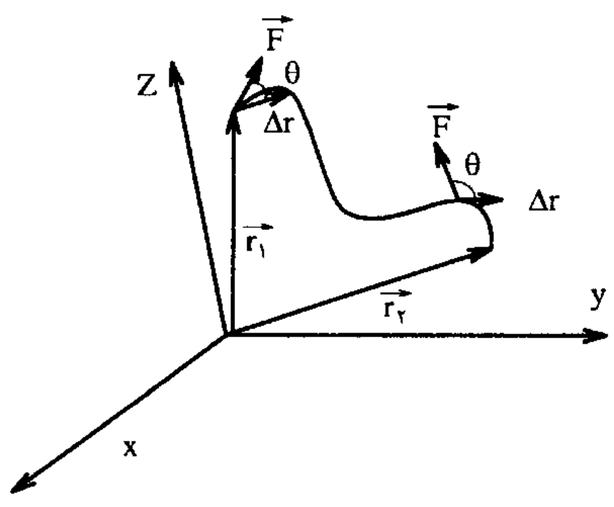
در فرمول فوق α کسینوس زاویه بین نیرو و جابه‌جایی است .

در واقع کار معرف انرژی است که نیروی F را صرف جابه‌جایی یک جسم به اندازه x می‌کند .

توجه : واحد کار بر حسب ژول می‌باشد و آن برابر با مقدار کاری است که اگر نیروی یک نیوتنی بر جسمی وارد شود بتواند آن را یک متر جابه‌جا کند .

$$۱J = ۱N \times ۱m$$

۶-۲ کار انجام شده به وسیله نیروی متغیر



در حالت کلی نیروی وارده به یک ذره ممکن است از لحاظ جهت و مقدار تغییر کند و نیز ممکن است مسیر ذره به شکل منحنی باشد که در این صورت زاویه بین F و $\overrightarrow{\Delta r}$ متغیر خواهد بود.

مقدار کار انجام شده روی ذره در حین تغییر مکان Δr را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد .

$$\Delta w = F\cos\theta\Delta r = \vec{F}.\vec{\Delta r}$$

برای تعیین مقدار واقعی کار انجام شده باید تغییر مکانهای Δr را بی‌نهایت کوچک در نظر بگیریم در این حد Δr به دیفرانسیل r یعنی dr تبدیل شود و جزء کار واقعی برابرخواهد بود با : $dw = \vec{F}.d\vec{r}$ بنابراین مقدار کار واقعی در حرکت ذره از نقطه r_1 به r_2 از این رابطه به دست می‌آید:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} \qquad (۶-۲)$$

با تجزیه $\vec{F}$ و $d\vec{r}$ بر حسب مؤلفه‌هایشان می‌توان معادله دیگری معادل فرمول بالا به دست آورد.

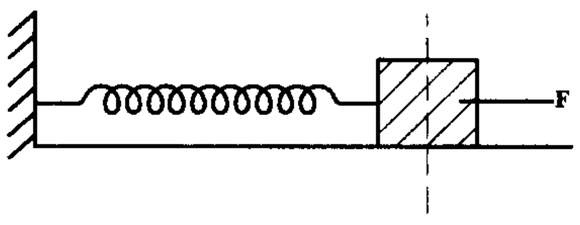
$$\vec{dr} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} \text{ و } F = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

$$\vec{F}\cdot\vec{dr} = (F_x\vec{i} + F_Y\vec{j} + F_z\vec{k}).(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}) = F_x dx + F_y j + F_z dz$$

با قرار دادن این مقدار $W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}.d\vec{r}$ در رابطه داریم :

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\cdot dr = \int_{(x_1,y_1,z_1)}^{(x_2,y_2,z_2)} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_{x_1}^{x_2} Fxdx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy + \int_{z_1}^{z_2} F_Z dz$$

۱-۲-۶ کار انجام شده وقتی که یک فنر کشیده می‌شود.



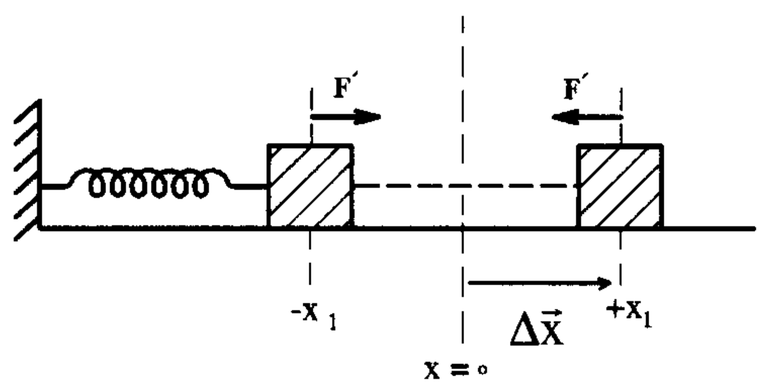
$$w_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx, F(x) = kx$$

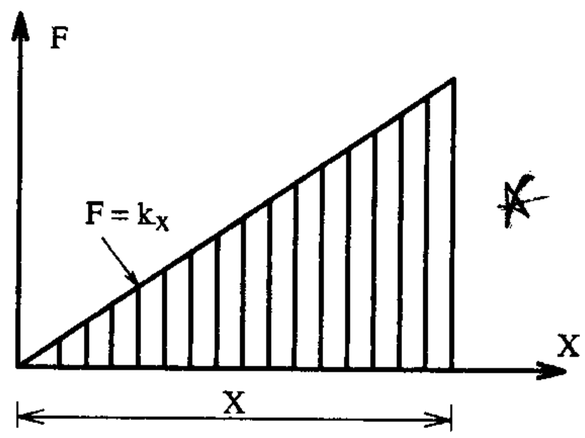
$\vec{F}' = -k\Delta\vec{x}$ نیروی وارد از فنر به جسم است و هنگامی که طول فنر از طول عادی آن بیشتر شود با باز شدن فنر مخالفت می‌کند و هنگامی که طول فنر از طول عادی آن کمتر می‌شود با فشرده شدن آن مخالفت می‌کند.

کار انجام شده به کمک نیروی وارد شده در حرکت از x_1 به x_2

$$w_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} kxdx \Rightarrow w_{12} = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow w = \frac{1}{2}kx_2^2$$





شکل روبه رو مساحت زیر منحنی $w = \frac{1}{2}kx_2^2$ می‌باشد .

سطح زیر منحنی کار انجام شده در راستای فرآیند کشیدن فنر به اندازه X می‌باشد.

۶-۳ اصل کار (قضیه کار- انرژی)

می‌دانیم کار انجام شده توسط برآیند نیروها در تغییر مکان دادن ذره از r_1 به r_2 از رابطه زیر به دست می‌آید :

$$w = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}.\vec{dr}$$

$$\vec{F}.d\vec{r} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{r} = md\vec{v}\frac{d\vec{r}}{dt}m(dv)\cdot\vec{v} = d(\frac{1}{2}mv^2) \qquad (۶-۳)$$

مقدار $\frac{1}{2}mV^2$ به انرژی جنبشی موسوم است .

$$w = \int_{r_1}^{r_2}\vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{v_1}^{v_2} d(\frac{1}{2}mV^2) = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 \qquad (۶-۴)$$

اگر انرژی جنبشی ذره را با k نشان دهیم ، در آن صورت می‌توان نوشت:

$$w = \int_{r_1}^{r_2}\vec{F}\cdot\vec{dr} = \int_{k_1}^{k_2} dk \Rightarrow w = k_2 - k_1 = \Delta k \qquad (۶-۵)$$

کار لازم جهت جابه‌جا نمودن یک ذره از نقطه x_1 به نقطه x_2 توسط نیروی F با تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر است .

توجه : از قضیه فوق در مسائلی استفاده می‌کنیم که در آنها کار انجام شده توسط برآیند نیروها به آسانی محاسبه می‌شود و می‌خواهیم سرعت ذره را در موقعیتهای خاصی به دست آوریم.

٤-۶ توان

کار انجام شده در واحد زمان را توان گویند و با P نشان می‌دهند و کمیتی اسکالر و مقدار آن برابر است با :

$$P = \frac{w}{t} \quad \frac{1J}{1S} = 1W = \text{یک وات} \qquad (۶-۶)$$

الف) واحدهای توان

یک وات : برابر با کار یک ژول در یک ثانیه می‌باشد.

یک اسب بخار: برابر(معادل) با ۷۳۶ وات می‌باشد.

ب)توان متوسط

$$\overline{p} = \frac{w}{t} \text{ وات}$$

ج) توان لحظه‌ای

حد کار انجام شده بر واحد زمان وقتی که زمان به سمت صفر میل می‌کند.

$$p = \lim_{\Delta t \to 0} \overline{p} \Rightarrow p = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{dw}{dt} = \frac{F \cdot dx}{dt} = F.(\frac{dx}{dt}) \Rightarrow p = \vec{F} \cdot \vec{V} \qquad (۶-۷)$$

اگر V بر حسب m/s و F برحسب N باشد آن‌گاه واحد p وات خواهد بود.

۶-۵ بازده یا راندمان یک ماشین

= توان ورودی / توان خروجی = کارورودی / کار خروجی = بازده ماشین

مزیت مکانیکی ایده‌آل / مزیت مکانیکی واقعی = فاصله محرک × نیرو / فاصله مقاوم × نیرو

$$Ra = \frac{W_R}{W_E} = \frac{P_R}{P_E} = \frac{F_R \times d_R}{F_E \times d_E} = \frac{A'}{A} \qquad (۶-۸)$$

درصد بازده (درصد راندمان) یک ماشین ساده عبارت است از :

$$\%Ra = \frac{W_R}{W_E} \times ۱۰۰ = \frac{A}{A'} \times ۱۰۰ \qquad (۶-۹)$$

۳) در یک ماشین ایده‌آل داریم :

$$A' = A \Rightarrow \frac{F_R}{F_E} = \frac{d_E}{d_R} \qquad (۶-۱۰)$$

۶-۶ نیروی وابسته به زمان

در صورتی که نیرو تابع زمان باشد می‌توان با به دست آوردن شتاب معادلات سرعت و مکان را به دست آورد.

$$\vec{F} = \vec{F}(t) \qquad \Rightarrow \vec{a}(t) = \frac{\vec{F}(t)}{m} \tag{۶-۱۱}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{V} - V_\circ = \int_\circ^t \vec{a}(t)dt$$

$$\Rightarrow \vec{V}(t) = \vec{V}_\circ + \int_\circ^t \vec{a}(t)dt = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{۶-۱۲}$$

$$\Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_\circ + \int_\circ^t \vec{V}(t)dt \tag{۶-۱۳}$$

$\vec{r}_\circ$ بردار مکان در $t = \circ$ و $V_\circ$ سرعت اولیه در $t = \circ$ می‌باشد.

۷-۶ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- نیرویی به اندازه $F(t) = A + Bt^{۲}$ که به سوی راست امتداد دارد اززمان $t = ۰$ تا $t = t_{۲}$ بر جسمی به جرم m اثر می‌کند. اگر جسم در ابتدا ساکن باشد در لحظه $t_{۲}$ سرعت آن چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی مهندسی نساجی ۷۸)**

۱- $(\frac{t_{۲}}{۲m})(۲A + \frac{t_{۲}}{۴})$

۲- $(\frac{t_{۲}}{m})(A + \frac{t_{۲}^{۲}}{۳})$

۳- $(\frac{۲t_{۲}}{۵m})(۴A + \frac{t_{۲}^{۲}}{۳m})$

۴- $(\frac{t_{۲}}{۳m})(A + \frac{۶t_{۲}}{m})$

۲- جسمی با سرعت v و با شتاب $w = g - \alpha v$ در یک راستای مستقیم با سرعت اولیه $v_{۰}$ در حرکت است . α و g مقادیر ثابت هستند سرعت v بر حسب زمان برابر است با : **(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران «فتوگرامتری – نقشه برداری» ۷۵-۷۷)**

۱- $V = \frac{g}{\alpha(۱ - e^{-\alpha t})}$

۲- $V = \frac{g}{\alpha}(۱ - e^{-\alpha t})$

۳- $V = \frac{g}{\alpha}(۱ + e^{-\alpha t})$

۴- $V = \frac{g}{\alpha}(۱ + e^{\alpha t})$

۳- جسمی به جرم ۱۰kg بر اثر نیروی $F = (۱۲۰\,t + ۴۰)N$ در خط مستقیم حرکت می‌کند در لحظه $t = ۰ \rightarrow x_{۰} = ۵m \rightarrow V_{۰} = ۶m/s$ مکان جسم در لحظات بعدی از رابطه : **(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)**

۱- $x = ۲t^{۳} + ۲t^{۲} + ۶t + ۵$

۲- $x = t^{۳} + ۲t^{۲} - ۲t + ۵$

۳- $x = t^{۳} + ۲t^{۲} + ۵t + ۶$

۴- $x = ۲t^{۳} - ۴t^{۲} + ۸t + ۴$

۴- الکترونی با بار الکتریکی e- تحت تأثیر میدان الکتریکی $\vec{E} = \vec{E}.\sin\omega t$ قرار دارد، در صورتی که این الکترون در ابتدا در مبدأ چارچوب و بدون سرعت اولیه باشد، بردار مکان ذره برابر کدام است؟ **(کنکورکارشناسی ارشدفیزیک سال ۷۵)**

۱- $\frac{e\vec{E}_{۰}}{m\omega}(\frac{\sin\omega t}{\omega} + t)$

۲- $\frac{e\vec{E}_{۰}}{۲m}t^{۲}$

۳- $\frac{e\vec{E}_{۰}}{m\omega}(\frac{\sin\omega t}{\omega} - t)$

۴- $\frac{e\vec{E}_{۰}}{m\omega^{۲}}\sin\omega t$

۵- جسمی به جرم $10kg$ بر اثر نیروی $F = 120t + 40$ نیوتن در خط مستقیم جابه‌جا می‌شود در لحظه $t = 0$ جسم در نقطه $x_0 = 5m$ با سرعت اولیه $V_0 = 6m/s$ قرار دارد مکان جسم را در لحظات بعد به دست آورید؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۸۰)

۱- $x = 5t^3 - 6t^2 - 4t - 8$ ۲- $x = t^3 - 3t^2 - 5t - 3$

۳- $x = 2t^3 + 2t^2 + 6t + 5$ ۴- $x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{4}t^2 + 5t - 6$

۶- برای کشیدن جعبه‌ای روی سطح افقی ۴۰ نیوتن نیرو لازم است ، کار لازم برای ۸۰ سانتی‌مترجابه‌جایی جسم چند ژول است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۹)**

۱- ۵۰۰ ۲- ۳۲ ۳- ۵۰ ۴- ۳۲۰

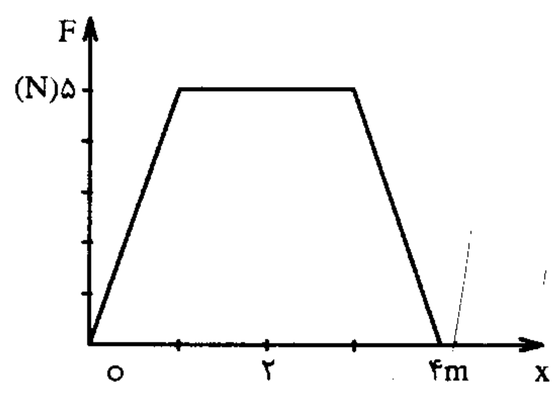
۷- اگر نیروی وارده بر ذره‌ای همواره بر سرعت ذره عمود باشد کدام‌یک از جملات زیر درست است ؟

(کنکور کارشناسی‌ارشددانشگاه آزاد اسلامی دانشگاه‌آزاد اسلامی‌علوم‌دریایی‌و اقیانوسی فیزیک دریا ۷۷)

۱- مسیر حرکت ذره نوسانی است. ۲- سرعت حرکت زیاد است.

۳- سرعت حرکت ثابت است. ۴- سرعت حرکت کم می‌شود.

۸- نیروی وارد بر یک جسم در طول محور x به شکل زیر می‌باشد . کار انجام شده در طول $0 \le x \le 4m$ چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)**



۱- $10j$ ۲- $25j$

۳- $15j$ ۴- $30j$

۹- جعبه‌ای را به وسیله ریسمانی که با سطح افقی زاویه ۶۰ درجه می‌سازد روی زمین می‌کشیم . نیروی کشش طناب ۱۰۰ نیوتن است و به ازای این نیرو جعبه ۱۵ متر کشیده می‌شود . کار انجام شده چند ژول است ؟ $(\cos 60 = 0/5, \sin 60 = 0/86)$

(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۵)

۱- ۷۰۰ ۲- ۱۵۰۰ ۳- ۷۵۰ ۴- ۱۲۵۰

۱۰- جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم تحت زاویه ۳۰ درجه به اندازه ۱۰ متر روی سطح زمین کشیده می‌شود . در صورتی که ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم ۰/۱ باشد مقدار کار انجام شده چند ژول است ؟ $g = ۱۰ m/s^۲$

(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۹)

۱- ۵۰ ۲- ۲۵ ۳- ۴۳/۳ ۴- ۵۰۰

۱۱- صندوقی به جرم ۵۰kg با سرعت ثابت ۱ m/s با یک نیروی افقی روی کف اتاق کشیده می‌شود . اگر ضریب اصطکاک صندوق و کف اتاق ۰/۴ باشد مقدار گرمایی که در هر ثانیه در اثر اصطکاک تولید می‌شود چند ژول است ؟ $g = ۹/۸ m/s^۲$

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد مهندسی نساجی ۸۰)

۱- ۴۷۰j ۲- ۱۵۰j ۳- ۲۰j ۴- ۱۹۶j

۱۲- آسانسور چاه معدنی به جرم ۲۰۰ kg با شتاب $۱ m/s^۲$ ارتفاع ۱۰m را بالا می‌آید تا به سرعت ثابت خود برسد.کار نیروی موتور برای این جابه‌جایی چقدر است ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

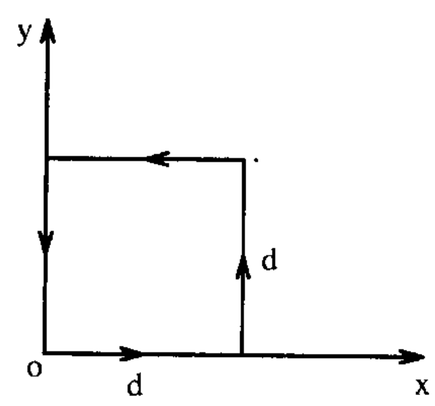
۱- $۲۲\times۱۰^۲ j$ ۲- $۲\times۱۰^۲ j$ ۳- ۱۲j ۴- ۱۲۰j

۱۳- برای اینکه جسمی به جرم M را در راستای قائم با شتاب ثابت $\frac{g}{۴}$ به اندازه d پایین بیاوریم از طناب استفاده می‌کنیم .کاری که طناب روی جسم انجام می‌دهد چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- $\frac{۴}{۳}Mgd$ ۲- $-\frac{۳}{۴}Mgd$ ۳- $-\frac{۷}{۵}Mgd^۲$ ۴- $\frac{۲}{۳}M^۲gd$

۱۴- نیروی $\vec{F}$ به صورت زیر تعریف شده است . کار انجام یافته توسط این نیرو بر روی مسیر شکل مقابل چقدر است ؟ $\vec{F} = k(y^۲\vec{i} + ۲x^۲\vec{j})$ **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)**



۱- $kd^۳$

۲- $۲kd^۳$

۳- $۳kd^۳$

۴- $۴kd^۳$

۱۵- جسمی به جرم ۳ کیلوگرم به فنری با ثابت $k = ۴$ نیوتن بر متر وصل شده است . فنر به اندازه ۱۰ سانتی‌متر از حالت تعادل کشیده و رها می‌شود ماکزیمم انرژی جنبشی دستگاه چند ژول است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشدفیزیک پزشکی ۷۸)**

۱- ٪۲ ۲- ٪۴ ۳- ٪۶ ۴- ٪۷

۱۶- به یک فنر که از قانون هوک پیروی می‌کند ۴kg جرم به طور عمودی می‌آویزیم، فنر دو سانتی متر کشیده می‌شود. چه مقدار کار خارجی باید انجام داد تا این فنر از وضعیت تعادلش ۴ سانتی متر کشیده شود ؟ **(کنکور کارشناسی ارشدفیزیک پزشکی۷۴)**

۱- ۱/۵۷ ژول ۲- ۰/۳۹ژول

۳- ۰/۲ژول ۴- ۷/۸ژول

۱۷- وزنه‌ای به جرم m به فنری که ثابت آن k است بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد . اگر وزنه را نیروی افقی که ماکزیمم آن F است به اندازه x روی سطح تغییر مکان دهیم کار نیروی کشسانی چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد مهندسی نساجی ۷۷)

۱- $\vec{F}\cdot\vec{X}$ ۲- $\frac{۱}{۲}\vec{F}\cdot\vec{X}$ ۳- $\frac{۳}{۲}\vec{F}\cdot\vec{X}$ ۴- $\frac{۳}{۴}\vec{F}\cdot\vec{X}$

۱۸- نیروی وارد به یک جسم به صورت $F = F_\circ\left(\frac{X - X_\circ}{X_\circ}\right)$ است . هرگاه این جسم از نقطه $X = \circ$ تا نقطه $X = ۲X_\circ$ حرکت کند، مقدار کار انجام شده چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۵)

۱- صفر (کاری انجام نمی‌گیرد) . ۲- $۲F\cdot x_\circ$

۳- $\frac{۲F_\circ}{x_\circ}$ ۴- $\frac{F_\circ}{۲x_\circ}$

۱۹- یک شخص ۸۰ کیلویی می‌خواهد از کوه بالا برود تا ۷×۱۰^۵ کالری حاصل از خوردن یک قطعه کیک را بسوزاند این شخص تا چه ارتفاعی باید بالا برود؟

(کنکور کارشناسی ارشدرشته فیزیک پزشکی ۷۷)

۱- ۳۷۴۰متر ۲- ۲۷۴۰متر ۳- ۱۳۵۰متر ۴- ۶۸۰متر

۲۰- زنجیری به طول L و جرم m داریم که طول آن از لبه یک میز افقی آویزان است. برای بالا کشیدن قسمت آویزان زنجیر چقدر کار باید انجام داد؟

(کنکور کارشناسی ارشدفیزیک پزشکی ۷۳)

۱- $\frac{mgL}{۲۵}$ ۲- $\frac{-mgL}{۱۰۰}$ ۳- $\frac{-mgL}{۵۰}$ ۴- $\frac{mgL}{۵۰}$

۲۱- یکای کدام‌یک از کمیتهای زیر می‌تواند $kgm^۲/s^۲$ باشد ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- نیرو ۲- شتاب ۳- انرژی ۴- جرم×سرعت

۲۲- جسمی به جرم ۲۰۰ g با سرعت $\vec{V} = ۲\vec{i} + ۳\vec{j} + \vec{k}$ حرکت می‌کند. انرژی جنبشی جسم چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک« با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- ۰/۴J ۲- ۰/۹J ۳- ۳/۶J ۴- ۱/۴J

۲۳- ذره‌ای به جرم ۶kg تحت تأثیر نیروی ثابت $\vec{F} = ۶\vec{i} + ۱۲\vec{j} - ۶\vec{k}$ از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند انرژی جنبشی ذره پس از ۵ ثانیه چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه‌زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک و ریاضی»۷۸)

۱- ۵۰۰ ژول ۲- ۴۵۰ژول ۳- ۸۰۰ژول ۴- ۴۰۰ژول

۲۴- دیمانسیون انرژی کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۷۷)**

۱- $MLT^{-۲}$ ۲- $ML^۲T^{-۲}$

۳- $ML^۲T^{-۱}$ ۴- $ML^۲T$

۲۵- ذره‌ای به جرم ۰/۰۲kg تحت تأثیر نیروی برابر $۱۰^{-۳}$ نیوتن از حالت سکون روی یک سطح بدون اصطکاک شروع به حرکت‌می‌کند انرژی جنبشی پس از۱۰ ثانیه چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه‌زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک و ریاضی»۷۸)

۱- ژول ۲۵×۱۰^{-۴} ۲- ژول ۵×۱۰^{-۴}

۳- ژول ۱×۱۰^{-۴} ۴- ژول ۲×۱۰^{-۳}

۲۶- انرژی جنبشی یک پرتابه در نقطه اوجش یک چهارم انرژی آن در نقطه پرتاب است . با فرض ناچیز بودن مقاومت هوا زاویه اولیه پرتاب این پرتابه کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

۱- ۳۰درجه ۲- ۴۵درجه ۳- ۶۰ درجه ۴- $\tan^{-1} ۴$

۲۷- شخصی سنگی به جرم ۰/۵kg را از سطح زمین برداشته ۱/۹ متر بلند کرده و با سرعت ۵ m/s پرتاب می‌کند کاری که شخص روی سنگ انجام داده چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین‌شناسی» ۷۸)

۱- ۲۱/۵۰j ۲- ۱۵/۵۶j ۳- ۱۲/۵۰j ۴- ۱۳/۱۵j

۲۸- بر ذره‌ای به جرم ۲kg نیروی F= ۶t نیوتن اثر می‌کند. اگر ذره قبل از وارد شدن نیرو ساکن باشد کار انجام یافته در طول دو ثانیه اول را پیدا کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- ۴۴J ۲- ۳۶J ۳- ۱۸J ۴- ۳۸J

۲۹- بردار شتاب ذره‌ای با رابطه $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \alpha\left(\vec{V} \times \frac{\vec{r}}{r^3}\right)$ داده شده است که درآن α ثابت است انرژی جنبشی این ذره :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)

۱- $E_K(t) = E_k(\circ)$ ۲- $E_K(t) \neq E_k(\circ)$

۳- $E_K(t) = \alpha m\vec{V}.\vec{r}$ ۴- $E_K(t) = \alpha m(\vec{V} \times \frac{\vec{r}}{r^2}).\vec{r}$

۳۰- یک گلوله به جرم ۳۰ gr که با سرعت اولیه ۵۰۰ m/s حرکت می‌کند به اندازه ۱۲ cm در یک قطعه چوب فرو می‌رود. نیروی میانگین که گلوله به این چوب وارد می‌کند چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- $۸/۵\times۱۰^{۲}$ N ۲- $۱/۲\times۱۰^{۷}$ N ۳- $۶/۳۸\times۱۰^{۲}$ N ۴- $۳/۱۲\times۱۰^{۴}$ N

۳۱- یک نیرو طوری به یک جسم ۳ کیلوگرمی اثر می‌کند که موضع جسم بر حسب زمان از رابطه $x = ۳t + ۴t^2 + t^3$ به دست می‌آید. کار انجام شده توسط نیرو را در ۴ ثانیه اول پیدا کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

۱- ۸۰۰j ۲- ۳۵۰j ۳- ۶۵۰j ۴- ۵۲۸j

۳۲- چکشی به جرم ۲۵۰ گرم با سرعت اولیه ۴ m/s به میخی برخورد کرده و آن را ۵ میلی‌متر در چوبی فرو می‌برد. نیروی مقاومت متوسط چوب چند نیوتن است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۷۷)

۱- ۴۵۰ ۲- ۴۰ ۳- ۴۵ ۴- ۴۰۰

۳۳- ورزشکاری توپ بیسبالی را با سرعت اولیه ۱۸ m/s پرتاب می‌کند . بازیکن دیگری در همان سطح توپ مزبور را هنگامی که سرعت آن به ۱۲ m/s کاهش یافته است می‌گیرد . چه مقدار کار برای غلبه بر مقاومت هوا انجام شده است ؟ جرم توپ بیسبال ۲۵۰gr است .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

۱- -۵۰j ۲- -۳۵/۵j ۳- -۱۵j ۴- -۲۲/۵j

۳۴- جرم اتاقک یک آسانسور و مسافرانش روی هم ۳×۱۰^{۳} kg است و آسانسور در مدت ۲۰s، ۲۰۰ m بالا می‌رود. آهنگ متوسط کاری‌که کابل روی اتاقک انجام می‌دهدچقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۳۲۴kw ۲- ۲۳۰kw ۳- ۲۸۰kw ۴- ۴۵۰kw

۳۵- اسبی با سرعت ۹ km/h در راستای افقی حرکت می‌کند و ارابه‌ای را با نیروی ۱۸۰ N به دنبال می‌کشد . زاویه نیرو با افق ۳۰° است این اسب در مدت ۱۰ دقیقه چقدر کار انجام می‌دهد؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- $۵/۲\times۱۰^{۴}$ watt ۲- $۳/۹\times۱۰^{۲}$ watt

۳- $۶/۸\times۱۰^{۳}$ watt ۴- $۱/۴\times۱۰^{۴}$ watt

۳۶- اتومبیلی به جرم m با توان ثابت P از حالت سکون در جاده‌ای مستقیم شروع به حرکت می‌کند، تندی اتومبیل پس از طی مسافت x چقدراست؟**(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)**

۱- $(\frac{۳xp}{۲m})^{\frac{۱}{۲}}$ ۲- $(\frac{۲xp}{m})^{\frac{۱}{۲}}$ ۳- $۲(\frac{px}{m})^{\frac{۱}{۲}}$ ۴- $(\frac{۳xp}{m})^{\frac{۱}{۲}}$

۳۷- جرم اتاقک آسان‌بری ۳×۱۰^{۳} kg و در مدت ۲۳ ثانیه با تندی ثابت فاصله ۲۱۰m را بالا می‌رود با چه آهنگ میانگین نیروی کابل روی اتاقک کار انجام می‌دهد ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه‌آزاد ژئوفیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی»۸۰)

۱- ۱۸۰kw ۲- ۲۷۰kw ۳- ۱۲۰kw ۴- ۱۱۰kw

۳۸- نیروی لازم برای کشیدن قایقی با سرعت ثابت متناسب با سرعت آن است . اگر برای کشیدن قایقی با سرعت $4km/h$ توانی برابر با $7500\ w$ لازم باشد . برای کشیدن همین قایق با سرعت $12km/h$ چه توانی لازم است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۵۰۰۰۰w
۲- ۴۵۲۰۰w
۳- ۶۷۵۰۰w
۴- ۸۵۵۰۰w

۳۹- توان یک ماشین ساده ۲۰۰ وات و راندمان آن ۸۰٪ است . چند ثانیه طول می‌کشد تا باری به وزن ۴۰۰ نیوتن را با این ماشین ۱۰ متر بالا ببریم ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۷۷)

۱- ۲۵
۲- ۲۴
۳- ۲۰
۴- ۱۸

۴۰- (GRE)

مقدار کار لازم برای حرکت ذره‌ای از یک نقطه روی دایره $r = a > 0$ به نقطه‌ای دیگر روی دایره $r = b > 0$ توسط میدان نیروی $\vec{F} = -K\frac{\vec{r}}{r^2}$ چقدر می‌باشد؟

۱- $k(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$
۲- $k(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$
۳- صفر
۴- $k(\frac{a-b}{ab})$

۴۱- (GRE)

فرض کنیدکه جسمی به جرم $(m = 2kg)$ دارای بردار مکان $r = (3t + 5t^3)$ باشد کار انجام شده روی ذره در فاصله زمانی صفر تا ۱ ثانیه را حساب کنید .

۱- ۷۸ژول
۲- ۱۵۷ ژول
۳- ۲۳۵ژول
۴- ۳۱۵ژول
۵- ۳۹۳ژول

۴۲- (GRE)

جسمی به جرم ۴kg در راستای قائم به فنری که تابع قانون هوک است متصل می‌باشد در این حالت فنر به اندازه ۲cm کشیده می‌شود. مقدار کار انجام شده وقتی که یک عامل خارجی فنر را به اندازه ۴cm از نقطه تعادلش می‌کشد برابر است با :

۱- ۱/۵۷J
۲- ۰/۳۹J
۳- ۳/۱۴J
۴- ۰/۷۸J

۴۳- در مورد رابطه کار و انرژی کدامیک از احکام زیر درست است؟

(کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم۸۱)

۱- کار نیروی مؤثر بر یک ذره برابر است با تغییرات انرژی جنبشی آن

۲- کار نیروی مؤثر بر یک ذره برابر است با تغییرات انرژی کل آن

۳- کار نیروی مؤثر بر یک ذره مستقل از تغییرات انرژی جنبشی آن است .

۴- تغییرات انرژی جنبشی می‌تواند مستقل از کار نیروی مؤثر بر ذره باشد.

۴۴- معادله حرکت جسمی به جرم ۲ کیلوگرم که روی محور x در حرکت است برابر با $x = t^{۳} - ۲t^{۲} + ۵$ است . کار انجام شده روی جسم در فاصله زمانی $t = ۰$ تا $t = ۲$ ثانیه چند ژول است ؟(x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است .)

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی - حالت جامد و کاربردی ۸۱)

۱- ۸۰ ۲- ۱۶

۳- ۴۰ ۴- ۰

۴۵- t زمان و s جابه‌جایی ، g شتاب جاذبه و a شتاب است که کار انجام شده توسط نیروی F را تعریف می‌کند : **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا ۸۱)**

۱- $W = Ft$ ۲- $W = FS$

۳- $W = Fa$ ۴- $W = mg$

۴۶- F نیرو ، x جابه‌جایی، k ثابت می‌باشد ، قانون الاستیسیته هوک به شکل زیر تعریف می‌شود . **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا ۸۱)**

۱- $F = \frac{۱}{۲}kx^{۲}$ ۲- $F = \frac{۱}{۲}kx$

۳- $F = ۲kx$ ۴- $F = kx$

۴۷- ثابت یک فنر $\frac{N}{m}$ ۲۵۰۰ و طول آن ۱۲cm است. فنر را از یک نقطه آویزان کرده و به انتهای آن وزنه ۵۰ نیوتونی می‌آویزیم. طول فنر چند سانتی متر خواهد شد؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا ۸۱)

۱- ۱/۴ ۲- ۱۲

۳- ۱۴ ۴- ۲۴

۸-۶ پاسخنامه تشریحی

۱- ؟)

$$F(t) = A + Bt^{۲} \Rightarrow a(t) = \frac{A + Bt^{۲}}{m}$$

$$V(\circ) = \circ \Rightarrow V(t_{۲}) = \int_{\circ}^{t_{۲}} \frac{A + Bt^{۲}}{m} dt = \frac{A}{m} t_{۲} + \frac{B}{۳m} t_{۲}^{۳} = \frac{t_{۲}}{m}(A + \frac{Bt_{۲}^{۲}}{۳})$$

جواب در هیچ‌کدام از گزینه‌ها نیست .

۲-۲)

$$\frac{dv}{dt} = g - \alpha v \Rightarrow \int_{\circ}^{v} \frac{dv}{g - \alpha v} = \int_{\circ}^{v} dt \Rightarrow \frac{-۱}{\alpha}[\ln(g - \alpha v)]_{\circ}^{v} = t \Rightarrow \frac{-۱}{\alpha} \ln\left[\frac{g - \alpha v}{g}\right] = t$$

$$\Rightarrow v = (۱ - e^{-\alpha t})\frac{g}{\alpha}$$

۳-۱)

$$m = ۱\cdot kg \quad , v_{\circ} = ۶\frac{m}{s} , x_{\circ} = ۵m$$

$$f(t) = ۱۲\cdot t + ۴\cdot t \Rightarrow a(t) = \frac{F(t)}{m} = ۱۲t + ۴$$

$$V - V_{\circ} = \int a(t)dt = \int_{\circ}^{t} (۱۲t + ۴)dt = ۶t^{۲} + ۴t$$

$$\Rightarrow V(t) = ۶t^{۲} + ۴t + ۶$$

$$x - x_{\circ} = x - ۵ = \int_{\circ}^{t} V(t)dt = \int_{\circ}^{t} (۶t^{۲} + ۴t + ۶)dt$$

$$x = ۲t^{۳} + ۲t^{۲} + ۶t + ۵$$

۴-۳) برای به دست آوردن بردار مکان نیاز به سرعت و برای به دست آوردن سرعت نیاز به شتاب و نیرو خواهیم داشت، با توجه به معادله میدان الکتریکی و رابطه آن با نیرو خواهیم داشت :

$$\left| \begin{array}{l} \vec{E} = \vec{E}.\sin\omega t \\ \vec{F} = q\vec{E} \end{array} \right. \Rightarrow ma = qE_{\circ}\sin\omega t \Rightarrow m\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}} = qE_{\circ}\sin\omega t \Rightarrow \frac{d^{۲}x}{dt^{۲}} = \frac{qE_{\circ}}{m}\sin\omega t , q = -e$$

با دوبار انتگرال‌گیری از x بردار مکان به دست می‌آید.

$$\frac{dx}{dt}=\int\frac{-eE_\circ}{m}\sin\omega t dt=\frac{eE_\circ}{m\omega}\cos\omega t+c\Rightarrow\begin{cases}\circ=\frac{e\vec{E}_\circ}{m\omega}+c\Rightarrow & c=\frac{-e\vec{E}_\circ}{m\omega}\\ t=\circ\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{dx}{dt}=\frac{e\vec{E}_\circ}{m\omega}\cos\omega t-\frac{-e\vec{E}_\circ}{m\omega}\Rightarrow\int_\circ^x dx=\int_\circ^t\frac{e\vec{E}_\circ}{m\omega}\cos\omega t dt-\int\frac{-e\vec{E}_\circ}{m\omega}dt\Rightarrow$$

$$x=\frac{e\vec{E}_\circ}{m\omega^۲}\sin\omega t+\frac{e\vec{E}_\circ}{m\omega}t+D$$

$$\Rightarrow\vec{x}=\frac{e\vec{E}_\circ}{m\omega}(\frac{\sin\omega t}{\omega}-t)\qquad\begin{cases}t=\circ\\ x=\circ\end{cases}\Rightarrow D=\circ$$

(۳-۵

$$F(t)=۱۲\cdot t+۴\cdot\ ,m=۱\cdot kg\Rightarrow a(t)=\frac{F(t)}{m}=۱۲t+۴$$

$$\frac{dv}{dt}=a(t)\Rightarrow V(t)-V(\circ)\ =\int_\circ^t(۱۲t+۴)dt=۶t^۲+۴t$$

$$V_\circ=۶\frac{m}{s}\Rightarrow V(t)=۶t^۲+۴t+۶$$

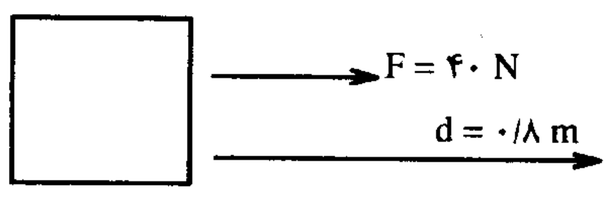
$$\frac{dx}{dt}=V(t)\Rightarrow x-x_\circ=\int V(t)dt=\int_\circ^t(۶t^۲+۴t+۶)dt$$

$$x_\circ=۵m\Rightarrow x-۵=۲t^۳+۲t^۲+۶t$$

$$\Rightarrow x=۲t^۳+۲t^۲+۶t+۵$$

البته برای تشخیص گزینه صحیح کافی است در معادله $x(t)$ گزینه‌های $t=\circ$ قرار دهیم در آن صورت تنها در گزینه (۳) است که $x(t=\circ)=۵$ می‌شود.

(۲-۶



$$d=۸\cdot cm=\cdot/۸m$$

$$w=\vec{F}.\vec{d}=FdCos(\circ)=Fd=۴\cdot(\cdot/۸)=۳۲$$ ژول

(۳-۷

$$\vec{F}\perp\vec{V}\Rightarrow\vec{F}\perp\vec{dx}\Rightarrow W=\int\vec{F}.\vec{dx}=\circ$$

بنابراین بر طبق قضیه کار و انرژی همواره اندازه سرعت ثابت است.

$$w = ۰ = \frac{۱}{۲}mV^{۲} - \frac{۱}{۲}mV_{۰}^{۲}$$

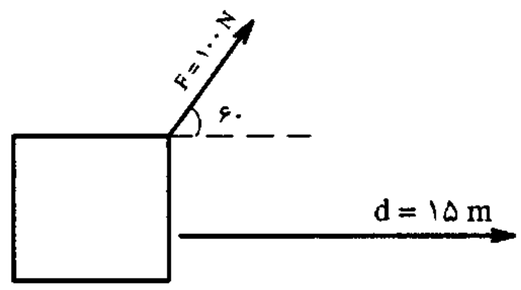
لذا گزینه (۳) درست است . البته منظور اندازه سرعت است و نه خود سرعت چرا که به عنوان مثال در حرکت دایره‌ای یکنواخت که $\vec{F} \perp \vec{V}$ است . جهت $\vec{V}$ در حال تغییر است . همچنین در حرکت نوسانی زاویه $\vec{F}$ یا سرعت صفر یا ۱۸۰° است .

۸-۳)

$$W = \int f_x dx = s = \text{سطح زیر منحنی}$$

$$s = \text{مساحت ذوزنقه} = \frac{۱}{۲}(۲+۴)(۵) = ۱۵J$$

۹- ۳)



$$\text{کار}\ w = \vec{F}.\vec{d} = Fd\ Cos۶۰ = (۱۰۰)(۱۵)(۰/۵) = ۷۵۰$$

ژول

۱۰- ؟)

$$N + FSin\theta = mg$$

$$w_F = Fd\ Cos\theta = Fd\ Cos۳۰^{\circ}$$

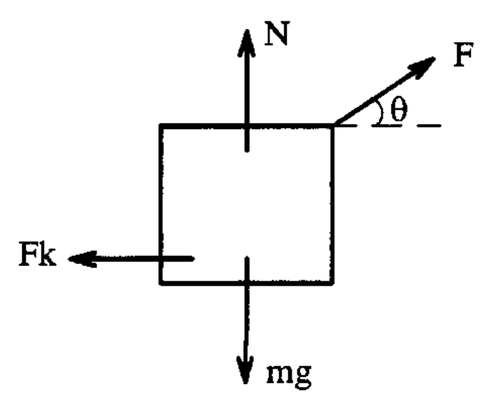
برای محاسبه w_F احتیاج به F داریم. چون شتاب حرکت داده نشده است. احتمالاً منظور کشیده شدن با سرعت ثابت است.

$$f_k = \mu_k N = \mu_k(mg - F\ Sin\theta)\ \ ,a = ۰ \Rightarrow FCos\theta = f_k$$

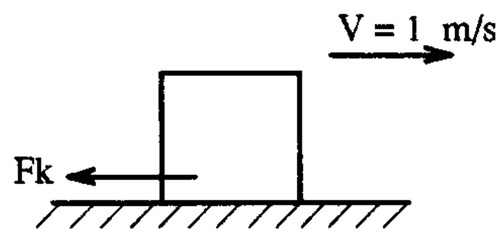
$$FCos\theta = \mu_k(mg - F\ Sin\theta) \Rightarrow F = \frac{\mu_k mg}{Cos\theta + \mu_k Sin\theta} = \frac{۰/۱(۱۰)(۱۰)}{۰/۸۶ + ۰/۱(۰/۵)}$$

$$F = ۱۰/۹۸N$$

$$\Rightarrow W_F = Fd\ Cos\theta = (۱۰/۹۸)(۱۰)(۰/۸۶) = ۹۴$$



(۴-۱۱

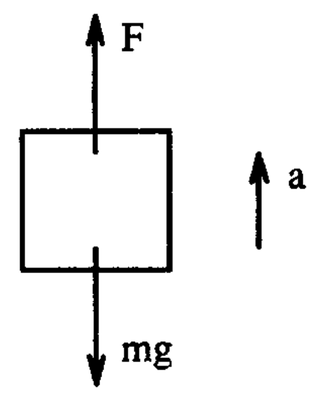


$f_k = \mu_k mg = (۰/۴)(۵۰)(۹/۸) = ۱۹۶N$

مسافت طی شده درهر ثانیه $= X = Vt = (۱)(۱) = ۱m$

کار اصطکاک $W = (۱۹۶)(۱) = ۱۹۶J$

(؟-۱۲

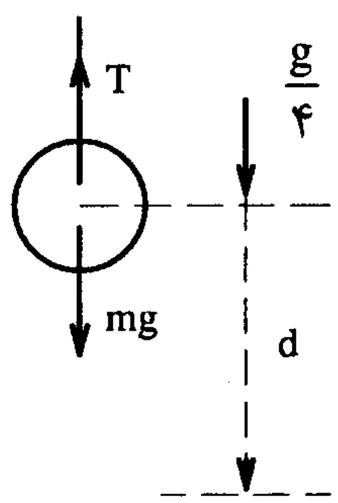


$F - mg = ma \Rightarrow F = m(g + a)$

$F = ۲۰۰(۱۰ + ۱) = ۲۲۰۰N$

$W_F = Fd = ۲۲۰۰(۱۰) = ۲۲\times۱۰^۳ J$

(۲ -۱۳



$mg - T = m(\frac{g}{۴}) \Rightarrow$ نیروی کشش طناب $T = \frac{۳mg}{۴}$

$W_T = \vec{T}.\vec{d} = Td\,Cos(۱۸۰^\circ) = -Td$

$= -(\frac{۳mg}{۴})(d) = \frac{-۳mgd}{۴}$

(۱-۱۴

$W = \int \vec{F}.d\vec{r} = \int f_x dx + \int f_y dy = \int ky^۲ dx + \int ۲kx^۲ dy$

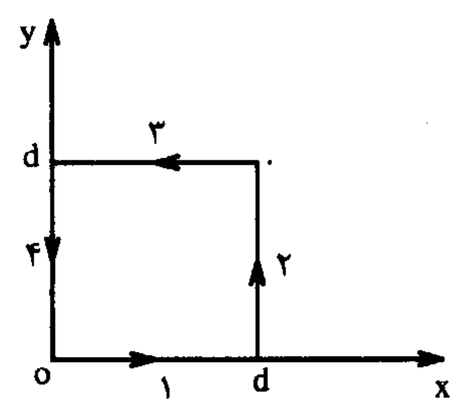
در مسیر ۱ : $y = ۰ \Rightarrow w_۱ = \int k(۰)^۲ dx + \int_۰^۰ ۲kx^۲ dy = ۰$

در مسیر ۲ : $x = d \Rightarrow w_۲ = \int_d^d ky^۲ dx + \int_۰^d ۲k(d)^۲ dy = ۰ + ۲kd^۳$

در مسیر ۳ : $y = d \Rightarrow w_۳ = \int_d^۰ k(d)^۲ dx + \int_d^d ۲kx^۲ dy = kd^۲(-d) + ۰$

در مسیر ۴ : $x = ۰ \Rightarrow w_۴ = \int_۰^۰ ky^۲ dx + \int_d^۰ ۲k(۰)^۲ dy = ۰$

$w = w_۱ + w_۲ + w_۳ + w_۴ = ۲kd^۳ - kd^۳ = kd^۳$



۱۵-۱) مقدار انرژی پتانسیل فنر برابر است با :

$m = ۳kg, k = ۴N/m$

$\Delta x = ۱۰cm, E_{p\,max}$?

$$E_p = \frac{۱}{۲}kx^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۴\times(\frac{۱}{۱۰})^۲ \Rightarrow E_p = ۰/۰۲j$$

۱۶- ۱)

$m = ۴kg$

$x = ۲\times ۱۰^{-۲}m$

$g = ۹/۸m/s^۲$

$F = kx \Rightarrow mg = kx \Rightarrow ۴\times ۹/۸ = k\times ۲\times ۱۰^{-۲}$

$k = ۱۹۶۰N/kg$

مقدار کار انجام شده برای کشیده شدن فنر به اندازه ۴cm در فنر به صورت انرژی پتانسیل ذخیره می‌شود یعنی:

$$E = \frac{۱}{۲}kx^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱۹۶۰\times(۰/۰۴)^۲ \Rightarrow E = ۱/۵۷j$$

۱۷-۲)

$$\vec{F} = -k\vec{x} \quad , w = \int_۰^x \vec{F}.\overrightarrow{dx} = -\int_۰^x kxdx = \frac{-۱}{۲}kx^۲$$

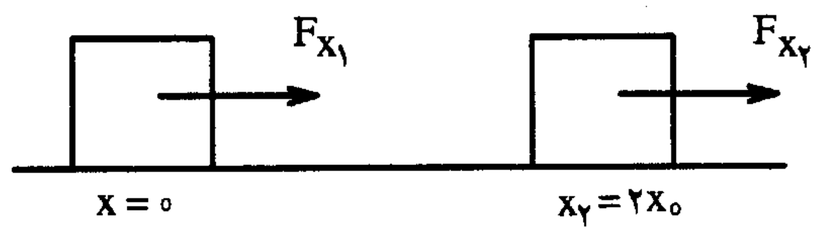
$$W = \frac{-۱}{۲}kx^۲ = \frac{-۱}{۲}(kx)(x) = \frac{-۱}{۲}(kx)xCos۱۸۰^\circ = \frac{۱}{۲}\vec{F}.\vec{x}$$

باید توجه داشت که در اینجا کار نیروی کشسانی فنر یعنی $\vec{F} = -k\vec{x}$ به دست آمده است.

۱۸-۱)

$$W = \int_{x_۱=۰}^{x_۲=۲x_۰} F(\frac{x-x_۰}{x_۰})dx = F\int_۰^{۲x_۰}\frac{x}{x_۰}dx - F\int_۰^{۲x_۰}dx = \frac{F_۰x^۲}{۲x_۰}\Big|_۰^{۲x_۰} - F_۰\,x\Big|_۰^{۲x_۰}$$

$$\Rightarrow W = \frac{۴x_۰^۲F_۰}{۲x_۰} - ۲x_۰F_۰ \Rightarrow W = ۰$$



$$E = ۷\times ۱۰^۵cal = ۷\times ۱۰^۵\times ۴/۱۸\,j = ۲۹۲۶۰۰۰ \quad j$$ **۱۹-۱)**

$m = ۸۰\,kg$ $\qquad E = mgh \Rightarrow h = \frac{E}{mg} = \frac{۲۹۲۶۰۰۰}{۸۰ \times ۹/۸}$

$h = ?$ $\qquad h \cong ۳۷۴۰$ متر

$g = ۹/۸ m/s^۲$

(۴-۲۰

جرم المان طول dy $dm = \frac{m}{L}dy$

کار لازم برای بالا کشیدن المان $dw = (dm)gy \Rightarrow W\int_{۰}^{\frac{L}{۵}}(\frac{m}{L}dy)gy = \frac{mg}{L}\frac{۱}{۲}y^۲\Big|_{۰}^{\frac{L}{۵}}$

dm بنابراین $w = \frac{mgL}{۵۰}$ البته از آن جهت که مرکز جرم طول آویزان $\frac{L}{۵}$ در وسط آن

یعنی در فاصله $\frac{L}{۱۰}$ است بالا کشیدن طول $\frac{L}{۵}$ مانند بالا کشیدن جرم $(\frac{m}{۵})$ تا ارتفاع $\frac{L}{۱۰}$ است

یعنی $w = (\frac{m}{۵})g(\frac{L}{۱۰})$

(۳-۲۱

انرژی $E = \frac{۱}{۲}mV^۲$

m واحد $= ۱kg$, سرعت واحد $= ۱\frac{m}{s}$

E واحد $= (۱kg)(۱\frac{m}{s})^۲ = ۱kg\frac{m^۲}{s^۲}$

(۴-۲۲

$\vec{V} = ۲\vec{i} + ۳\vec{j} + \vec{k} \quad , \quad m = ۲۰۰\ gr = ۰/۲kg$

$V^۲ = V_x^۲ + V_y^۲ + V_z^۲ = (۲)^۲ + (۳)^۲ + (۱)^۲ = ۱۴$

$E_k = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۲)(۱۴) = ۱/۴J$

(۲-۲۳

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{۶\vec{i} + ۱۲\vec{j} - ۶\vec{k}}{۶} = \vec{i} + ۲\vec{j} - \vec{k} \qquad , \overrightarrow{v_۰} = ۰$

$$\vec{V} = \vec{V}_\circ + \vec{a}t \Rightarrow \vec{V}(t=۵) = (\vec{i} + ۲\vec{j} - k)(۵) = ۵\vec{i} - ۱۰\vec{j} - ۵\vec{k}$$

$$E_k = \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲}m(V_x^۲ + V_y^۲ + V_z^۲) = \frac{۱}{۲}(۶)(۵^۲ + (-۱۰)^۲ + (۵)^۲) = ۴۵۰\ J$$

۲-۲۴)

$$[E] = [\frac{۱}{۲}mv^۲] = [m(\frac{x}{t})^۲] = m\,x^۲\,t^{-۲} = ML^۲T^{-۲}$$

۱-۲۵)

$$m = ۰/۰۲kg \quad F = ۱۰^{-۳}N$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{۱۰^{-۳}}{۰/۰۲}m/s^۲$$

سرعت پس از ۱۰ = t ثانیه : $V = at = \frac{۱۰^{-۳}}{۰/۰۲}(۱۰) = ۰/۵m/s$

$$E_k = \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۰۲)(۰/۵)^۲ = ۲۵\times۱۰^{-۴}J$$

۳ -۲۶)

$$\vec{V}_\circ = V_\circ\cos\theta_\circ\vec{i} + V_\circ\sin\theta_\circ\vec{j}$$

انرژی جنبشی در نقطه پرتاب $= \frac{۱}{۲}mV_\circ^۲$

در نقطه اوج $v_y = ۰ \Leftarrow$ انرژی جنبشی در نقطه اوج $= \frac{۱}{۲}m(V_\circ\cos\theta_\circ)^۲ = \frac{۱}{۲}mV_\circ^۲\cos^۲\theta_\circ$

با توجه به فرض مسأله داریم :

انرژی جنبشی در نقطه پرتاب $= \frac{۱}{۴}$ انرژی جنبشی در نقطه اوج

$$\frac{۱}{۲}mV_\circ^۲\cos^۲\theta_\circ = \frac{۱}{۴}(\frac{۱}{۲}mV_\circ^۲) \Rightarrow \cos\theta_\circ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta_\circ = ۶۰^\circ$$

۲-۲۷)

صرف بلند کردن جسم $W_۱ = mgh = ۰/۵(۹/۸)(۱/۹) = ۹/۳۱J$

صرف تغییر انرژی جنبشی به جسم $W_۱ = \frac{۱}{۲}mV^۲ - ۰ = \frac{۱}{۲}(۰/۵)(۵^۲) = ۶/۲۵\ J$

$$W = W_۱ + W_۲ = ۱۵/۵۶J$$

۲۸-۲)

$$m = ۲kg, F = ۶t \Rightarrow a(t) = \frac{F(t)}{m} = \frac{۶t}{۲} = ۳t$$

$$V - V_\circ = \int_\circ^t adt = \int_\circ^t ۳tdt = \frac{۳}{۲}t^۲, V_\circ = \circ \Rightarrow V(t) = \frac{۳}{۲}t^۲$$

$$t = ۲s \Rightarrow V = \frac{۳}{۲}(۲)^۲ = ۶m/s$$

قضیه کار و انرژی $W = \frac{۱}{۲}mV^۲ - \frac{۱}{۲}mV_\circ^۲ = \frac{۱}{۲}(۲)(۶)^۲ - \circ = ۳۶\ J$

۲۹-۱)

حل بر طبق قضیه کار و انرژی داریم :

قضیه کار و انرژی جنبشی $W = \int \vec{F}.d\vec{r} \quad , \quad W = E_k - E_{k.}$

$$\vec{F} = m\vec{a} \ , \ a = \frac{d^۲\vec{r}}{dt^۲} = a\left(\vec{V} \times \frac{\vec{r}}{r^۳}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{F} = m\frac{d^۲\vec{r}}{dt^۲} = m\alpha\left(\vec{V} \times \frac{\vec{r}}{r^۳}\right)$$

بردار $\vec{V} \times \frac{\vec{r}}{r^۳}$ عمود بر صفحه $\vec{r}$ و $\vec{V}$ است و چون $d\vec{r}$ در امتداد $\vec{r}$ است، عمود بر بردار مذکور بوده و حاصلضرب داخلی‌اش با آن صفر است .

$$\Rightarrow W = \int m\alpha\left(\vec{V} \times \frac{\vec{r}}{r^۳}\right).d\vec{r} \Rightarrow W = \circ$$

$$\Rightarrow W = E_k(\circ) - E_k(t) \Rightarrow \circ = E_k(\circ) - E_k(t) \Rightarrow E_k(\circ) = E_k(t)$$

۳۰-۴)

انرژی اولیه گلوله $= K_\circ = \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۰۳۰)(۵۰۰)^۲ = ۳۷۵۰\ J$

کار نیروی مقاوم چوب $= W = \Delta k = \circ - k_\circ = -۳۷۵۰ \ = -FX$

مسافتی که گلوله در چوب حرکت می‌کند. $x = ۱۲\,cm = ۰/۱۲\,m \Rightarrow F = \frac{W}{X} = \frac{۳۷۵۰}{۰/۱۲} = ۳۱۲۵۰\ N$

۳۱-؟)

$$x = ۳t + ۴t^۲ + t^۳ \Rightarrow V(t) = \frac{dx}{dt} = ۳ + ۸t + ۳t^۲$$

$$V(t = ۰) = ۳m/s \ , V(t = ۴) = ۳ + ۸(۴) + ۳(۴)^۲ = ۸۳$$

$$W = \Delta k = \frac{۱}{۲}mV(۴)^۲ - \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = \frac{۱}{۲}(۳)(۸۳)^۲ - \frac{۱}{۲}(۳)(۳)^۲ = ۱۰۳۲۰ \ \ j$$

۳۲-۴)

انرژی جنبشی اولیه $k = \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۲۵۰)(۴)^۲ = ۲$ ژول

قضیه کار وانرژی $۰ - k = W_f = -۲$

کار نیروی مقاومت $W_f = -Fx = -F(۵\times۱۰^{-۳}) = -۲ \Rightarrow F = ۴۰۰N$

۳۳-۴)

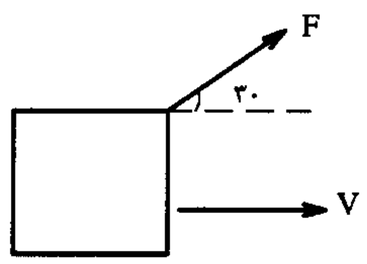
قضیه‌کاروانرژی $W = \Delta k = \frac{۱}{۲}mV_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mV_۱^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۲۵)(۱۲)^۲ - \frac{۱}{۲}(۰/۲۵)(۱۸)^۲ = -۲۲/۵J$

۳۴-؟)

$w = mgh = (۳\times۱۰^۳)(۹/۸)(۲۰۰)$ زمان انجام کار $= ۲۰s$

$$p = \frac{w}{t} = \frac{(۳\times۱۰^۳)(۹/۸)(۲۰۰)}{۲۰} = ۲۹۴ \times۱۰^۳ w = ۲۹۴ \ kw$$

۳۵-۲)



$$F = ۱۸۰N \ , V = ۹\frac{km}{h} = \frac{۹}{۳/۶}m/s$$

توان $p = \vec{F}.\vec{V} = FvCos۳۰ = (۱۸۰)(\frac{۹}{۳/۶})\frac{\sqrt{۳}}{۲} \cong ۳/۹\times۱۰^۲ w$

۳۶-۴)

توان $p = FV = m\frac{dv}{dt}V \Rightarrow m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}V = mV^۲\frac{dv}{dx}$

$$\Rightarrow \int_{۰}^{x} pdx = \int_{۰}^{v} mv^{۲}dv \Rightarrow px = \frac{۱}{۳}mv^{۳} \Rightarrow v = (\frac{۳px}{m})^{\frac{۱}{۳}}$$

(۲-۳۷

$$F = mg \Rightarrow w = mgy = ۳\times۱۰^{۳}(۹/۸)(۲۱۰)$$

$$\text{توان} = \frac{w}{t} = \frac{۳\times۱۰^{۳}(۹/۸)(۲۱۰)}{۲۳} = ۲۶۸\times۱۰^{۳}\,w = ۲۶۸kw$$

(۳-۳۸

توان $p = \vec{F}.\vec{V}$, نیرو متناسب با سرعت $\vec{F} = \alpha\vec{V}, V_{۱} = ۴km/h$

توان $p = \alpha\vec{V}.\vec{V} = \alpha V^{۲} \Rightarrow \frac{P_{۲}}{P_{۱}} = \left(\frac{V^{۲}}{V_{۱}}\right)^{۲}, V_{۲} = ۱۲\,km/h = ۳V_{۱}$

$$\frac{P_{۲}}{P_{۱}} = (۳)^{۲} \Rightarrow P_{۲} = ۹P_{۱} = ۹(۷۵۰۰\ ) = ۶۷۵۰۰\ \ W$$

(۱-۳۹

توان $P = ۲۰۰$ وات

بازده $= e = \%۸۰ = \frac{W}{U}, U =$ انرژی مصرفی ماشین

کار مفید $W = mgh = (۴۰۰)(۱۰) = ۴۰۰۰\ J$

$$\frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{۴۰۰۰}{U} \Rightarrow U = ۵۰۰۰\ J = pt = ۲۰۰\,(t) \Rightarrow t = ۲۵\,S$$

(۴-۴۰

$$w = \int_{a}^{b}\vec{F}.\,d\vec{r} = -k\int_{a}^{b}\frac{\vec{r}}{r^{۲}}.d\vec{r} = -k\int_{a}^{b}\frac{dr}{r^{۲}} = -k\left[-\frac{۱}{r}\right]_{a}^{b}$$

$$= k(\frac{۱}{b} - \frac{۱}{a}) = k(\frac{a-b}{ab})$$

(۴-۴۱

$r = (۳t + ۵t^{۳})x$ یا $x = ۳t + ۵t^{۳}$

$v = \frac{dx}{dt} = ۳ + ۱۵t^{۲}$ $\quad a = \frac{dv}{dt} = ۳۰t \Rightarrow F = ma = ۶۰t$ $\quad m = ۲kg$ چون

$$p = F.V = ۱۸۰t + ۹۰۰t^۳$$
$$w = \int_۰^۱ pdt = \int_۰^۱ (۱۸۰\ t + ۹۰۰\ t^۳)dt = ۳۱۵\ J$$

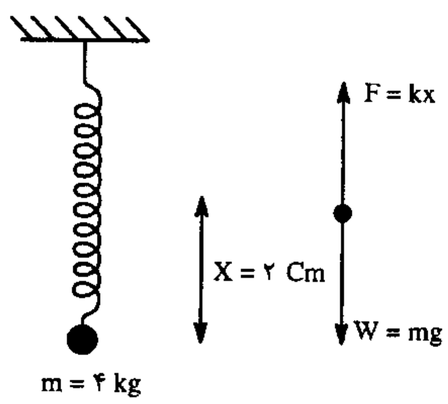
۴۲-۱) کار انجام شده به وسیله عامل خارجی برابر است با :

$$w = \int_۰^x F_x.dx = \int_۰^x kxdx = \frac{۱}{۲}kx^۲\Big|_۰^x$$

در نمودار جسم آزاد جرم آویزان :

$$w = \frac{۱}{۲}kx^۲$$

نیروی پایین روگرانش برابر نیروی بالا روی فنر باشد لذا داریم :



$$F = mg = kx \Rightarrow k = \frac{mg}{x}$$
$$k = \frac{۴(۹/۸)}{۰/۰۲} = ۱۹۶۰\ \ N/M$$
$$\Rightarrow W = \frac{۱}{۲}kx^۲ = \frac{۱}{۲}(۱۹۶۰\ \ )(۰/۴)^۲ \Rightarrow W = ۱/۵۷\ j$$

۴۳-۱)

۴۴-۲)

$$x = t^۳ - ۲t^۲ + ۵ \quad , \quad m = ۲kg \quad , \quad W = \Delta k$$
$$V(t) = \frac{dx}{dt} = ۳t^۲ - ۴t \Rightarrow V(۰) = ۰ \quad , \quad V(۲) = ۴\ \frac{m}{s}$$
$$W = \frac{۱}{۲}(۲)(۴)^۲ - ۰ = ۱۶\ J$$

۴۵-۲) **۴۶-۴)**

۴۷-۳)

$$k = ۲۵۰۰\ \ \frac{N}{m} \quad , \quad \text{طول عادی فنر}\ X_۰ = ۱۲\ cm = ۰/۱۲\ m$$
$$F = ۵۰\ N = k(X - X_۰) = ۲۵۰۰\ \ (X - ۰/۱۲) \Rightarrow X = ۰/۱۴\ m = ۱۴\ cm$$

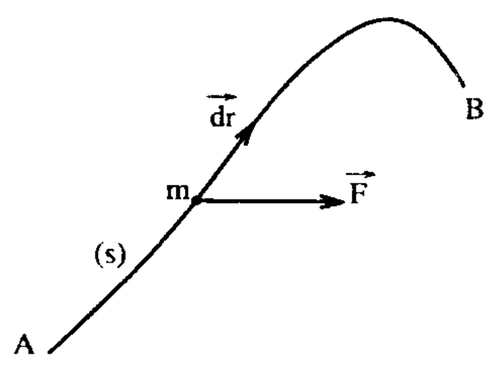
فصل هفتم

بقای انرژی

مقدمه

در این فصل به طور مختصر به توصیف نیروهای پایستار (کنسرواتیو) ، انرژی پتانسیل و بقای انرژی می‌پردازیم :

۷-۱ نیروهای کنسرواتیو(ابقایی) و میدانهای مربوط به آن



فرض کنید ذره‌ای به جرم m تحت نیروی F روی مسیر s از نقطه A به نقطه B تغییر مکان دهد ، مقدار کار انجام شده برابر است با :

$$w = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r}$$

که معمولاً به مسیر انتگرال‌گیری وابسته است .

این انتگرال با توجه به نوع نیرو می‌تواند وابسته یا مستقل از مسیر انتگرال‌گیری باشد و با توجه به این نکته دو نیرو داریم :

۱- کار خالص انجام شده به وسیله یک نیروی پایستار(القایی یا کنسرواتیو)در حرکت ذره در یک مسیر بسته برابر صفر است و در نتیجه کار انجام شده به وسیله یک نیروی پایستار روی یک ذره که بین دو نقطه جابه جا شده است به مسیر طی شده توسط ذره بستگی ندارد از طرفی با توجه به آنکه کار انجام شده به وسیله نیروی پایستار در مسیر بسته صفر است ، سرعت و انرژی جنبشی یک ذره در نقطه‌ای خاص پس از حرکت و بازگشت به آن نقطه با سرعت و انرژی جنبشی اولیه برابر است.

۲- در صورتی که بر عکس نیروی ابقای کار به مسیر بستگی داشته و سایر خصوصیات اشاره شده در بالا را نداشته باشد نیروی غیر ابقایی یا غیر کنسرواتیو است.

نیروی وزن یا فنر نمونه‌ای از نیروی پایستار یا ابقایی و نیروی اصطکاک نمونه از نیروی غیر ابقایی است.

۷-۲ تابع انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل دستگاه معرف شکلی از انرژی ذخیره شده است که می‌تواند کاملاً مورد استفاده قرار گیرد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و آن را با U نشان می‌دهند .

نکته (۱) : اگر جسمی تحت تأثیر یک نیروی کسنرواتیو قرار گیرد مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل همواره ثابت است که به آن انرژی مکانیکی می‌گویند .

$$U + T = cte = E \qquad (۷-۱)$$

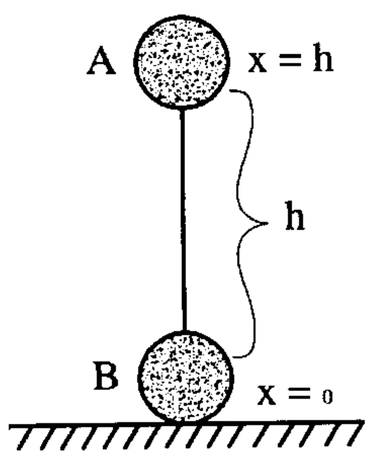
نکته (۲) : رابطه میان نیرو و انرژی پتانسیل : تابع نیرو از اثر دادن عامل دل (∇) بر روی تابع عددی انرژی پتانسیل به دست می‌آید .

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\nabla U} = -\frac{\partial U}{\partial x}i - \frac{\partial U}{\partial y}j - \frac{\partial U}{\partial z}k \quad , U(x) - U(x_{\circ}) = -\int_{x_{\circ}}^{x} f(x)dx \qquad (۷-۲)$$

در این حالت $\nabla \times F = \circ$ می‌شود.

۷-۳ انرژی مکانیکی

در سیستمهایی که فقط تحت اثر نیروی پایستار باشند ، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در طول یک جابه‌جایی معین مقدار ثابتی است.



$$E_A = E_B$$
$$K_A + U_A = K_B + U_B$$
$$\frac{۱}{۲}mv_A^۲ + U(X_A) = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ + U(X_B)$$
$$E = K + U = cte$$

۷-٤ نیروهای ناپایستار(غیر ابقایی)

اگر نیروی ناپایستار اصطکاک روی سیستم اثرکند ، در این صورت انرژی مکانیکی کل دیگر ثابت نیست بلکه به اندازه کار انجام شده توسط نیروی ناپایستار تغییر می‌کند .

$$\Delta E = E_۲ - E_۱ = W_f \longrightarrow \text{کار نیروی اصطکاک} \qquad (۷-۳)$$

توجه : کار نیروی اصطکاک ، به انرژی درونی سیستم تبدیل شده و باعث افزایش دمای آن می‌شود .

(۷-۴) تغییر انرژی درونی ⟵ $\Delta E = W_f = -\Delta U_{int}$ ⟵ تغییر انرژی مکانیکی

بقای انرژی برای دستگاههایی که تحت اثر نیروهای پایدار و اصطکاک قرار دارند.

$$\Delta E + \Delta U_{int} = \Delta k + \Delta U + \Delta U_{int} = 0 \qquad (۷-۵)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که مجموع انرژی درونی و مکانیکی یک دستگاه که تحت نیروهای پایدار و اصطکاکی (ناپایدار) قرار دارد، پایا می‌ماند.

۷-۵ پایستگی (بقای) انرژی

اگر علاوه بر نیروهای پایستار و اصطکاک، نیروهای ناپایستار و غیراصطکاکی بر یک سیستم اثر کند در آن صورت کل انرژی باید پایدار باقی بماند .

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} + \text{(تغییر در سایر شکلهای انرژی)} = 0 \qquad (۷-۶)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که در یک سیستم منزوی ، انرژی از صورتی به صورت دیگر تبدیل می‌گردد ولی همواره مقدار انرژی کل سیستم ثابت می‌ماند.

۷-۶ هم ارزی جرم و انرژی

جرم با انرژی رابطه داشته و می‌تواند طبق رابطه زیر به انرژی تبدیل شود:

$$E = mc^2 \qquad (۷-۷)$$

که در آن جرم m همان جرم نسبیتی ⟵ $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ است و مقدار آن برابر است .

این رابطه نشان می‌دهد که جرم یک ذره پایستار نیست و با سرعت جسم تغییر می‌کند .

مقدار انرژی جنبشی برابر است با ⟵ $k = (m - m_0)c^2$

و کل انرژی E برابر است با :

$$k + U + U_{int} + \ldots + m.c^2 = E_{tot}$$

۷-۷ قانون بقای جرم و انرژی

با توجه به رابطه زیر خواهیم داشت :

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} + \ldots + \Delta(m.c^{۲}) = ۰$$

انرژی که در اثر تبدیل جرم Δm به انرژی از دست داده می‌شود.

$$Q = -(\Delta m)c^{۲} \qquad (۷-۸)$$

که Q در یک واکنش هسته‌ای یا شیمیایی انرژی آزاد یا جذب شده واکنش است. Q برای آزاد شدن انرژی مثبت است که متناظر با کاهش جرم است .

$$(\Delta m < ۰ \Rightarrow Q > ۰)$$

۸-۷ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- رابطه **b** و **c** چگونه باشد تا نیروی زیر پایستار باشد؟ $\vec{F} = (ax + by^{۲})\vec{i} + Cxy\vec{j}$

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی- حالت جامد۸۰)

۱- $b = \frac{۱}{۴}c$ ۲- $b = \frac{۱}{۳}c$ ۳- $b = \frac{۱}{۲}c$ ۴- $b = c$

۲- ثابت **c** را چنان تعیین کنید که نیروی $F = xyi + cx^{۲}j + z^{۳}k$ پایستار باشد .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)

۱- $\frac{۱}{۲}$ ۲- $-\frac{۱}{۲}$ ۳- $\frac{۱}{۳}$ ۴- $-\frac{۱}{۳}$

۳- ثابتهای **a** و **b** و**c** را طوری تعیین کنید که میدان نیروی $\vec{F} = (x - ۲y + az)\vec{i} + (bx + cy - z)\vec{j} + (۴x + cy + ۲z)\vec{k}$ کنسرواتیوباشد .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی- حالت جامد۷۹)

۱- $\begin{cases} c = -۱ \\ b = ۴ \\ a = ۲ \end{cases}$ ۲- $\begin{cases} a = ۱ \\ b = ۲ \\ c = -۳ \end{cases}$ ۳- $\begin{cases} a = ۴ \\ b = ۲ \\ c = -۱ \end{cases}$ ۴- $\begin{cases} a = -۱ \\ b = ۲ \\ c = ۴ \end{cases}$

۴- رابطه نیرو با پتانسیل برای نیروهای پایا از رابطه زیر به دست می‌آید؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی‌ژئوفیزیک«بازمینه زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $\vec{F} = \nabla.\vec{v}$ ۲- $\vec{F} = \nabla\times\vec{v}$

۳- $\vec{F} = -\nabla\overrightarrow{v}$ ۴- $\vec{F} = \nabla\overrightarrow{v}$

۵- شرط پایستار بودن یک نیرو عبارت است از :

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه‌زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- $\nabla\times\vec{F} = ۰$ ۲- $\nabla.\vec{F} = ۰$ ۳- $\nabla\vec{F} = ۰$ ۴- $(\nabla\vec{F}).\vec{F} = ۰$

۶- کدام‌یک از نیروهای زیر پایستار است ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی «ژئوفیزیک بازمینه علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- اصطکاک ۲- وزن جسم ۳- مقاومت هوا ۴- کشش سطحی

۷- جسمی در شرایط خلاء در صفحه پرتاب می‌شود کدام کمیت زیر همواره ثابت می‌ماند ؟
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۶)

۱- انرژی جنبشی ۲- انرژی پتانسیل ۳- انرژی مکانیکی ۴- اندازه حرکت

۸- ذره‌ای در میدان پتانسیل $V(x) = x^{2}e^{-x}$ حرکت می‌کند. نیرویی که به این ذره وارد می‌شود برابر است با : (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک اتمی - حالت جامد ۷۸)

۱- xe^{-x} ۲- $x(x+2)e^{-x}$ ۳- $x(x-2)e^{-x}$ ۴- $x(2-x)e^{-x}$

۹- تابع انرژی پتانسیل برای نیروی $F_x = F_0 e^{-cx}$ برابر است با :
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد رشته فیزیک اتمی - حالت جامد ۷۹)

۱- $V = \frac{F_0}{c}e^{+cx}$ ۲- $V = F_0 \ln(-cx)$

۳- $V = -cxF_0 e^{-cx-1}$ ۴- $V = \frac{F_0}{c}e^{-cx}$

۱۰- نیروی F به صورت : $\vec{F} = (y^{2} - 2xyz^{3})\vec{i} + (3 + 2xy - x^{2}z^{3})\vec{j} + (6z^{3} - 3x^{2}yz^{2})\vec{k}$
داده شده پتانسیل مربوط به این نیرو برابر است با :
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی - حالت جامد۷۹)

۱- $v = y^{2}x + x^{2}y^{2}z^{3} - 3x + \frac{1}{2}z^{2} + c$

۲- $v = -y^{2}x + x^{2}yz^{3} - 3y + \frac{3}{2}z^{4} + c$

۳- $v = y^{2}x^{2} + x^{2}yz^{3} + 3y + \frac{1}{2}z^{4} + c$

۴- $v = y^{2}x + xy^{2}z + 3x + \frac{1}{2}z^{3} + c$

۱۱- پتانسیل متناظر با نیروی $\vec{F} = Kr^{2n+1}\vec{r}$ را می‌توان به صورت $V(r) = \frac{-k}{2n+2}r^{2n+2}$ نوشت به ازای چه مقدار از n این پتانسیل غیر قابل قبول است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)

۱- ۱ ۲- ۲- ۳- صفر ۴- ۱

۱۲- پتانسیل متناظر با نیروی $\vec{f} = Kr^{2n+1}\vec{a}_r$ به ازای چه مقدار از **n** غیر قابل قبول است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی- حالت جامد۷۸)

۱- $n = \frac{1}{2}$ ۲- $n = 0$ ۳- $n = -1$ ۴- $n = -\frac{1}{2}$

۱۳- کل انرژی مصرف شده در بدن یک کوهنورد به جرم ۸۰ کیلوگرم برای بالا رفتن از کوهی به ارتفاع ۴ کیلومتر چقدر است ؟ کارآیی عضلات برای تبدیل انرژی درونی به کار مفید ۲۰ درصد است . شتاب جاذبه را ۱۰ متر بر مجذور ثانیه فرض کنید ؟
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)

۱- ۶۴۰ کیلوژول ۲- ۱۶۰۰۰کیلو ژول
۳- ۶۴۰ ژول ۴- ۳۲۰۰۰ کیلو ژول

۱۴- آسانسوری به وزن ۷۲۰۰ نیوتن از سطح خیابان به بالاترین نقطه ساختمانی که ۳۵۰ متر ارتفاع دارد می‌رسد . تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آسانسور چقدر است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی»۸۰)

۱- $5\times10^{-6}J$ ۲- $3\times10^{-5}J$
۳- $1/5\times10^{-3}J$ ۴- $2/5\times10^{6}J$

۱۵- یک فنر افقی را که یک سرآن ثابت است می‌کشیم طول آن از **۲۰cm** به **۲۴cm** می‌رسد و انرژی پتانسیل کشسانی **U** را ذخیره می‌کند در صورتی که فنر متراکم و طولش **۱۸cm** شود انرژی ذخیره شده چقدر است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- U ۲- $\frac{U}{2}$ ۳- $\frac{U}{4}$ ۴- $\frac{U}{8}$

۱۶- جسمی به جرم **۱kg** با یک فنر افقی بدون وزن که ثابت نیروی آن **۲N/m** است برخورد می‌کند این جسم فنر را به اندازه **۴m** نسبت به وضعیت سکون متراکم می‌کند . اگر ضریب اصطکاک جنبشی میان این جسم و سطح افقی ۰/۲۵ باشد سرعت جسم در لحظه برخورد چقدر بوده است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)**

۱- $5/4m/s$ ۲- $7/2m/s$ ۳- $3/6m/s$ ۴- $1/2m/s$

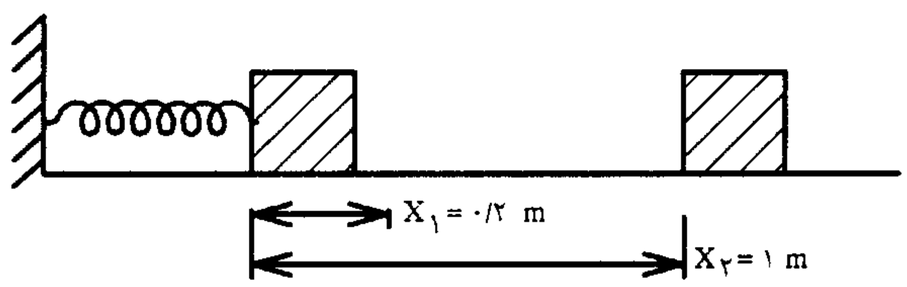
۱۷- یک سکه ۲ گرمی را روی فنر قائمی به پایین فشار می‌دهیم و فنر به اندازه ۱cm متراکم می‌شود . ثابت نیروی فنر ۴۰N/m است . اگر این سکه رها شود تا چه اندازه بالاتر از موضع اولیه‌اش پرتاب خواهد شد ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۱۵ cm ۲- ۲۲/۰۴cm ۳- ۸/۵cm ۴- ۱۰/۲ cm

۱۸- جسمی به جرم ۱kg را روی فنر افقی که به تکیه‌گاه قائمی متکی است قرارداده با فشردن آن فنر به اندازه $x_1 = ۰/۲$ متراکم کرده و سپس رها می‌کنند جسم فاصله $x_2 = ۱m$ را طی کرده ساکن می‌شود اگر ضریب ثابت فنر $۱۰۰ \frac{N}{m}$ باشد ضریب اصطکاک لغزشی μ_k بین جسم و سطح چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)



۱- ۰/۳

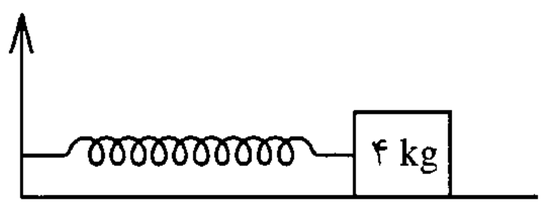
۲- ۰/۲

۳- ۰/۱

۴- ۰/۴

۱۹- در شکل مقابل وزنه چهار کیلوگرمی روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد ، وزنه را در حال تعادل به اندازه ۲۰cm کشیده رها می‌کنیم . اگر سرعت آن هنگام عبور از حالت تعادل۲m/s باشد ثابت فنر چند نیوتن بر متر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری- نقشه‌برداری ۷۶و۷۷)



۱- ۱۰۰ ۲- ۲۰۰

۳- ۴۰۰ ۴- ۸۰۰

۲۰- یک نقطه مادی به جرم m از ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شود سرعت جسم را هنگام برخورد با زمین حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی»۸۰)

۱- $\frac{V_0^2}{2g}$ ۲- $\sqrt{mgh}$ ۳- $\sqrt{V_0^2 + 2gh}$ ۴- $\sqrt{2gh}$

۲۱- یک کارگر ساختمانی سطل پر از ماسه را از بالای یک ساختمان به ارتفاع ۱۰ متر روی زمین خالی می‌کند . اگر جرم ماسه ۲۰kg باشد برخورد ماسه و زمین را بررسی کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی»۸۰)

۱- ۱۳۲۵j ۲- ۴۲۰۰j ۳- ۲۵۰۰j ۴- ۱۹۶۰ j

۲۲- جسمی را با سرعت اولیه ۱۹/۶ m/s به طرف بالا پرتاب می‌کنیم سرعت جسم را در $\frac{۳}{۴}$ نقطه اوج حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۸۰)

۱- ۹/۸m/s ۲- ۱۲/۵m/s ۳- ۸/۷m/s ۴- ۴m/s

۲۳- گلوله‌ای به جرم M بدون سرعت اولیه پرتاب می‌شود . موقعی که ارتفاع آن نصف شد نسبت انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل آن چقدر است ؟

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- $\frac{۱}{۲}U$ ۲- U ۳- $\frac{۲}{۳}U$ ۴- $\frac{۱}{۴}U$

۲۴- توپی از ارتفاع h رها شده به سطح زمین برخورد می‌کند ، تندی پس از برخورد با زمین ۰/۷ تندی قبل از برخورد آن است . ارتفاعی که توپ بالا می‌رود برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)

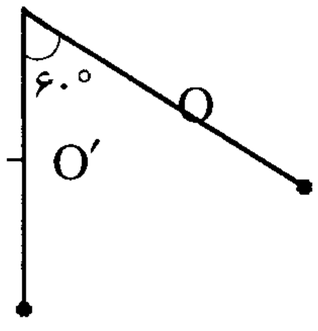
۱- ۰/۴۹h ۲- ۰/۷h ۳- h ۴- ۱/۴h

۲۵- توپ تنیسی از ارتفاع ۱/۶ m رها می‌شود و پس از برخورد با زمین تا ارتفاع ۰/۹m بالا می‌آید . اگر توپ برای مدت ۰/۰۱ ثانیه با زمین در تماس باشد شتاب متوسط آن در طی تماس چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)**

۱- ۹۸۰ $m/s^۲$ ۲- ۷۶۰ $m/s^۲$ ۳- ۵۴۰ $m/s^۲$ ۴- ۱۲۰ $m/s^۲$

۲۶- آونگ ساده‌ای به طول یک متر را ۶۰° منحرف کرده سپس رها می‌کنیم. نخ آونگ در لحظه عبور از وضع تعادل در نقطه O' که ۵۰ سانتی متر زیر O است به منحنی برخورد می‌کند. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد زاویه انحراف در طرف دیگر آونگ چند درجه است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۸۰)



۱- ۳۰° ۲- ۶۰°

۳- ۴۵° ۴- ۹۰°

۲۷- ذره‌ای به جرم m تحت انرژی پتانسیل $V(\vec{r}) = \alpha x^{۲} + \beta xy + \gamma z$ حرکت می‌کند. اگر سرعت ذره در مبدأ مختصات $\sqrt{\frac{۲\alpha}{m}}$ باشد، سرعت آن درمکان $\vec{r} = \vec{i} - \vec{۲j}$ کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

۱- $\sqrt{\frac{\gamma}{m}}$ ۲- $\sqrt{\frac{۲\alpha}{m}}$ ۳- $۲\sqrt{\frac{\beta}{m}}$ ۴- $\sqrt{\frac{۲\gamma}{m}}$

۲۸- یک جسم ۲ کیلوگرمی در لحظه قبل از برخورد با زمین ۴۰۰j انرژی دارد . در صورتی که از نیروی اصطکاک صرف‌نظر شود تعیین کنید که از چه ارتفاعی سقوط کرده است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- ۲۰/۴m ۲- ۱۶m ۳- ۲۵/۶m ۴- ۳۰m

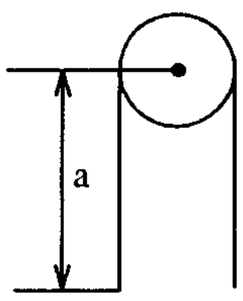
۲۹- جسمی با سرعت اولیه $V_{۰}$ برابر ۱۴m/s از ارتفاع ۲۴۰ متری سقوط می‌کند و به اندازه ۰/۲۰ متر در شن فرو می‌رود جرم جسم ۱kg است نیروی مقاومت متوسط وارد بر جسم از طرف شن را تعیین کنید. از مقاومت هوا صرف‌نظر می‌شود ؟

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزاد اسلامی ژئو فیزیک« با زمینه زمین شناسی»۸۰)

۱- ۲۲۵۰۰ N ۲- ۱۲۲۵۰ N ۳- ۱۸۴۰۰N ۴- ۱۶۵۰۰N

۳۰- طناب یکنواختی به طول ۲a در حال تعادل از یک میخ افقی ثابت آویزان است . ضربه بسیار کوچکی سبب می‌شود که طناب به آرامی از روی میخ بلغزد. اصطکاک بین طناب و میخ ناچیز است . سرعت طناب وقتی از میخ جدا می‌شود کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)



۱- $\sqrt{ag}$ ۲- $\sqrt{۲ag}$

۳- $۲\sqrt{ag}$ ۴- $\frac{۱}{۲}\sqrt{ag}$

۳۱- وزنه آونگی به جرم m از ریسمانی به طول L آویزان است وزنه به یک طرف کشیده می‌شود تا به ارتفاع $\frac{L}{۴}$ بالاتر از وضعیت تعادل برسد . اگر وزنه از حالت سکون رها شود، سرعت آن هنگام عبور از پایین‌ترین نقطه مسیر برابر است با :

(کنکور کارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزاد اسلامی فیزیک اتمی - حالت جامد و فیزیک کاربردی ۸۰)

۱- $\sqrt{\frac{gL}{۸}}$ ۲- $\sqrt{\frac{gL}{۴}}$ ۳- $\sqrt{\frac{gL}{۲}}$ ۴- $\sqrt{\frac{gL}{۳}}$

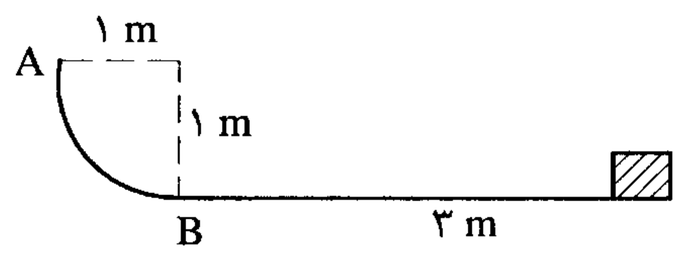
۳۲- قطعه‌ای به جرم ۲kg از ارتفاع ۴۰cm روی‌فنری با ثابت فنر k=۱۹۶۰N/m به طورقائم می‌افتد. بیشترین فشردگی فنر چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۸۰)

۱- ۱۰cm ۲- ۲۰cm ۳- ۳۰cm ۴- ۴۰cm

۳۳- در شکل زیر مسیر AB بدون اصطکاک و مسیر افقی دارای اصطکاک است. تعیین کنید که اگر جسم از نقطه A بلغزد و در فاصله ۳ متری از نقطه B متوقف شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۷۹)



۱- $\mu_k = ۰/۲$

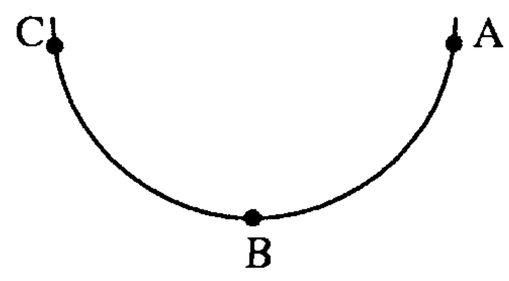
۲- $\mu_k = ۰/۱۵$

۳- $\mu_k = ۰/۲۵$

۴- $\mu_k = ۰/۳۳$

۳۴- گلوله‌ای از نقطه A واقع در بالای سطح صیقلی رها می‌شود در فاصله AB شتاب مماسی و شتاب عمودی آن به ترتیب چگونه تغییر می‌کند ؟

(کنکور کارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی»۷۹)



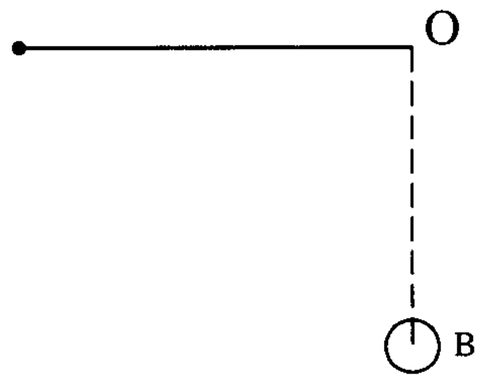
۱- افزایش ، افزایش

۲- کاهش ، کاهش

۳- افزایش ، کاهش

۴- کاهش ، افزایش

۳۵- وزنه‌ای به جرم m را به نخی به طول L بسته و طرف دیگر آن را به نقطه O متصل نموده وآن را به وضع افقی برده و رها می‌سازیم تا به B برسد کشش نخ در حالت قائم OB کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)**



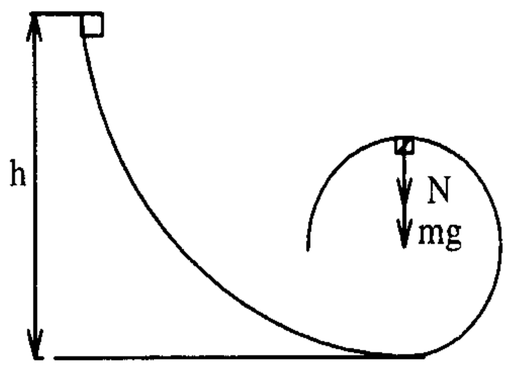
۱- $2mg$

۲- $3mg$

۳- $\frac{mgL}{2}$

۴- mg

۳۶- جسمی به جرم m بر یک مسیر خمیده که به حلقه‌ای به شعاع $r = 40cm$ ختم‌می‌شود، می‌لغزد ارتفاع h چند متر باشد تا جسم از بالاترین نقطه حلقه سقوط نکند از اصطکاک صرف‌نظر شود ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۸۰)**



۱- ۱۰

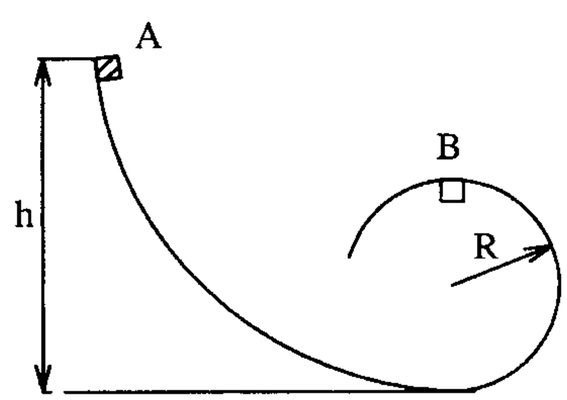
۲- ۱

۳- ۱/۲

۴- ۰/۸

۳۷- جسم کوچکی به جرم m روی مسیر بدون اصطکاکی به پایین می‌لغزد و نقطه شروع حرکت A در ارتفاع h از پایین حلقه واقع است. کمترین h برحسب R چقدر باشد تا جسم در بالاترین نقطه مسیر از حلقه جدا نشود ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)



۱- $\frac{5}{2}R$

۲- $\frac{3}{2}R$

۳- $\frac{7}{3}R$

۴- $\frac{1}{2}R$

۳۸- آونگ ساده‌ای از یک گلوله به جرم m و میله صلبی به طول L تشکیل شده است ، در حالت تعادل پایدار ، سرعت خطی $V_\circ$ را به گلوله می‌دهیم تا بتواند یک دایره کامل را طی کند . حداقل $V_\circ$ برابر است با : **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)**

۱- $2\sqrt{gL}$ ۲- $\sqrt{3gL}$ ۳- $\sqrt{5gL}$ ۴- $3gL$

۳۹- ذره‌ای به جرم m از مرکز نیروی دافعه $\frac{K}{r^3}$ با پارامتر برخورد b و سرعت اولیه $V_\circ$ پراکنده می‌شود نزدیک‌ترین فاصله به مرکز نیرو چه اندازه است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک۷۵)

۱- b

۲- $b+\left(\frac{K}{mV_\circ^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

۳- $\left(\frac{K}{mV_\circ^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

۴- $\left(b^2+\frac{K}{mV_\circ^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

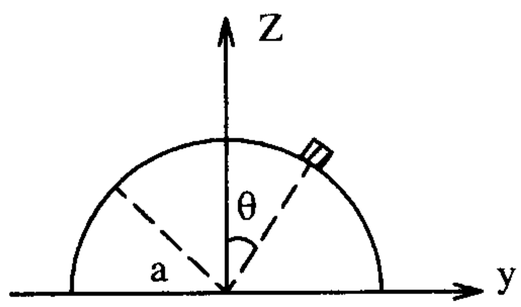
۴۰- ذره‌ای بر بالای کره همواری به شعاع a قرار دارد اگراین ذره اندکی تکان بخورد در چه نقطه‌ای از کره جدا می‌شود ؟

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزاد اسلامی‌فیزیک اتمی- حالت جامد۸۰ و ۷۹ ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۵)

۱- $\frac{3}{2}a$ ۲- $\frac{5}{3}a$ ۳- $\frac{1}{3}a$ ۴- $\frac{2}{3}a$

۴۱- یک ذره در قسمت فوقانی یک کره صاف به شعاع a قرار دارد . اگر ذره به مقدار جزئی منحرف شود ، در چه نقطه‌ای از کره جدا خواهد شد ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)



۱- $Z=\frac{2}{5}a$

۲- $Z=\frac{1}{3}a$

۳- $Z=\frac{1}{2}a$

۴- $Z=\frac{2}{3}a$

۴۲- شتاب جسمی که روی محور xها حرکت می‌کند برابر است با :

$a = (۴x - ۲)m/s^۲$

X بر حسب متر و $V_۰ = ۱۰m/s$ بوده سرعت را برای نقطه روی محور برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک« با زمینه علوم فیزیک و ریاضی»۸۰)

۱- $V = \sqrt{۴x^۲ - ۴x + ۱۰۰}$

۲- $V = \sqrt{x^۲ - ۲x + ۵۰}$

۳- $V = \sqrt{x^۲ - ۴x + ۵۰}$

۴- $V = ۴x^۲ - ۴x + ۱۰۰$

۴۳- یک دستگاه منزوی از دو ذره با جرم‌های مساوی تشکیل شده است . اگر این دو ذره در فاصله بسیار دور از یکدیگر باشند، در لحظه‌ای ذره اول ساکن و ذره دوم با سرعت به ذره اول نزدیک شود ، در این صورت انرژی مکانیکی دستگاه چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی - حالت جامد۷۸)

۱- ثابت نیست. ۲- صفر و ثابت است .

۳- منفی و ثابت است . ۴- مثبت و ثابت است .

۴۴- به کدام دلیل انرژی مکانیکی الکترونی که به دور هسته اتم در گردش می‌باشد، منفی است؟ (کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۸۰)

۱- مدار الکترون به دور هسته یک دایره است .

۲- مدا رالکترون به دور هسته یک بیضی است .

۳- قدر مطلق انرژی پتانسیل الکترون از انرژی جنبشی آن بیشتر است .

۴- الکترون وابسته به میدان کنسرواتیو (پایستار) هسته است .

۴۵- تغییرات انرژی جنبشی برای یک دستگاه ذرات برابر است با (W_{ext} کار ناشی از نیروهای خارجی و W_{int} کار ناشی از نیروهای داخلی است).

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی»۸۰)

۱- $E_{K'} - E_K = W_{ext}$ ۲- $E_{K'} - E_K = W_{ext} + W_{int}$

۳- $E_{K'} - E_K = W_{int}$ ۴- $E_{K'} - E_K = ۰$

۴۶- سرعت حرکت اتومبیلی ۵m/s و جرم آن ۱۵۰۰ kg است اگر آن را باترمز کردن متوقف کنند چند ژول گرما در ترمزها ایجاد می‌شود ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- $۱/۸۸\times۱۰^{۴}$ j
۲- $۲۷/۲\times۱۰^{۲}$ j
۳- $۱۸/۷\times۱۰^{۶}$ j
۴- $۲/۵\times۱۰^{۳}$ j

۴۷- گلوله‌ای به جرم ۵۰ گرم با سرعت ۲۰۰m/s به مانع سختی برخورد می‌کند و همه انرژی آن به گرما تبدیل می‌گردد گرمای حاصل برابر با چند ژول است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۷)

۱- ۲۰۰۰
۲- ۱۰۰۰
۳- ۱۰۰۰۰
۴- ۲۰۰۰۰

۴۸- گلوله‌ای به جرم ۱۰۰g با سرعت ۲۰۰m/s وارد تنه درختی می‌شود و با سرعت ۵۰ m/s از آن خارج می‌شود . چند ژول گرما در درخت ایجاد می‌شود ؟

(کنکور کارشناسی ارشد رشته ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- ۲J
۲- ۱۲۵J
۳- ۱۸۷۵J
۴- ۱۲۷۵J

۴۹- گلوله‌ای که با سرعت ۱۰۰m/s در حرکت است ناگهان به مانع سختی برخورد می‌کند و تمام انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل می‌شود . اگر تمام گرمای حاصل صرف افزایش دمای خود گلوله شود و ظرفیت گرمایی ویژه گلوله $۱۰۰\ J/kg.C^{\circ}$ باشد افزایش دمای آن چند درجه سلسیوس است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۷۹)

۱- $۵^{\circ}C$
۲- $۵۰^{\circ}C$
۳- $۱۰۰^{\circ}C$
۴- $۱۰^{\circ}C$

۵۰- چقدر ماده باد به انرژی تبدیل شود تا بتواند یک سفینه فضایی یک کیلویی را در حالت سکون به ۰/۱ سرعت نور برساند ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- ۵۰۰۰kg
۲- ۷۰۰۰kg
۳- ۲۰۰۰kg
۴- ۱۰۰۰kg

۵۱- در یک شتاب دهنده پروتونی با سرعت ۰/۶۰c در حال حرکت است، مقدار کار لازم برای رساندن پروتون به سرعت ۰/۸۰ c برحسب c و m_0 کدام است؟ (c سرعت نور در خلاء و m_0 جرم سکون پروتون است). (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

۱- $\frac{5}{7}m_0c^2$ ۲- $\frac{5}{12}m_0c^2$ ۳- $\frac{5}{3}m_0c^2$ ۴- $\frac{5}{4}m_0c^2$

GRE -۵۲

گلوله‌ای از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود . پس از برخورد به زمین و صعود مجدد، سرعتش به ٪۸۰ مقدار آن درست قبل از برخورد به زمین می‌رسد. توپ تا چه ارتفاعی مجدداً بالا خواهد رفت ؟

۱- ۰/۹۴h ۲- ۰/۸۰h ۳- ۰/۷۵ h ۴- ۰/۶۴h

۵- ۰/۵۰h

GRE -۵۳

بردار نیروی وابسته به انرژی پتانسیل $u = Kr^n$ را محاسبه کنید .

۱- $-Knr^{n-2}\hat{r}$ ۲- $-Knr^{n-1}\hat{r}$ ۳- $+Knr^{n-2}\hat{r}$ ۴- $+Knr^{n-1}\hat{r}$

۵- $+Knr^{n}\hat{r}$

GRE -۵۴

انرژی پتانسیل مربوط به نیروی $F = -K\frac{\hat{r}}{r^3}$ کدام است ؟

۱- $-\frac{k}{2r}$ ۲- $-\frac{k}{2r^2}$ ۳- $\frac{k}{2r}$ ۴- $\frac{k}{2r^2}$

GRE -۵۵

کدام گزینه زیر تعریف درستی از نیروی پایستار می‌باشد ؟

۱- $\vec{\nabla}.\vec{F} = 0$ یا $\int \vec{F}.d\vec{A} = 0$

۲- نیرو باید اصطکاکی باشد .

۳- نیرو باید هسته‌ای باشد .

۴- نیرو باید الکترو مغناطیسی باشد .

۵- $\vec{\nabla}\times\vec{F} = 0$ یا $\int \vec{F}.\vec{dr} = 0$

GRE -۵۶

ذره‌ای متحرک با انرژی پتانسیل $U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{4}bx^4$ در یک بعد داده شده است. نیرو را تعیین کنید.

۱- $-kx - bx^3$

۲- $+kx + bx^3$

۳- $\frac{1}{6}kx^3 + \frac{1}{20}b\dot{x}$

۴- $-\frac{1}{6}kx^3 - \frac{1}{20}b\dot{x}$

۵- $-kx - bx^2$

GRE -۵۷

انرژی مربوط به نیروی $\vec{F} = (\frac{\alpha}{r^2} + \frac{\beta}{r^3})\hat{r}$ کدام است ؟

۱- $\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^2}$

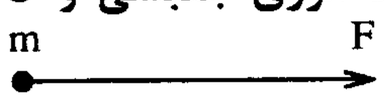
۲- $\frac{r}{\alpha} + \frac{2\beta}{r^2}$

۳- $\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{2r^2}$

۴- $-\frac{\alpha}{r} - \frac{\beta}{2r^2}$

GRE -۵۸

انرژی کل یک ذره را E در نظر می‌گیریم، مشتق کامل زمانی انرژی را برای وقتی که نیروی مؤثر بر ذره کنسرواتیو (پایستار) باشد ، حساب کنید (T انرژی جنبشی و U انرژی پتانسیل در نظر بگیرید).



۱- $\frac{\partial T}{\partial t}$

۲- $\vec{F}.\vec{V}$

۳- ∇U

۴- $\frac{dU}{dt}$

۵- $\frac{\partial U}{\partial t}$

GRE -۵۹

ذره‌ای به جرم M در یک مدار دایره‌ای به شعاع r حول یک نقطه ثابت و تحت نیروی $F = \frac{k}{r^3}$ (k = cte) حرکت می‌کند . در صورتی که در فاصله بی‌نهایت از مرکز نیرو، انرژی پتانسیل صفر باشد انرژی کل آن در مدار دایره‌ای شکل چقدر خواهد بود ؟

۱- $-\frac{k}{r^2}$

۲- $-\frac{k}{2r^2}$

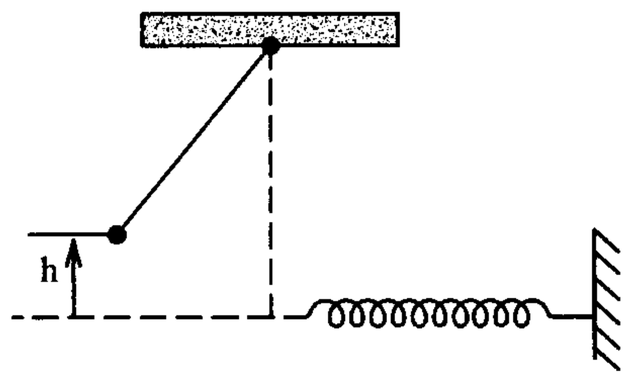
۳- صفر

۴- $\frac{k}{2r^2}$

۵- $\frac{k}{r^2}$

GRE ۶۰

وزنه‌ای به جرم m را که توسط پاندولی متصل شده است تا ارتفاع h بالا می‌بریم و سپس رها می‌کنیم در نهایت آن را با فنری نیروی غیر خطی $F = -kx - bx^{۳}$ برخورد می‌کند مقدار فشردگی فنر برابر با : **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)**



۱- $x = \sqrt{۲mg\frac{h}{k}}$

۲- $x = \left[\sqrt{۴mg\frac{h}{b} + \frac{k^{۲}}{b^{۲}}} - \frac{k}{b}\right]^{\frac{۱}{۲}}$

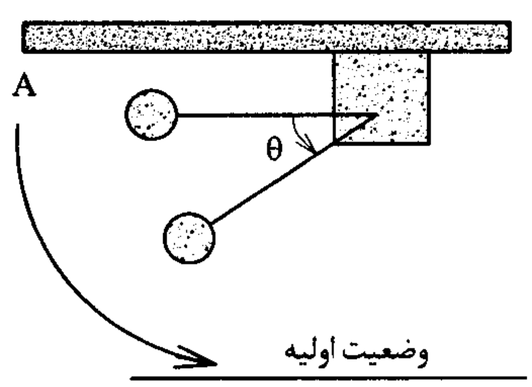
۳- $x = (۴mg\frac{h}{b})^{\frac{۱}{۴}}$

۴- $x = \sqrt{\frac{۲k}{b}}$

۵- $x = (۴mg\frac{h}{b})^{\frac{۱}{۴}}$

GRE ۶۱

گلوله کوچکی به جرم m همانند شکل زیر به یک ریسمان بسته شده است. چنان چه جسم از حالت افقی (وضعیت A) آزاد شود اندازه شتاب کل آن به صورت تابعی از زاویه θ برابر خواهد بود با :



۱- $g = \sin\theta$

۲- $۲g\ \sin\theta$

۳- $۲g\cos\theta$

۴- $g\sqrt{۳\cos^{۲}\theta + ۱}$

۵- $g\sqrt{۳\sin^{۲}\theta + ۱}$

۶۲- نیروی پایستار در مکانیک نیوتنی که بر حرکت حاکمند نیروهایی هستند که بنا به قوانین نیوتن : **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فلسفه علم ۸۱)**

۱- چون ناشی از تغییر سرعتند و به صورت $F = m\frac{dv}{dt}$ پس تابعی از زمانند و کار در مسیر بسته آنها صفر

۲- نیروهایی مستقل از زمان و مشتق شده از حوزه پتانسیل اسکالر بوده و به صورت $F = -\frac{dv}{dx}$ می‌باشند.

۳- نیروهایی هستند که نسبت به هر ناظری (چه ساکن و چه در حرکت) صادق بوده و حرکتهایی که در آنها شتاب متشابه التغییر است.

۴- چون کار نیروهای فوق مستقل از مسیر و در مسیر بسته صفر می‌باشد، مسیر بسته فوق می‌تواند خود را نیز قطع کند.

۶۳- به ازای چه مقادیری از ثابتهای a , b , c نیروی $\vec{F} = \vec{i}(ax + ۲by^۲) + \vec{j}cxy$ پایستار است؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)

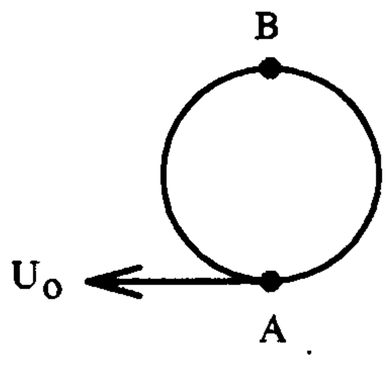
۱- $a = ۴b$ ۲- $a = b = c$ ۳- $b = ۲c$ ۴- $c = ۴b$

۶۴- جسمی به جرم ۲kg تحت تأثیر یک نیروی پایستار از حالت سکون و از نقطه m (۲ ، ۲، ۲) A به نقطه m (۱ ، ۱ ، ۱)B می‌رود ، انرژی پتانسیل جسم از رابطه $u = x^۲ + y^۲ + z^۲$ به دست می‌آید. سرعت جسم در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری ژئودزی ۸۱)

۱- $۳\sqrt{۲}$ ۲- ۳ ۳- $\frac{۳}{\sqrt{۲}}$ ۴- ۹

۶۵- یک شیار حلقوی به شعاع R در یک سطح قائم واقع است و گلوله‌ای در پایین‌ترین نقطه آن (نقطه A) قرار دارد. حداقل سرعت اولیه که به گلوله می‌دهیم چقدر باشد تا به بالاترین نقطه از حلقه (نقطه B) برسد؟ (کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۸۱)



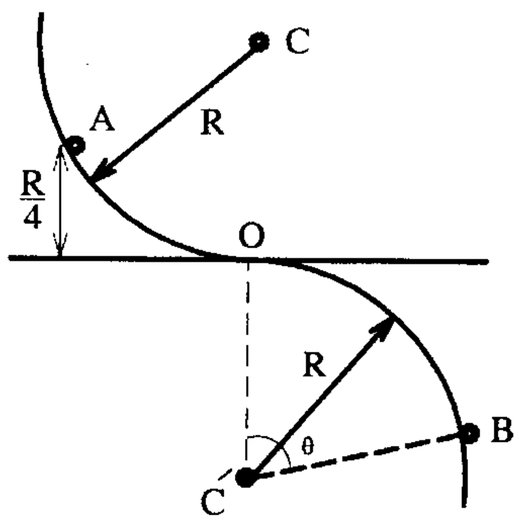
۱- $\sqrt{۲gR}$

۲- $\sqrt{۳gR}$

۳- $\sqrt{۴gR}$

۴- $\sqrt{۵gR}$

۶۶- یک شیار بدون اصطکاک که از دو کمان دایره‌ای شکل هر یک به شعاع R تشکیل شده در یک سطح قائم قرار دارد، مماس بر این دو منحنی در نقطه O یک خط افقی است. گلوله‌ای از نقطه A رها می‌شود و پس از پیمودن کمان AOB ، در نقطه B از شیار جدا می‌شود. زاویه θ به شکل زیر تعریف می‌شود:



۱- $\sin\theta = \frac{۱}{۶}$

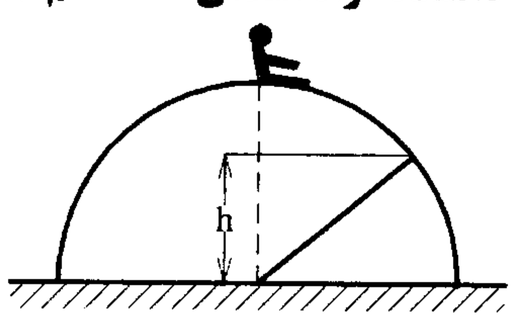
۲- $\cos\theta = \frac{۲}{۳}$

۳- $\sin\theta = \frac{۱}{۳}$

۴- $\cos\theta = \frac{۵}{۶}$

۶۷- شخصی از بالای تپه‌ای به شکل نیمکره به شعاع R به طرف پایین شروع به لغزیدن می‌کند. اگر تپه بدون اصطکاک باشد، شخص از نقطه وقتی از سطح رها می‌شود که :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فلسفه علم ۸۱)



۱- اگر انرژی پتانسیل شخص نسبت به سطح قاعده نیمکره در بالاترین نقطه صفر باشد وقتی شخص سطح را رها می‌کند که $\frac{۱}{۲}mv^۲ = mg(R-h)$ باشد.

۲- فقط نیروی فشاری شخص $mg\cos\theta$ برابر با نیروی $\frac{mv^۲}{R}$ باشد (که θزاویه نسبت عمود بر سطح افق باشد)

۳- در نقطه از سطح رها می‌شود که عکس العمل سطح با نیروی فشاری شخص برابر باشد.

۴- در نقطه‌ای که عکس العمل صفر بوده و در نتیجه از ارتفاع $h = \frac{۲R}{۳}$ نسبت به سطح افق از سطح رها می‌شود.

۷-۹ پاسخنامه تشریحی

۱-۳)

$$\nabla\times\vec{F}=\circ\Rightarrow\begin{vmatrix} i & J & K \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ ax+by^{۲} & cxy & \circ \end{vmatrix}=(\frac{\partial}{\partial y}\circ-\frac{\partial}{\partial z}cxy)i-(\frac{\partial}{\partial x}\circ-\frac{\partial}{\partial z}(ax+by^{۲})\vec{j}$$

$$+(\frac{\partial}{\partial x}cxy-\frac{\partial}{\partial y}(ax+by^{۲})\vec{k}=o\vec{i}-o\vec{j}+(cy-۲by)\vec{k}=\circ$$

$$\Rightarrow cy-۲by=\circ\ \Rightarrow b=\frac{c}{۲}$$

۲-۱)

شرط پایستار بودن نیرو $\vec{\nabla}\times F=\circ\Rightarrow\begin{vmatrix} i & J & K \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy & cx^{۲} & z^{۳} \end{vmatrix}=\circ$

$$(\frac{\partial}{\partial y}z^{۳}-\frac{\partial}{\partial z}cx^{۲})\vec{i}-(\frac{\partial}{\partial x}z^{۳}-\frac{\partial}{\partial z}xy)\vec{j}+(\frac{\partial}{\partial x}cx^{۲}-\frac{\partial}{\partial y}xy)\vec{k}$$

$$=\cdot\vec{i}-\cdot\vec{j}+(۲cx-x)\vec{k}=\cdot\Rightarrow ۲cx-x=\cdot\Rightarrow c=\frac{۱}{۲}$$

۳-؟)

$$\vec{\nabla}\times\vec{F}=\circ\Rightarrow\begin{vmatrix} i & J & K \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x-۲y+az & bx+cy-z & ۴x-cy+۲z \end{vmatrix}=\circ$$

$$=(+c-(-۱)\vec{i}-(۴-a)\vec{j}+(b-(-۲)\vec{k}$$

$$=(c+۱)\vec{i}-(۴-a)\vec{j}+(b+۲)\vec{k}=\circ$$

$$\Rightarrow c=-۱\ \ ,a=۴\ \ ,b=-۲$$

احتمالاً منظور گزینه ۳ است ولی در گزینه ۳ علامت b اشتباه آمده است .

۴-۳) اگر نیروی $\vec{F}$ پایستار باشد بر حسب انرژی پتانسیل V از رابطه زیر به دست می‌آید .

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\nabla V}$$

۵- ۱)

$$\text{پایستار } \vec{F} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{F} = ۰$$

۶-۲) نیروی وزن پایستار است این نیرو ثابت است $(\vec{F} = m\vec{g})$ و برای آن تغییر انرژی پتانسیل $\Delta U(y) = mg\Delta y$ تعریف می‌شود .

۷-۳) بر جسم فقط نیروی وزنش اثر می‌کند و نیروی وزن یک نیروی پایستار است، در نتیجه انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند .

۸- ۳)

$$F(x) = -\frac{\partial V(x)}{\partial x} = -\left[۲xe^{-x} - x^{۲}e^{-x}\right] \Rightarrow F(x) = x(x-۲)e^{-x}$$

۹-۴)

$$U = -\int F_x dx = -\int F_۰ e^{-cx} dx = \frac{F_۰}{c} e^{-cx}$$

۱۰-۲)

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$U(x) = -y^{۲}x + x^{۲}yz^{۳} - ۳y - \frac{۳}{۲}z^{۴} + c$$

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -(-y^{۲} + ۲xyz^{۳}) = y^{۲} - ۲xyz^{۳}$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = -(-۲yx + x^{۲}z^{۳} - ۳) = ۳ + ۲xy - x^{۲}z^{۳}$$

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = -(۳x^{۲}yz^{۲} - ۶z^{۳}) = ۶z^{۳} - ۳x^{۲}yz$$

۱۱-۱) زمانی پتانسیل $V(r) = -\frac{k}{۲n+۲} r^{۲n+۲}$ غیر قابل قبول است که کسر فوق تعریف نشده باشد و آن زمانی است که $۲n + ۲ = ۰ \Rightarrow ۲n = -۲ \Rightarrow n = -۱$

۱۲-۳)

۱۳- ۲)

$$W = mgh = ۸۰ \times ۱۰ \times ۴۰۰۰ = ۳۲۰۰ kj$$

$$E = -\Delta U = \frac{W}{e} = \frac{۳۲۰۰}{۰/۲۰} \Rightarrow E = ۱۶۰۰۰ kj$$

ورودی — انرژی عضلات — کارآیی شخص

۱۴- ۴)

$$\Delta U = (mg)h = (۷۲۰۰)(۳۵۰) = ۲/۵ \times ۱۰^{۶} J$$

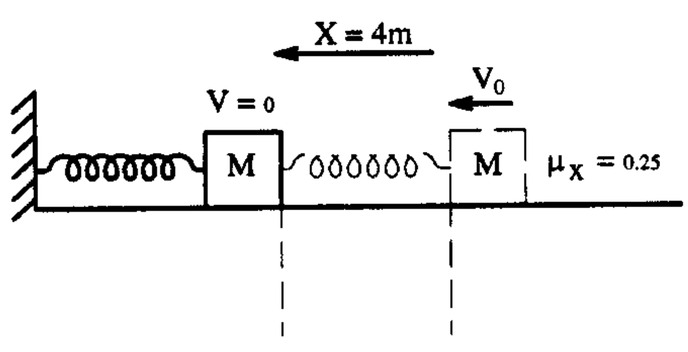
۱۵-۳)

$$U = \frac{۱}{۲} K(\Delta x)^{۲} = \frac{۱}{۲} k(۰/۲۴ - ۰/۲)^{۲} = \frac{۱}{۲} k(\frac{۴}{۱۰۰})^{۲}$$

$$U' = \frac{۱}{۲} k(\Delta x')^{۲} = \frac{۱}{۲} k(۰/۱۸ - ۰/۲)^{۲} = \frac{۱}{۲} k\left(\frac{۲}{۱۰۰}\right)^{۲}$$

$$\frac{U'}{U} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow U' = \frac{U}{۴}$$

۱۶-۲)



$M = ۱kg \qquad , k = ۲\frac{N}{m}$

کار اصطکاک $W_f = -\mu_k mgd$

بقای انرژی $\frac{۱}{۲} MV_۰^{۲} + W_f = \frac{۱}{۲} kx^{۲}$

$$\frac{۱}{۲}(۱)V_۰^{۲} - ۰/۲۵(۱)(۹/۸)(۴) = \frac{۱}{۲}(۲)(۴)^{۲} \Rightarrow V_۰ = ۷/۲ m/s$$

۱۷-۴)

بقای انرژی $\frac{۱}{۲}kx^{۲} = mgh$

$$\frac{۱}{۲}(۴۰)(۰/۰۱)^{۲} = (۰/۰۰۲)(۹/۸)h \Rightarrow h = ۰/۱۰۲\ m = ۱۰/۲cm$$

۱۸-۲) تمام انرژی اولیه که برابر $\frac{۱}{۲}kx_{۱}^{۲}$ بوده است پس از طی مسافت x_2 توسط اصطکاک اتلاف می‌شود.

$$\frac{۱}{۲}kx_{۱}^{۲} = (\mu_k mg)x_{۲} \Rightarrow \mu_k = \frac{kx_{۱}^{۲}}{۲mgx_{۲}} = \frac{(۱۰۰)(۰/۲)^{۲}}{۲(۱)(۱۰)(۱)} = ۰/۲$$

۱۹-۳) وقتی فنر کشیده می‌شود انرژی پتانسیل در خود ذخیره می‌کند و پس از رها شدن از نقطه تعادل $Ep = ۰$ جسم فقط دارای انرژی جنبشی است بنابراین ما بر اصل بقای انرژی داریم :

$$E_k = E_p \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^{۲} = \frac{۱}{۲}kx^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}(۴)(۲)^{۲} = \frac{۱}{۲}k(۰/۲)^{۲} \Rightarrow k = ۴۰۰\ N/m$$

۲۰-۴)

بقای انرژی $mgh + ۰ = +\frac{۱}{۲}mv^{۲}$ $\Leftarrow V_{۰} = ۰$ چون رها می‌شود

$$\Rightarrow V = \sqrt{۲gh}$$

۲۱- ۴) $\frac{۱}{۲}mV^{۲} = mgh = (۲۰)(۹/۸)(۱۰) = ۱۹۶۰J$ =انرژی جنبشی کل ماسه در برخورد با زمین

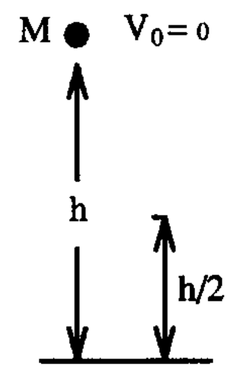
۲۲-۱) در نقطه اوج $V_y = ۰ \Rightarrow ۰ + mgh = \frac{۱}{۲}mV_{۰}^{۲} + ۰$

$$\Rightarrow h = \frac{V_{۰}^{۲}}{۲g}$$

$$y = \frac{۳h}{۴} \Rightarrow V_y = ?$$

$$mg(\frac{۳h}{۴}) + \frac{۱}{۲}mV_y^۲ = mgh \Rightarrow V_y = \sqrt{\frac{hg}{۲}} = \sqrt{\frac{V_۰^۲}{۴}} = \frac{V_۰}{۲} = ۹/۸m/s$$

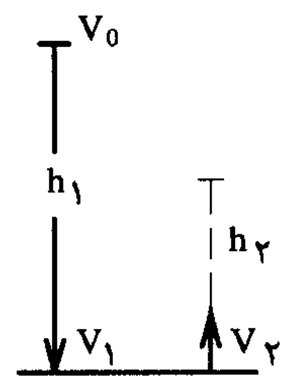
۲۳-۱)



بقای انرژی : $U = mgh = \frac{mgh}{۲} + \frac{۱}{۲}mV^۲$

$$\frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{mgh}{۲} = \frac{U}{۲}$$

۲۴-۱)

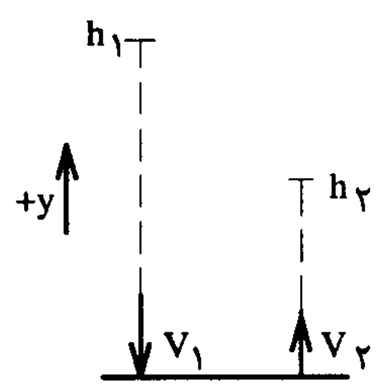


$$V_۲ = ۰/۷V_۱ \qquad \frac{۱}{۲}mV_۱^۲ = mgh_۱ \Rightarrow V_۱^۲ = ۲gh_۱$$

$$\frac{۱}{۲}mV_۲^۲ = mgh_۲ \Rightarrow V_۲^۲ = ۲gh_۲ \Rightarrow ۰/۴۹V_۱^۲ = ۲gh_۲ \Rightarrow ۰/۴۹(۲gh_۱) = ۲gh_۲$$

$$\Rightarrow h_۲ = ۰/۴۹h_۱$$

۲۵-۱)



بقای انرژی $mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mV_۱^۲ \Rightarrow V_۱ = \sqrt{۲gh_۱}$

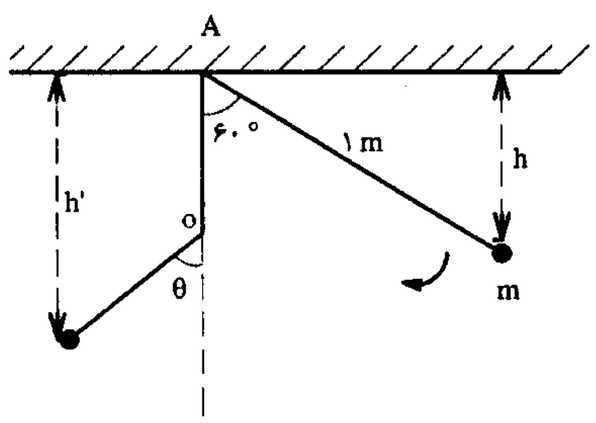
$$V_۱ = \sqrt{۲(۹/۸)(۱/۶)} = ۵/۶m/s$$

$$mgh_۲ = \frac{۱}{۲}mV_۲^۲ \Rightarrow V_۲ = \sqrt{۲(۹/۸)(۰/۹)} = ۴/۲m/s$$

$$\vec{V}_۱ = -۵/۶\vec{j} \ , \vec{V}_۲ = ۴/۲\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{V}_۲ - \vec{V}_۱}{t} = \frac{۴/۲\vec{j} - (-۵/۶)\vec{j}}{۰/۰۱} = ۹۸۰\ \vec{j}m/s^۲$$

در تست سال ۷۷ گزینه صحیح گزینه (۱)برابر $۹۷۳m/s^۲$ است .



۴-۲۶)

$$AO' = ۵۰cm = ۰/۵m$$
$$h' = ۰/۵ + ۰/۵Cos\theta$$
$$h = (۱)Cos۶۰^{\circ} = ۰/۵$$

$$mgh = mgh' \Rightarrow h = h' \Rightarrow ۰/۵Cos\theta = ۰ \Rightarrow \theta = ۹۰$$

۳-۲۷) برای عدم اشتباه سرعت انرژی پتانسیل را با $U(\vec{r})$ نمایش می‌دهیم .

$$U(\vec{r}) = \alpha x^{۲} + \beta xy + \gamma z$$
$$U(r = ۰) = ۰, V_{۰} = \sqrt{\frac{۲\alpha}{m}}, U(\vec{r} = i - ۲j) = \alpha - ۲\beta$$
$$T + U(\vec{r}) = E \rightarrow \frac{۱}{۲}mV^{۲} + U(\vec{r}) = \frac{۱}{۲}mV_{۰}^{۲} + U(r = ۰)$$
$$V^{۲} = V_{۰}^{۲} - U(\vec{r} = \vec{i} - \vec{۲j})(\frac{۲}{m}) = V^{۲} = (\sqrt{\frac{۲\alpha}{m}})^{۲} - (\alpha - ۲\beta)(\frac{۲}{m}) = V^{۲} = \frac{۲\alpha}{m} - \frac{۲\alpha}{m} + \frac{۴\beta}{m}$$

سرعت $\vec{V}(\vec{r} = \vec{i} - ۲j) = ۲\sqrt{\frac{\beta}{m}}$

۱-۲۸)

$$m = ۲kg \Rightarrow E_k = ۴۰۰ = \frac{۱}{۲}(۲)V^{۲} \Rightarrow V = ۲۰m/s$$

اگر جسم از ارتفاع h سقوط کرده باشد با استفاده از قانون بقای انرژی داریم :

$$mgh = \frac{۱}{۲}mV^{۲} \Rightarrow h = \frac{V^{۲}}{۲g} = \frac{(۴۰۰)}{۲(۹/۸)} = ۲۰/۴m$$

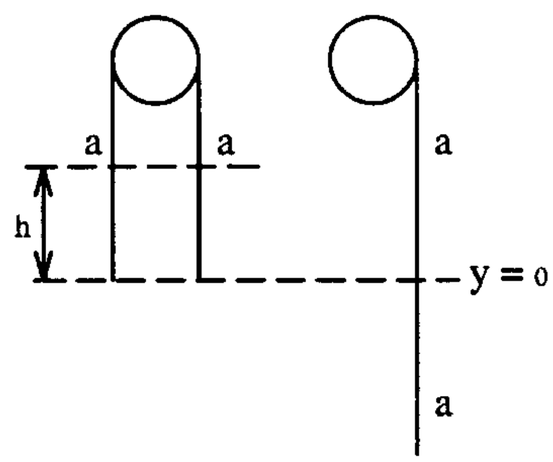
۲-۲۹)

بقای انرژی $\frac{۱}{۲}mV_{۰}^{۲} + mgh = \frac{۱}{۲}mV^{۲}$, $m = ۱kg$

انرژی جنبشی در برخورد با زمین $= \frac{۱}{۲}mV^{۲} = \frac{۱}{۲}(۱)(۱۴)^{۲} + (۱)(۹/۸)(۲۴۰) = ۲۴۵۰$

کار نیروی اصطکاک $w = -fh' = ۰ - \frac{۱}{۲}mV^{۲} = -۲۴۵۰$

$$f = \frac{۲۴۵۰}{h'} = \frac{۲۴۵۰}{۰/۲} = ۱۲۲۵۰ \ N$$

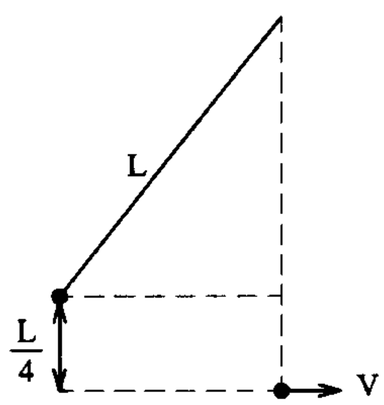


۳۰-۱) با صرف نظر از محیط میخ به علت کوچکی میخ با نوشتن بقای انرژی می‌توانیم بنویسیم : (λجرم واحد طول) مرکز جرم کل طناب در حالت اول در ارتفاع y=h و در حالت دوم در $y = ۰$ است .

$$\text{جرم کل} M = ۲\lambda a \Rightarrow \quad (۲\lambda a)gh = ۰ + \frac{۱}{۲}(۲\lambda a)V^۲$$

$$\Rightarrow V^۲ = ۲gh = ۲g(\frac{a}{۲}) = ga \Rightarrow V = \sqrt{ga}$$

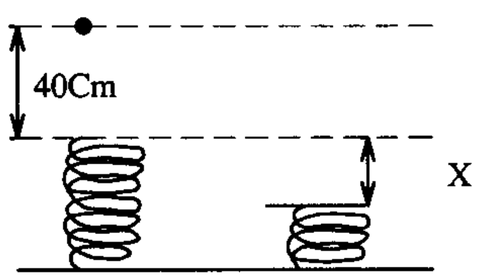
۳۱- ۳)



$$\text{بقای انرژی}: mg(\frac{L}{۴}) + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}mV^۲$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{gL}{۲}}$$

۳۲-۱)



$$\text{بقای انرژی}: mg(۰/۴ + x) = \frac{۱}{۲}kx^۲$$

$$(۲)(۱۰)(۰/۴ + x) = \frac{۱}{۲}(۱۹۶۰)x^۲$$

$$\Rightarrow ۹۸۰x^۲ - ۲۰x - ۸ = ۰ \quad \Rightarrow x = \frac{۱۰ \pm \sqrt{(۱۰)^۲ - (-۸)(۹۸۰)}}{۹۸۰} = \begin{cases} ۰/۱ \\ -۰/۰۸ \end{cases}$$

پاسخ صحیح $x = ۰/۱m$ می‌باشد (۰/۰۸- قابل قبول نیست)

۳۳-۴)

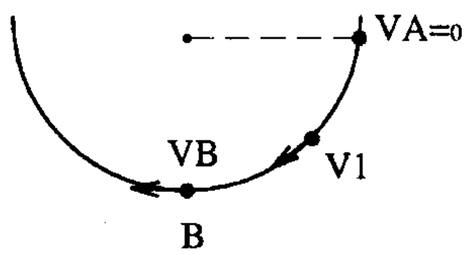
$$\text{بین نقطه A و B} : \quad mgh = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ \Rightarrow V_B = \sqrt{۲gh}$$

$$\text{نیروی اصطکاک روی سطح افقی} f = \mu mg \Rightarrow ma = -\mu mg \Rightarrow \text{شتاب کند شونده} a = -\mu g$$

$$V_c = ۰ \Rightarrow ۰ - V_B^۲ = ۲a(۳) \Rightarrow a = \frac{-V_B^۲}{۶} = -\mu g$$

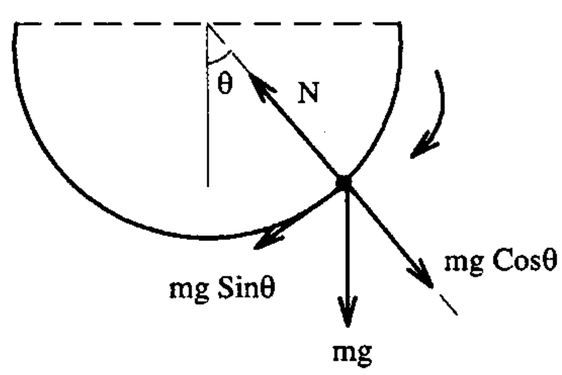
$$\Rightarrow \mu = \frac{V_B^۲}{۶g} = \frac{۲gh}{۶g} = \frac{h}{۳} = \frac{۱}{۳} = ۰/۳۳$$

۳۴-۴)



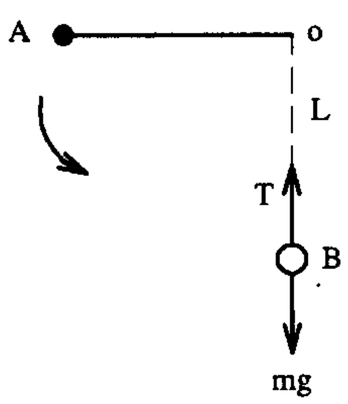
$$V_B > V_۱ > V_A = ۰$$

$$\text{شعاع مسیر} = R = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_{B۰}^۲}{R} > \frac{V_۱^۲}{R} > ۰$$



بنابراین شتاب شعاعی $a_r = \frac{V^۲}{r}$ افزایش می‌یابد. از طرفی همان‌طور که از شکل مشخص است $a_T = gSin\theta$ که به علت کاهش θ مقدار آن کاهش می‌یابد.

۳۵-۲)

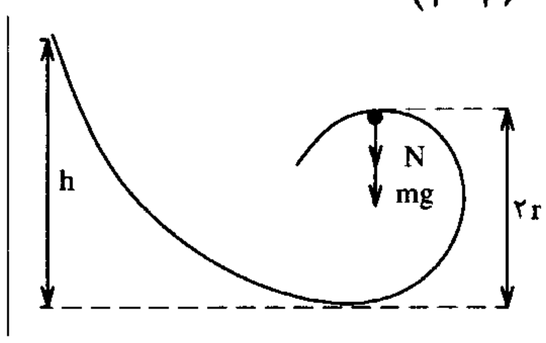


بقای انرژی بین A و B $mgL = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ \Rightarrow V_B^۲ = ۲gL$

نیروی جانب مرکز $FB_r = T - mg = \frac{mV_B^۲}{L} = ۲mg$

$$\Rightarrow T = ۳mg$$

۳۶-۲)

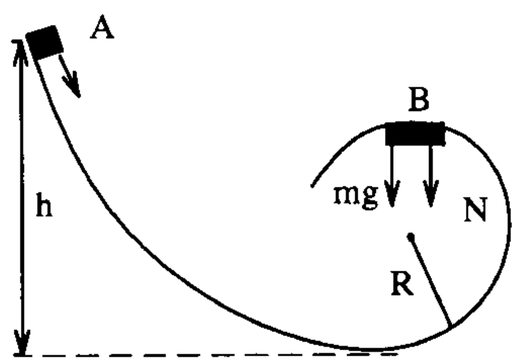


نیروی جانب مرکز در بالاترین نقطه $F = mg + N = \frac{mV^۲}{r}$

$$N = ۰ \Rightarrow mg = \frac{mV_{min}^۲}{r} \Rightarrow V_{min}^۲ = rg$$

بقای انرژی $mgh = \frac{۱}{۲}mV_{min}^۲ + mg(۲r) = \frac{۱}{۲}m(rg) + mg(۲r)$

$$\Rightarrow h = \frac{۱}{۲}r + ۲r \Rightarrow h = \frac{۵}{۲}r = \frac{۵}{۲}(۴۰) = ۱۰۰\ cm = ۱m$$



۳۷- ۱)

جسم در بالاترین نقطه از مسیر جدا نشود پس $V_B \neq 0$

نیروی جانب مرکز $F = mg + N = \frac{mV_B^2}{R}$

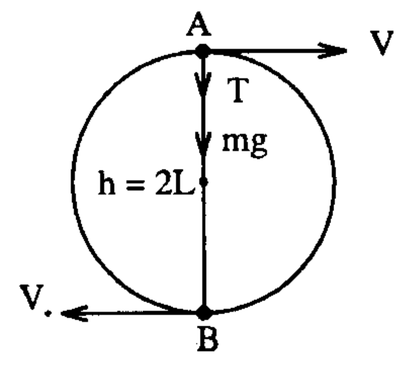
حداقل $V_A \to V_B$ حداقل $\Rightarrow N \cong 0$ در نقطه B $\Rightarrow mg \cong \frac{mV_B^2}{R} \Rightarrow V_B^2 = Rg$

البته N کاملاً صفر نیست چرا که جسم از سطح جدا نمی‌شود.

بقای انرژی بین A و B $mgh = mg(2R) + \frac{1}{2}mV_B^2 = mg(2R) + \frac{1}{2}m(Rg)$

$$\Rightarrow h = 2R + \frac{1}{2}R = \frac{5}{2}R$$

۳۸- ۳) برای آن که جسم m در بالاترین نقطه نیفتد و به دوران ادامه دهد باید :



$\frac{mV^2}{L} = T + mg$ حداقل $V_0 \Rightarrow V$ حداقل $\Rightarrow T = 0$

$$\frac{mV^2}{L} = mg \Rightarrow V^2 = Lg$$

از طرفی به علت بقای انرژی بین نقطه تعادل پایدار B و نقطه A داریم :

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}m(Lg) + 2mgL \Rightarrow V_0^2 = 5gL \Rightarrow V_0 = \sqrt{5gL}$$

۳۹-۳) برای به دست آوردن نزدیک‌ترین فاصله ابتدا انرژی پتانسیل را با توجه به نیروی داده شده به دست آورده و سپس با استفاده از قانون بقای انرژی در دو نقطه p و q فاصله r_{min} را به دست می‌آوریم .

$$F = \frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \frac{K}{r^3} = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow V(r) = -\int F dr = -\int \frac{K}{r^3} dr \Rightarrow V(r) = \frac{1}{2}\frac{K}{r^2} \Rightarrow V(r = r_{min}) = \frac{1}{2}\frac{K}{r_{min}^2}$$

با توجه به بقای انرژی p و q خواهیم داشت : q در فاصله بسیار دور است $V(r) \to 0$

$$E_q = \frac{1}{2}mV_0^2 = E_p = \frac{1}{2}\frac{K}{r_{min}^2} \Rightarrow r_{min}^2 = \frac{K}{2(\frac{1}{2}mV_0^2)} \Rightarrow r_{min} = (\frac{K}{mV_0^2})^{\frac{1}{2}}$$

۴۰- ۴) اگر فرض کنیم جرم m در نقطه q از سطح جدا شود در این نقطه $N = 0$ می‌شود.

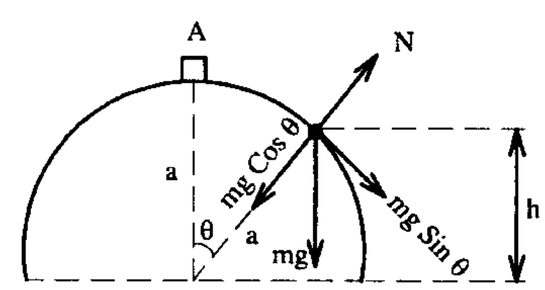
نیروی جانب مرکز $F_r = mgCos\theta - N = \frac{mV^2}{a} \Rightarrow mgCos\theta = \frac{mV_q^2}{a}$

$\Rightarrow V_q^2 = gaCos\theta$

بقای انرژی بین A و q $mga = mgaCos\theta + \frac{1}{2}mV_q^2 \Rightarrow V_q^2 = 2ga(1 - Cos\theta)$

$\Rightarrow gaCos\theta = 2ga(1 - Cos\theta) \Rightarrow Cos\theta = \frac{2}{3}$

ارتفاع در لحظه جداشدن $h = aCos\theta = \frac{2}{3}a \quad , \theta = Cos^{-1}\frac{2}{3}$



(۴-۴۱

(۱-۴۲

$$a(x) = (4x - 2) \Rightarrow U(x) = -\int f(x)dx = -\int m(4x - 2)dx$$

$$U(x) = -m(2x^2 - 2x) \Rightarrow U(0) = 0$$

انرژی کل $E = E_{.k} + U(0) = \frac{1}{2}mV_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m(10)^2$

بقای انرژی $E = \frac{1}{2}mV^2(x) + U(x) \Rightarrow \frac{1}{2}m(10)^2 = \frac{1}{2}mV^2(x) - m(2x^2 - 2x)$

$$\Rightarrow (10)^2 + 2(2x^2 - 2x) = V^2(x) \Rightarrow V(x) = \sqrt{100 + 4x^2 - 4x}$$

(۴-۴۳

دستگاه منزوی $\Rightarrow$ کل $E =$ ثابت

فاصله دو ذره بسیار زیاد $\Rightarrow$ انرژی پتانسیل $E_p = 0$

$$\begin{cases} E = E_k + E_p \\ E_k = \frac{۱}{۲} mV^۲ > ۰ \end{cases}$$

بنابراین $E = E_k > ۰$

۴۴-۳) نیروی جانب مرکز $F = \frac{ze^۲}{r^۲}$ است :

$$\frac{mV^۲}{r} = \frac{ze^۲}{r^۲} \Rightarrow E_k = \frac{۱}{۲} mV^۲ = \frac{ze^۲}{۲r}$$

$$E_p = \frac{(ze)(-e)}{r} = \frac{-ze^۲}{r}$$

$E = E_p + E_k$ مقدار منفی می‌شود چون $|E_P| = ۲E_k$ است.

۴۵-۱) کار ناشی از نیروهای داخلی برحرکت کل سیستم تأثیری ندارد بلکه حرکت کل سیستم ناشی از نیروهای خارجی است $E_{k'} - E_k = W_{ext}$

۴۶- ؟) با فرض آن که تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل شده باشد.

$$Q = k = \frac{۱}{۲} mV^۲ = \frac{۱}{۲}(۱۵۰۰)(۵)^۲ = ۱۸۷۵۰J \cong ۱۸/۷ \times ۱۰^۳ J$$

۴۷-۲)

$$m = ۵۰ gr = ۰/۰۵ kg$$

$$Q = \frac{۱}{۲} mV^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۰۵)(۲۰۰)^۲ = ۱۰۰۰ \text{ ژول}$$

۴۸-۳)

انرژی جنبشی اولیه $k_۱ = \frac{۱}{۲} mV_۱^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۱۰۰)(۲۰۰)^۲ = ۲۰۰۰ J$

انرژی جنبشی نهایی $k_۲ = \frac{۱}{۲} mV_۲^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۱۰۰)(۵۰)^۲ = ۱۲۵ J$

انرژی گرمایی $Q = k_۱ - k_۲ = ۱۸۷۵J$

$$E_k = \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲}m(۱۰۰)^۲ \quad ,c = ۱۰۰\ \frac{J}{kgc^\circ}$$ **۲-۴۹)**

تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل می‌شود . $E_k = Q \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(۱۰۰)^۲ = mc\Delta T$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{(۱۰۰)^۲}{۲c} = \frac{(۱۰۰)^۲}{۲(۱۰۰)} = ۵۰c^\circ$$

۵۰- ؟)

$$E_۱ = \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲}(۱)(۰/۱\times c)^۲$$

$$E_۲ = mc^۲ \Rightarrow E_۱ = E_۲ \Rightarrow mc^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۱)^۲c^۲ \Rightarrow m = ۰/۰۰۵\ kg$$

۵۱-۲) چون سرعتها نسبیتی هستند پس داریم :

$$W = E_۲ - E_۱ = \left(\frac{m_۰c^۲}{\sqrt{۱-(۰/۸)^۲}} - m_۰c^۲\right) - \left(\frac{m_۰c^۲}{\sqrt{۱-(۰/۶)^۲}} + m_۰c^۲\right)$$

$$W = \frac{۵}{۱۲}m_۰c^۲$$

۵۲- ۴)

u_1 سرعت گلوله درست قبل از برخورد است و داریم :

$$mgh = \frac{۱}{۲}mu_۱^۲ \rightarrow u_۱ = \sqrt{۲gh}$$

$$\frac{۱}{۲}mV_۱^۲ = mgh' \rightarrow V_۱ = \sqrt{۲gh'}$$

$V_۱$ سرعت گلوله درست بعد از خوردن به زمین (و بلندشدن مجدد)است :

$$V_۱ = \%۸۰\,u_۱ \rightarrow \sqrt{۲gh'} = \frac{۸۰}{۱۰۰}\sqrt{۲gh} \rightarrow h' = \frac{۶۴}{۱۰۰}h \rightarrow h' = ۰/۶۴\,h$$

۵۳-۲)

$$U = Kr^n \Rightarrow \vec{F} = -\vec{\nabla}U = -K(\hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{۱}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi}\frac{۱}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi})r^n = -K\hat{r}\,nr^{n-۱}$$

$$\frac{ar}{a\theta}=\circ,\ \frac{ar}{a\phi}=\circ$$

(۲-۵۴

$$V(r)=-\int\vec{F}.d\vec{r}=-\int\frac{-k}{r^{۳}}dr=k\int_{\infty}^{r}\frac{dr}{r^{۳}}=\frac{k}{-۳+۱}r^{-۲}\Big|_{\infty}^{r}$$

$$=\frac{-k}{۲}r^{-۲}=\frac{-k}{۲r^{۲}}$$

۵-۵۵) نیروی پایستار نیرویی است که $\vec{\nabla}\times\vec{F}=\circ$ یا $\oint\vec{F}.d\vec{r}=\circ$ باشد .

(۱-۵۶

$$U(x')=U(\circ)+U'(\circ)\times\frac{۱}{۲}U''(\circ)x^{۲}+....$$

$$U(x)=\frac{۱}{۲}kx^{۲}+\frac{۱}{۴}bx^{۴}$$

$$\vec{F}=-\vec{\nabla}U\Rightarrow F=\frac{-\partial U}{\partial x}\quad\rightarrow F=-kx-bx^{۳}$$

(۱-۵۷

$$V=-\int_{\infty}^{r}(\frac{\alpha}{r^{۲}}+\frac{\beta}{r^{۳}})dr=\frac{\alpha}{r}+\frac{\beta}{۲r^{۲}}$$

(۵ -۵۸

$$E=T+U\qquad\frac{dE}{dt}=\frac{dT}{dt}+\frac{dU}{dt}=F.V+\frac{\partial U}{\partial t}+\sum_{i}\frac{\partial U}{\partial_{xi}}\overset{\circ}{x}i$$

$$=F.V+\frac{\partial U}{\partial t}+\nabla U.v=\frac{\partial U}{\partial t}\quad,\quad F=-\nabla U\Rightarrow F.V+\nabla U.V=\circ$$

(۳-۵۹

$$V=-\int_{\infty}^{r}\vec{F}.\overrightarrow{dr}=-k\int_{\infty}^{r}\frac{dr}{r^{۳}}=\frac{k}{۲r^{۲}}$$

با استفاده از قضیه ویریال :

$$<T>=\frac{۱}{۲}<\vec{r}.\overrightarrow{\nabla v}>=-\frac{۱}{۲}<\vec{r}.\vec{F}>=-\frac{۱}{۲}<\vec{r}.\frac{k}{r^{۳}}\hat{r}>=-\frac{۱}{۲}<\frac{k}{r^{۲}}>$$

برای یک مدار دایره‌ای به دست می‌آید :

$$<E>=<T>+<V>=-\frac{۱}{r}<\frac{k}{r^۲}>+<\frac{k}{۲r^۲}>=۰\rightarrow E=۰$$

۶۰-۲) با استفاده از قانون بقای انرژی داریم :

$$mgh=\frac{۱}{۲}mV^۲$$

$$V=\sqrt{۲gh}\qquad F=-kx-bx^۳\qquad U=-\int Fdx=\frac{۱}{۲}kx^۲+\frac{۱}{۴}bx^۴$$

$$\Rightarrow(x^۲+\frac{k}{b})^۲=\frac{۴mgh}{b}+\frac{k^۲}{b^۲}\quad \text{یا}\quad x=\left(\sqrt{\frac{۴mgh}{b}+\frac{k^۲}{b^۲}}-\frac{k}{b}\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

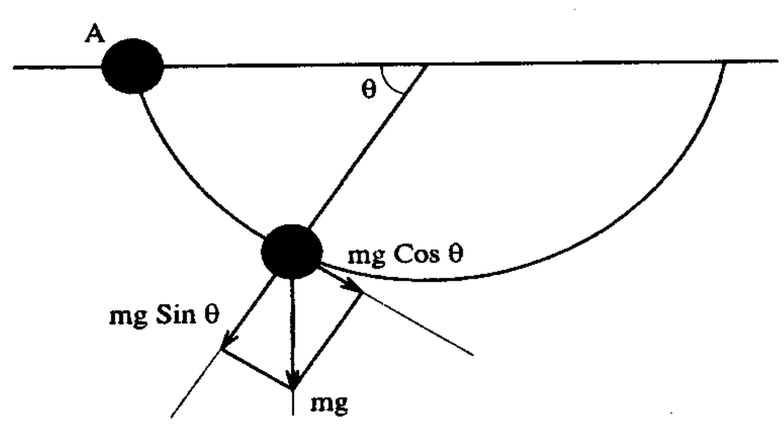
۶۱-۵)

$$U=۰\qquad \Delta U=-W=-\int_۰^\theta(mg\cos\theta)Rd\theta$$

$$U=-mgR\sin\theta$$

$$E_A=E_B\rightarrow ۰=\frac{۱}{۲}mV^۲-mgR\sin\theta\rightarrow\frac{V^۲}{R}=۲g\sin\theta$$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow a_N=\dfrac{V^۲}{R}=۲g\sin\theta\\ \text{از طرفی}\quad :a_T=g\cos\theta\end{array}\right\}|a|=\sqrt{a_N^۲+a_T^۲}=g\sqrt{۳\sin^۲\theta+۱}$$



۶۲-۲)

۶۳-۴)

$$\vec{\nabla}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{i} & \vec{i}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ ax+۲by^{۲} & cxy & ۰\end{vmatrix}=\vec{i}(\frac{\partial}{\partial y}۰-\frac{\partial}{\partial z}cxy)-\vec{j}(\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial z}(ax^{۲}+۲by^{۲}))$$

$$+\vec{K}(\frac{\partial}{\partial x}cxy-\frac{\partial}{\partial y}(ax+۲by^{۲}))=۰\vec{i}-۰\vec{j}+(cy-۴by)\vec{k}$$

$$=۰\Rightarrow cy-۴by=(c-۴b)y=۰\Rightarrow ۴b=c$$

۶۴-۲)

$$A(۲,۲,۲)\,m \;\rightarrow B(۱,۱,۱)\;m$$

انرژی پتانسیل $U=x^{۲}+y^{۲},z^{۲}\;,\;V_A=۰\Rightarrow V_B=?$

نیرو پایستار است $\Rightarrow \Delta K=-\left[(۱^{۲}+۱^{۲}+۱^{۲})-(۲^{۲}+۲^{۲}+۲^{۲})\right]=۹J$

$$۹=\frac{۱}{۲}mV_B^{۲}-\frac{۱}{۲}mV_A^{۲}=\frac{۱}{۲}(۲)V_B^{۲}-۰\Rightarrow V_B=۳\frac{m}{s}$$

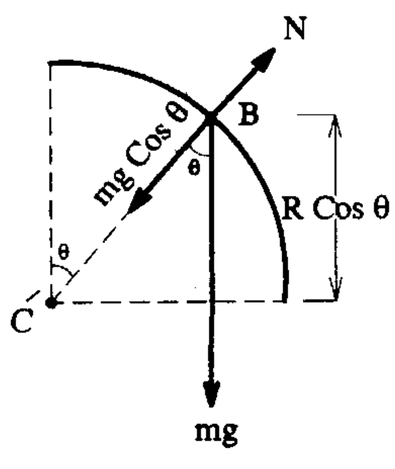
۶۵-۳) چون فقط می‌خواهیم به بالاترین نقطه حلقه $(h=۲R)$ برسد می‌تواند در بالاترین نقطه حلقه (B) دارای سرعت صفر بوده و سقوط کند $(V_B=۰)$

$$\frac{۱}{۲}mv_A{}^{۲}+۰=۰+mg(۲R)\Rightarrow V_A=\sqrt{۴gR}$$

۶۶-۴)

بقای انرژی بین O و A $\quad mg\frac{R}{۴}=\frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲}$

بقای انرژی بین O و B $\quad mgR+\frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲}=mgR\cos\theta+\frac{۱}{۲}mv_B^{۲}$



$$\Rightarrow\frac{۵mgR}{۴}=mgR\cos\theta+\frac{۱}{۲}mV_B^{۲}\Rightarrow V_B^{۲}=(\frac{۵}{۲}-۲\text{Cos}\theta)gR$$

در نوشتن بقای انرژی بین O و B ارتفاع ذره تا نقطه C' در نظر گرفتیم $N=۰$ در لحظه جدا شدن و $mg\text{Cos}\theta-N=\frac{mV_B^{۲}}{R}$

$$\Rightarrow mgCos\theta = \frac{m}{R}(\frac{۵}{۲} - ۲Cos\theta)gr$$

$$\Rightarrow ۳Cos\theta = \frac{۵}{۲} \Rightarrow Cos\theta = \frac{۵}{۶}$$

(۴-۶۷

فصل هشتم

بقای اندازه حرکت (تکانه)

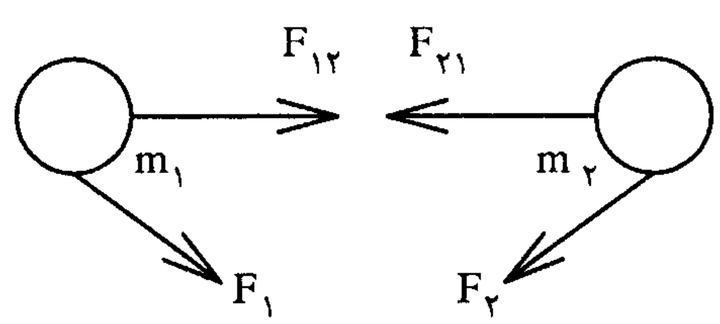
مقدمه

در بررسی حرکت انتقالی یک جسم و یا دستگاهی از ذرات ، مرکز جرم ، نقطه‌ای است که تمام مرکز جرم در آنجا متمرکز شده است و کلیه نیروهای خارجی به آن نقطه اثر می‌کند .

۸-۱ مرکز جرم

دو جسم به جرمهای m_1, m_2 همانند شکل زیر را در نظربگیرید که با یکدیگر و با اجسام خارجی بر هم کنش می‌کنند ، بر طبق قانون دوم نیوتن ، شتاب a_1 جرم m_1 به صورت زیر به دست می‌آید .

$$m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \qquad (۸-۱)$$



به همین ترتیب برای جرم m_2 معادله حرکت به صورت زیر است .

$$m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_{21} \qquad (۸-۲)$$

از جمع معادله (۱)و (۲) داریم :

$$m_1\vec{a}_1 + m_1\vec{a}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} \qquad (۸-۳)$$

بر طبق قانون سوم نیوتن داریم :

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

$$\Rightarrow m_1 a_1 + m_2 a_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{ext} \Rightarrow \vec{F}_{ext} = (m_1 + m_2)\vec{a}_{cm} \qquad (۸-۴)$$

$$\Rightarrow m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 = (m_1 + m_2)\vec{a}_{cm} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{cm} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}} \qquad (۸-۵)$$

$V_{cm} = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}$

توجه : شتاب فوق شتاب نقطه‌ای است به نام مرکز جرم که مختصات x,y,z از روابط زیر به دست می‌آید.

n تعداد ذرات و (x_i, y_i, z_i) مختصه ذره i ام است و M جرم کل است.

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{M} \qquad (۸-۶)$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots + m_n y_n}{\sum m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{M}$$

$$z_{cm} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots m_n z_n}{\sum m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{M}$$

در نماد گذاری برداری هریک از ذرات دستگاه را می‌توان با بردارمکان r_i و محل مرکز جرم را می‌توان با بردار مکان $\vec{r}_{cm}$ در یک چارچوب مرجع خاص مشخص کرد.

$$\vec{r}_i = \vec{i}x_i + \vec{j}y_i + \vec{k}z_i \ , \ \vec{r}_{cm} = \vec{i}x_{cm} + \vec{j}y_{cm} + \vec{k}z_{cm} \Rightarrow \vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{r}_i \qquad (۸-۷)$$

نکته (۱) : اگر مبدأ چارچوب مرجع در مرکز جرم باشد یعنی ($r_{cm} = 0$) در آن صورت معادله فوق به صورت ذیل خواهد بود .

$$\sum m_i \vec{r}_i = 0$$

نکته (۲) : مرکزجرم دستگاهی ازذرات فقط به جرم ذرات و موضع آنها نسبت به یکدیگر بستگی دارد .

نکته (۳) : در صورتی که بخواهیم مرکز جرم یک توزیع پیوسته‌ای از جرم را به دست آوریم، می‌توان فرض کرد آن توزیع پیوسته جرمی متشکل از ذراتی به جرم Δm_i و در مکان $\vec{r}_i$ می‌باشد :

$$x_{cm} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum \Delta m_i x_i}{\sum \Delta m_i} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{1}{M}\int x dm$$

$$y_{cm} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum \Delta m_i y_i}{\sum \Delta m_i} = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{1}{M}\int y dm \qquad (۸-۸)$$

$$z_{cm} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum \Delta m_i z_i}{\sum \Delta m_i} = \frac{\int z dm}{\int dm} = \frac{1}{M}\int z dm$$

رابطه برداری هم ارز با سه رابطه فوق به صورت زیر است .

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\int \vec{r} dm \qquad (۸-۹)$$

۸-۲ حرکت مرکز جرم

همان طور که از قبل بررسی شد ، بر طبق قانون دوم نیوتن برای دستگاهی از ذرات ، مرکز جرم یک دستگاه از ذرات هنگامی حرکت می‌کند که تمامی جرم دستگاه در مرکز آن متمرکز شده و تمامی نیروهای بیرونی روی آن نقطه وارد می‌شود.

$$\bar{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \qquad (۸-۱۰)$$

شتاب مرکز جرم

مجموع نیروهای خارجی — جرم کل دستگاه

۸-۳ قضیه کار - انرژی برای دستگاهی از ذرات

$$W_c = \Delta k_c = k_{cf} - k_{ci} = \frac{1}{2}MV_{cf}^2 - \frac{1}{2}MV_{ci}^2 \qquad (۸-۱۱)$$

w_c : کار مرکز جرم

k_{ci}, k_{cf} : انرژی جنبشی اولیه و نهایی مرکز جرم

V_{ci}, V_{cf} : سرعت اولیه و نهایی مرکز جرم

۸-٤ اندازه حرکت خطی یک ذره

حاصل ضرب جرم ذره m در سرعتش $\vec{v}$، را اندازه حرکت می‌گویند و با $\vec{p}$ نشان می‌دهندکه کمیتی است برداری $\vec{p} = mv$

توجه : اگر سیستمی دارای دو یا چند ذره باشد، اندازه حرکت کل سیستم با مجموع برداری اندازه حرکتهای تک تک اجسام برابر است با :

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = m\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n \Rightarrow \vec{p} = M\vec{V}_{cm} \quad (۸-۱۲)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که اندازه حرکت کل دستگاه ذرات برابر است با حاصل ضرب جرم کل دستگاه در سرعت مرکز جرم آن .

اگر بر یک سیستم ذرات نیروهای خارجی وارد شود بر طبق قانون دوم نیوتن خواهیم داشت .

$$\vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm}$$

توجه : نیروهای داخلی وارد بر ذرات بنابر قانون سوم نیوتن همدیگر را خنثی می‌کنند. از رابطه (۱۲-۸) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم .

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = M\frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = M\vec{a}_{cm} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext} \quad (۸-۱۳)$$

۸-۵ بقای اندازه حرکت خطی

چنان چه مجموع نیروهای خارجی وارد شده روی یک سیستم صفر باشد ، اندازه حرکت خطی کل دستگاه ثابت باقی می‌ماند.

$$\vec{p} = const \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

نتیجه : هرگاه برآیند نیروهای خارجی وارد بر یک سیستم صفر باشد اندازه حرکت برداری کل سیستم ثابت می‌ماند که این اصل را اصل بقای اندازه حرکت خطی می‌گویند.

برای دستگاهی از ذرات داریم :

$$\begin{cases} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots \vec{p}_n = \vec{p} = \text{ثابت} \\ m_1\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n = \text{ثابت} \end{cases} \quad (۸-۱۴)$$

نکاتی چند درمورد بقای اندازه حرکت خطی :

۱- اندازه حرکت یک دستگاه فقط توسط نیروهای خارجی وارد بر سیستم می‌تواند تغییر کند.

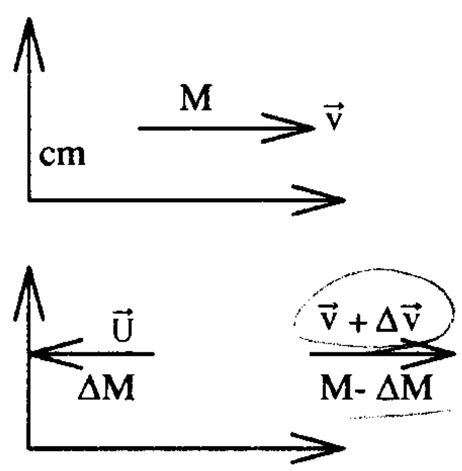
۲- ممکن است اندازه حرکت تک تک ذرات تغییر کند ، اما اگر هیچ نیروی خارجی وجود نداشته باشد ، مجموع آنها ثابت می‌ماند .

۳- اندازه حرکت یک کیمت برداری است، بنابراین معادله فوق با سه معادله اسکالر که هر کدام مربوط به یک محور مختصات است ، هم ارز است . بنابراین بقای اندازه حرکت خطی برای حرکت یک سیستم سه شرط به دست می‌دهد ، از طرف دیگر بقای انرژی برای حرکت یک سیستم فقط یک شرط در اختیار ما قرار می‌دهد ، زیرا انرژی یک کمیت اسکالر است .

۸-۶ دستگاههایی با جرم متغیر

سیستمهایی که قبلاً مورد مطالعه قرار گرفت سیستمهایی بودند که در آنها مقدار M(جرم کل) در طول زمان ثابت بوده و در این بخش به سیستمهایی می‌پردازیم که در هنگام آزمایش ، جرم به آنها وارد و یا خارج می‌شود و مقدار $\frac{dM}{dt}$ در حالت مثبت و حالت دوم منفی است .

فرض می‌کنیم جسمی به جرم M با سرعت به سمت راست حرکت می‌کند و در حین حرکت در مدت زمان Δt مقدار ΔM از جرم M کاسته شده و با سرعت U نسبت به جرم به سمت چپ حرکت می‌کند.



$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F}_{ext} \cong \frac{\overrightarrow{\Delta p}}{\Delta t} = \frac{p_f - p_i}{\Delta t}$$

$$\vec{p}_f = (M-\Delta M)(\vec{v}+\overrightarrow{\Delta v}) + \Delta M\vec{u} \quad , p_i = M\vec{v}$$

$$\Rightarrow F_{ext} = \frac{[(M-\Delta M)(\vec{v}+\Delta\vec{v}) + \Delta Mu] - [M\vec{v}]}{\Delta t} \Rightarrow F_{ext} = M\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} + [\vec{u} - (\vec{v}+\Delta\vec{v})]\frac{\Delta M}{\Delta t}$$

(۸-۱۵)

اگر $\Delta t \to 0$ میل کند (۸-۱۵) به معادله زیر تبدیل می‌شود. (از $\Delta V \Delta M$ صرف نظر می‌کنیم).

$$\Rightarrow F_{ext} = M\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dM}{dt} - \vec{u}\frac{dM}{dt}$$

با توجه به آنکه ΔM جرم بیرون رفته از موشک در زمان Δt است و $\frac{dm}{dt}$ منفی است پس :

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = -\frac{dm}{dt}$$

$$F_{ext} = \frac{d}{dt}(Mv) - u\frac{dM}{dt} \qquad (۸-۱۶)$$

فرمول بالا همان قانون دوم نیوتن است و نیروهای خارجی وارد بر جسمی که جرمش تغییر می‌کند.

نکته : در حالت خاص وقتی که جرم جسم در طول زمان ثابت باشد ، در آن صورت معادله فوق به صورت زیر خواهد بود.

$$\vec{F}_{ext} = (\frac{d}{dt})(M\vec{v}) = M\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dM}{dt} = M\frac{d\vec{v}}{dt} + \cdot \Rightarrow \vec{F}_{ext} = M\vec{a}$$

توجه : در معادله (۸-۱۵) کمیت $\vec{u} - \vec{v}$ سرعت نسبی $(\vec{v}_{rel})$ جرم خارج شده نسبت به سرعت جسم اصلی است . بنابراین معادله (۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$M\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{ext} + (\vec{u} - \vec{v})\frac{dM}{dt} \quad \text{یا} \quad M\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{ext} + \vec{v}_{rel}\frac{dM}{dt} \qquad (۸-۱۷)$$

کمیت $\vec{v}_{rel}\frac{dM}{dt}$ را آهنگ انتقال اندازه حرکت به داخل یا خارج سیستم توسط جرم خارج یا داخل شده به سیستم گویند.

نکته : در موشک کمیت فوق را نیروی پیشران می‌نامند.

۸-۷ پرسشهای چندگزینه‌ای

۱- چهار ذره به جرمهای ۵ و۷/۵ و ۹ و ۱۲/۵ کیلوگرم به ترتیب در نقاط (۲،۳) و (۳- ،۴) و (۳،۵) و (۶- ، ۴-) قرار دارند مختصات مرکز جرم دستگاه را پیدا کنید ؟

(کنکور کارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی»۷۸)

۱- $Y_{cm}=\frac{۱۵}{۳۴}, X_{cm}=\frac{-۷۱}{۶۸}$

۲- $Y_{cm}=\frac{۳۴}{۵۱}, X_{cm}=\frac{-۶۸}{۷۱}$

۳- $Y_{cm}=\frac{۳۷}{۱۸}, X_{cm}=\frac{-۲۴}{۱۱}$

۴- $Y_{cm}=\frac{-۴۲}{۱۵}, X_{cm}=\frac{-۳۷}{۱۲}$

۲- مرکز جرم سه ذره به جرمهایَ ۱kg و ۲kgو ۳kg را که در سه رأس یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع یک متر قرار دارند تعیین کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی»۸۰)

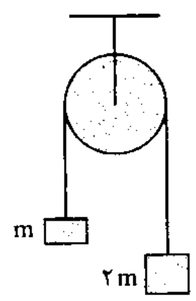
۱- $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۲- $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳- $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۴- $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

۳- شکل مقابل ماشین آتوودی با وزنه‌هایی به جرم m و ۲m را نشان می‌دهد . اگر از جرم نخ و قرقره و اثر اصطکاک صرف‌نظر شود ، اندازه شتاب مرکز جرم دستگاه کدام است ؟ (g شتاب جاذبه در سطح زمین است). **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)**



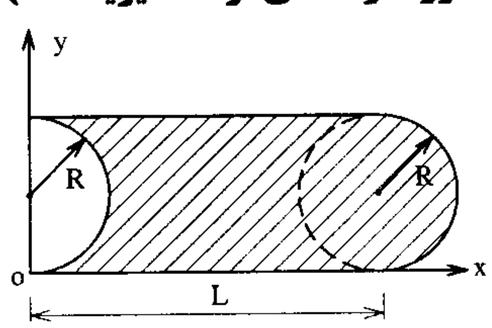
۱- g

۲- $\frac{۱}{۳}g$

۳- $-\frac{۱}{۹}g$

۴- $\frac{۲}{۹}g$

۴- از ورقه‌ای همگن ، قطعه‌ای به جرم m مطابق شکل هاشورخورده زیر بریده شده است. مختصات مرکز جرم این قطعه نسبت به مبدأ Oچیست ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک۷۹)**



۱- $X_{CM}=\frac{L}{۲}+\frac{\pi R}{۲}$, $y_{cm}=R$

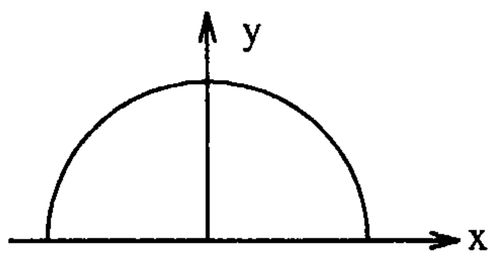
۲- $X_{CM}=\frac{L}{۲}+\frac{\pi R}{۴}$, $y_{cm}=R$

۳- $X_{CM}=\frac{L}{۲}+\frac{\pi R}{۲}$, $y_{cm}=\frac{R}{۲}$

۴- $y_{cm} = R$, $X_{CM} = \frac{L}{۲}$

۵- مکان مرکز جرم یک قرص نیم‌دایره‌ای یکنواخت به شعاع a عبارت است از :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی حالت جامد۷۸)



۱- $X_{cm} = \frac{۴a}{۳\pi}$ ۲- $Y_{cm} = \frac{۴a}{۳\pi}$

۳- $X_{cm} = \frac{۳\pi}{۴a}$ ۴- $Y_{cm} = \frac{۳\pi}{۴a}$

۶- مرکز جرم سیم یکنواخت به طول L و چگالی طولی ρ را حساب کنید (از قطر سیم صرف‌نظر می‌شود) :

(کنکورکارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاداسلامی«ژئو فیزیک با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک و ریاضی»۷۸)

۱- $\frac{۳}{۲}\rho L$ ۲- $\frac{۵}{۲}\rho L$ ۳- $۳\rho L$ ۴- $\frac{۱}{۲}\rho L$

۷- مرکز جرم جسم محصور بین سهمی $y = \frac{x^۲}{b}$ و خط $y = b$ کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی حالت جامد و کاربردی۷۹)

۱- ۰/۶b ۲- ۰/۸b ۳- ۰/۵b ۴- ۰/۷b

۸- یک قرص دایره‌ای به شعاع a در صفحه xy قرار دارد که مرکز آن درمبدأمختصات‌است . نصف قرص که بالای محور x است دارای چگالی جرمی ۲σ و نصف پایینی چگالی σ است . مرکز جرم این قرص کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)**

۱- $X_{cm} = ۰ \quad Y_{cm} = -\frac{۴a}{۹\pi}$ ۲- $X_{cm} = ۰ \quad Y_{cm} = \frac{۴a}{۹\pi}$

۳- $X_{cm} = ۰ \quad Y_{cm} = -\frac{a}{۳}$ ۴- $X_{cm} = \frac{۴a}{۹} \quad Y_{cm} = ۰$

۹- توپی به جرم ۰/۱ کیلوگرم از ارتفاع ۲ متری با زمین برخورد می‌کند تکانه را برای توپ هنگام برخورد با زمین محاسبه کنید .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی- حالت جامد ۷۹)

۱- $۰/۲\sqrt{۱۰}\,NS$ ۲- $۵\sqrt{۱۰}\,NS$ ۳- $۵\sqrt{۲}\,NS$ ۴- $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}\,NS$

۱۰- هرگاه سرعت یک اتومبیل دو برابر شود انرژی جنبشی و اندازه حرکت آن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد هواشناسی ۷۷)**

۱- ۴و۲ ۲- ۲و۲ ۳- ۲و۴ ۴- ۴و۴

۱۱- توپی به جرم ۰/۴kg با سرعت ۶ m/s در امتداد عمود بر دیواری به آن برخورد کرده و با سرعت ۶ m/s از دیوار دور می‌شود . تغییر اندازه حرکت توپ را حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک زمین شناسی و معدن ۷۷)

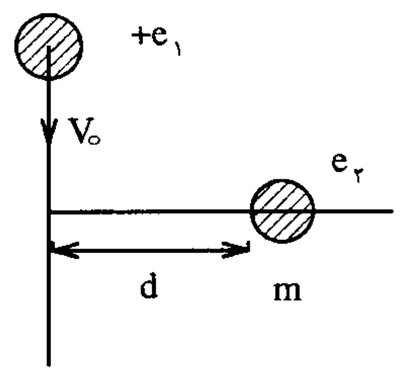
۱- ۲/۸kgm/s ۲- ۴/۸ kgm/s ۳- ۶/۸ kgm/s ۴- ۴kgm/s

۱۲- توپی به جرم ۰/۱kg از ارتفاع ۲ متری با زمین برخورد می‌کند در صورتی که $g = ۱۰ m/s^۲$ باشد .تکانه را برای توپ هنگام برخورد با زمین حساب کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۸۰)

۱- $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ NS ۲- $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ NS ۳- $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$ NS ۴- $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$ NS

۱۳- ذره‌ای با بار $+e_۱$ با سرعت زیاد $V_۰$ در امتداد خط مستقیمی از مقابل ذره ساکن با بار $+e_۲$ و جرم m به فاصله d مطابق شکل عبورمی‌کند چنان چه نیرویی بین دو ذره مرکزی و با قدر مطلق $\frac{e_۱e_۲}{r^۲}$ و جرم ذره دوم خیلی سنگین تر از ذره اول باشد ، مقدار انتقال انرژی به ذره دوم چه مقدار است؟ **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)**



۱- $m^۲V_۰^۴ d/e_۱e_۲$ ۲- $۲e_۱^۲e_۲^۲/md^۲V_۰^۲$ ۳- $\frac{۱}{۲}mV_۰^۲$ ۴- $\frac{e_۱e_۲}{d}$

۱۴- از تفنگی که جرم آن با گلوله داخلش M است گلوله‌ای به جرم m با سرعت V شلیک می‌شود. تفنگ با چه سرعتی به عقب رانده می‌شود ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- $\frac{mV}{M-m}$ ۲- $\frac{mV}{M+m}$ ۳- $\frac{mV}{M}$ ۴- $\frac{MV}{m}$

۱۵- شخصی به جرم ۷۵ kg روی قایق ساکنی به جرم ۱۵۰ kg ایستاده است ودر یک لحظه شخص با سرعت ۴m/s نسبت به آب شروع به حرکت می‌کند سرعت قایق را نسبت به آب حساب کنید .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و معدن»۷۷)

۱- ۲m/s ۲- -۲m/s ۳- ۴m/s ۴- -۴m/s

۱۶- تفنگی به جرم ۰/۸۰ kg گلوله‌ای به جرم ۱۶ % kg را با سرعت ۷۰۰m/s شلیک می‌کند سرعت پس زنی تفنگ عبارت است از:

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- ۱۸ m/s ۲- ۱۱m/s ۳- ۲۲m/s ۴- ۱۴m/s

۱۷- واگنی به جرم M و به طول L بر روی ریل بدون اصطکاکی قرار دارد . مسافری به جرم m که در یک طرف واگن نشسته است از جای خود بلند شده و طول L را می‌پیماید و در طرف دیگر واگن چه مسافتی را پیموده ، می‌ایستد؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۶)

۱- $\frac{m}{m+M}L$ ۲- $\frac{m}{M-m}L$ ۳- $\frac{M}{M+m}L$ ۴- $-\frac{m}{M-m}L$

۱۸- شخصی به جرم ۷۵ kg روی قایق ساکنی به جرم ۱۵۰ kg ایستاده است در یک لحظه شخصی با سرعت ۴ m/s نسبت به آب شروع به حرکت می‌کند . سرعت قایق را نسبت به آب حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $V = ۲\frac{m}{s}$ ۲- $V = -۲\frac{m}{s}$ ۳- $V = ۴\frac{m}{s}$ ۴- $V = -۴\frac{m}{s}$

۱۹- واگنی به وزن ۱۰۰۰kg بر روی یک ریل افقی بدون اصطکاک ایستاده است . سرنشین واگن به وزن ۵۰kg از انتهای واگن خود را با سرعت ۷m/s نسبت به واگن به سمت چپ پرتاب می‌نماید. در نتیجه واگن با سرعت .....به سمت راست به حرکت در می‌آید .

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۸)

۱- ۰/۳۵m/s ۲- -۰/۳۵m/s ۳- ۰/۳۳m/s ۴- -۰/۳۳m/s

۲۰- اندازه حرکت خطی مطلق یک جسم صلب در حال حرکت ، هنگامی صفر است که :
(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۶)

۱- این کمیت نسبت به مرکز جسم تعریف شود.
۲- جسم حول محوری که از مرکز جرمش می‌گذرد دوران‌کند .
۳- حرکت جسم صرفاً انتقالی بوده با دوران همراه نباشد .
۴- حرکت جسم صرفاً دورانی بوده با انتقال همراه نباشد .

۲۱- نارنجکی در ارتفاع ۲۰۰۰ متری با سرعت ۶۰ m/s دارای حرکت سقوط آزاد می‌باشد در این لحظه نارنجک منفجر و به دو تکه مساوی تقسیم می‌شود سرعت یکی از تکه‌های نارنجک ۸۰ m/s می‌باشد مکان مرکز جرم را برای این دو تکه نارنجک پس از ۱۰ ثانیه سقوط محاسبه کنید $g = ۱۰ m/s^۲$
(کنکورکارشناسی‌ارشد دانشگاه آزاداسلامی‌ژئو فیزیک«با زمینه علوم‌فیزیک‌وریاضی» ۸۰)

۱- ۱۲۰۰m
۲- ۷۰۰m
۳- ۱۱۰۰m
۴- ۹۰۰m

۲۲- شخصی به جرم۸۰kg روی یک قایق پارویی به طول۵m و به جرم ۳۰kg ایستاده است . اگر او از نقطه‌ای به فاصله ۱ m از یک انتهای قایق تا نقطه‌ای به فاصله ۱m از انتهای دیگر آن قدم بزند . قایق در این مدت چه فاصله‌ای را طی می‌کند .
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

۱- ۲/۱۸m
۲- ۱/۵m
۳- ۴/۸m
۴- ۱m

۲۳- شخصی به جرم ۸۰ کیلوگرم در عقب یک قایق میخی به جرم ۴۰۰کیلوگرم ایستاده است قایق با سرعت ۴ متر بر ثانیه روی میخ (از اصطکاک قایق بر روی میخ صرف نظر شود) حرکت می‌کند اگر شخصی با سرعت ۲ متر بر ثانیه نسبت به قایق طول ۱۸ متری قایق را طی نماید ، در این مدت قایق چند متر بر روی سطح میخ حرکت خواهد کرد.
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۸۰)

۱- ۳۳
۲- ۳۶
۳- ۱۸
۴- ۳۷

۲۴- در داخل قایق ساکنی دو نفر به جرمهای ۶۰kg و ۸۰kg با سرعتهای مساوی در یک راستا و در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند با صرف‌نظر کردن از کلیه اصطکاکها قایق : **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۷)**

۱- ساکن باقی می‌ماند.

۲- در جهت شخص سبک‌تر شروع به حرکت می‌کند.

۳- در جهت شخص سنگین‌تر شروع به حرکت می‌کند.

۴- شروع به نوسان می‌کند.

۲۵- اگر شخصی به وزن ۶۰ کیلوگرم نیرو طوری بایستد که نیروی وارد بر پای چپ آسیب دیده او فقط ۱۵ کیلوگرم نیرو باشد مرکز گرانش او در چند سانتی متری از پای آسیب دیده قرار دارد؟ فاصله میان دو پای این شخص ۲۰ سانتی‌مترمی‌باشد.

(کنکورکارشناسی ارشدفیزیک پزشکی ۷۷)

۱- ۵ ۲- ۱۰ ۳- ۱۵ ۴- ۱۲/۵

۲۶- یک کره یکنواخت صلب به شعاع a دارای حفره‌ای کروی به شعاع $\frac{a}{۲}$ بوده که مرکز کره به فاصله $\frac{a}{۲}$ قرار داردمرکز جرم را محاسبه کنید .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه‌آزاد اسلامی فیزیک اتمی حالت جامد۷۹)

۱- $\frac{a}{۱۲}$ ۲- $\frac{a}{۱۰}$ ۳- $\frac{a}{۸}$ ۴- $\frac{a}{۱۴}$

۲۷- میله باریکی به طول L بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به شکل قائم قرار دارد. میله به طور ناگهانی می‌افتد . وقتی فاصله مرکز جرم میله با سطح افقی به $\frac{L}{۳}$ رسید ، میله با سطح افقی زاویه‌ای برابر با α می‌سازد ، دراین صورت مقدار $tg\alpha$ با کدام گزینه برابر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه برداری ۸۰)

۱- $\frac{۱}{۳}$ ۲- $\frac{۲}{۳}$ ۳- $\frac{۳}{۲}$ ۴- ۳

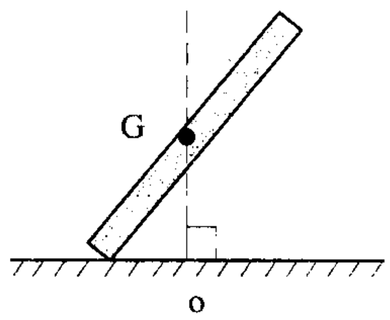
۲۸- میله‌ای‌مطابق‌شکل بر روی یک سطح افقی‌قرار دارد. آن را از حال سکون‌رها می‌کنیم. با توجه به اینکه نیروی اصطکاک قابل اغماض نیست ، در هنگام برخورد جسم به زمین مرکز جرم G در کجا به زمین می‌خورد ؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

۱- بسته به مقدار ضریب اصطکاک ممکن است در طرف چپ یا راست نقطه o

۲- در نقطه o

۳- در طرف چپ o

۴- در طرف راست o



۲۹- میله باریکی به طول L به طور قائم بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد . میله به طور ناگهانی سقوط می‌کند ، در نتیجه :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۶)

۱- انتهای میله بر روی زمین لغزنده سرمیله کمانی به شعاع $\frac{L}{۲}$ را می‌پیماید .

۲- مرکز جرم میله در راستای قائم حرکت نموده انتهای میله بر روی زمین می‌لغزد.

۳- مرکزمیله درراستای قائم پایین آمده‌انتهای میله ضمن لغزیدن کمانی به شعاع $\frac{L}{۲}$ را می‌پیماید.

۴- میله حول انتهایش دوران نموده مرکز جرم کمانی به شعاع $\frac{L}{۲}$ را می‌پیماید .

۳۰- یک زنجیر طوری روی میز بدون اصطکاکی قرار گرفته است که یک پنجم طول آن از لبه میز آویزان است . اگر طول زنجیر L و جرم آن m باشد چه مقدار کار برای بالا کشیدن قسمت آویزان شده به روی میز لازم است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۸۰)

۱- $\frac{۳}{۵}mgL$ ۲- $\frac{۱}{۵۰}mgL$ ۳- $\frac{۱}{۷}mgL$ ۴- $\frac{۱}{۵}mgL$

۳۱- زنجیری به طول L و جرم m به طور قائم به نحوی آویخته شده است که پایین ترین حلقه آن با سطح افقی میزی در حال تماس است . انتهای بالای زنجیر رها می‌شود. در لحظه‌ای که طول زنجیر بالای میز x است ، نیروی وارد بر سطح افقی میز کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی۸۰)

۱- $mg(L-x)$ ۲- $۳mg(L-x)$ ۳- mgL ۴- $۳\,mg(L-x)$

۳۲- جرم واحد طنابی λ و طول آن a است . این طناب بر فراز میزی به طول قائم نگه داشته شده است به طوری که یک سر طناب در دست آزمایشگر و سر دیگر آن درست مماس به سطح میز است و در لحظه $t = ۰$ طناب از حالت سکون از بالا رها می‌شود . نیروی وارد بر میز هنگامی که نصف طناب روی میز افتاده کدام است ؟(g شتاب جاذبه زمین است). **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)**

۱- $\frac{۳\lambda}{۲}ag$ ۲- λag ۳- $۲\lambda ag$ ۴- $\frac{\lambda ag}{۲}$

۳۳- موشکی در یک ثانیه اول حرکت خود $\frac{۱}{۵۰}$ جرمش را از دست می‌دهد اگر سرعت گاز خروجی $۲۵۰۰\ \frac{m}{s}$ باشد شتاب موشک را حساب کنید.

(کنکورکارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی «ژئوفیزیک با زمینه زمین‌شناسی» ۷۷ و ۷۹ و ۸۰)

۱- $۳۸/۲۰\ \frac{m}{s^۲}$ ۲- $۴۱\ \frac{m}{s^۲}$ ۳- $۸۰/۱\ \frac{m}{s^۲}$ ۴- $۴۰/۲\ \frac{m}{s^۲}$

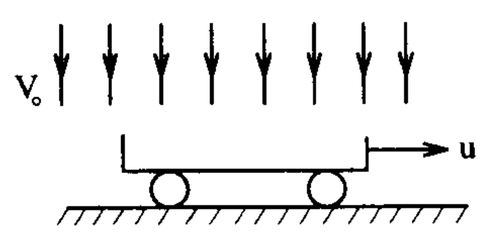
۳۴- موشکی با سرعت $۷/۵\ km/s$ نسبت به زمین در حرکت است اگر سرعت گاز خروجی $۲/۵ km/s$ باشد حساب کنید چه نسبتی از جرم اولیه موشک باقی‌مانده است ؟

(کنکورکارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- ۲۰/۱ ۲- ۴۰/۲ ۳- ۳۰/۴ ۴- ۱۵/۲

۳۵- از دید ناظر ساکن روی زمین ، باران به طور منظم و یکنواخت در راستای قائم باشار B کیلوگرم در واحد زمان از واحد سطح می‌بارد. سرعت قطره‌های باران نسبت به این ناظر مقدار ثابت $V_۰$ است . واگن سربازی به مساحت A در جاده‌ای افقی با سرعت ثابت u در حرکت است . نیروی افقی لازم برای ثابت نگه داشتن سرعت واگن چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)



۱- $BA\sqrt{u^۲ - V_۰^۲}$ ۲- BAu ۳- $\frac{BAV_۰u}{\sqrt{|u^۲ - V_۰^۲|}}$ ۴- $\frac{BAV_۰u}{\sqrt{|u^۲ - V_۰^۲|}}$

GRE -۳۶

معادله حرکت یک راکت در فضای آزاد به شکل زیر است : $m \cdot m\frac{dv}{dt} + u\frac{dm}{dt} = F$
جرم راکت، V سرعت راکت و t زمان و u مقدار ثابتی می‌باشند در این صورت ثابت u نشان دهنده سرعت :

۱- راکت در لحظه $t = ۰$ می‌باشد .

۲- راکت پس از اتمام سوخت آن می‌باشد.

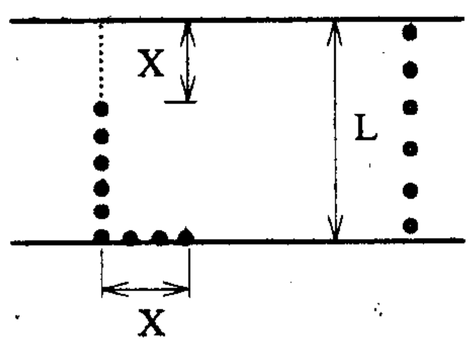
۳- راکت در چارچوب مرجع لحظه‌ای متصل به خودش می‌باشد.

۴- خروجی راکت در یک چارچوب متصل ساکن می‌باشد.

۵- خروجی راکت نسبت به چارچوب مرجع خود راکت می‌باشد.

GRE -۳۷

زنجیری فلزی به طول L و جرم M به طور عمودی بالای سطحی آویزان است به نحوی که یک انتهای آن با سطح در تماس است ، زنجیر سپس آزادانه رها می‌شود اگر X مسافتی باشد که زنجیر روی میز می‌پوشاند نیروی عمودی اعمال شده از سطح رادر هر لحظه به دست آورید.



۱- $N = Mg - MX''$

۲- $N = ۳Mg$

۳- $N = Mg - ۲MX''$

۴- $N = (۳\frac{M}{L})gX$

۵- $N=Mg$

GRE -۳۸

درتست‌بالا(۳۶) اگردرلحظه شروع حرکت راکت $(t = ۰)$، $m = m_۰$، $v = ۰$ باشد، جواب معادله دیفرانسیل ، کدام‌یک از موارد زیر خواهد بود ؟ (سرعت به شکل تابعی از جرم)

۱- $u\frac{m_۰}{m}$ ۲- $ue(\frac{m_۰}{m})$ ۳- $u\sin(\frac{m_۰}{m})$ ۴- $utg(\frac{m_۰}{m})$

۵- هیچ‌کدام

GRE -۳۹

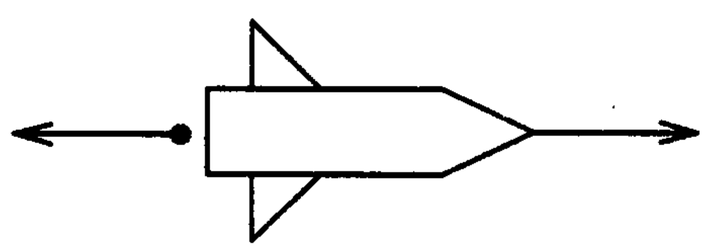
درپرتاب‌موشک تحت تأثیر میدان گرانش زمین چنان‌چه سرعت اولیه برابر ۰/۴km/s باشد زمان سوختن ۱۰۰ ثانیه و سرعت نهایی ۲km/s می‌باشد و جرم با ضریب ۳ کاهش می‌یابد . با این اطلاعات سرعت نهایی برابر با :

۱- ۰/۸۱km/s
۲- ۰/۹۸km/s
۳- ۲/۴۰km/s
۴- ۱/۶۲km/s
۵- ۱/۴۲km/s

GRE -۴۰

حرکت موشکی را در فضای خالی در نظر می‌گیریم. چنان چه موشک با سرعت اولیه ۰/۵ کیلومتر بر ثانیه شروع به حرکت کند و جرم آن با فاکتور ۲ به علت خروج گازها با سرعت ۱ کیلومتر بر ثانیه کاهش یابد سرعت نهایی موشک برابر با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک ۸۰)



۱- کیلومتر بر ثانیه ۱/۵
۲- کیلومتر بر ثانیه ۰/۵
۳- کیلومتر بر ثانیه۰/۶
۴- کیلومتر بر ثانیه ۱/۷
۵- کیلومتر بر ثانیه ۱/۲

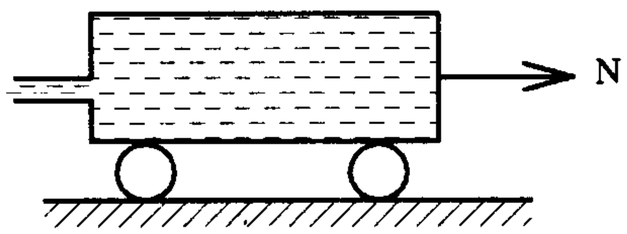
۴۱- یک واگن به جرم M بر روی ریل بدون اصطکاکی ایستاده است. تعداد n گلوله به جرمهای m_i $(i = 1 \to n)$ را با هم در راستای ریل و در داخل واگن و از دو سر آن به حرکت درمی‌آوریم، به طوری که برخوردی با هم نداشته به سر دیگر واگن برسند. اگر جابه‌جایی واگن و گلوله‌ها به ترتیب Δx و δx_i باشند، کدام گزینه صحیح است؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران، فتوگرامتری- ژئودزی ۸۱)

۱- $M\Delta x - \sum_{i=1}^{n} m_i \Delta x_i = 0$
۲- $nM\Delta x - \sum_{i=1}^{n} m_i \Delta x_i = 0$
۳- $nM\Delta x + \sum_{i=1}^{n} m_i \Delta x_i = 0$
۴- $M\Delta x + \sum_{i=1}^{n} m_i \delta x_i = 0$

۴۲- تانکر پراز آبی در جاده مستقیمی در حرکت است. آب از انتهای تانکر و موازی راستای جاده با تندی ۱۵m/s نسبت به زمین و با آهنگ ثابت ۱۰ kg/s خارج می‌شود، توان نیروی افقی F در لحظه دلخواه t برای آنکه تانکر با سرعت یکنواخت ۲۰m/s در جاده حرکت کند چند وات است؟ (از اصطکاک لغزشی صرف‌نظر شود.)

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)



۱- ۱۲۲۵۰

۲- ۱۰۰۰

۳- ۳۰۰۰

۴- ۷۰۰۰

۸-۸ پاسخنامه تشریحی

۱-؟)

$$x_{cm} = \frac{m_۱x_۱ + m_۲x_۲ + m_۳x_۳}{m_۱ + m_۲ + m_۳} = \frac{۵(۲) + ۷/۵(۴) + ۹(۳) + ۱۲/۵(-۴)}{۱۲/۵ + ۹ + ۷/۵ + ۵} = \frac{۱۷}{۳۴}$$

$$y_{cm} = \frac{۵(۳) + ۷/۵(-۳) + ۹(۵) + ۱۲/۵(-۶)}{۳۴} = \frac{۳۷/۵}{۳۴}$$

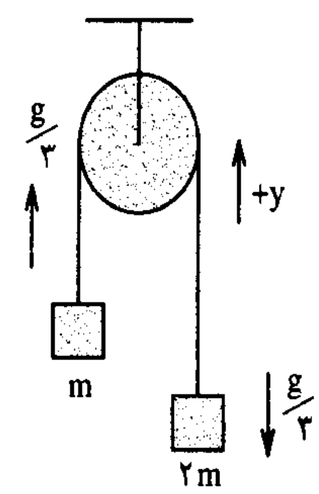
۲-؟) در این مسأله مبدأمختصات و شکل قرارگیری اجرام نسبت به آن مشخص نیست و معلوم نیست x_{cm} یا y_{cm} را نسبت به کدام مبدأمی‌خواهد .

۳-۳)

$a = \frac{m_۲ - m_۱}{m_۲ + m_۱} g = \frac{۱}{۳} g$ وزنه m به سمت بالا و وزنه ۲m به سمت پایین شتاب می‌گیرند، پس :

$$a_m = +\frac{۱}{۳} g; a_{۲m} = -\frac{۱}{۳} g$$

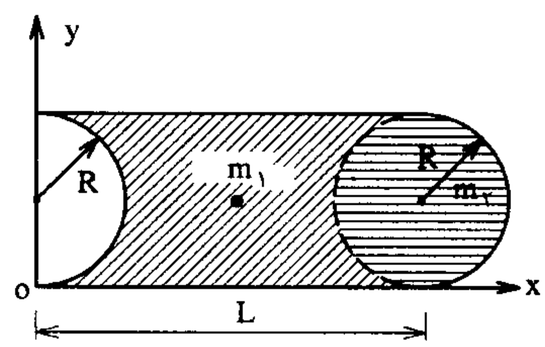
$$a_{cm} = \frac{m_۱a_۱ + m_۲a_۲}{m_۱ + m_۲} = \frac{m(+\frac{g}{۳}) + (۲m)(-\frac{g}{۳})}{۳m} \Rightarrow a_{cm} = -\frac{g}{۹}$$



۴-۲) از آن جهت که خط y=R محور تقارن شکل است بنابراین مرکز جرم بر روی این محور تقارن قرار دارد و $y_{cm} = R$ از طرفی می‌توان ابتدا مرکز جرم دو قسمت هاشور خورده را مطابق شکل محاسبه و سپس X_{cm} کل را محاسبه کرد. (مساحت کل =۲RL)

$$\text{جرم واحد سطح}\ \sigma = \frac{m}{۲RL} \quad , m_۱ + m_۲ = m$$

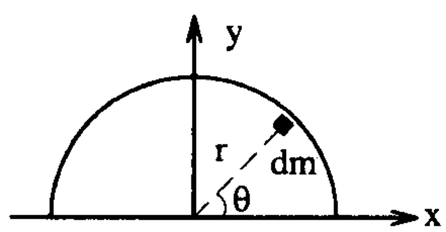
$$m_۱ = [m - \pi R^۲ \sigma] \quad , m_۲ = \pi R^۲ \sigma$$



$$X_{cm}=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m}=\frac{[m-\pi R^2\sigma](\frac{L}{2})+\pi R^2\sigma(L)}{m}=\frac{m(\frac{L}{2})+\frac{1}{2}\pi R^2\sigma L}{m}$$

$$=\frac{m(\frac{L}{2})+\frac{1}{2}\pi R^2(\frac{m}{2RL})L}{m}=\frac{L}{2}+\frac{\pi R}{4}$$

۵-۲) چون y محور تقارن است بنابراین مرکز جرم حتماً روی محورy بوده و $X_{cm}=0$ است .



$$\text{جرم واحد سطح}\ \sigma=\frac{M}{(\frac{\pi a^2}{2})}\quad ,dm=\sigma ds=\sigma r dr d\theta\quad ,y=r\sin\theta$$

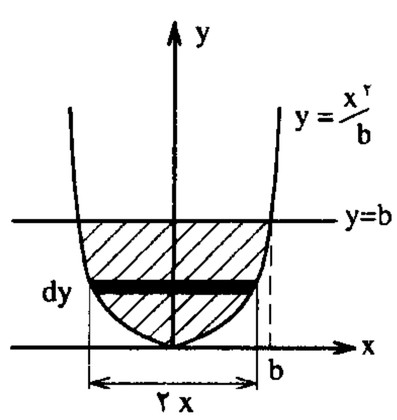
$$\Rightarrow y_{cm}=\frac{\int y dm}{M}=\frac{\int_0^a\int_0^\pi(r\sin\theta)\sigma r dr d\theta}{M}=\frac{\sigma\left[\frac{1}{3}r^3\right]_3^a[-\cos\theta]_0^\pi}{M}$$

$$\Rightarrow y_{cm}=\frac{2\sigma a^3}{3M}=\frac{2\left(\frac{2M}{\pi a^2}\right)a^3}{3M}=\frac{4a}{3\pi}$$

البته سریعاً قابل تشخیص است که گزینه (۲) درست است چرا که a در گزینه‌های (۳) و (۴) در مخرج بوده و از نظر دیمانسیون اشکال دارد و $X_{cm}=0$ است چرا که yمحور تقارن است بنابراین گزینه (۱) نیز نمی‌تواند پاسخ صحیح باشد .

۶- ؟) مرکز جرم یک سیم یکنواخت به طول L در وسط آن و به فاصله $\frac{L}{2}$ از هر سر سیم قراردارد و از طرفی ρL که درتمام‌گزینه‌ها آمده از جنس جرم است و نه طول .

۷-۱) چون y محور تقارن است پس $X_{cm}=0$



$$dm = \sigma ds = \sigma(۲xdy)$$

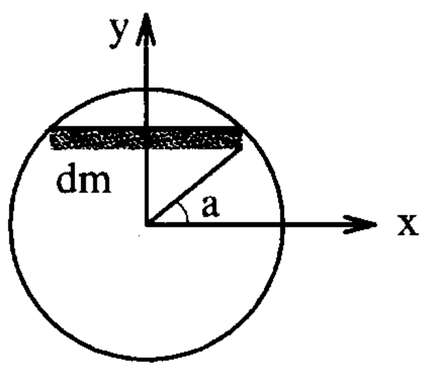
$$y = \frac{x^۲}{b} \Rightarrow dy = \frac{۲xdx}{b} \quad , y = b \Rightarrow x = \pm b$$

$$\text{جرم کل صفحه} \int \sigma ds = \int \sigma ۲xdy = \int \sigma ۲x(\frac{۲xdx}{b}) = \frac{۴\sigma}{b}\int_{۰}^{b} x^۲dx = \frac{۴\sigma}{۳}b^۲$$

$$y_{cm} = \frac{\int ydm}{M} = \frac{\int(\frac{x^۲}{b})\sigma(۲x\frac{۲xdx}{b})}{\frac{۴\sigma}{۳}b^۲} = \frac{\frac{۴\sigma}{b^۲}\int_{۰}^{b} x^۴dx}{\frac{۴\sigma}{۳}b^۲} = \frac{۴\sigma b^۵}{۵(\frac{۴}{۳}\sigma b^۴)}$$

$$y_{cm} = \frac{۳}{۵}b = ۰/۶b$$

۸-۲)



$$\text{جرم قرص بالای محور } x \text{ و } m = (\frac{\pi a^۲}{۲})\sigma = (\frac{\pi a^۲}{۲})(۲\sigma) = ۲m$$

جرم قرص پایین محور x به علت تقارن نسبت به محورx ها مرکز جرم x صفر می‌باشد یعنی $X_{cm} = ۰$ و برای Y_{cm} از رابطه کلی مرکز جرم استفاده می‌کنیم.

به طور کلی برای چگالی سطحی σ' داریم :

$$Y_{cm} = \frac{\int ydm}{m} \quad , d_m = \sigma' ds = \sigma'\left[۲\sqrt{a^۲ - y^۲}dy\right]$$

$$\text{برای نصف قرص} \quad Y_{cm} = \frac{۲\sigma'\int_{۰}^{\alpha} y\sqrt{a^۲ - y^۲}dy}{m} = \frac{۲\sigma'}{۳m}(a^۳) = \frac{۲\sigma' a^۳}{۳\sigma'\pi\frac{a^۲}{۲}} = \frac{۴a}{۳\pi}$$

برای نیمه قرص بالایی $\sigma' = ۲\sigma$ و نیمه پایینی قرص $\sigma' = \sigma$ است . برای نیمه قرص پایینی

$$\text{برای کل قرص} \quad y_{cm} = -\frac{۴a}{۳\pi}$$

$$Y_{cm} = \frac{\frac{۴a}{۳\pi}\times ۲m - \frac{۴a}{۳\pi}\times m}{۳m} \Rightarrow Y_{cm} = \frac{۴a}{۹\pi}$$

(۹-۱

بقای انرژی $mgh + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}mV^۲$

سرعت در برخورد به زمین $V = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲(۱۰)(۲)} = ۲\sqrt{۱۰}\, m/s$

تکانه در برخورد به زمین $p = mV = (۰/۱)۲\sqrt{۱۰} = ۰/۲\sqrt{۱۰} \quad kgm/s(= Ns)$

(۱۰-۱

$$V_۲ = ۲V_۱$$

$$\frac{k_۲}{k_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}m(V_۲)^۲}{\frac{۱}{۲}m(V_۱)^۲} = (\frac{V_۲}{V_۱})^۲ = ۴$$

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{mV_۲}{mV_۱} = ۲$$

(۱۱-۲

$$m = ۰/۴kg$$

$$\Delta\vec{p} = m\vec{V}_۲ - m\vec{V}_۱ = m\left[۶\vec{i} - (-۶\vec{i})\right] = ۱۲\, m\vec{i} = ۴/۸\vec{i}$$

$$|\Delta\vec{p}| = ۴/۸kgm/s$$

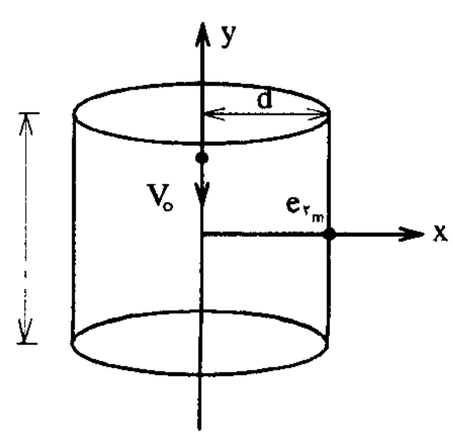
(۱۲-۴

$$mgh + ۰ = \frac{۱}{۲}mV^۲ \qquad ,h = ۲m, m = ۰/۱kg$$

$\Rightarrow$ سرعت در برخوردبه زمین $V = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲(۱۰)(۲)} = ۲\sqrt{۱۰}m/s$

اندازه حرکت $p = mV = (۰/۱)(۲\sqrt{۱۰}) = \frac{۲\sqrt{۱۰}}{۱۰} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۵}Ns$

(۱۳-۲



$$E = \frac{P_x^۲}{۲m}, p_x = \int F_x dt = \int e_۱ E_x dt \quad (۱)$$

$$\Rightarrow V.dt = dy \Rightarrow dt = \frac{dy}{V_۰} \quad (۲)$$

مقدار رابطه ۲ را در رابطه ۱ به جای dt قرار می‌دهیم .

با توجه به سطح گاوس استوانه‌ای در اطراف بار e داریم :

$$p_x = \frac{e_1}{V_0}\int E_x dy \ , E_n da = E_x(2\pi d)dy$$

$$E_x dy = \frac{E_n da}{2\pi d}, p_x = \frac{e_1}{V_0}\int \frac{E_n da}{2\pi d} = \frac{e_1}{2\pi d V_0}(4\pi e_2) = \frac{2e_1 e_2}{dV_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{P_x^2}{2m} = \frac{4e_1^2 e_2^2}{2md^2V_0^2} \Rightarrow \frac{2e_1^2 e_2^2}{md^2V_0^2}$$

۱۴- ۳)

$0 = m\vec{u} + m\vec{V}$ بقای اندازه حرکت خطی ⇒اندازه حرکت کل اولیه صفر است .

سرعت پس زنی تفنگ $\vec{u} = -\frac{m}{M}\vec{V} \Rightarrow u = \frac{m}{M}V$

۱۵-۲)

جرم شخص $m_1 = 75\,kg$ و جرم قایق $m_2 = 150\,kg$

اندازه حرکت اولیه ⇒شخص وقایق ساکن = ۰

بقای اندازه حرکت ⇒ $0 = mV_1 + m_2V_2 = 75(4) + 150\ V_2 \Rightarrow V_2 = -2m/s$

علامت منفی نشان دهنده آن است که قایق در جهت عکس حرکت شخص حرکت می‌کند.

۱۶-۴)

بقای اندازه حرکت خطی $0 = (0/8)V_1 + (0/016)(700) \Rightarrow V_1 = -14\,m/s$

اندازه حرکت اولیه کل صفر است لذا جمع اندازه حرکت تفنگ به جرم ۰/۸kg و اندازه حرکت گلوله به جرم ۰/۰۱۶ kg و سرعت ۷۰۰ m/s صفر است.

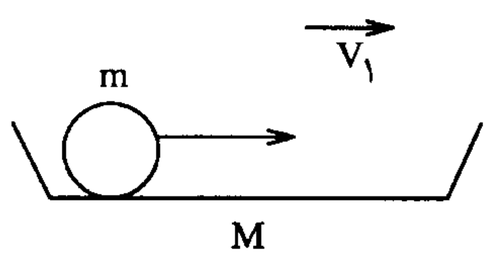
۱۷- ۳) $\vec{V}_2$ سرعت واگن به زمین و $\vec{V}_1 = \vec{V}_1' + \vec{V}_2$ سرعت شخص به زمین V_1' سرعت شخص به واگن

بقای اندازه حرکت خطی ⇒ کل $\vec{P} =$ اولیه $\vec{P} = 0 \Rightarrow m\vec{V}_1 + M\vec{V}_2 = 0$

$$m(\vec{V}_1' + \vec{V}_2) + M\vec{V}_2 = 0 \Rightarrow \vec{V}_2 = -\frac{m}{m+M}\vec{V}_1' \Rightarrow V_2 = \frac{m}{m+M}V_1'$$

در همین مدت واگن مسافت d را طی می‌کند : $d = V_۲ t = \frac{m}{m+M} V_۱' t = \frac{m}{m+M} L$

۱۸-۲)



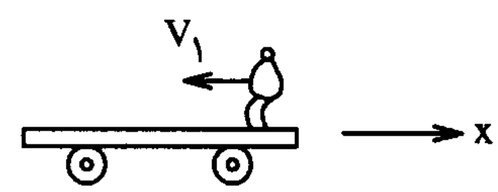
جرم شخص $M = ۷۵kg$ جرم قایق و $M = ۱۵۰kg$

سرعت شخص به آب = $\vec{V}_۱$ و سرعت قایق به آب = $\vec{V}_۲$

بقای اندازه حرکت کل اولیه : $\vec{P} = ۰ = m\vec{V}_۱ + M\vec{V}_۲$

$$\vec{V}_۲ = -\frac{m}{M}\vec{V}_۱ \Rightarrow V_۲ = -\frac{۷۵}{۱۵۰}(۴) = -۲m/s$$

۱۹-۳)



سرعت واگن به زمین و ۰ = اندازه حرکت اولیه کل = $\vec{V}_۲$

بقای اندازه حرکت: $۰ = m\vec{V}_۱ + M\vec{V}_۲$, $m = ۵۰kg$, $M = ۱۰۰۰\ kg$

سرعت شخص نسبت به زمین $\vec{V}_۱' = -۷\vec{i} \Rightarrow$ سرعت شخص به واگن $\vec{V}_۱' + \vec{V}_۲$

$$۰ = ۵۰(-۷\vec{i} + V_۲) + ۱۰۰۰\ \vec{V}_۲ \Rightarrow \vec{V}_۲ = \frac{۳۵۰}{۱۰۵۰}\vec{i} = ۰/۳۳\,\vec{i}$$

بنابراین واگن با سرعت ۰/۳۳m/s به طرف راست حرکت می‌کند.

۲۰-۲)

اندازه حرکت کل $p = p_{cm} = ۰ \Rightarrow V_{cm} = ۰$

بنابراین باید مرکز جرم ثابت باشد از طرفی چون جسم حرکت می‌کند تنها حرکت ممکن دوران جسم حول محور عبوری از مرکز جرم می‌تواند باشد .

۲۱-۴) جهت مثبت را به سمت بالا می‌گیریم، $V_۲$ سرعت تکه دوم جسم را به دست می‌آوریم .

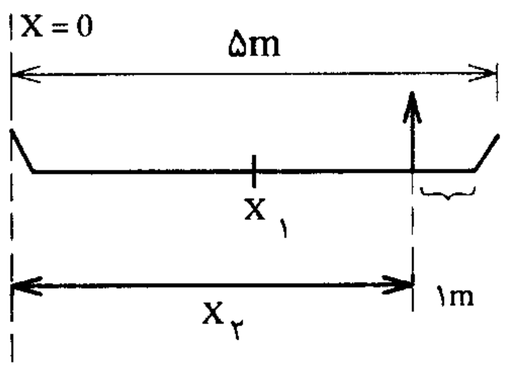
بقای اندازه حرکت خطی $m(-۶۰) = \frac{m}{۲}(-۸۰) + \frac{m}{۲}(V_۲) \Rightarrow V_۲ = -۴۰m/s$

مکان قطعه اول در $t = ۱۰s$ $y_۱ = y_۰ + V_{۰y}t - \frac{۱}{۲}gt^۲ = ۲۰۰۰ + (-۸۰)(۱۰) - \frac{۱}{۲}(۱۰)(۱۰)^۲ = ۷۰۰m$

مکان قطعه دوم در $t = ۱۰s$ $y_۲ = ۲۰۰۰ + (-۴۰)(۱۰) - \frac{۱}{۲}(۱۰)(۱۰)^۲ = ۱۱۰۰m$

$$y_{cm} = \frac{(\frac{m}{۲})y_۱ + (\frac{m}{۲})y_۲}{m} = ۹۰۰\ m$$

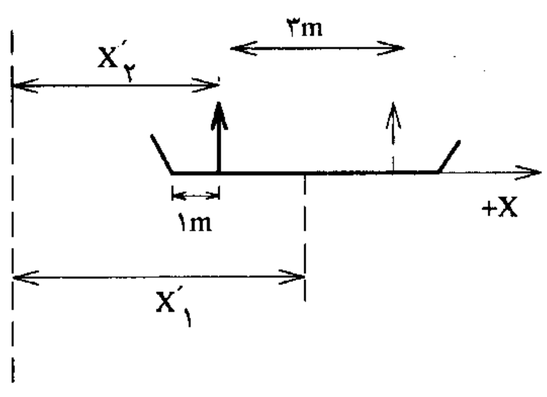
(۲-۲۲



قبل از حرکت $\begin{cases} \text{مرکز جرم قایق} \quad X_۱ = \frac{۵}{۲} = ۲/۵, m_۱ = ۳۰kg \\ \text{مرکز جرم شخص} \quad X_۲ = ۵ - ۱ = ۴m, m_۲ = ۸۰kg \end{cases}$

$$X_{cm} = \frac{m_۱x_۱ + m_۲x_۲}{m_۱ + m_۲} = \frac{۳۰(۲/۵) + ۸۰(۴)}{۳۰ + ۸۰} = ۳/۶kg$$

پس از حرکت شخص مرکز جرم شخص و قایق $X'_۲, X'_۱$ است. بنابر بقای اندازه حرکت خطی چون X_{cm} از ابتدا ساکن بوده پس باید :



$$X'_{cm} = X_{cm} \Rightarrow ۳۰(x'_۱) + ۸۰x'_۲ = ۳۹۵$$

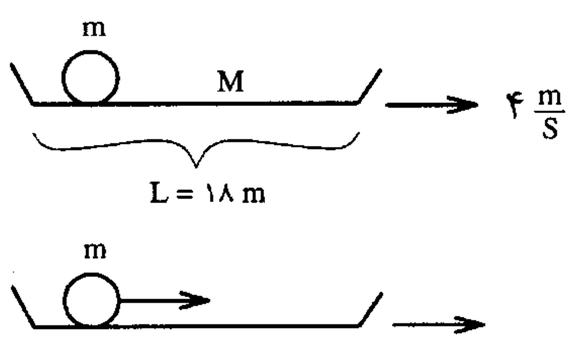
جابه‌جایی قایق به ساحل + جابه جایی شخص به قایق = جابه جایی شخص به ساحل

$$(X'_۲ - X_۲) = (-۳) + (X'_۱ - X_۱) \Rightarrow X'_۲ - X'_۱ = -۳ + X_۲ - X_۱ = -۱/۵$$

$$\begin{cases} X'_۲ - X'_۱ = -۱/۵ \\ ۳۰X'_۱ + ۸۰X'_۲ = ۳۹۵ \end{cases} \Rightarrow X'_۲ = ۳/۱۸m, X'_۱ = ۴/۶۸\ m$$

جا به جایی قایق $= ۴/۶۸ - ۳/۱۸ = ۱/۵m$

(۱-۲۳



جرم قایق $M = ۴۰۰kg$ و جرم شخص $m = ۸۰kg$

قبل از حرکت m: $p = (m + M)U = ۴۸۰(۴)$

سرعت قایق به زمین $u_۲$

$\begin{cases} \text{سرعت m به قایق} \quad u'_۱ = ۲m/s \\ \text{سرعت m به زمین} \quad u_۱ = u'_۱ + u_۲ = (۲ + u_۲) \end{cases}$

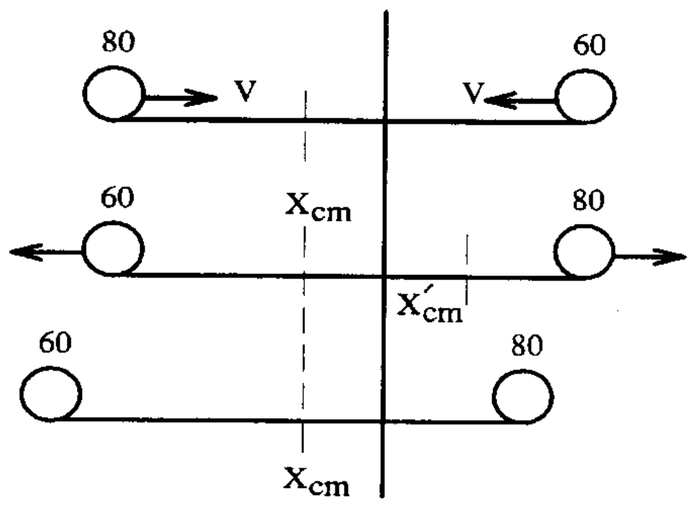
اندازه حرکت جدید به علت بقای اندازه حرکت کل (چون $F_{ext} = ۰$) باید با اندازه حرکت قبل برابر باشد :

$$۸۰(۲ + u_۲) + ۴۰۰\, u_۲ = ۴۸۰\,(۴) \Rightarrow u_۲ = \frac{۱۷۶۰}{۴۸۰}$$

مدت زمانی که شخص طول قایق را طی کرده $t = \frac{L}{u'_۱} = \frac{۱۸}{۲} = ۹S$

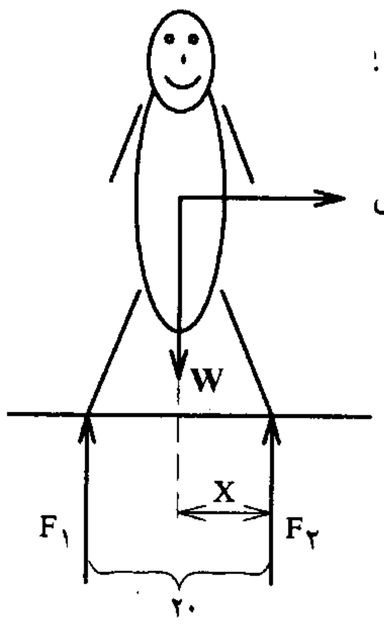
مسافت طی شده توسط قایق در زمان t $d = u_۲ t = \frac{۱۷۶۰}{۴۸۰} \times ۹ = ۳۳\,m$

۲۴-۲)



$F_{ext} = ۰ \Rightarrow p = p_{cm} =$ ثابت نیروهای خارجی چون کل قایق و سرنشینان از ابتدا ساکن بوده‌اند $p_{cm} = ۰$ باید مرکز جرم کل ساکن بماند مشخص است که مرکز جرم متمایل به طرفی است که جرم ۸۰ قرار دارد (الف) هنگامی که جای دو جرم عوض شودمرکز جرم به سمت طرف دیگر (ب) متمایل می‌شود بنابراین برای آنکه X_{cm} در مکان اول باشد ($X'_{cm} = X_{cm}$) قایق باید به طرفی که جرم ۶۰ کیلوگرمی رفته حرکت کند .

۲۵-۳) بنابر قانون اول نیوتن ،مجموع نیروهای وارد بر شخص باید صفر باشد، :

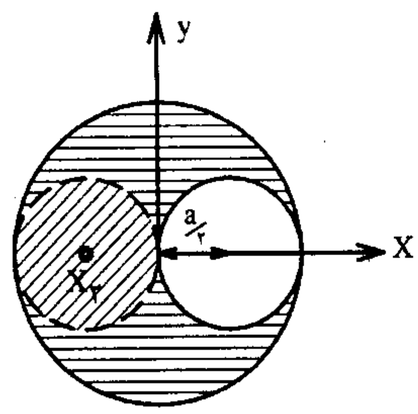


$$F_۱ + F_۲ = w \Rightarrow F_۱ + ۱۵ = ۶۰ \Rightarrow F_۱ = ۴۵kgf$$

پای راست پای چپ

برای تعیین مرکز گرانش برآیند گشتاورها را حول تکیه‌گاه پای چپ حساب کرده و مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$\left.\begin{array}{l} T_{f۲} = ۱۵ \times ۰ = ۰ \\ T_{f۱} = ۴۵ \times ۲۰ = ۹۰۰ \\ T_{cg} = ۶۰ \times x \end{array}\right\} \Rightarrow T_w - T_{F۱} = ۰ \Rightarrow ۹۰۰ = ۶۰ \times x \Rightarrow x = \frac{۹۰۰}{۶۰} = ۱۵\,cm$$



۲۶-؟) کره مذکور به جرم M را می‌توان متشکل از دو قسمت یکی کره‌ای که علاوه بر حفره توخالی یک حفره در مقابل آن نیز (نقطه‌چین) داشته باشد و در آن صورت مرکز جرم آن در $X_۱ = ۰$ خواهد بود و جرم آن $m_۱$ است.

$$m_۱ = M - \rho\left[\frac{۴}{۳}\pi(\frac{a}{۲})^۳\right]$$ ρ چگالی کره

و قسمت دیگر کره‌ای به شعاع $\frac{a}{۲}$ و جرم $m_۲ = \rho\frac{۴}{۳}\pi(\frac{a}{۲})^۳$

که مرکز جرم آن در $X_۲ = -\frac{a}{۲}$ است . بنابراین برای مرکز جرم کره اصلی داریم :

$$(M = \frac{۴}{۳}\pi a^۳ \Rightarrow m_۲ = \frac{M}{۸}$$

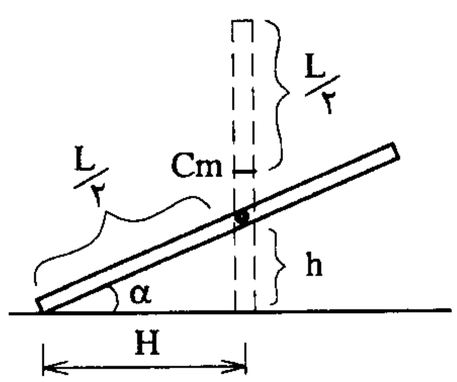
$$X_{cm} = \frac{m_۱x_۱ + m_۲x_۲}{M} = \frac{(M - \frac{M}{n})(۰) + (-\frac{a}{۲})\frac{M}{۸}}{M} = \frac{-a}{۱۶}$$

بنابراین مرکز جرم در فاصله $\frac{a}{۱۶}$ از مرکز کره در طرف مقابل حفره قرار دارد.

۲۷-؟) چون نیروی اصطکاک مساوی صفر است بنابراین :

$$(F)_x = ۰ \Rightarrow a_x = ۰$$

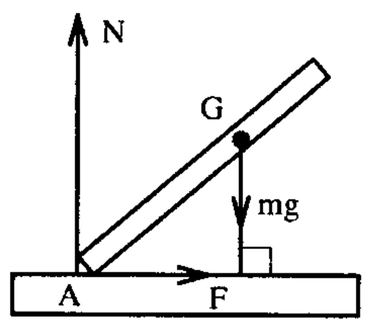
بنابراین مرکز جرم به صورت عمود پایین می‌آید.



$$(h = \frac{L}{۳})$$

$$tg\alpha = \frac{h}{H} \quad ,H = \sqrt{(\frac{L}{۲})^۲ - h^۲} = \sqrt{(\frac{L}{۲})^۲ - (\frac{L}{۳})^۲} = L\sqrt{\frac{۵}{۳۶}} = \frac{L\sqrt{۵}}{۶}$$

$$tg\alpha = \frac{\frac{L}{۳}}{\frac{L\sqrt{۵}}{۶}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

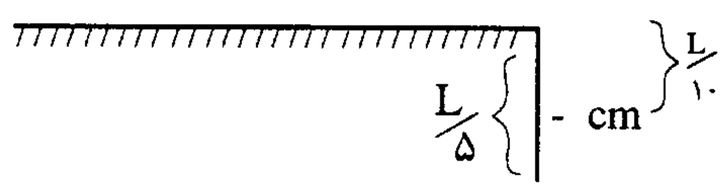


۲۸-۴) اگر $f = ۰$ بود چون نیروی اصطکاک تنها نیروی افقی است $(a_{cm})_x = ۰$ بوده و مرکز جرم به طور عمود پایین می‌آید اما چون $f \neq ۰$ پس $(a_{cm})_x \neq ۰$ و همان طور که از شکل مشخص است مؤلفه x شتاب هم جهت با $\vec{f}$ یعنی به سمت راست است پس مرکز جرم در طرف راست o می‌افتد.

۲۹-۲)

$$(F_{ext})_x = ۰ \Rightarrow P_x = \text{ثابت} = \text{اولیه } P_x = ۰$$

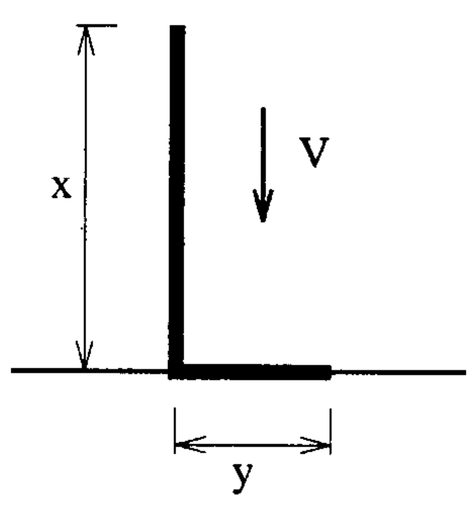
بنابراین مرکز جرم که تنها تحت نیروی خارجی $m\vec{g}$ است به صورت عمود پایین می‌آید.



۳۰-۲) هنگامی که طول $\frac{L}{۵}$ از زنجیر بالاکشیده شود در واقع مرکز جرم این طول از زنجیر بـه جرم $\frac{m}{۵}$ به اندازه $\frac{L}{۱۰}$ بالا آمده است.

$$W = mgh = (\frac{m}{۵})(g)(\frac{L}{۱۰}) = \frac{mgL}{۵۰}$$

۳۱-؟)



$$\text{جرم واحدطول}\ \lambda = \frac{m}{L} \qquad , y = L - x$$

$$\text{جرم روی میز در هر لحظه}\ M = \lambda y \ \Rightarrow \frac{dM}{dt} = \lambda\frac{dy}{dt} = \lambda V$$

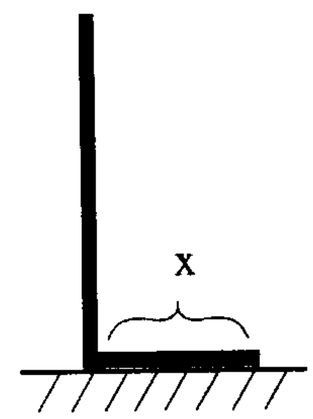
$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}MV = M(r)\frac{dv}{dt} + V\frac{dM}{dt} = (\lambda y)g + \lambda V^۲$$

$V^۲ - ۰ = ۲gy \Rightarrow$ هنگامی که ریسمان به اندازه y سقوط کرده است.

$F = \lambda yg + ۲g\lambda y = ۳g\lambda y$ گزینه ۲ یا گزینه ۴ با اصلاح صحیح است.

$$F = \frac{۳gm(L-x)}{L}$$

(۱-۳۲



$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}mV = m\frac{dv}{dt} + V\frac{dm}{dt}$$

$$= mg + V\frac{dm}{dt}$$

$$m = \lambda x \Rightarrow \frac{dm}{dt} = \lambda\frac{dx}{dt} = \lambda V \Rightarrow V\frac{dm}{dt} = \lambda V^۲$$

هنگامی که طول x از طناب روی زمین قرار دارد طناب به اندازه x سقوط کرده است .

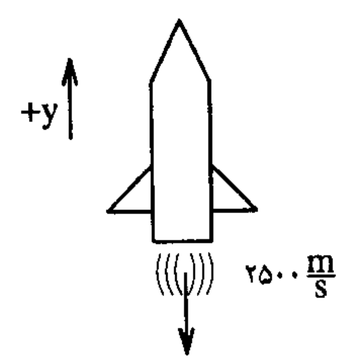
$$V_\circ = \circ\ ,\ V^۲ - V_\circ^۲ = ۲gx \Rightarrow V^۲ = ۲gx$$

بنابراین :

$$F = \lambda xg + \lambda V^۲ = \lambda xg + ۲\lambda gx = ۳\lambda xg$$

$$x = \frac{a}{۲} \Rightarrow F = \frac{۳\lambda}{۲}ag$$

(۴-۳۳



$$m\frac{dv}{dt} = F_{ext} + u_{rel}\frac{dm}{dt}$$

$$ma = -mg + ۲۵۰۰\ (\frac{m}{۵۰}) \Rightarrow a = -g + ۵۰ = -۹/۸ + ۵۰ = ۴۰/۲m/s^۲$$

(؟-۳۴

$$V_f - V_i = u\ln\frac{m_i}{mf} \Rightarrow ۷/۵\times۱۰^۳ - \circ = ۲/۵\times۱۰^۳\ \ln\frac{M_i}{M_f}$$

$$\Rightarrow ۳ = \ln\frac{M_i}{M_f} \Rightarrow \frac{M_i}{M_f} = e^۳$$

$$\Rightarrow \frac{M_i}{M_f} = e^{-۳} = \circ/\circ۴۹$$

در حالی که در میان گزینه $\frac{M_f}{M_i} = ۲۰/۱$ وجود دارد. پاسخ در میان گزینه‌ها نیست.

۳۵-۲)

$$M\frac{dv}{dt} = F_{ext} + (V' - V)\frac{dM}{dt} \quad , \frac{dM}{dt} = BA$$

$V=U$ سرعت واگن و V' سرعت جرم متغیر است اما از آن جهت که $V'_x = ۰$ چون $\vec{V}_۰$ عمودی است بنابراین :

$$\text{سرعت ثابت} \Rightarrow ۰ = F_{ext} - V\frac{dM}{dt} \Rightarrow F_{ext} = UBA$$

۳۶-۵)

m جرم کل راکت در زمان t

$m + \Delta m$ جرم کل راکت در زمان $t + \Delta t$

ضربه = اندازه حرکت کل در t- اندازه حرکت کل در $t + \Delta t$ ⟹ضربه = تغییر در اندازه حرکت .

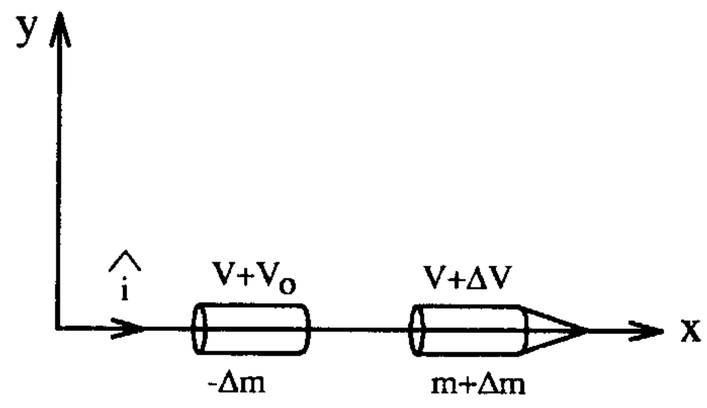
$$\{(m + \Delta m)(\vec{V} + \Delta\vec{V}) + (-\Delta m)(\vec{V} + V_.)\} - m\vec{V} = \vec{F}\Delta t$$

$\vec{F}$ نیروی برآیند کل راکت است .

$$\Rightarrow m\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} - V_.\frac{\Delta m}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{V}\Delta m}{\Delta t} = F$$

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{V}_.\frac{dm}{dt} = \vec{F}$$

صرف نظر می‌کنیم $\frac{dvdm}{dt}$ از $\Rightarrow \vec{V} = Vi, \vec{V}_۰ = -V_۰i, \vec{F} = Fi \Rightarrow m\frac{dv}{dt} + V_۰\frac{dm}{dt} = F$



۳۷-۴) نیروی کل خالص اعمال شده به زنجیر (سطح و گرانش) در هر لحظه برابر حاصل ضرب اندازه جرم و شتاب مرکز جرم می‌باشد .

$$X_{cm}=\frac{\sum mx}{\sum m}=\frac{(x\lambda)L+(L-x)\lambda^{(x+\frac{L-x}{۲})}}{L\lambda}=X+\frac{L^{۲}-x^{۲}}{۲L}\Rightarrow X'_{cm}=x'\frac{xx'}{L}$$

$$X''_{cm}=x''\frac{xx'+x'^{۲}}{L}\Rightarrow MX''_{cm}=Mg-N=M(x''-\frac{xx'+x'^{۲}}{L})$$

N = نیروی عکس‌العمل عمودی سطح

با توجه به آن که زنجیر به طور آزادانه سقوط می‌کند بنابراین داریم $X''=g$ و همچنین $X'^{۲}=۲gx$ در نتیجه $N=\frac{M}{L}(xg+۲gx)=\frac{۳M}{L}gx$

۳۸- ۵) اگر گاز به طور ثابت $\alpha>۰$ از راکت خارج شود داریم :

$$m=m_{۰}-\alpha t$$

$$\begin{array}{l} m_{۰} \text{ جرم راکت در } \Rightarrow t_{۰}=۰ \\ m \text{ جرم راکت در } \Rightarrow t=t \end{array}\begin{cases}\frac{dm}{dt}=-\alpha\Rightarrow(m_{۰}-\alpha t)\frac{dv}{dt}-\alpha V_{۰}=-(m_{۰}-\alpha t)g \\ \vec{F}=-mgi\end{cases}$$

$$\frac{dv}{dt}=-g+\frac{\alpha V_{۰}}{m_{۰}-\alpha t}\rightarrow V=-gt+V_{۰}\ln(m_{۰}-\alpha t)+c_{۱} \qquad (۱)$$

در $t=۰$ داریم $V=۰$ از جاگذاری در معادله ۱ داریم $c_{۱}=V_{۰}\ln m_{۰}$

از ۱ و ۲ $\Rightarrow V=-gt+V_{۰}\ln(\frac{m_{۰}}{m_{۰}-\alpha t})$

۳۹-۴)

در میدان گرانش زمین $-mg=mV'+um'$

با استفاد از قانون دوم نیوتن $\Rightarrow -g\int_{۰}^{t}dt=\int_{v_{۰}}^{v}dv+u\int_{m_{۰}}^{m}\frac{dm}{m}$

$$V=V_{۰}-gt+u\ln\frac{m}{m_{۰}}=۰/۴-\frac{۹/۸\times۱۰۰}{۱۰۰۰}+۲Ln^{۳}$$

$$V=۱/۶۲\ km/s$$

(۵-۴۰

$$mdv = -v'dm \qquad \int_{m_\circ}^{m} -\frac{dm}{m} = \frac{۱}{v'}\int_{v_\circ}^{v} dv$$

$$v = v_\circ + v' \ln\frac{m_\circ}{m}$$

$$v = ۰/۵ + ۱/۰ \ln\frac{۲}{۱} = ۱/۲ km/s \qquad v = ۱/۲ km/s$$

(۴-۴۱

$$(F_{ext})_x = \circ \Rightarrow P_x = \text{ثابت} = (P_{cm})_x$$

چون مرکز جرم از ابتدا ساکن بوده پس X_{cm} قبل و پس از پرتاب گلوله‌ها در داخل واگن باید ثابت بماند (X'مکان مرکز واگن و x'_i مکان گلوله m_i پس از حرکت)

$$X_{cm} = \frac{MX + \sum_{i=۱}^{n} m_i x_i}{M + \sum_{i=۱}^{n} m_i} \quad \text{و} \quad X'_{cm} = \frac{MX' + \sum_{i=۱}^{n} m_i x'_i}{M + \sum_{i=۱}^{n} m_i}$$

$$X'_{cm} = X_{cm} \Rightarrow M(X' - X) + \sum_{i=۱}^{n} m_i (x'_i - x_i) = \circ \Rightarrow M\Delta X + \sum_{i=۱}^{n} m_i \Delta X_i = \circ$$

(۱-۴۲

$\vec{u} = -۱۵\,\vec{i}$ سرعت خروج آب نسبت به زمین و $\vec{v} = ۲۰\,\vec{i}$ = سرعت ثابت تانکر

$\vec{v}_{rel} = \vec{u} - \vec{v} = -۱۵\,\vec{i} - ۲۰\,\vec{i}$ و $\frac{dM}{dt} = ۱۰\,\frac{kg}{s}$ سرعت آب نسبت به تانکر

$$M\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{ext} + (\vec{u} - \vec{v})\frac{dM}{dt} \Rightarrow \circ = \vec{F}_{ext} + (-۳۵\,\vec{i})(۱۰) \Rightarrow F_{ext} = ۳۵۰\,\vec{i} \quad \text{(نیوتن)}$$

$$P = \vec{F}.\vec{V} = (۳۵۰)(۲۰) = ۷۰۰۰ \quad \text{(وات)}$$

فصل نهم

برخورد

مقدمه

با برخورد دو یا چند جسم در زندگی روزمره و یا در آزمایشهای برخورد ذرات بنیادی سرو کار داریم. در برخورد دو یا چند ذره در زمان کوتاهی نیروهایی قوی بر یکدیگر وارد می‌کنند.

۹-۱ ضربه نیرو

هنگامی که نیروی F ثابت باشد، ضربه برابر است با حاصل‌ضرب نیرو در مدت زمان اثرنیرو یعنی برابر با :

ضربه $J = Ft$ (۹-۱)

توجه (۱) : معمولاً در حین وارد آوردن ضربه ، نیروی F ثابت نیست و چون زمان وارد آوردن ضربه بسیار کوتاه است ، نمی‌توان تغییرات F را مطالعه نمود ولی تغییرات سرعت و در نتیجه تغییرات اندازه حرکت خطی جسم قابل اندازه‌گیری است و با محاسبه این تغییرات و نیز اندازه‌گیری زمان می‌توان مقدار متوسط نیرو را به دست آورد .

توجه (۲): اگر نیروی F متغیر باشد ، ضربه برابر است با انتگرال نیرو نسبت به زمان :

(۹-۲)

$$\vec{J} = \int_{0}^{t} \vec{F}dt = \int_{0}^{t} m\frac{d\vec{v}}{dt}dt = m(\vec{V} - \vec{V}_{0}) \Rightarrow \vec{J} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$$

یعنی تغییر در مقدار اندازه حرکت = ضربه نیرو

۹-۲ برخورد

برخورد پدیده‌ایی است که در اکثر شاخه‌های فیزیک جهت بررسی قوانین مختلف به کار می‌رود.

توجه : تمامی مکانیسمهای برخورد دارای یک خصوصیت مشابهند که قوانین بقای انرژی و بقای اندازه حرکت در مورد آنها صادقند .

نکته : در برخورد همواره تکانه پایسته است اما در برخورد کشسان انرژی جنبشی پایسته است در هر حال انرژی کل (با در نظر گرفتن احتمال تبدیل جرم به انرژی و بالعکس) صادق است .

۹-۳ بقای اندازه حرکت در حین برخورد

فرض می‌کنیم دو ذره به جرمهای m_1 و m_2 در مدت کوتاه با هم برخورد می‌کنند در این حالت این دو ذره نیروی بزرگی به هم وارد می‌کنند ، بر طبق قانون سوم نیوتن ، بزرگی این نیروها در هر لحظه مساوی ولی در خلاف جهت یکدیگرند . تغییرات اندازه حرکت ذره (۱) ناشی از برخورد برابر است با :

$$\vec{\Delta}p_1 = \int_{t_i}^{t_f} F_1 dt = \overline{F}_1 \Delta t$$

همچنین برای ذره ۲ داریم :

$$\Delta\vec{p}_2 = \int_{t_i}^{t_f} F_2 dt = \overline{F}_2 \Delta t$$

توجه : اگر نیروهای دیگری بر ذرات اثر نکنند ، در آن صورت $\Delta\vec{p}_1$ ***و*** $\Delta\vec{p}_2$ ***تغییر کلی اندازه حرکت هر ذره را به دست می‌دهد ولی در هر لحظه*** $\overline{F}_1 = -\overline{F}_2$ ***نتیجه آن که:***

$$\overrightarrow{\Delta P}_1 = -\overrightarrow{\Delta P}_2$$

اگر سیستم منفرد باشد در آن صورت اندازه حرکت کل دستگاه برابراست با :

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

و تغییر اندازه حرکت کل دستگاه در اثر برخورد صفر است یعنی :

$$\Delta\vec{P} = \Delta\vec{P}_1 + \Delta\vec{P}_2 = 0$$

نتیجه : اگر نیروهای خارجی برابر صفر باشند در آن صورت اندازه حرکت کل دستگاه در اثر برخورد تغییر نمی‌کند و نیروهای ضربه‌ای که در برخورد وارد می‌شوند ، نیروهای داخلی هستند که اثری روی اندازه حرکت کل دستگاه ندارند.

(مثلا وقتی به توپ توسط چوب ضربه می‌زنیم ، در این عمل مدت زمان برخورد کوچک و تغییر اندازه حرکت بزرگ می‌باشد) در نتیجه :

$$\Delta P = F\Delta t \quad (۹-۳)$$

که در رابطه فوق نیروی F بسیار بزرگ بوده و اثر نیروی ثقل (گرانش) بر این سیستم صفر است.

۹-٤ انواع برخوردها

الف) برخورد کشسان (الاستیک)

ب) برخورد غیر کشسان (غیر الاستیک)

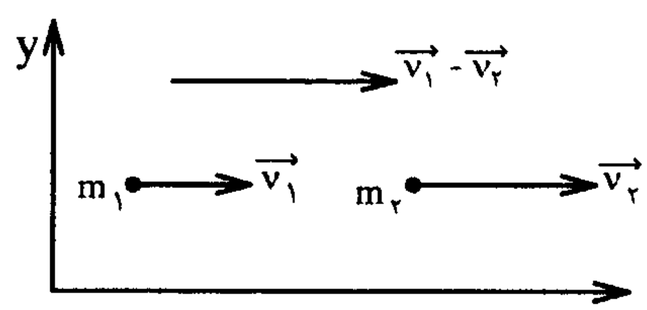
الف- برخورد کشسان : برخوردهایی هستند که در آنها انرژی جنبشی پایدار می‌ماند، یعنی در چنین برخوردی $\Delta E_k = ۰$ است.

انرژی داخلی سیستم = ΔU

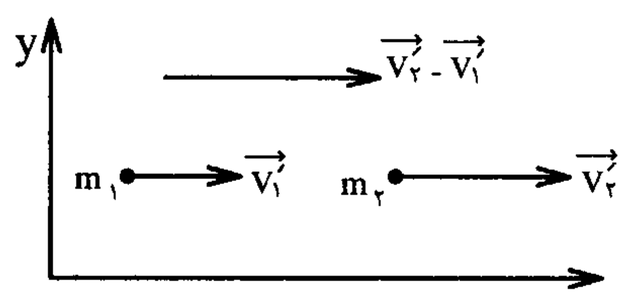
با توجه به شکل زیر و اصل بقای اندازه حرکت و انرژی و با دانستن سرعتهای اولیه $\vec{V}_۱$ و $\vec{V}_۲$ می‌توان سرعتهای نهایی $\vec{V}_۱$ و $\vec{V}_۲$ را به دست آورد .

از بقای اندازه حرکت داریم :

$$m_۱V_۱ + m_۲V_۲ = m_۱V'_۱ + m_۲V'_۲ \quad (۹-۴)$$



الف) قبل از برخورد



ب) بعد از برخورد

از بقای انرژی داریم :

$$\frac{۱}{۲}m_۱V_۱^۲ + \frac{۱}{۲}m_۲V_۲^۲ = \frac{۱}{۲}m_۱V_۱'^۲ + \frac{۱}{۲}m_۲V_۲'^۲ \quad (۹-۵)$$

بنابراین :

$$V'_۱ = \left(\frac{m_۱ - m_۲}{m_۱ + m_۲}\right)V_۱ + \left(\frac{۲m_۲}{m_۱ + m_۲}\right)V_۲ \quad (۹-۶)$$

$$V'_۲ = \left(\frac{۲m_۱}{m_۱ + m_۲}\right)V_۱ + \left(\frac{m_۲ - m_۱}{m_۱ + m_۲}\right)V_۲ \quad (۹-۷)$$

دو ذره به جرمهای $m_۱, m_۲$

با توجه به فرمولهای (۶-۹) و (۷-۹) هم اکنون حالات خاص یک برخورد را بررسی می‌کنیم (در حالت کشسان)

حالت اول : اگر m_1, m_2 باشد در آن صورت $V'_1 = V_2$ و $V'_2 = V_1$

حالت دوم : وقتی که ذره m_2 ساکن باشد و ذره m_1 با سرعت V_1 به آن برخورد کند در آن صورت $V_2 = 0$ و معادلات (۶-۹) و (۷-۹) به صورت زیر خواهد بود .

$$V'_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)V_1 \quad \text{و} \quad V'_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)V_1$$

حالت سوم : وقتی که ذره m_2 ساکن و $m = m_2$ باشد در آن صورت خواهیم داشت :

$$V'_1 = 0 \quad , \quad V'_2 = V_1$$

حالت چهارم : در حالت سوم اگر $m_2 >> m_1$ باشد در آن صورت : (یا $V_2 = 0$)

$$V'_2 = 0 \quad , \quad V'_1 = -V_1$$

حالت پنجم : در حالت سوم وقتی که $m_2 << m_1$ باشد در آن صورت : (یا $V_2 = 0$)

$$V'_1 = V_1 , V'_2 = 2V_1$$

ب- برخورد کاملاً غیرکشسان (غیرالاستیک): هرگاه در حین برخورد ، جسم ذره ۱ به جسم ذره ۲ بچسبد و پس از برخورد هر دو با هم حرکت کنند، دیگر برخورد کشسان نیست و انرژی جنبشی ثابت نمی‌ماند لیکن در این برخورد که آن را کاملاً غیر الاستیک می‌گویند، باز هم قانون بقای اندازه حرکت خطی صادق است (زیرا نیروهای خارجی در برخورد دخالت نمی‌کنند) .

نکاتی چند در مورد برخورد غیر کشسان

- در چنین برخوردی انرژی جنبشی ثانویه از انرژی جنبشی اولیه کمتر است، یعنی در این برخورد انرژی جنبشی به انرژی داخلی ΔU تبدیل می‌شود، در مورد اتمها و مولکولها این انرژی داخلی باعث برانگیختگی‌اتمها و مولکولها می‌شود که غالباً برای انجام واکنش شیمیایی لازم است.
- در این حالت وقتی دو ذره کاملاً به هم می‌چسبند، سرعت مشترک نهایی آنها برابر V' است که اگر تنها از اصل بقای اندازه حرکت استفاده کنیم، در آن صورت خواهیم داشت.

$$m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)V' \longrightarrow \text{سرعت مرکز جرم} \quad (۸-۹)$$

- با معلوم بودن V_1 و V_2 می‌توان V' را به دست آورد .
- برای برخوردهای غیر کشسان رابطه‌های $V_1 - V_2 = V'_2 - V'_1$ دیگر صادق نیست به جای آن باید نوشت .

$$V_1 - V_2 > V_2' - V_1' \Rightarrow \frac{V_2' - V_1'}{V_1 - V_2} < 1$$

در این حالت در برخورد دو ذره یا سرعت اولیه V_1 و V_2 و سرعت نهایی V_1' و V_2' انرژی جنبشی بقا ندارد.

- یعنی در یک برخورد غیر الاستیک سرعت دور شدن دو جسم از یکدیگر از سرعت نزدیک شدن آنها به یکدیگر کمتر است .

توجه : به رابطه $\frac{V_2' - V_1'}{V_1 - V_2}$ ضریب برگشت می‌گویند که بنا به تعریف عبارت است از :
نسبت سرعت دور شدن به سرعت نزدیک شدن اجسام برخورد کننده را ضریب برگشت (بازگشت) و یا ضریب جهندگی گویند و با e نشان می‌دهند .
سرعت نسبی قبل از برخورد / سرعت نسبی بعد از برخورد = سرعت نزدیکی / سرعت جدایی = e

$$\Rightarrow e = \frac{V_2' - V_1'}{V_1 - V_2} \quad (۹-۹)$$

و یا بنابر قانون تجربی نیوتن : وقتی که دو جسم از مواد معینی ساخته‌شده‌اند به طور مستقیماً یکدیگر برخورد کنند، تندی بعد از برخورد با تندی نسبی قبل از برخورد نسبت ثابتی دارد و جهات آنها مخالف یکدیگر است، اگر اجسام به طور مایل با یکدیگر برخورد کنند، باز هم همین نتایج برای مؤلفه‌های تندی در امتداد عمود مشترک وجود دارد.

توجه (۱):در رابطه فوق e ثابت مثبتی است که بستگی به ماده‌ای دارد که اجسام از آن ساخته شده‌اند ، مقدار e به طور قابل توجهی برای اجسام مختلف متفاوت است ، برای گلوله‌های شیشه‌ای برابر ۰/۹ عاج ۰/۸ و سرب در حدود ۰/۲ است .

توجه (۲) : این ضریب برای انواع برخوردها به صورت زیر است :

برخورد کشسان (الاستیک)	اگر (۱) $e = ۱$
برخورد کاملاً ناکشسان	اگر (۲) $e = ۰$
برخورد نیمه کشسان (نیمه الاستیک)	اگر (۳) $۰ < e < ۱$

نکته (۱): برای به دست آوردن کاهش انرژی جنبشی (تغییرات انرژی داخلی)ناشی از برخورد مستقیم دو جسم به جرم m_1 و m_2 و با تندیهای V_1 و قبل V_2 از برخورد و تندیهای V'_1 و V'_2 بعد از برخورد را از رابطه زیر به دست می‌آوریم :

$$\Delta u = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)(V_1 - V_2)^2(1 - e^2) \qquad (۹-۱۰)$$

با توجه به رابطه متوجه می‌شویم که همیشه جز وقتی که $(e = 1)$ کاهش انرژی وجود دارد.

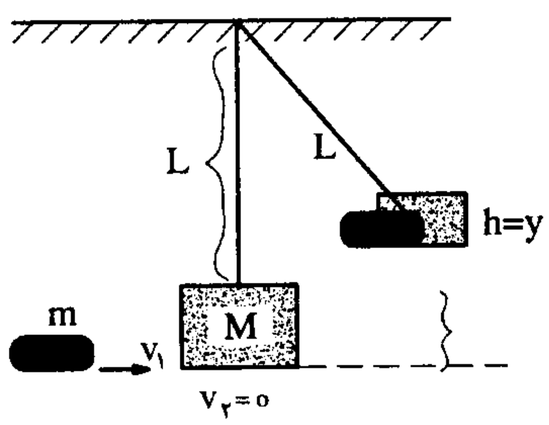
نکته (۲): در بسیاری از مسائل عددی ، ساده‌تر آن است که تندیهای بعد از برخورد را پیدا کنیم و سپس انرژی جنبشی بعد از برخورد را از انرژی جنبشی قبل از برخورد کم کنیم :

انرژی جنبشی قبل برخورد ⟵ $\Delta U = K' - K$ ⟵ تغییر انرژی داخلی

انرژی جنبشی بعد از برخورد

۹-۵ آونگ بالستیک

وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری سرعت گلوله که از یک قطعه چوب بزرگ به جرم M تشکیل شده است (همانند شکل روبه رو)



که به دو ریسمان آویخته شده است.

وقتی گلوله به جرم m با سرعت V_1 به آونگ شلیک می‌شود قطعه چوب به نوسان درآمده و تا ارتفاع بیشینه y بالا می‌رود و می‌توان سرعت نهایی دستگاه را به دست آورد.

بر طبق بقای اندازه حرکت داریم :

$$mV_1 = (m + M)V'$$

بر طبق بقای انرژی داریم:

$$\frac{1}{2}(m + M)v'^2 = (m + M)gh \qquad (۹-۱۱)$$

با استفاده از دو معادله بالا خواهیم داشت :

$$V' = \sqrt{2gh} \qquad h = y$$

$$v_1 = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gh} \qquad (۹-۱۲)$$

نسبت انرژی جنبشی اولیه گلوله به انرژی جنبشی دستگاه بعد از برخورد برابر است با :

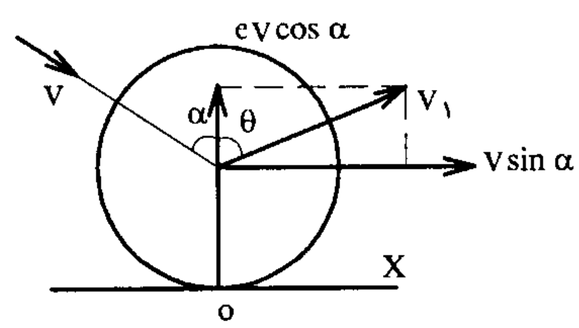
$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\frac{1}{2}mV_1^2}{\frac{1}{2}(m+M)V'^2} = \frac{m+M}{m} \qquad \frac{k_2}{k_1} = \frac{m}{m+M} \qquad (۹-۱۳)$$

۹-۶ برخورد یک کره صیقلی با یک صفحه ثابت صیقلی

شکل زیر سطح AX (صفحه ثابت) و O نقطه برخورد کره با آن باشد ، در این صورت اگر C مرکز کره باشد و CO عمود بر O و سرعت کره در برخورد V و جهت حرکت آن با CD زاویه‌ای برابر α می‌سازد.

توجه ۱ : به دلیل صیقلی بودن صفحه و کره نیرویی به موازات صفحه وجود ندارد و مؤلفه سرعت کره در این جهت $V\sin\alpha$ بدون تغییر است .

توجه (۲) : سرعت نسبی در امتداد قائم پس از برخورد $-e$ برابر سرعت قبل از برخورد است و اگر V' سرعت قائم بعد از برخورد باشد ، داریم :



$$V' - 0 = -e(V\cos\alpha - 0) \Rightarrow V' = -eV\cos\alpha$$

$$V_1 = \sqrt{V^2\sin^2\alpha + e^2V^2\cos^2\alpha} = V\sqrt{\sin^2\alpha + e^2\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{V\sin\alpha}{eV\cos\alpha} = \frac{1}{e}\tan\alpha \Rightarrow \cot an\theta = e\cot an\alpha \qquad (۹-۱۴)$$

θ زاویه بین جهت حرکت و خط قائم است .

نکاتی چند در رابطه با چنین برخوردی :

نکته (۱): ضربه وارد بر صفحه ناشی از برخورد است به وسیله تغییر مقدار حرکت در امتداد قائم اندازه‌گیری می‌شود . اگر m جرم کره باشد ، ضربه برابر است با :

$$J = mv\cos\alpha + mev\cos\alpha = mv(1+e)\cos\alpha$$

نکته (۲) : اگر $e=1$ باشد سرعت بعد از برخورد برابر V است و $\theta=\alpha$ است یعنی کره بعد از برخورد طوری برمی‌گردد که زاویه انعکاس برابر زاویه تابش باشد.

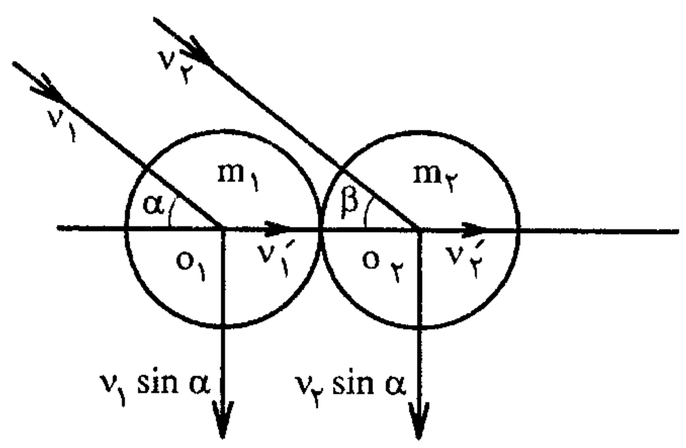
نکته (۳) : اگر $e=0$ باشد ، پس از برخورد در امتداد قائم سرعت وجود ندارد و کره در امتداد صفحه با سرعت $V\sin\alpha$ می‌لغزد .

نکته (۴) : اگر برخورد مستقیم باشد ، سرعت به موازات صفحه دارای مؤلفه نخواهد بود و کره در همان امتداد با سرعت eV برمی‌گردد.

۷-۹ برخورد مایل دو کره

فرض کنید O_2O_1 مراکز کره‌ها و m_2, m_1 جرم کره‌ها باشد و V_1, V_2 سرعت آنها با خط المرکزین O_2O_1 در هنگام برخورد زوایای α و β بسازند . همانند شکل زیر :

V_1 V_2' سرعتهای بعد از برخورد می‌باشند و مؤلفه سرعت عمود O_2O_1 برابر $V_1'\sin\alpha$ و $V_2\sin\beta$ می‌باشد .



بر طبق بقای اندازه حرکت و ضریب بازگشت (جهندگی) برابر با :

$$m_1V_1'+m_2V_2'=m_1V_1\cos\alpha+m_2V_2\cos\beta$$

$$V_1'-V_2'=-e(V_1\cos\alpha-V_2\cos\beta)$$

$$\begin{cases} V_1'=\dfrac{(m_1-em_2)V_1\cos\alpha+m_2V_2(1+e)\cos\beta}{m_1+m_2} \\ V_2'=\dfrac{m_1V_1(1+e)\cos\alpha+V_2(m_2-em_1)\cos\beta}{m_1+m_2} \end{cases}$$

حالات خاص

(۱) اگر $m_1=m_2$ و $e=1$ باشد در این صورت $V_1'=V_1\cos\beta$ و $V_2'=V_1\cos\alpha$ یعنی کره‌ها سرعتهای خود را با یکدیگر عوض می‌کنند.

(۲) اگر m_2 ساکن‌باشد در آن صورت $V_2=0$ معادلات ۱و ۲ به صورت ساده‌تر زیر در می‌آیند .

$$\begin{cases} m_1 V_1 + m_2 V_2' = m_1 V_1 \cos\alpha \\ V_1' - V_2' = -e V_1 \cos\alpha \end{cases} \Rightarrow V_1 = \frac{(m_1 - e m_2) V_1 \cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

در نتیجه مقدار V_2' برابر با : $V_2' = \frac{m_1 V_1 (1+e)\cos\alpha}{m_1 + m_2}$

توجه : کره m_1 در امتداد عمود بر $O_2 O_1$ دارای سرعتهای برابر $V_1 \sin\alpha$ است بنابراین اگر θ زاویه‌ای باشد که جهت حرکت آن با $O_2 O_1$ می‌سازد.

$$\tan\theta = \frac{V_1 \sin\alpha}{V_1'} = \frac{(m_1 + m_2)\sin\alpha}{(m_1 + e m_2)\cos\alpha} = \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1 - e m_2)} \tan\alpha$$

اگر $m_1 = m_2$ باشد، نتایج باز هم ساده‌تر خواهند شد و خواهیم داشت .

$$V_1' = \frac{1}{2}(1-e) V_1 \cos\alpha \quad , V_2' = \frac{1}{2}(1+e) V_1 \cos\alpha$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{2\sin\alpha}{(1-e)\cos\alpha} \Rightarrow \tan\theta = \frac{2}{(1-e)} \tan\alpha$$

کاهش انرژی جنبشی در برخورد مایل دو کره :

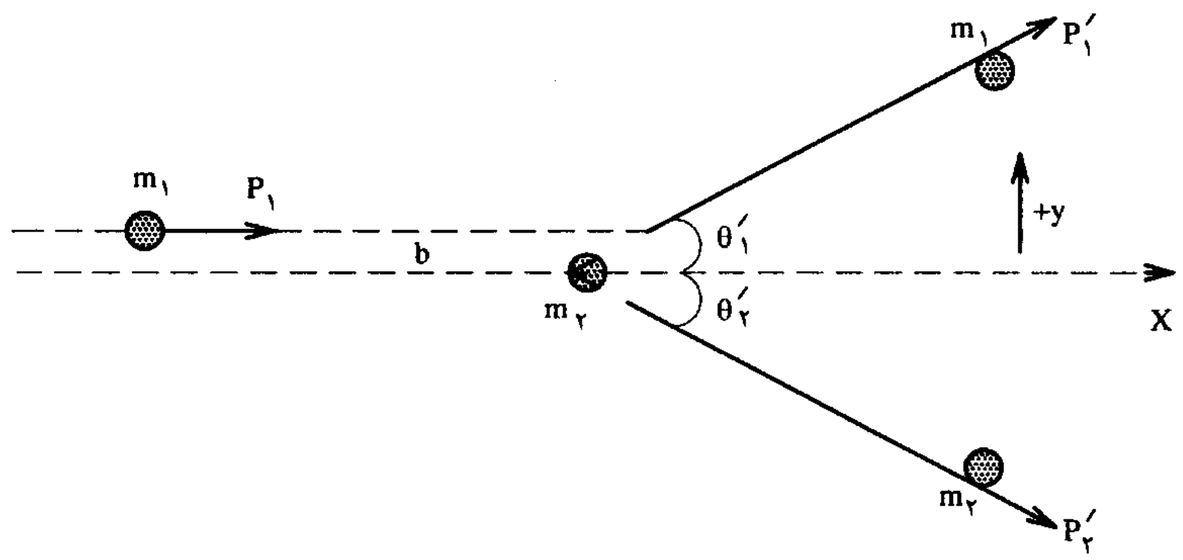
در این حالت سرعتهای عمود بر خط المرکزین بدون تغییر باقی می‌مانند، بنابراین اگر به جای V_1 و V_2 به ترتیب $V_1 \cos\alpha$ و $V_1 \cos\beta$ ، کاهش انرژی جنبشی مانند حالت برخورد مستقیم است. بنابراین کاهش انرژی برابر با :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)(V_1 \cos\alpha - V_2 \cos\beta)^2 (1 - e^2)$$

۸-۹ برخورد در دو بعد یا سه بعد

در این نوع برخورد قوانین بقا به تنهایی نمی‌تواند حرکت ذرات را بعد از برخورد برای ما مشخص کند مثلاً در حالت برخورد در دو بعد ما چهار مجهول و سه معلوم داریم که دو تا مربوط به بقای اندازه حرکت خطی و یکی مربوط به بقای انرژی است بنابراین ما نیاز به زاویه پس‌زنی یکی از ذرات برخورد کننده داریم :

در شکل زیر دو ذره m_2 و m_1 که m_2 ساکن است با هم برخورد کرده‌اند فاصله b میان امتداد اولیه حرکت و خط موازی که از مرکز هدف می‌گذرد را پارامتر برخورد می‌نامند.



درحالت برخورد کشسان با استفاده از قانون بقای انرژی وقتی که $V_۲ = ۰$ است داریم:

$$\frac{۱}{۲}m_۱V_۱^۲ = \frac{۱}{۲}m_۱V_۱'^۲ + \frac{۱}{۲}m_۲V_۲'^۲ \qquad (۹-۱۵)$$

و از قانون بقای اندازه حرکت در راستای x و y خواهیم داشت :

در راستای x $m_۱V_۱ = m_۱V_۱'\cos\theta_۱' + m_۲V_۲' \cos\theta_۲'$ (۹-۱۶)

در راستای y $۰ = m_۱V_۱' \sin\theta_۱' - m_۲V_۲' \sin\theta_۲'$

اگر مقدار $m_۱$ و $m_۲$ و $V_۱$ را داشته باشیم و با داشتن مقدار $\theta_۱'$ می‌توانیم سه مجهول دیگر یعنی $V_۱'$ و $V_۲'$ را به دست می‌آوریم البته آنچه آمد یک مثال از برخورد در دو بعد بود که معادلات بقای اندازه حرکت را بر اساس شکل نوشتیم.

۹-۹ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- یک توپ بیسبال به جرم ۱۶۰ گرم با سرعت m/s ۴۰ به طرف بازیکن در حرکت است بازیکن به وسیله ضربه در مدت ۰/۱ ثانیه توپ را با همان سرعت برمی‌گرداند نیروی متوسط اعمال شده به توپ از طرف بازیکن را حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی‌ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی‌علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- ۱۲۸N ۲- ۱۴۰N ۳- ۱۳۶N ۴- ۱۲۰N

۲- گلوله‌ای به جرم m با سرعت $\vec{V}$ به دیواری برخورد می‌کند و با سرعت $\frac{1}{3}\vec{V}$ برمی‌گردد. تغییر اندازه حرکت خطی گلوله کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه برداری ۷۷)

۱- $\frac{4}{3}m\vec{v}$ ۲- $\frac{1}{3}m\vec{v}$ ۳- $-\frac{4}{3}m\vec{v}$ ۴- $-\frac{1}{3}m\vec{v}$

۳- نیروی وارد بر یک جسم ۱۰ کیلوگرمی در مدت ۴ ثانیه به طور یکنواخت از صفر تا ۵۰N افزایش می‌یابد. اگر این جسم از حالت سکون شروع به حرکت کند سرعت نهایی آن چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)**

۱- ۱۵m/s ۲- ۲۰m/s ۳- ۲۵m/s ۴- ۱۰m/s

۴- اگر اتومبیلی به جرم یک تن با سرعت ۷۲ کیلومتر بر سرعت در حال حرکت باشد و در اثر برخورد مستقیم به کوه در مدت ۰/۲ ثانیه متوقف شود، ماکزیمم نیروی وارده به اتومبیل جهت توقف کامل آن درمدت فوق چند نیوتن می‌باشد ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)

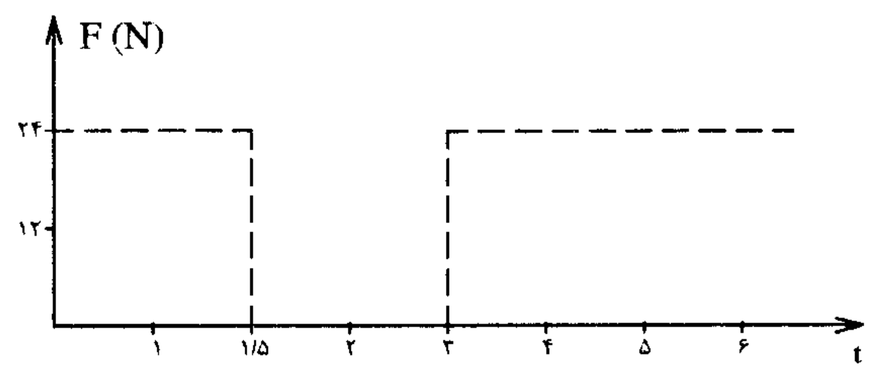
۱- 10^5 ۲- 2×10^9 ۳- 4×10^3 ۴- $3/6\times10^5$

۵- جسمی به جرم ۵kg با سرعت m/s ۳۰ تحت زاویه 45° با یک صفحه فولادی برخورد می‌کند و با همان سرعت و تحت همان زاویه برمی‌گردد . تغییر اندازه حرکت خطی این جسم چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)**

۱- ۲۱۲kgm/s ۲- ۱۲۲ kgm/s ۳- ۳۲۰ kgm/s ۴- ۴۸۰ kgm/s

۶- نمودار نیرو- زمان جسمی به جرم ۳kg که در مبدأ زمان از حالت سکون شروع به حرکت کرده مطابق شکل است ، سرعت این جسم در لحظه $t = ۲\,sec$ چند $\frac{m}{s}$ است ؟

(کنکورکارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری - نقشه برداری ۷۵)



۱- ۸
۲-۱۲
۳-۱۶
۴- ۴۸

۷- هسته اورانیوم ۲۳۸ ناپایدار بوده و به هسته توریم ۲۳۴ و ذره آلفا تجزیه می‌شود . ذره آلفا با سرعت $۱/۴\times۱۰^{۶}\,m/s$ گسیل می‌شود. با فرض آنکه در هنگام واپاشی، اتم اورانیوم ۲۳۸ ساکن باشد. سرعت‌پس‌زنی هسته‌توریم تقریباً کدام است ؟(برحسب m/s)

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)

۱- $۲/۴\times۱۰^{۴}$ ۲- $۲/۴\times۱۰^{۵}$

۳- $۱/۴\times۱۰^{۴}$ ۴- $۱/۴\times۱۰^{۵}$

۸- دو جسم به جرمهای ۰/۳kg ,۰/۲kg روی سطح افقی بدون اصطکاکی با سرعتهای ۰/۵m/s و ۱ m/s رو به یکدیگر حرکت می‌کنند . اگر دو جسم با هم برخورد کرده و به هم بچسبند سرعت نهایی آنها چقدر است ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

۱-۰/۳m/s ۲-۰/۱m/s

۳-۱/۵m/s ۴-۲/۵m/s

۹- جسمی به جرم m در یک بعد با جسمی به جرم M که در ابتدا ساکن است برخورد می‌کند. اگر بخواهیم جرم mپس از برخورد در جهت خلاف حرکت اولیه‌اش حرکت کند باید :

(کنکورکارشناسی ارشد فلسفه و علم ۸۰)

۱- m>M ۲- m=M

۳- m<M ۴- جواب به مقدار سرعت اولیه m بستگی دارد.

۱۰- جرم کاهیده برای دو ذره از رابطه :

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک« با زمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک وریاضی» ۸۰)

۱- $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

۲- $\mu = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$

۳- $\mu = \frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2}$

۴- $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_2 - m_1}$

۱۱- گلوله‌ای به‌جرم m_1 و با سرعت V که درصفحه مسطح بدون اصطکاکی درحرکت است ، با گلوله ساکنی به جرم $m_2 = 2m_1$ برخورد می‌کند. سرعتهای گلوله‌های اول و دوم بعد از برخورد به u_1, u_2 می‌رسند. اگر $u_1 = \sqrt{14}u_2$ و برخورد از نوع الاستیک (کشسان) باشد ، می‌توان نشان داد که :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۶)

۱- $V = \sqrt{28}u_2$

۲- $V = \sqrt{7}u_2$

۳- $V = 2u_2$

۴- $V = 4u_2$

۱۲- الکترونی به طور کشسان با اتم هیدروژن ساکنی برخورد می‌کند. امتداد حرکتهای نهایی در امتداد یک خط راست است. چه کسری از انرژی جنبشی اولیه الکترون به اتم هیدروژن منتقل می‌شود(جرم اتم هیدروژن ۱۸۴۰ برابر جرم الکترون است)؟

(کنکورکارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی فیزیک دریا ۸۰)

۱- ۲۲درصد

۲- ۰/۱درصد

۳- ۰/۲۲درصد

۴- ۱۰درصد

۱۳- در برخورد کشسان سربه سر با یک جسم ساکن، جسم متحرک با سرعت نهایی برابر یک سوم سرعت نهایی جسم هدف بر حرکت خود در جهت جلو ادامه می‌دهد . سرعت نهایی این دو جسم بر حسب سرعت اولیه v_1 چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۸۰)

۱- $\frac{2}{3}v_1, \frac{1}{3}v_1$

۲- $\frac{1}{3}v_1, \frac{4}{3}v_1$

۳- $\frac{3}{2}v_1, \frac{5}{2}v_1$

۴- $\frac{3}{2}v_1, \frac{1}{2}v_1$

۱۴- فاکتور برخورد را با Q نشان می‌دهیم و برای یک برخورد الاستیک Q برابر است با :
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی ژئو فیزیک«بازمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- $Q > 0$ ۲- $Q < 0$ ۳- $Q = 0$ ۴- هیچ‌کدام

۱۵- جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم با سرعت اولیه ۱۰ متر برثانیه به دیوار محکمی برخورد می‌کند در صورتی که میزان‌تلفات انرژی در مسیر و لحظه برخورد مجموعا ۳۷۵ ژول باشد، سرعت گلوله در نقطه برگشت چند متر بر ثانیه است ؟
(کنکورکارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۹)

۱- صفر ۲- $\frac{5}{2}$ ۳- ۵ ۴- ۷/۵

۱۶- جسمی به جرم ۱kg با سرعت ۳m/s به جسم ساکنی به جرم ۲kg برخورد می‌کند . در نتیجه جسم اول به جسم دوم چسبیده و همراه با آن در همان راستای قبلی به حرکت ادامه می‌دهد . مجموع انرژی صرف شده برای تغییر شکل در دو جسم و انرژی تلف شده در اثر برخورد برابر است با : **(کنکورکارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۹)**

۱- $\frac{1}{2}J$ ۲- $1J$ ۳- $\frac{3}{2}J$ ۴- $3J$

۱۷- مولکول هیدروژنی که مرکز جرمش ساکن است و با سرعت زاویه‌ای ω حول مرکز جرمش می‌چرخد با نوترونی با سرعت $\vec{V}_0$ برخورد می‌کند . در صورتی که این نوترون جذب هسته یکی از اتمهای مولکول هیدروژن شود سرعت مرکز جرم مولکول جدید برابر کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)**

۱- $\frac{2}{3}\vec{V}_0$ ۲- $\vec{V}_0$ ۳- $\frac{\vec{V}_0}{3}$ ۴- صفر

۱۸- توپی از ارتفاع h رها می‌شود و پس از برخورد به زمین به بالا می‌جهد . ضریب بازگشت در هر جهش برابر e است بعد از کدام زمان ساکن می‌شود؟
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)

۱- $\frac{1-e}{1-e}(\frac{2h}{g})^{\frac{1}{2}}$ ۲- $\frac{1+e}{1-e}(\frac{2h}{g})^{\frac{1}{2}}$ ۳- $\frac{1+e^2}{1-e^2}(\frac{2h}{g})^{\frac{1}{2}}$ ۴- $\frac{1+e}{1-e}(\frac{g}{2h})^{\frac{1}{2}}$

۱۹- الواری به جرم M با سرعت V بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک در حرکت است گلوله‌ای به جرم m و با سرعت $U(U > V)$ در جهت حرکت الوار به آن برخورد کرده و در آن فرو می‌رود. در نتیجه سرعت الوار به اندازه ..... افزایش می‌یابد .

(کنکورکارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۷)

۱- $\frac{m(V-U)}{m+M}$ ۲- $\frac{m(V-MV)}{m+M}$ ۳- $\frac{m(U-V)}{m+M}$ ۴- $\frac{MV-mU}{m+M}$

۲۰- یک تفنگ از نقطه مقابل هدف به طور افقی به یک مکعب چوبی شلیک می‌شود که در ابتدا روی سطحی افقی در حال سکون است. گلوله درمکعب فرو می‌رود و برخورد باعث لغزیدن سیستم به اندازه x قبل از سکون می‌گردد. اگر جرم گلوله m و جرم مکعب M و ضریب اصطکاک μ باشد . تندی اولیه گلوله کدام است.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک کاربردی ۸۰)

۱- $\sqrt{۲\mu gx}$ ۲- $\frac{M+m}{m}\sqrt{۲\mu gx}$

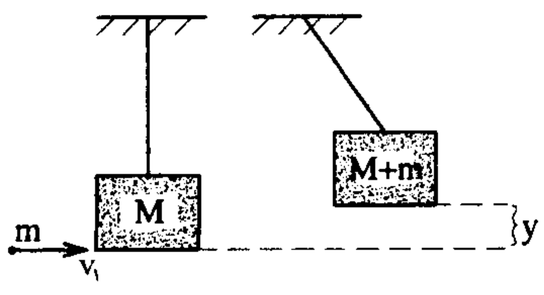
۳- $\frac{M+m}{M}\sqrt{۲\mu gx}$ ۴- $\frac{m}{M+m}\sqrt{۲\mu gx}$

۲۱- گلوله‌ای به جرم ۱۰ gr به یک آونگ بالیستیک به جرم ۲kgبرخورد می‌کند . مرکز جرم آونگ به اندازه ۱۲cm در راستای قائم بالا می‌رود. با فرض آنکه گلوله در داخل آونگ باقی می‌ماند سرعت اولیه آن چقدر بوده است ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۲۵۰m/s ۲- ۳۰۸m/s ۳- ۴۰۰ m/s ۴- ۵۲۲m/s

۲۲- گلوله‌ای به جرم ۱۰ گرم با آونگ بالستیک ۲ کیلوگرمی مطابق شکل شلیک می‌شود ، گلوله در جسم باقی می‌ماند و آونگ بعد از برخورد تا ارتفاع ۲۰ سانتی‌متر بالا می‌رود سرعت اولیه گلوله را پیدا کنید . **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)**

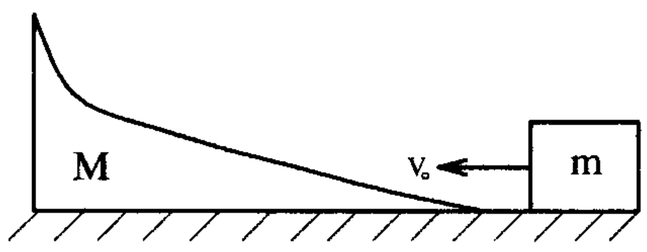


۱- ۲۸m/s ۲- ۳/۹۸m/s

۳- ۲۳/۸m/s ۴- ۳۹۸m/s

۲۳- جسمی به جرم m مطابق شکل با سرعت V_0 به‌سمت سطح شیبداری به جرم M حرکت می‌کند و از آن بالا می‌رود. جرم m حداکثر به چه ارتفاعی دست می‌یابد . از اصطکاک بین m و M و بین M و سطح زمین صرف نظر می‌شود .

(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)



۱- $h = \frac{mV_0^2}{2Mg}$

۲- $h = (\frac{m}{m+M})\frac{V_0^2}{2g}$

۳- $h = \frac{V_0^2}{2g}$

۴- $h = (\frac{M}{m+M})\frac{V_0^2}{2g}$

۲۴- جسمی به جرم M به دو تکه به جرمهای m_2 و m_1 تقسیم می‌شود . m_1 را با سرعت V به M_2 که ساکن است برخورد می‌دهیم به طوری که به m_1 بچسبد . در چه صورتی اتلاف انرژی جنبشی ماکزیمم است ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۸۰)

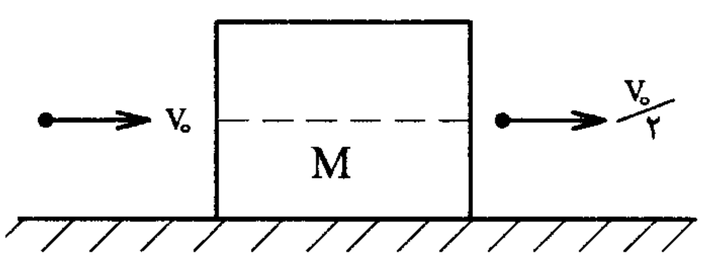
۱- $m_1 = 2m_2$

۲- $m_1 = m_2$

۳- $m_1 = 4m_2$

۴- $m_2 = 2m_1$

۲۵- گلوله کوچکی به جرم m مطابق شکل با سرعت اولیه V_0 به یک قطعه به جرم $M= 2m$ برخورد می‌کند و پس از سوراخ کردن آن با سرعت نهایی $\frac{V_0}{2}$ از آن خارج می‌شود . حرارت ایجاد شده در این پدیده چقدر است ؟ **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)**



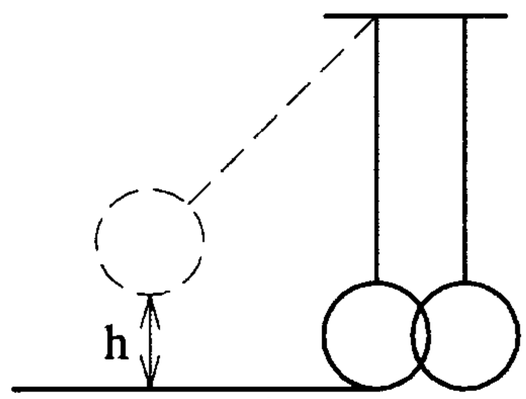
۱- $\frac{5}{16}mV_0^2$

۲- $\frac{7}{16}mV_0^2$

۳- $\frac{3}{4}mV_0^2$

۴- $\frac{5}{8}mV_0^2$

۲۶- مطابق شکل آونگ سمت چپ در ارتفاع h قرار گرفته است و بعد از رها شدن و برخورد با آونگ دیگر مرکز جرم آنها تا چه ارتفاعی بالا می‌رود ؟(برخورد آنها ناکشسان و جرم دو گلوله آونگ مساوی است) : (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)



۱- $h' = \frac{۱}{۳}h$

۲- $h' = \frac{۱}{۴}h$

۳- $h' = \frac{۱}{۲}h$

۴- $h' = \frac{۳}{۴}h$

۲۷- در برخورد کاملا کشسان دو ذره آزاد به جرمهای $m_۱, m_۲$ در فضا ، چند معادله و چند مجهول وجود دارد ؟ (کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)

۱- یک - دوازده

۲- چهار- دوازده

۳- سه – شش

۴- چهار - شش

۲۸- ذره‌ای سبک با اندازه حرکت خطی $\vec{p}$ با ذره سنگین در حال سکون تحت زاویه θ پراکندگی کلاسیک راترفورد انجام می‌دهد . مقدار تغییر اندازه حرکت خطی ذره برابر است با : (کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)

۱- $p_\circ \sin\theta$

۲- $۲p_\circ \sin\theta$

۳- $p_\circ \sin\frac{\theta}{۲}$

۴- $۲p_\circ \sin\frac{\theta}{۲}$

۲۹- گلوله‌ای به جرم۱۰ کیلوگرم درحرکت است .در لحظه‌ای که سرعت گلوله ۲۰m/s است . دراثر انفجار به دو نیمه مساوی تقسیم شده هر یک از دو نیمه در راستای ۶۰ درجه نسبت به راستای اولیه تقسیم می‌شوند . اگر انفجار در یک صفحه مسطح صورت گیرد . انرژی آزاد شده در اثر انفجار چند ژول است ؟ (کنکورکارشناسی ارشد فیزیک و هواشناسی ۷۸)

۱- ۲۰۰۰

۲- ۴۰۰۰

۳- ۶۰۰۰

۴- ۸۰۰۰

۳۰- یک مولکول گاز با سرعت ۳۰۰m/s به طور کاملا کشسان با مولکول دیگری به همان جرم که در حال سکون است، برخورد می‌کند پس از برخورد مولکول اول تحت زاویه ° ۳۷ نسبت به راستای حرکت اولیه‌اش حرکت می‌کند . زاویه‌ای را که مولکول دوم بعد از برخورد با راستای اولیه حرکت مولکول اول می‌سازد، چقدر است؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)

۱- °۳۷ ۲- °۷۴ ۳- °۵۳ ۴- °۴۵

۳۱- گلوله‌ای‌به‌جرم M که با سرعت V در یک صفحه افقی بدون اصطکاک در حرکت است ، با گلوله ساکنی به جرم ۲M برخورد می‌کند . گلوله اول تحت زاویه °۳۰ نسبت به راستای حرکت اولیه خود منحرف شده گلوله دوم تحت زاویه °۶۰ نسبت به همان راستا به حرکت در می‌آید. در نتیجه انرژی بعد از برخورد نسبت به انرژی جنبشی قبل از برخورد:

(کنکورکارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۸)

۱- به میزان $\frac{۱}{۸}$ کاهش می‌یابد. ۲- به میزان $\frac{۱}{۸}$ افزایش می‌یابد.

۳- $\frac{۱}{۸}$ برابر می‌شود. ۴- ۸ برابر می‌شود.

۳۲- دو جسم به جرمهای ۵kg و ۱۰kg دارای سرعت $V_۱ = ۲m/s$ در جهت محور $V_۲ = ۴m/s, x$ در جهت مثبت y می‌باشند دو جسم با یکدیگر برخورد می‌کنند و به یکدیگر می‌چسبند سرعت حرکت دستگاه را پیدا کنید.

(کنکورکارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاداسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک وریاضی»۷۸)

۱- ۳m/s ۲- ۲/۷۵m/s ۳- ۱/۲۵m/s ۴- ۴/۵m/s

۳۳- ذره‌ای به جرم $m_۱$ و سرعت اولیه $\vec{V}$ با ذره دیگر در حال سکون و جرم $m_۲$ برخورد می‌کند. تحت کدام یک از شرایط زیر زاویه بین امتداد سرعت دو ذره بعد از برخورد عمود بر هم می‌باشند؟

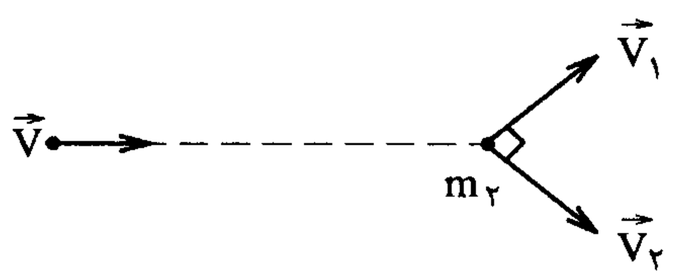
(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)

۱- $m_۱ = m_۲$

۲- $۲m_۱ = m_۲$

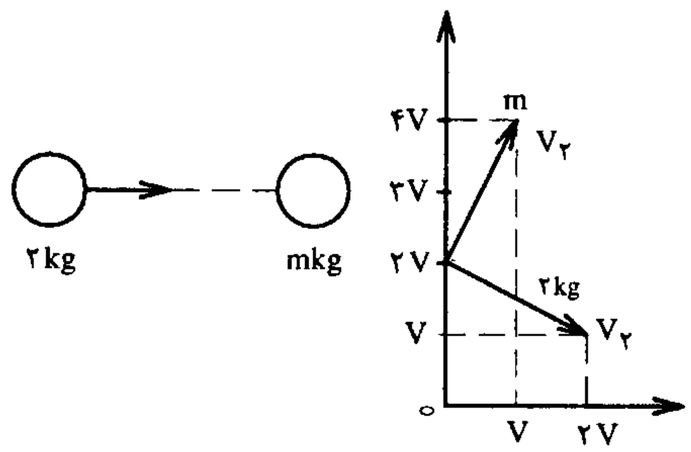
۳- $m_۱ = ۲m_۲$

۴- هرگز



۳۴- با توجه به شکل سرعت ۲ کیلوگرمی قبل از برخورد چقدر است ؟ از اصطکاک چشم‌پوشی می‌شود؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۷۹)



۱- V

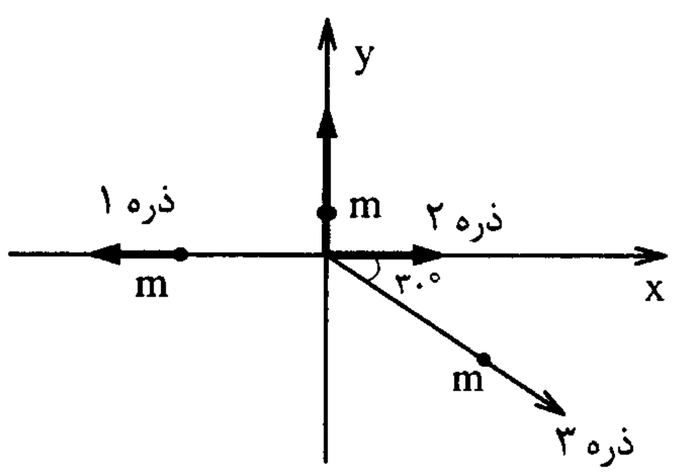
۲- $\frac{۳}{۲}V$

۳- ۲V

۴- $\frac{۵}{۲}V$

۳۵- ذره‌ای به جرم ۳m با سرعت $V_\circ$ در امتداد مثبت محور x ها در حرکت است. ناگهان این ذره به سه ذره با جرمهای مساوی m تقسیم می‌شود و مطابق شکل ذره اول درامتداد منفی محورxها ذره دوم در امتداد محورyها و ذره سوم در امتدادی که با محور xها زاویه ۳۰ درجه می‌سازد حرکت می‌کنند. اگر انرژی آزاد شده در این انفجار پنج برابر انرژی جنبشی ذره اولیه با جرم ۳m باشددر این صورت تندی ذره سوم تولید شده پس از انفجار برابر است با :

(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک اتمی حالت جامد۷۷)



۱- $\sqrt{\frac{۳}{۲}}V_\circ$

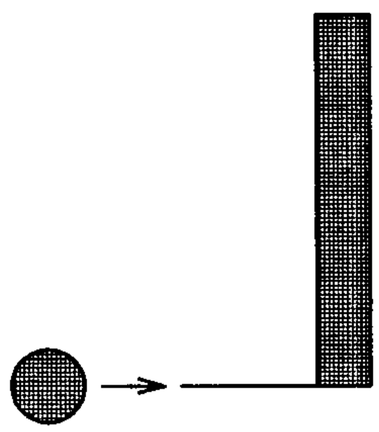
۲- $\frac{۳\sqrt{۳}+\sqrt{۵۱}}{۴}V_\circ$

۳- $\frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۳۵}}{۴}V_\circ$

۴- $۲\sqrt{۳}V_\circ$

۳۶- GRE ؟

خط کش یکنواختی به طول L و جرم M روی سطح افقی بدون اصطکاکی مانند شکل زیر قرار گرفته است . ذره‌ای به جرم m با سرعت V روی یک خط راست عمود بر خط‌کش در یک انتها به آن برخورد می‌کند . بعد از برخورد الاستیک ذره به حالت سکون در می‌آید . سرعت مرکز جرم خط‌کش پس از برخورد چقدر می‌باشد؟



۱- $\frac{m}{M}V$

۲- $\frac{m}{m+M}V$

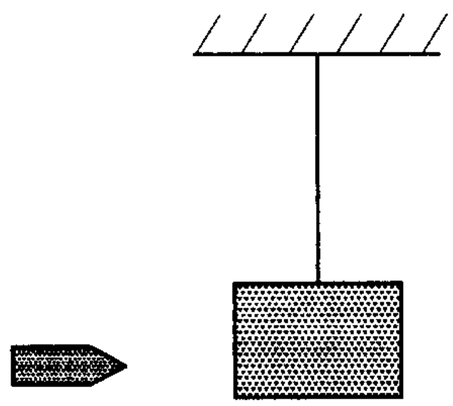
۳- $\sqrt{\frac{m}{M}}V$

۴- $\sqrt{\frac{m}{m+M}}V$

۵- $\frac{۳m}{M}V$

GRE -۳۷

یک آونگ بالستیک را در نظر بگیرید . سرعت اولیه گلوله‌ای به جرم $m = ۵gr$ و ۲۰/۰۰۰ متر بر ثانیه داده شده است این گلوله به بلوکی به جرم ۱۰۰۰ گرم برخورد می‌کند و در آن فرو می‌رود . ارتفاعی که آونگ بالا می‌رود را تعیین کنید.



۱- سانتی‌متر ۵/۰۵

۲- سانتی‌متر ۱۰/۱

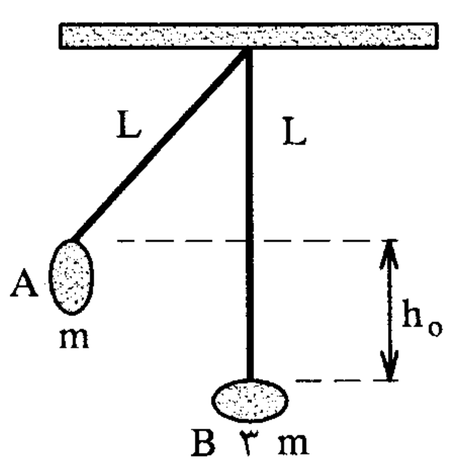
۳- سانتی‌متر۱۵/۱۵

۴- سانتی‌متر۲۰/۲

۵- سانتی‌متر ۲۵/۲۵

GRE -۳۸

دو کره کوچک A,B با جرمهای ۳M,M مانند شکل زیر توسط ریسمانهایی به طول L از سقف آویزان شده‌اند . کره A تا ارتفاع $h_\circ$ به یک طرف کشیده شده و سپس آزاد می‌گردد و پس از برخورد به کره B هر دو کره تا ارتفاع h بالا می‌روند . مقدار ارتفاع را حساب کنید .



۱- $\frac{۱}{۱۶}h_\circ$

۲- $\frac{۱}{۸}h_\circ$

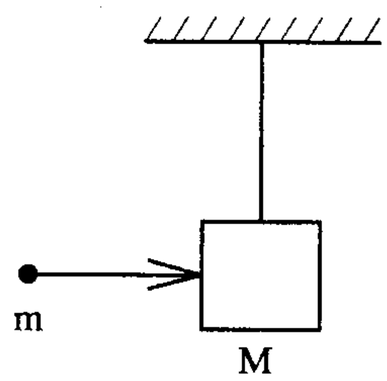
۳- $\frac{۱}{۴}h_\circ$

۴- $\frac{۱}{۳}h_\circ$

۵- $\frac{۱}{۲}h_\circ$

GRE -۳۹

یک گلوله ۱۰ گرمی به سمت آونگ بالستیکی مثل شکل پرتاب می‌شود. گلوله بعد از برخورد در آونگ باقی می‌ماند و به اندازه ۲۰ سانتی‌متر بالا می‌رود، سرعت اولیه گلوله را پیدا کنید . $(M = ۲Kg)$



۱- ۲۸/۰m/s

۲- ۲۳/۸m/s

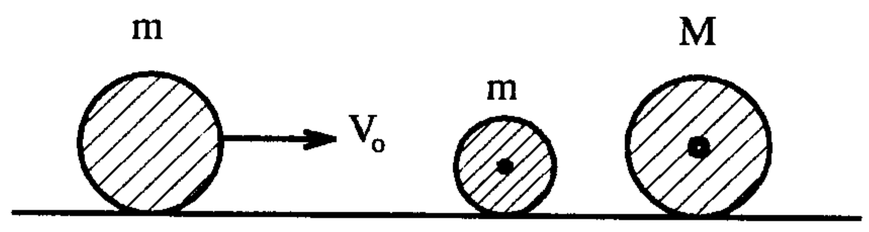
۳- ۳/۹۸m/s

۴- ۷/۹m/s

۵- ۳۹۸m/s

۴۰- گلوله‌ای به جرم m با سرعت $\vec{V}_\circ$ از طرف چپ به سمت دو گلوله M و m که به فاصله کمی از یکدیگر و در حال سکون در سمت راست قرار دارند به طور سربسر و مرکز به مرکز برخورد می‌کند، اگر برخورد کاملا کشسان باشد:

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فلسفه علم ۸۱)



۱- اگر برخورد ابتدا به گلوله M که جرم آن از گلوله m که با سرعت $\vec{V}_\circ$ به آن برخورد می‌کند بیشتر باشد $(M > m)$ سه برخورد صورت می‌پذیرد.

۲- اگر برخورد ابتدا به گلوله m که جرم آن با جرم گلوله متحرک برابر است صورت پذیرد و $(M > m)$ باشد سه برخورد صورت می‌پذیرد.

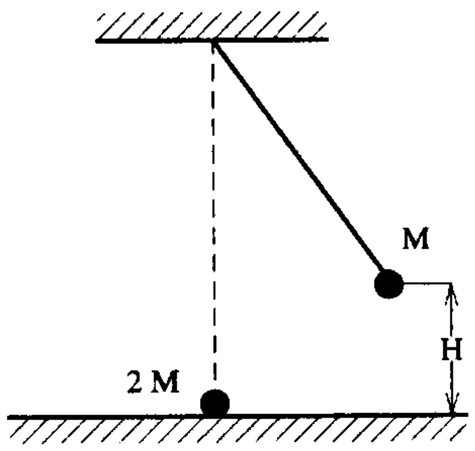
۳- اگر برخورد ابتدا به گلوله m که جرم آن با جرم گلوله متحرک برابر است صورت پذیرد و $(M > m)$ باشد دو برخورد صورت می‌پذیرد.

۴- اگر برخورد ابتدا به جرم m و سپس به جرم M که در آن $(M > m)$ باشد سه گلوله در یک راستا با اندازه‌های حرکت متفاوت در حرکتند.

۴۱- یک‌سورتمه ۳۰ کیلوگرمی روی‌یک‌سطح‌یخی افقی با سرعت ثابت ۱۰ متر بر ثانیه حرکت می‌کند. یک بسته ۱۲۰ کیلوگرمی را به طور قائم در آن می‌اندازیم سرعت نهایی سورتمه چند متر بر ثانیه است؟ (نیروی اصطکاک ناچیز است). **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)**

۱- ۲ ۲- ۲/۵ ۳- ۱۰ ۴- ۲۰

۴۲- آونگی به جرم M از ارتفاع H رها می‌شود و در پایان‌ترین نقطه مسیرش به گلوله‌ای ساکن به جرم M ۲ به طور کاملا غیر الاستیک بر می‌خورد. ارتفاعی که آونگ بالا می‌رود کدام است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)**



۱- $\frac{H}{۳}$

۲- $\frac{H}{۴}$

۳- $\frac{H}{۹}$

۴- $\frac{۴}{۵}H$

۴۳- گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از بالای سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی به ارتفاع h پایین می‌آید و در انتهای این سطح به گلوله دیگری هم جرم با آن برخورد کرده به آن کاملا می‌چسبد. این دو گلوله با هم بر روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاک دیگری به سطح اول متصل است، تا ارتفاع h' بالا می‌روند. نسبت $\frac{h'}{h}$ چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۱)

۱- $\frac{۱}{۴}$ ۲- $\frac{۱}{۲}$ ۳- ۲ ۴- ۴

۴۴- روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قطعه‌ای به جرم m و تندی $V_۰$ با قطعه‌ای ساکن به جرم۴m برخورد می‌کند و به آن می‌چسبد. نسبت انرژی جنبشی نهایی مجموعه دو جسم پس از برخورد به انرژی جنبشی اولیه مجموعه کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد فیزیک اتمی– حالت جامد و کاربردی ۸۱)

۱- ۱ ۲- $\frac{۱}{۵}$ ۳- $\frac{۵}{۱۶}$ ۴- $\frac{۴}{۲۵}$

۴۵- جرم m_1 به جرم m_2 که ساکن است، برخورد می‌کند و برمی‌گردد. کدام‌یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۱)

۱- $m_1 > m_2$

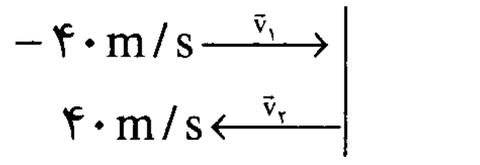
۲- $m_1 < m_2$

۳- $m_1 = m_2$

۴- سرعت اولیه m_1 لزوما بسیار زیاد بوده است.

۱۰-۹ پاسخنامه تشریحی

۱-۱)



$$F=\frac{dp}{dt}=\frac{m\Delta V}{dt}=\frac{m(V_۲-V_۱)}{t}=\frac{۱۶۰\times ۱۰^{-۳}(۴۰+۴۰)}{۱۰^{-۱}}\Rightarrow F=\frac{۱۶۰\times ۱۰^{-۲}\times ۸۰}{۱۰^{-۱}}$$

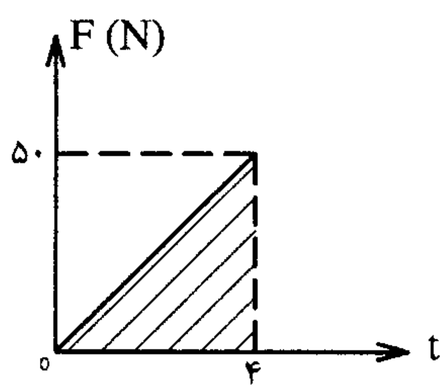
$$\Rightarrow F=۱۲۸\ N$$

۲-۱) چون سرعت برگشت $+\frac{۱}{۳}\vec{V}$ است پس سرعت رفت $-\vec{V}$ بوده است .

$$\vec{P}=m\Delta\vec{V}=m(\vec{V}_۲-\vec{V}_۱)=m(+\frac{۱}{۳}\vec{V}+\vec{V})$$

$$\Rightarrow \vec{p}=\frac{۴}{۳}m\vec{V}$$

۳-۴) نیرو به صورت یکنواخت تغییر می‌کند مطابق شکل روبه‌رو :



$$\Delta p=mv-\circ=\int_\circ^۴ Fdt=\text{سطح زیر نمودار}=\frac{۱}{۲}(۵۰)(۴)$$

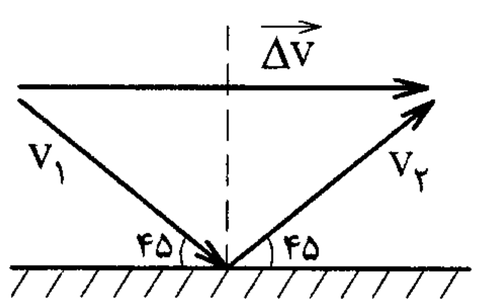
$$m=۱۰kg\Rightarrow v=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰m/s$$

۴-۱)

$$V=۷۲\frac{km}{h}=\frac{۷۲}{۳/۶}m/s=۲۰m/s \qquad \Delta p=|\circ-۱۰۰۰\times ۲۰|$$

$$\Delta p=F\Delta t\Rightarrow F=\frac{\Delta P}{\Delta t}=\frac{۱۰۰۰\times ۲۰}{۰/۲}\Rightarrow F=۱۰^۵N$$

۵-۱)



$$\Delta\vec{V}=\vec{V}_۲-\vec{V}_۱ \quad ,M=۵kg$$

$$۳۰m/s=|\vec{V}_۲|=|\vec{V}_۱|\Rightarrow|\Delta\vec{V}|=۲|\vec{V}_۱|Cos۴۵=۲(۳۰)\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow|\Delta\vec{p}|=|m\Delta\vec{V}|=۵(۳۰)\sqrt{۲}=۲۱۲\ kgm/s$$

۶-۲) مقدار حاصل‌ضرب نیرو ـ زمان برابر تغییر اندازه حرکت می‌باشد.

$$m\vec{V} = \int_{\circ}^{t} \vec{F}.dt \Rightarrow ۳\times V = \int_{\circ}^{۱/۵} ۲۴\times dt + \int_{۱/۵}^{۲} \circ dt \Rightarrow ۳V = ۲۴\times ۱/۵ \Rightarrow V = ۱۲\, m/s$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۷-۱)

$m_\alpha = ۴$ و ذره آلفا+ هسته توریم ⟵ هسته اورانیوم

بقای اندازه حرکت خطی $(۲۳۸)(\circ) = (۲۳۴)(V) + (۴)(۱/۴\times ۱۰^{۶})$

$$V = -\frac{(۴)(۱/۴\times ۱۰^{۶})}{۲۳۴} = ۰/۰۲۳۹\times ۱۰^{۶} \cong ۲/۴\times ۱۰^{۴}\, m/s$$

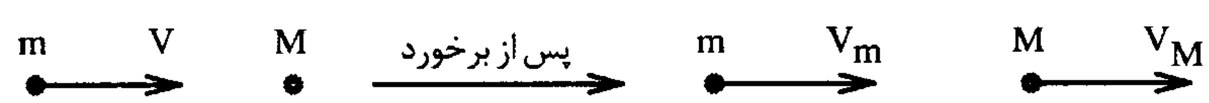
۸-۲)

بقای اندازه حرکت خطی $m_۱V_۱ + m_۲V_۲ = (m_۱ + m_۲)V_f$

$$(۰/۳)(۰/۵) + (۰/۲)(-۱) = (۰/۳ + ۰/۲)V_f \Rightarrow V_f = -۰/۱$$

علامت منفی نشان می‌دهد که دو جسم به هم چسبیده در جهت حرکت اولیه $m_۲$ حرکت می‌کنند.

۹-۳)



$$\begin{cases} mV + \circ = mV_m + MV_M & \text{بقای اندازه حرکت} \\ \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲}mV_m^۲ + \frac{۱}{۲}MV_M^۲ & \text{بقای انرژی} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m(V - V_m) = MV_M \\ m(V^۲ - V_M^۲) = MV_M^۲ \end{cases}$$

از تقسیم رابطه دوم بر اول داریم :

$$\begin{cases} V + V_m = V_M \\ \frac{mV}{M} - \frac{m}{M}V_m = V_M \end{cases} \Rightarrow V + V_m = \frac{m}{M}V - \frac{m}{M}V_m \Rightarrow V_m = \frac{m-M}{m+M}V$$

بنابراین:

بنابراین اگر جرم m در خلاف جهت حرکت اولیه حرکت کند ($V > ۰$ ولی $V_m < ۰$) باید :

$$m - M < ۰ \Rightarrow m < M$$

۱۰-۱)

$$\frac{۱}{\mu} = \frac{۱}{m_۱} + \frac{۱}{m_۲} \Rightarrow \mu = \frac{m_۱m_۲}{m_۱ + m_۲}$$

از نظر دیمانسیون معلوم است که گزینه‌های (۲) و (۳) جواب صحیح نیستند و همچنین گزینه (۴) نیز نمی‌تواند صحیح باشد چرا که به ازای $m_1 = m_2$ ، μ بی‌نهایت می‌شود.

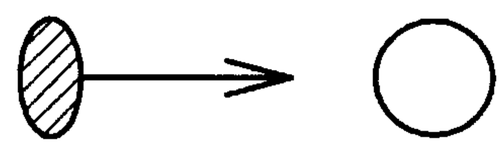
۱۱-۴) بر طبق اصل بقای انرژی داریم :

$$\frac{1}{2}m_1 V_1^2 + \frac{1}{2}m_2 V_2^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_1 V_1^2 + \frac{1}{2}m_2 (0) = \frac{1}{2}m_1 (\sqrt{14}u_2)^2 + \frac{1}{2}(2m_1)u_2^2 \qquad \begin{cases} V_1 = V, m_2 = 2m_1 \\ V_2 = 0, u_1 = \sqrt{14}u_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_2 = 14u_2^2 + 2u_2^2 \Rightarrow V_2 = 16u_2^2 \Rightarrow V = 4u_2$$

۱۲-۳)



$$\begin{cases} m_e V_e + 0 = m_e V_e' + m_H V_H \\ \frac{1}{2}m_e V_e^2 + 0 = \frac{1}{2}m_e V_{e'}^2 + \frac{1}{2}m_H V_H^2 \end{cases} \qquad m_H = 1840\ m_e \qquad \Rightarrow V_H^1 = \frac{2m_e}{m_e + m_H}V_e$$

مقدار انرژی داده شده به اتم هیدروژن همان انرژی جنبشی اتم هیدروژن پس از حرکت است چون انرژی جنبشی اولیه آن صفر بوده است .

$$\frac{\frac{1}{2}m_H V_H^2}{\frac{1}{2}m_e V_e^2} = \frac{\frac{1}{2}(1840\ m_e)\left[\frac{2m_e}{1841\ m_e}\right]^2 V_e^2}{\frac{1}{2}m_e V_e^2} = 0/0022$$

درصد ۲۲٪ = درصد ۱۰۰×۰۰۲۲٪ =

۱۳-۴)

$$\begin{cases} m_1 v_1 + 0 = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2 \end{cases} \qquad v_{1f} = \frac{1}{3}v_{2f}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1(v_1 - \frac{v_{2f}}{3})}{m_1(v_1^2 - (\frac{v_{2f}}{3})^2)} = \frac{m_2 v_{2f}}{m_2 v_{2f}^2} = \frac{1}{v_{2f}}$$

با طرفین وسطین کردن تساوی بالا داریم :

$$\Rightarrow v_1 v_{2f} - \frac{v_{2f}^2}{3} = v_1^2 - \frac{v_{2f}^2}{9} \Rightarrow v_{2f}^2 - \frac{9}{2} v_1 v_{2f} + \frac{9}{2} v_1^2 = 0$$

$$\Rightarrow v_2 f = \frac{(\frac{9}{2} v_1) \pm \sqrt{(\frac{9}{2} v_1)^2 - 4(\frac{9}{2} v_1^2)}}{2} \begin{cases} 3v_1 \Rightarrow v_{1f} = v_1 \\ \frac{3v_1}{2} \Rightarrow v_{1f} = \frac{v_1}{2} \end{cases}$$

از میان گزینه‌ها در گزینه (۴) داریم $v_{1f} = \frac{v_1}{2}$, $v_{2f} = \frac{3v_1}{2}$

۱۴- ۴) ضریب برخورد در یک برخورد کشسان برابر یک است .

۱۵-۳) اگر Q انرژی تلف شده و E_{K_1} انرژی جنبشی اولیه و E_{K_2} انرژی جنبشی نهایی باشد. بنابربقای انرژی داریم :

$$E_{K1} = E_{K_2} + Q \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + Q$$

$$\frac{1}{2}(10)(10)^2 = \frac{1}{2}(10) v_2^2 + 375 \Rightarrow v_2^2 = 25 \Rightarrow v_2 = 5 m/s$$

۱۶-۴)

بقای اندازه حرکت خطی: $(1)(3) + (2)(0) = (3)V \Rightarrow \quad V = 1 m/s$

مقدار انرژی پس از برخورد صرف تغییر شکل و به عبارتی پیوند دو جرم و تشکیل جرم۳ کیلوگرمی می‌شود. (Q)

$$\frac{1}{2}(1)(3)^2 + 0 = \frac{1}{2}(3) v^2 + Q$$

$$Q = \frac{1}{2}(1)(3)^2 - \frac{1}{2}(3)(1)^2 = 4/5 - 1/5 = 3J$$

۱۷- ۳) با توجه به قانون بقای حرکت خطی و برابری جرم پروتون با نوترون خواهیم داشت : (باید توجه داشت که هر چند مولکول $2m$ دوران می‌کند اما سرعت مرکز جرمش صفر است.)

$$\vec{p}_0 = \vec{p} \Rightarrow 0 + m\vec{v}_0 = (2m + m)\vec{v}_{cm} \Rightarrow \vec{v}_{cm} = \frac{1}{3}\vec{v}_0$$

(۲-۱۸

$$mgh = \frac{۱}{۲}mV_۱^۲ \Rightarrow V_۱^۲ = ۲gh \Rightarrow V_۱ = gt_۱ \Rightarrow t_۱ = \sqrt{\frac{۲h}{g}}$$

$$\begin{cases} V_۲ = eV_۱ \Rightarrow t_۲ = et_۱ \\ V_۳ = eV_۲ \Rightarrow t_۳ = e^۲ t_۱ \end{cases}$$

$$T = t_۱ + ۲t_۲ + ۲t_۳ + \ldots$$

$$\downarrow$$

$$T = \sqrt{\frac{۲h}{g}} + ۲e\sqrt{\frac{۲h}{g}} + ۲e^۲\sqrt{\frac{۲h}{g}} + \ldots.$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{۲h}{g}}(۱+۲e+۲e^۲+۲e^۳+\ldots) \Rightarrow t = \sqrt{\frac{۲h}{g}}(-۱+۲\sum_{n=۰}^{\infty}e^n) = \sqrt{\frac{۲h}{g}}\ (-۱+\frac{۲}{۱-e}) \Rightarrow T = \sqrt{\frac{۲h}{g}}\frac{۱+e}{۱-e}$$

(۳-۱۹

بقای اندازه حرکت خطی : $mU + Mv = (m+M)v' \Rightarrow v' = \frac{mU+Mv}{m+M}$

میزان افزایش سرعت‌الوار $\Delta V = V' - V = \frac{mU+MV}{m+M} - V = \frac{mU+MV-mV-MV}{m+M}$

$$\Delta V = \frac{m(U-V)}{m+M}$$

(۲-۲۰

شتاب کند شونده ناشی از اصطکاک $= -\mu g$

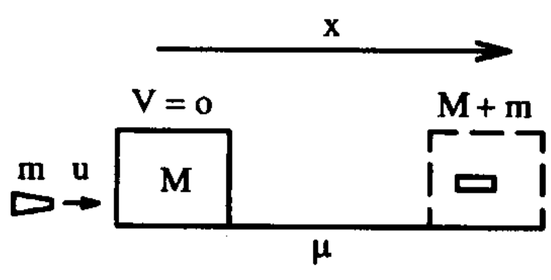
u سرعت گلوله و V' سرعت مکعب چوبی و گلوله پس از برخورد

بقای اندازه حرکت خطی : $mu + ۰ = (m+M)V' \Rightarrow V' = \frac{m}{m+M}u$

$$۰ - (V')^۲ = ۲(-\mu g)x \Rightarrow V' = \sqrt{۲\mu gx}$$

$$\sqrt{۲\mu gx} = \frac{m}{m+M}u \Rightarrow u = \frac{m+M}{m}\sqrt{۲\mu gx}$$

(۲-۲۱



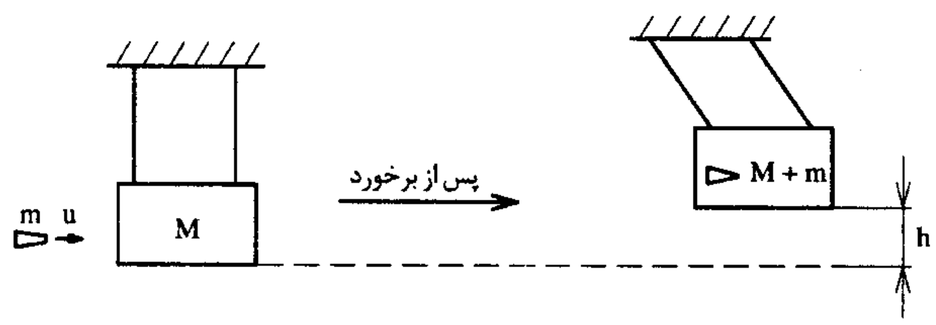
آونگ M=۲kg

جرم گلوله $m = ۱۰g, h = ۱۲cm$

پس از برخورد ناکشسان گلوله و آونگ ، جرم(m+M) با سرعت V حرکت و تا ارتفاع h بالا می‌رود.

$$\begin{cases} mu = (M+m)V \\ \frac{۱}{۲}(M+m)V^۲ = (M+m)gh \Rightarrow V = \sqrt{۲gh} \Rightarrow x = (\frac{M+m}{m})\sqrt{۲gh} \end{cases}$$

$$x = (\frac{۲+۰/۰۱}{۰/۰۱})\sqrt{۲(۹/۸)(۰/۱۲)} = ۳۰۸\ m/s$$



۲۲-۴) با توجه به بقای انرژی و اندازه حرکت این مسأله را حل می‌کنیم .

(۱) طبق قانون بقای اندازه حرکت $mV_۱ = (m+M)V_۲$

(۲) طبق قانون بقای انرژی $\frac{۱}{۲}(m+M)V_۲^۲ = (m+M)gy$

$m = ۱\times۱۰^{-۲}kg$

$M = ۲kg$

$y = ۰/۲m$

$g = ۹/۸m/s^۲$

$V = \sqrt{۲gy} \Rightarrow V_۲ = \sqrt{۲\times(۹/۸)\times۰/۲} = ۱/۹۸m/s, m+M = ۲/۰۱kg$

$۱۰^{-۲}\times V_۱ = (۲/۰۱)\times۱/۹۸ \Rightarrow V_۱ = ۳۹۸\ m/s$

۲۳-۴) بنابربقای انرژی داریم :

$$\frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = \frac{۱}{۲}(M+m)V^۲ + mgh$$

$$mV_۰ = (m+M)V$$

نکته : وقتی m در بیشترین ارتفاع خود نسبت به M ساکن می‌شود، هر دو با سرعت V حرکت می‌کنند. بنابراین با توجه به روابط فوق خواهیم داشت :

$$\frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = +mgh + \frac{۱}{۲}(M+m)\frac{m^۲V_۰^۲}{(M+m)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ - \frac{۱}{۲}\frac{m^۲V_۰^۲}{(m+M)} = mgh$$

$$\Rightarrow h = \frac{MV_۰^۲}{۲g(m+M)}$$

۲۴- ۲)

$$m_2 = M - m_1$$

بقای اندازه حرکت: $m_1 V = (m_1 + m_2)V' = MV' \Rightarrow V' = \frac{m_1}{M} V$

بقای انرژی: $\frac{1}{2} m_1 V^2 = \frac{1}{2} MV'^2 + Q$

$$Q = \frac{1}{2} m_1 V^2 - \frac{1}{2}\frac{m_1^2}{M} V^2 = \frac{1}{2}(m_1 - \frac{m_1^2}{M})V^2$$

$$\frac{\partial Q}{\partial m_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial m_1}(m_1 - \frac{m_1^2}{M}) = 1 - \frac{2m_1}{M} = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{M}{2}$$

$$\Rightarrow m_2 = M - m_1 = \frac{M}{2} \Rightarrow m_1 = m_2$$

۲۵-۱) طبق قانون پایستگی انرژی و ممنتوم خطی داریم :

$$\frac{1}{2} mV_0^2 = \frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} m(\frac{V_0^2}{2}) + Q$$

$$mV_0 = MV + m\frac{V_0}{2} \quad , \quad (M = 2m)$$

$$\Rightarrow m\frac{V_0}{2} = 2mV \Rightarrow V = \frac{V_0}{4}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2} mV_0^2 - \frac{1}{2}(2m)\frac{V_0^2}{16} - \frac{1}{8} mV_0^2$$

$$= (\frac{16 - 2 - 4}{32})mV_0^2 = \frac{5}{16} mV_0^2$$

۲۶-۲) اگر V سرعت گلوله اول هنگام برخورد به گلوله دوم باشد .

$$mgh = \frac{1}{2} mV^2 \Rightarrow V = \sqrt{2gh}$$

$mV = (m+m)V' \Rightarrow V' = \frac{V}{۲}$ بقای اندازه حرکت خطی $\Leftarrow$ برخورد دو گلوله ناکشسان

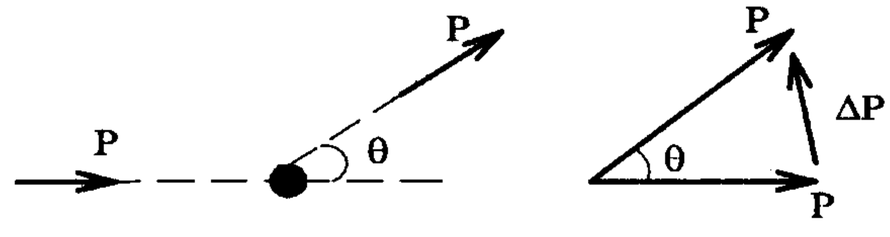
سرعت دو گلوله به هم چسبیده پس از برخورد $\frac{۱}{۲}\sqrt{۲gh}$ است و اگر تا ارتفاع h' بالا روند داریم :

$$(۲m)gh' = \frac{۱}{۲}(۲m)V'^{۲} = \frac{۱}{۲}(۲m)(\frac{۲gh}{۴}) \Rightarrow h' = \frac{h}{۴}$$

۲۷-۲) هر ذره آزاد در فضا دارای سه درجه آزادی است پس ۶ مجهول قبل از برخورد و ۶ مجهول بعد از برخورد خواهیم داشت از لحاظ معادله با قانون بقای اندازه حرکت خطی و بقای انرژی چهار معادله خواهیم داشت که ۳ معادله مربوط به بقای اندازه حرکت خطی در جهات z,y,x و یک معادله بقای انرژی است بنابراین ۱۲ مجهول و ۴ معادله داریم .

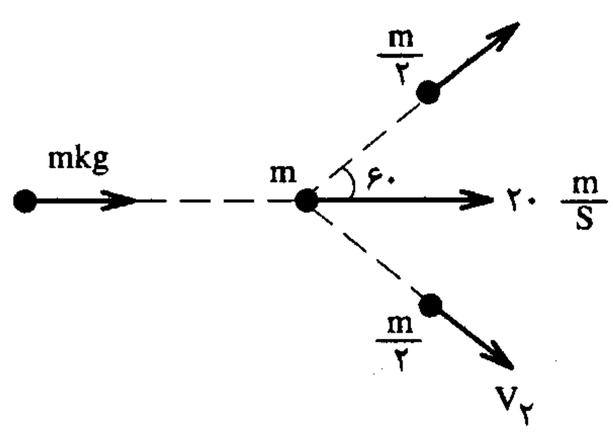
۲۸-۴)

$$\Delta p^{۲} = p_{\circ}^{۲} + p_{\circ}^{۲} - ۲p_{\circ}^{۲}.\cos\theta$$
$$= ۲p_{\circ}^{۲} - ۲p_{\circ}^{۲}\cos\theta = ۲p_{\circ}^{۲}(۱-\cos\theta)$$
$$= ۲p_{\circ}^{۲}(۲\sin^{۲}\frac{\theta}{۲}) = ۴p_{\circ}^{۲}\sin^{۲}\frac{\theta}{۲}$$
$$\Rightarrow \Delta p = ۲p_{\circ}\sin\frac{\theta}{۲}$$



۲۹-۳) مقداری از انرژی درونی جرم $m(Q)$ پس از آزاد شدن صرف افزایش انرژی جنبشی دو جرم $\frac{m}{۲}$ می‌شود.

$$Q + K = K_{۱} + K_{۲}$$



در جهت x
در جهت y

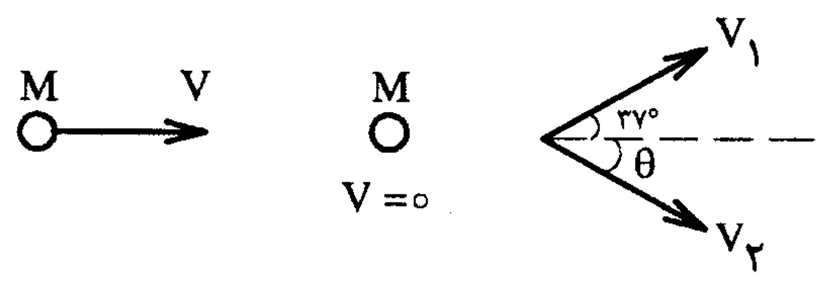
$$\begin{cases} mV_{\circ} = (\frac{m}{۲})V_{۱}\cos۶۰^{\circ} + (\frac{m}{۲})V_{۲}\cos۶۰^{\circ} \\ \circ = (\frac{m}{۲})V_{۱}\mathrm{Sin}۶۰^{\circ} - (\frac{m}{۲})V_{۲}\mathrm{Sin}۶۰^{\circ} \Rightarrow V_{۱} = V_{۲} \end{cases} \Rightarrow mV_{\circ} = mV_{۱}\cos۶۰^{\circ}$$

$$\Rightarrow ۲۰ = V_۱(\frac{۱}{۲}) \Rightarrow V_۱ = ۴۰\,m/s = V_۲ \Rightarrow \quad Q + \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = ۲\left[\frac{۱}{۲}(\frac{m}{۲})V_۱^۲\right] \Rightarrow$$

$$Q + \frac{۱}{۲}(۱۰)(۲۰)^۲ = ۵(۴۰)^۲ \Rightarrow Q = ۶۰۰۰\ J$$

۳۰-۳) همان طور که در حل تست ۳۳ اثبات می‌شود، زاویه میان دو مولکول با جرم مساوی که اولی به دومی که ساکن است برخورد می‌کند پس از برخورد ۹۰ است پس :

$\theta = ۹۰ - ۳۷ = ۵۳$



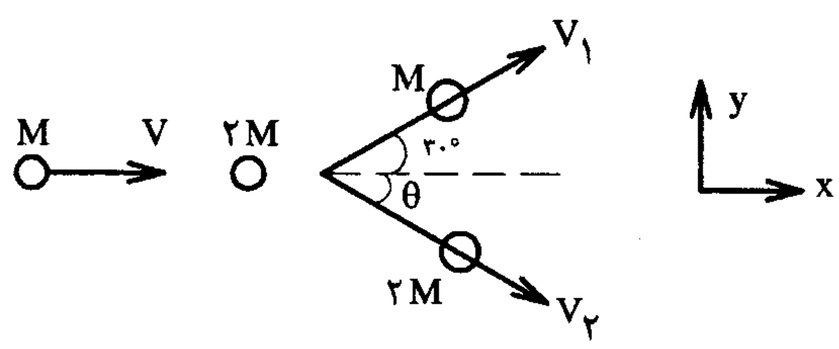
۳۱- ۱) بقای اندازه حرکت خطی را در جهت x و y می‌نویسیم :

در جهت y $\quad mV_۱Sin۳۰^\circ - ۲MV_۲\cos ۶۰^\circ = ۰ \Rightarrow V_۱(\frac{۱}{۲}) - ۲V_۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = ۰ \Rightarrow V_۱ = ۲\sqrt{۳}V_۲$

در جهت x $\quad MV = MV_۱Cos۳۰^\circ + ۲MV_۲Cos۶۰^\circ \Rightarrow V = V_۱(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) + ۲[V_۲](\frac{۱}{۲}) \Rightarrow V_۲ = \frac{V}{۴}$

E_K انرژی جنبشی پس از برخورد و $E_{.K}$ قبل از برخورد و $\quad V_۱ = ۲\sqrt{۳}V_۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}V$

$$\frac{E_K}{E_{.K}} = \frac{\frac{۱}{۲}MV_۱^۲ + \frac{۱}{۲}(۲M)V_۲^۲}{\frac{۱}{۲}MV^۲} = \frac{V_۱^۲ + ۲V_۲^۲}{V^۲} = \frac{\frac{۳}{۴}V^۲ + ۲\frac{V^۲}{۱۶}}{V^۲} = \frac{۷}{۸}$$



بنابراین E_K پس از برخورد $\frac{۷}{۸}$ مقدار آن در قبل از برخورد است یعنی به میزان $\frac{۱}{۸}$ کاهش می‌یابد .

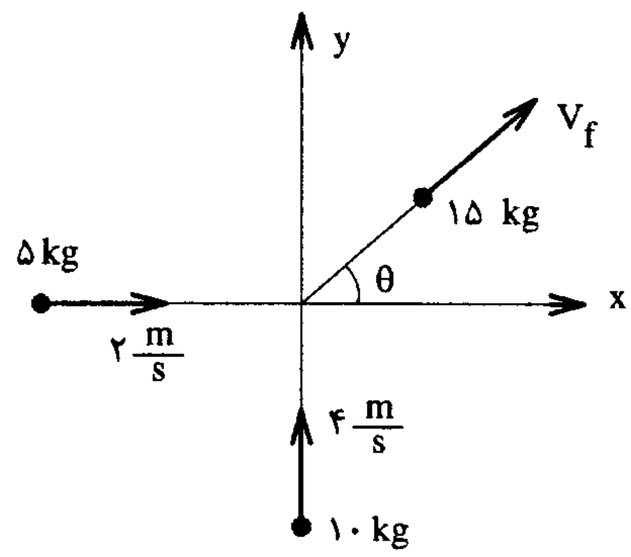
۳۲-۲) بقای اندازه حرکت خطی را در جهت x و y می‌نویسیم .

$$\begin{cases} x: \ ۵(۲) = ۱۵\, V_f \cos\theta \\ y: \ ۱۰(۴) = ۱۵\, V_f \sin\theta \end{cases} \Rightarrow \frac{۴۰}{۱۰} = tg\theta = ۴$$

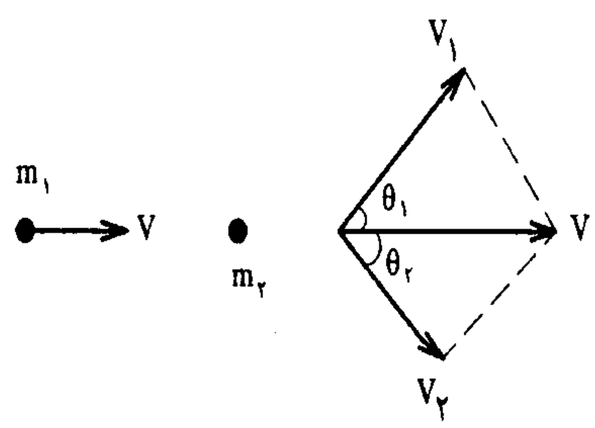
$$V_f = \frac{۵(۲)}{۱۵\cos\theta} = \frac{۱۰}{۱۵\cos\theta}, ۱ + tg^۲\theta = \frac{۱}{\cos^۲\theta}$$

$$۱ + (۴)^۲ = ۱۷ = \frac{۱}{\cos^۲\theta} \Rightarrow \cos^۲\theta = \frac{۱}{۱۷}$$

$$\Rightarrow V_f = \frac{۲}{۳(\sqrt{\frac{۱}{۱۷}})} = ۲/۷۵\ m/s$$



۳۳- ۱) از قانون بقای انرژی

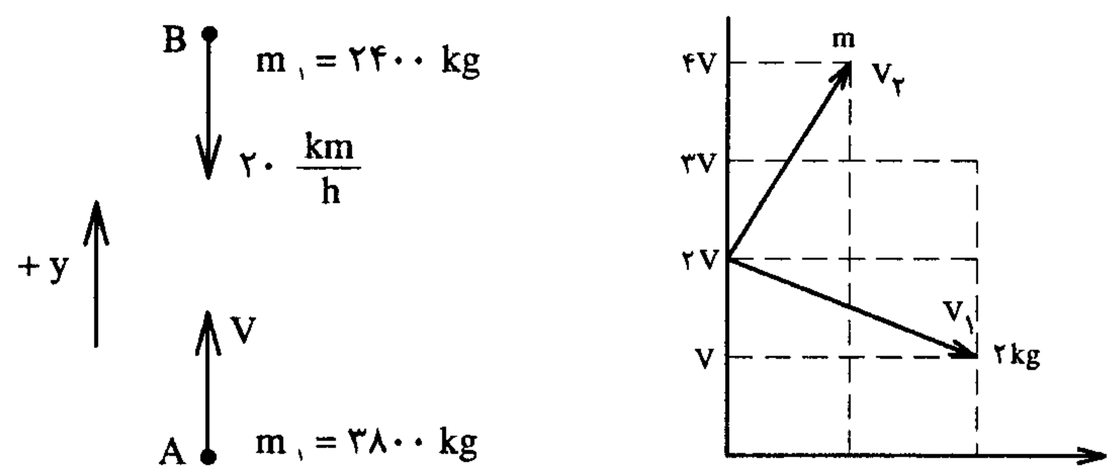


$$\frac{۱}{۲}m_۱V^۲ = \frac{۱}{۲}m_۱V_۱^۲ + \frac{۱}{۲}m_۲V_۲^۲$$

بنابراین اگر $m_۱ = m_۲$ شود خواهیم داشت :

$V^۲ = V_۱^۲ + V_۲^۲$ که نشان دهنده عمود بودن $\vec{V}_۱$ و $\vec{V}_۲$ است .

۳۴-۴)



همان گونه که از بردارهای $\vec{V}_۱$ و $\vec{V}_۲$ مشخص است .

بقای اندازه حرکت در جهت y $\quad ۰ = mV_{۲y} + ۲V_{۱y} = m(۴V - ۲V) + ۲(V - ۲V)$

$$\Rightarrow ۰ = ۲mv - ۲v \Rightarrow m = ۱kg$$

بقای اندازه حرکت در جهت x $\Rightarrow ۲v = (۱)V_{۲x} + (۲)V_{۱x} = ۱(v) + ۲(۲v)$

$$V' = \frac{5V}{2}$$

۳۵-۴)

انرژی جنبشی اولیه $k_i = \frac{1}{2}(3m)V_0^2$

پایستگی اندازه حرکت در راستای x $\Rightarrow$ $3mV_0 = -mV_1 + mV_3 \cos 30^\circ \Rightarrow V_1 = -3V_0 + V_3 \frac{\sqrt{3}}{2}$

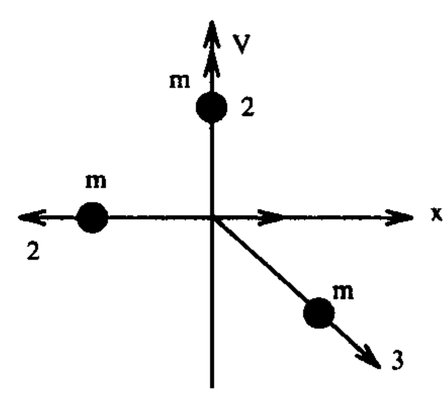
پایستگی اندازه حرکت در راستای y $\Rightarrow$ $0 = -mV_3 \cos 60^\circ + mV_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_3}{2}$

باتوجه‌به اینکه $k_f = 5k_i \Rightarrow k_f = \frac{m}{2}\left[V_1^2 + V_2^2 + V_3^2\right] = \frac{m}{2}\left[(-3V_0 + \frac{\sqrt{3}}{2}V_3)^2 + \frac{V_3^2}{4} + V_3^2\right]$

$$k_f = 5k_i \Rightarrow 9V_0^2 + \frac{3}{4}V_3^2 - 3\sqrt{3}V_0V_3 + \frac{5}{4}V_3^2 = 15V_0^2$$

$$\Rightarrow 2V_3^2 - 3\sqrt{3}V_0V_3 - 6V_0^2 = 0 \Rightarrow V_3 = \frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{27+48}}{4}V_0$$

$$\Rightarrow V_3 = \frac{3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}}{4}V_0 = 2\sqrt{3}V_0$$



البته اگر انرژی آزاد شده $5k_i$ باشد .

$$k_f - k_i = 5k_i \Rightarrow k_f = 6k_i$$

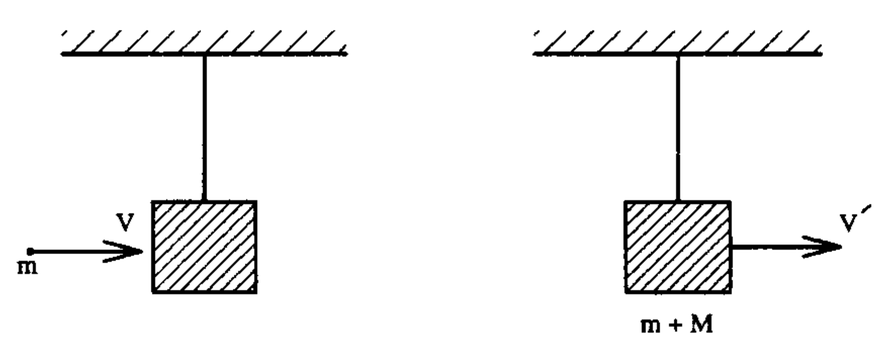
که در آن صورت داریم $V_3 = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{27+72}}{4}$

۳۶-۱) حرکت خط‌کش پس از برخورد گلوله یک حرکت انتقالی محض است (سطح بدون اصطکاک)

$$m\vec{V} = M\vec{V}_{cm} \Rightarrow \vec{V}_{cm} = \frac{m}{M}\vec{V}$$

۳۷-۱)

$$\begin{cases} mV = (m+M)V' \\ V = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gh} \end{cases}$$



$$\frac{۱}{۲}(m+M)V'^{۲} = (m+M)gh$$

$$V' = \sqrt{۲gh}$$

$$h = \frac{(\frac{m}{m+M}V)^{۲}}{۲g}$$

$$\Rightarrow h = ۵/۰۷\,cm$$

که به گزینه ۱ نزدیکتر است.

۳۸-۱) با توجه به قانون بقای انرژی در نقطه A و B داریم :

$$Mgh_{\circ} = \frac{۱}{۲}MV_{\circ}^{۲} \rightarrow V_{\circ} = \sqrt{۲gh_{\circ}} \qquad (۱)$$

همچنین با توجه به قانون بقای اندازه حرکت برای نقطه B داریم :

$$MV_{\circ} + ۳M\times\circ = (۳M+M)V \rightarrow V = \frac{۱}{۴}V_{\circ} \qquad (۲)$$

برای مسیر B تا ارتفاع h نیز می‌توان از قانون بقای اندازه حرکت استفاده کرد.

$$\frac{۱}{۲}(۳M+M)V^{۲} = (۳M+M)gh \rightarrow h = \frac{V^{۲}}{۲g} \qquad (۳)$$

$$③ و ② و ① \Rightarrow h = \frac{۲gh_{\circ}}{۳۲g} = \frac{h_{\circ}}{۱۶}$$

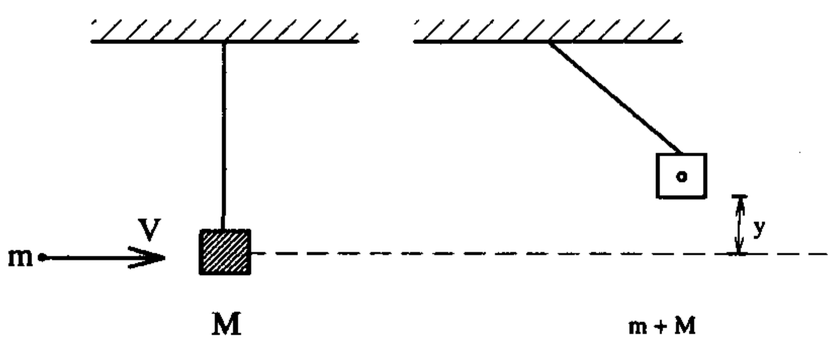
۳۹-۵) اگر V' برابر سرعت سیستم ادغام شده یعنی آونگ و گلوله درست پس از برخورد باشد در آن صورت بر طبق قانون بقای اندازه حرکت خطی داریم : $(M = ۲kg)$

$$mV = (m+M)V'$$

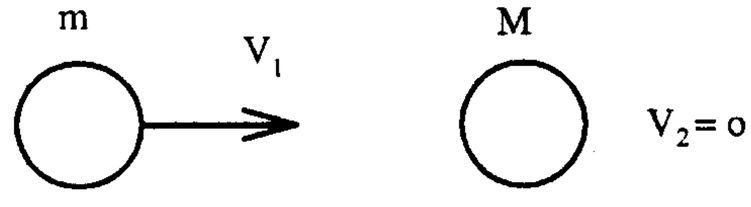
به کمک قانون بقای انرژی $\Rightarrow \frac{۱}{۲}(m+M)V'^{۲} = (m+M)gy$

$$\Rightarrow V = \frac{M+m}{m}V' = \frac{M+m}{m}\sqrt{۲gy} = \frac{(M+۰/۰۱)}{۰/۰۱۰}\sqrt{۲(۹/۸)(۰/۲)}$$

$$\Rightarrow V = ۳۹۸\ m/s$$

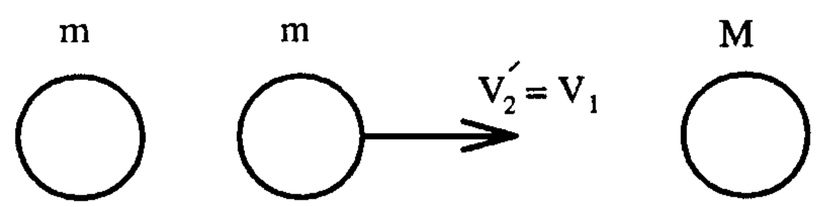


۴۰-۲) اگر m ابتدا به M ثابت که M>m است برخورد کند.

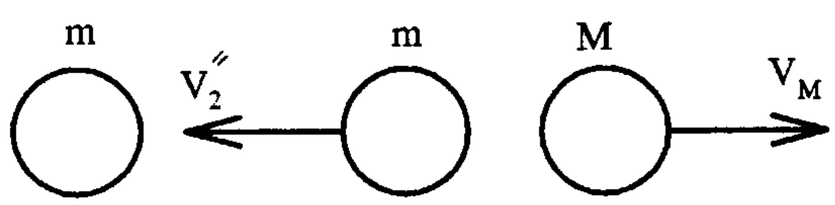


پس از برخورد $V_1' = \frac{m-M}{m+M}V_1 < 0$ بنابراین m بر می‌گردد و M با سرعت V_2' به جرم ثابت m برخورد می‌کند. پس کلا سه برخورد صورت می‌گیرد.

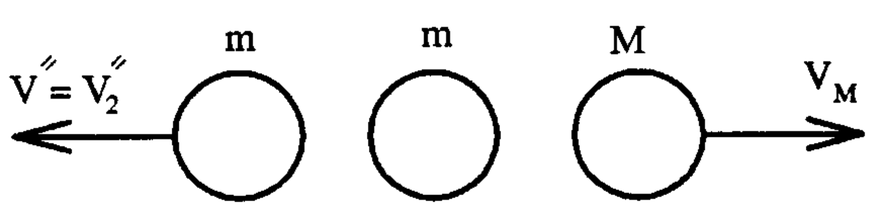
از طرفی اگر m ابتدا به m ثابت برخورد کند جرم اولی ساکن شده و جرم m دوم با سرعت $V_2' = V_1$ حرکت می‌کند $(V_1' = 0 \ , \ V_2' = V_1)$ سپس به M>m برخورد می‌کند.



که چون M>m است پس از برخورد به M جرم m برمی‌گردد و دوباره به m برخورد می‌کند که در نتیجه ۳ برخورد داریم در حالی که گلوله m دوم پس از برخورد مجدد به m ساکن می‌شود و ما تنها دو گلوله متحرک داریم پس سه گلوله متحرک نداریم.



نتیجه نهایی:



۴۱-۱)

$m = ۳۰\,kg \ , \ M = ۱۲۰\,kg$ و $mV_{0x} = (m+M)V_x$: بقای اندازه حرکت در امتداد حرکت

$V_{0x} = ۱۰\,m/s \qquad \Rightarrow (۳۰)(۱۰) = (۳۰ + ۱۲۰)V_x \Rightarrow V_x = ۲\,m/s$ سورتمه

البته می‌توان مسئله را از رابطه مربوطه به جرم متغیر نیز به دست آورد :

$$m\frac{dv_x}{dt} = (F_{ext})_x + (U_x - V_x)\frac{dM}{dt} \qquad , \Delta M = M$$

$$(F_{ext})_x = 0 \ , \ U_x = 0 \ \Rightarrow m(\Delta V_x) = -V_x(\Delta M)$$

$$\Rightarrow m(V_x - V_{0x}) = -V_x M \Rightarrow mV_{0x} = (m+M)V_x$$

(۳-۴۲

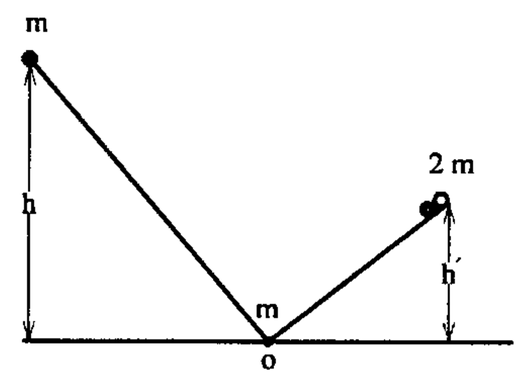
$MgH = \frac{۱}{۲}MV^{۲} \Rightarrow ۳M$ سرعت M در لحظه برخورد با $V = \sqrt{۲gH}$

$M\sqrt{۲gH} = (M + ۲M)V_f \Rightarrow V_f = \frac{۱}{۳}\sqrt{۲gH}$

اگر پس از برخورد مجموع جرم $M + ۲M = ۳M$ تا ارتفاع h بالا رود داریم.

$$\frac{۱}{۲}(۳M)V_f^{۲} = (۳M)gh \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۳M)(\frac{۲gH}{۹}) = ۳Mgh \Rightarrow h = \frac{H}{۹}$$

(۱-۴۳



$$mgh = \frac{۱}{۲}mV^{۲} \Rightarrow V\sqrt{۲gh}$$

V سرعت گلوله اول در پایین سطح شیبدار و در هنگام برخورد به گلوله دوم است.

V' سرعت دو گلوله بهم چسبیده است که به سمت بالای سطح شیبدار دوم می‌روند.

$$\frac{۱}{۲}(۲m)V'^{۲} = (۲m)gh' \Rightarrow h' = \frac{V'^{۲}}{۲g} = \frac{\frac{۱}{۴}(۲gh)}{۲g} = \frac{h}{۴}$$

(۲-۴۴

$$mV_{\circ} + ۴m(\circ) = (m + ۴m)V \Rightarrow V = \frac{۱}{۵}V_{\circ}$$

$$\frac{K}{K_{\circ}} = \frac{\frac{۱}{۲}(۵m)V^{۲}}{\frac{۱}{۲}mV_{\circ}^{۲}} = \frac{۵(\frac{V_{\circ}}{۵})^{۲}}{V_{\circ}} = \frac{۱}{۵}$$

$V_{۲} = \circ$ (۲-۴۵

چون جرم m_1 پس از برخورد به m_2 برمی‌گردد اگر $V_1 > 0$ آنگاه $V_2' > 0$ است.

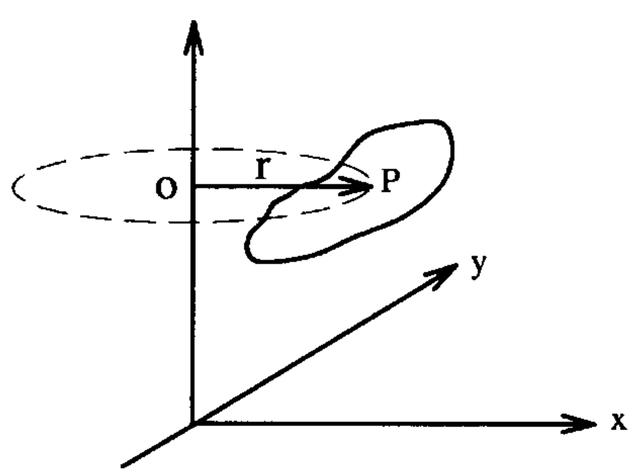
$$V_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_1 \quad \Rightarrow m_1 < m_2$$

فصل دهم

سینماتیک دورانی

مقدمه

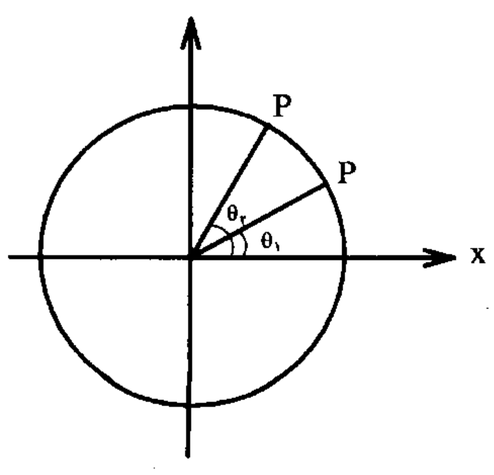
حرکت دورانی محض یک جسم صلب و یا یک ذره را حول یک محور ثابت در چارچوب مرجع مورد مشاهده در نظر می‌گیریم ، هر نقطه از جسم روی یک دایره دوران می‌کند که مرکز این دایره روی محور دوران است. با در نظر گرفتن حرکت یک ذره از جسم صلب می‌توان حرکت دورانی کل جسم را توصیف کرد . در ادامه به بررسی دوران یک نقطه حول دایره‌ای به شعاع r حول یک محور ثابت می‌پردازیم :



۱-۱۰ متغیرها

الف) سرعت زاویه‌ای

اگر ذره در زمان t_1 در موضع زاویه‌ای θ_1 و در زمان t_2 در θ_2 باشد جابه‌جایی زاویه‌ای ذره در فاصله زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ برابر $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ است.



$$\overline{\omega} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \text{سرعت زاویه‌ای متوسط} \qquad (۱۰-۱)$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt} \quad \text{سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای} \qquad (۱۰-۲)$$

اگر θ برحسب درجه و زمان بر حسب ثانیه باشد سرعت زاویه‌ای برحسب ثانیه / درجه است .
اگر θ برحسب رادیان و t برحسب ثانیه باشد سرعت زاویه‌ای برحسب $\frac{rad}{s}$ خواهد بود . سرعت زاویه‌ای تمام نقاط یک جسم صلب با هم برابر است .

ب) شتاب زاویه‌ای

شتاب زاویه‌ای متوسط $\overline{\alpha} = \frac{\omega_۲ - \omega_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \frac{rad}{s^۲} \quad \frac{deg}{s^۲} \quad \frac{rev}{s^۲}$ (۱۰-۳)

یا

شتاب زاویه‌ای لحظه‌ای $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ (۱۰-۴)

شتاب زاویه‌ای تمام نقاط جسم صلب با هم برابر است . در حرکت دورانی تندشونده $\vec{\alpha}$ با $\vec{\omega}$ هم جهت است و $\vec{\omega}$ در حال افزایش می‌باشد. در حالی که حرکت دورانی کند شونده $\vec{\alpha}$ مخالف جهت $\vec{\omega}$ است و $\vec{\omega}$ در حال کاهش است .

۲-۱۰ معادلات حرکت دورانی حول یک محور ثابت

در صورتی که شتاب زاویه‌ای دوران ثابت باشد معادلات دورانی مطابق زیر خواهد بود .

$(t = ۰ \Rightarrow \omega = ۰)$

$$\alpha = \overline{\alpha} = \frac{\omega - \omega_۰}{t - ۰} \Rightarrow \omega = \omega_۰ + \alpha t \qquad (۱۰-۵)$$

$$\frac{\theta - \theta_۰}{t - ۰} = \frac{\omega + \omega_۰}{۲} \Rightarrow \theta = \theta_۰ + \frac{\omega + \omega_۰}{۲} t \qquad (۱۰-۶)$$

با جاگذاری ω از رابطه اول در رابطه دوم داریم :

$$\theta = \theta_۰ + \frac{(\omega_۰ + \alpha t) + \omega_۰}{۲} t = \theta_۰ + \omega ۰ t + \frac{۱}{۲}\alpha t^۲ \qquad (۱۰-۷)$$

در صورتی که در رابطه سوم به جای t رابطه $\frac{\omega - \omega_۰}{\alpha}$ را قرار دهیم :

$$\theta = \theta_۰ + \omega_۰(\frac{\omega - \omega_۰}{\alpha}) + \frac{۱}{۲}\alpha(\frac{\omega - \omega_۰}{\alpha})^۲ \Rightarrow \omega^۲ - \omega_۰^۲ = ۲\alpha(\theta - \theta_۰) \qquad (۱۰-۸)$$

این معادلات شبیه معادلات حرکت یک بعدی یاشتاب ثابت است.

در صورتی که شتاب زاویه‌ای ثابت نباشد داریم :

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega}{dt} = \alpha(t) \Rightarrow \omega - \omega_0 = \int_0^t \alpha(t)dt & (۱۰-۹) \\ \dfrac{d\theta}{dt} = \omega(t) \Rightarrow \theta = \theta_0 + \int_0^t \omega(t)dt & (۱۰-۱۰) \end{cases}$$

پس از به دست آوردن $\omega(t)$ داریم :

۱۰-۳ کلیات برداری

یک جابه‌جایی بزرگ زاویه‌ای $(\Delta\theta)$ بردار نیست . کافی است یک جسم را ابتدا به اندازه $\Delta\theta_1$ و سپس به اندازه $\Delta\theta_2$ (در دو جهت مختلف) دوران دهیم و یک بار دیگر همین کار را نجام دهیم ولی ابتدا $\Delta\theta_2$ و بعد $\Delta\theta_1$ خواهیم دید، که نتیجه یکسان نیست پس :

$$\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 \neq \Delta\theta_2 + \Delta\theta_1$$

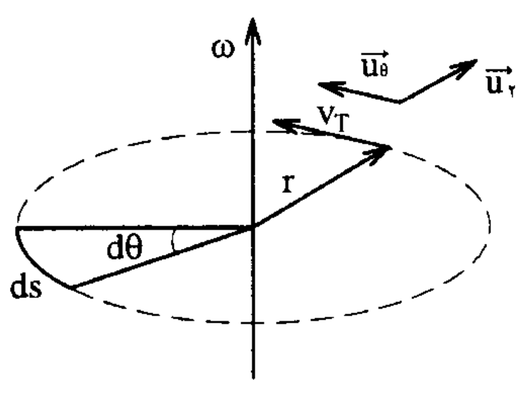
به عبارتی قانون جمع برداری صادق نیست پس $\Delta\theta$ بردار نیست .

از طرفی اگر جابه‌جایی‌ها بسیار کوچک باشند داریم : $d\theta_1 + d\theta_2 = d\theta_2 + d\theta_1$ پس $d\theta$ و درنتیجه $\vec{\omega} = \dfrac{d\theta}{dt}$ بردار است و آنگاه $\vec{\alpha} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ نیز کمیتی برداری است .

جهت $\vec{\omega}$: اگر چهار انگشت دست راست مسیر حرکت ذره را دور بزند انگشت شصت جهت $\vec{\omega}$ را نشان می‌دهد .

جهت $\vec{\alpha}$: اگر حرکت تند شونده باشد $\vec{\alpha}$ در جهت $\vec{\omega}$ و اگر حرکت کند شونده باشد $\vec{\alpha}$ در خلاف جهت $\vec{\omega}$ است .

۱۰-٤ رابطه میان سینماتیک خطی و زاویه‌ای



حرکت یک ذره را بر مسیر دایره‌ای حول محور دوران در نظر می‌گیریم . $\vec{u}_\theta, \vec{u}_r$ بردارهای یکه در مختصات قطبی هستند اگر ذره کمان ds را در زمان dt طی کند داریم :

$$\vec{V}_T = V_T\vec{u}_\theta \quad , V_T = \frac{ds}{dt} = \frac{rd\theta}{dt} = r\omega \quad (۱۰-۱۱)$$

سرعت‌خطی

سرعت خطی همواره مماس بر مسیر و در جهت حرکت ذره است .

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dV_T}{dt}\vec{u}_\theta + V_T\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}, \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\omega\vec{u}_r \quad (۱۰-۱۲)$$

$$\Rightarrow \vec{a} = r\frac{d\omega}{dt}\vec{u}_\theta + r\omega(-\omega\vec{u}_r) = r\alpha\vec{u}_\theta - r\omega^2\vec{u}_r \qquad (۱۰-۱۳)$$

$a_T = r\alpha = \frac{dv}{dt}$ شتاب خطی (مماس) و $a_r = r\omega^2$ شتاب شعاعی (۱۰-۱۴)

همان گونه که از شکل مشخص است داریم :

$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} \quad ,\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_r \qquad (۱۰-۱۵)$$

$$\vec{a}_T = \vec{a}\times\vec{r} \quad ,\vec{a}_r = \vec{\omega}\times\vec{v} \qquad (۱۰-۱۶)$$

اگر حرکت تندشونده باشد $\vec{a}$ در جهت $\vec{\omega}$ است .

۵-۱۰ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- ذره‌ای به جرم m در داخل حلقه‌ای دایره شکل افقی به شعاع R با آن برخورد کشسان می‌نماید . مسیر این ذره یک شش ضلعی منتظم محاط در حلقه است . در صورتی که تندی ذره در این مسیر V باشد، دوره تناوب حرکت این ذره کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)

۱- $T = \frac{R}{V}$ ۲- $T = ۴\sqrt{۲}\frac{R}{V}$

۳- $T = ۵\frac{R}{V}$ ۴- $T = ۶\frac{R}{V}$

۲- دوچرخه سواری در مدت ۲۰ ثانیه سرعت خود را به طور یکنواخت از $۱۰m/s$ به $۲۰m/s$ می‌رساند . اگر شعاع چرخ ۰/۵ متر باشد شتاب زاویه‌ای چرخ را حساب کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «بازمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $\frac{۲}{۳}rad/s^۲$ ۲- $۲rad/s^۲$ ۳- $۱rad/s^۲$ ۴- $\frac{۱}{۲}rad/s^۲$

۳- پنکه‌ای به قطر ۳ft به دور محور ثابتی می‌چرخد سرعت اولیه آن $۲rev/s$ و شتاب زاویه‌ای آن $۳rev/s^۲$ است . سرعت زاویه‌ای را پس از ۱ ثانیه حساب کنید .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

۱- $۳rev/s$ ۲- $۲rev/s$ ۳- $۵rev/s$ ۴- $۱rev/s$

۴- شتاب نقطه‌ای از کناره یک دیسک به قطر ۳۰cm که با سرعت ۳۳/۳ دور بر دقیقه می‌چرخد، چقدر است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)**

۱- $۶/۳۵ m/s^۲$ ۲- $۱/۵m/s^۲$ ۳- $۳/۶۵ m/s^۲$ ۴- $۱۰/۸۲ m/s^۲$

۵- قرصی که درابتدا با سرعت $۱۲۰ \frac{rad}{s}$ می‌چرخد با شتاب زاویه‌ای ثابت $۴\frac{rad}{s^۲}$ کند می‌شود . این قرص تا رسیدن به حالت سکون چه زاویه‌ای را طی کرده است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- $۱۸۰rad$ ۲- $۲۵۰ rad$ ۳- $۱۸۰۰ rad$ ۴- $۲۷۰۰ rad$

۶- تندی زاویه‌ای اتومبیلی که دایره‌ای به شعاع ۱۱۰m را با تندی ۵۰ km/h دور می‌زند چقدر است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)**

۱- $۱/۳\frac{rad}{s}$ ۲- $۰/۱۳\frac{rad}{s}$ ۳- $۲/۳\frac{rad}{s}$ ۴- $۳/۲\frac{rad}{s}$

۷- چرخی دارای شتاب زاویه‌ای ثابت $۳\frac{rad}{s^۲}$ است این چرخ دربازه زمانی ۴ ثانیه به اندازه ۱۲۰ رادیان می‌چرخد. با فرض اینکه چرخ از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد پیش از شروع این بازه زمانی ۴ ثانیه چه مدت در حرکت بوده است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- ثانیه ۱۲ ۲- ثانیه ۴ ۳- ثانیه ۱۵ ۴- ثانیه ۸

۸- جسم صلبی به گشتاور ماند $۱۰kg\times m^۲$ را حول محور قائمی از حالت سکون به دوران در می‌آوریم . اگر گشتاور اعمال شده به جسم $۲۰N\times m$ باشد، زاویه دوران طی شده پس از ۵ ثانیه مساوی است با : **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۸)**

۱- ۲/۵rad ۲- ۲۵ rad ۳- ۱۲/۵rad ۴- ۵rad

۹- حرکت صفحه دواری که با سرعت ۷۸ دور بر دقیقه می‌چرخد پس از خاموش شدن موتور کند می‌شود و صفحه بعد از ۳۰ ثانیه می‌ایستد. صفحه در این مدت چند دور چرخیده است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)**

۱- ۲۵ ۲- ۳۰ ۳- ۳۷/۵ ۴- ۱۹/۵

۱۰- سرعت زاویه‌ای یک چرخ از ۱۸۰۰ دور بر دقیقه به طور یکنواخت در مدت ۵ ثانیه کاهش یافته و به ۱۲۰۰ دور بر دقیقه می‌رسد . در این مدت چرخ چند دور چرخیده است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۸۰)

۱- ۲۵۰ ۲- ۳۰۰ ۳- ۱۲۵ ۴- ۵۰

۱۱- یک چرخ طیار که با سرعت زاویه‌ای ۳۱/۴ رادیان بر ثانیه در حال دوران است. در اثر اعمال گشتاور نیرو و بعد از ۲۰ ثانیه می‌ایستد . اگر شتاب زاویه‌ای این حرکت ثابت باشد. چرخ در این مدت چند دور چرخیده است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۱۰۰ ۲- ۳۱۴ ۳- ۵۰ ۴- ۶۲۸

۱۲- حرکت یک چرخ لنگر سنگین که به دور محور خود می‌چرخد. به دلیل اصطکاک در یاتاقان‌ها کند می‌شود. در آخر دقیقه اول سرعت زاویه‌ای چرخ ۰/۹ برابر ω_0 یعنی سرعت زاویه‌ای اولیه حرکت است. با فرض ثابت بودن نیروهای اصطکاک، سرعت زاویه‌ای چرخ را در آخر دقیقه دوم پیدا کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۸۰)

۱- $1/4\omega_0$ ۲- $2/8\omega_0$ ۳- $0/8\omega_0$ ۴- $0/4\omega_0$

۱۳- سرعت زاویه‌ای پروانه پنکه‌ای پس از ۵۰ دور از ۶۰۰ دور بر دقیقه به ۳۰۰ دور بر دقیقه می‌رسد. فاصله انتهای پره‌ها از مرکز دوران ۵۰ سانتی‌متر و شتاب زاویه‌ای ثابت می‌باشد . شتاب زاویه‌ای پروانه برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی» ۸۰)

۱- $-\frac{3}{2}\pi$ ۲- $\frac{1}{2}\pi$ ۳- $\frac{1}{4}\pi$ ۴- ۸

۱۴- جسمی با شتاب زاویه‌ای ثابت ۶ رادیان در ۳ ثانیه چرخیده است . اگر نصف این زاویه را در ثانیه اول چرخیده باشد . شتاب زاویه‌ای آن چند rad/s^2 است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

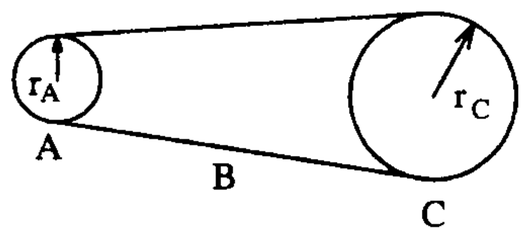
۱- ۱ ۲- ۱- ۳- ۲ ۴- ۲-

۱۵- چرخی دارای شتاب زاویه‌ای ثابت $3rad/s^2$ است. این چرخ دربازه زمانی ثانیه به اندازه rad ۱۲۰ می‌چرخد . با این فرض که چرخ از حالت سکون شروع به حرکت کرده باشد . قبل از شروع این بازه زمانی ۴ ثانیه‌ای چه مدت در حرکت بوده است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- ۱۲ ثانیه ۲- ۲۰ ثانیه ۳- ۸ ثانیه ۴- ۱۵ ثانیه

۱۶- چرخ A به شعاع $r_A = 10cm$ به وسیله تسمه B به چرخ C به شعاع $r_C = 25cm$ وصل شده است . (شکل زیر) سرعت زاویه‌ای چرخ از حالت سکون با شتاب یکنواخت $\pi/2$ رادیان بر مجذور ثانیه افزایش می‌یابد . با فرض اینکه تسمه نلغزد چند ثانیه لازم است تا سرعت چرخ C به ۱۰۰ دور در دقیقه برسد ؟**(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی۸۰)**

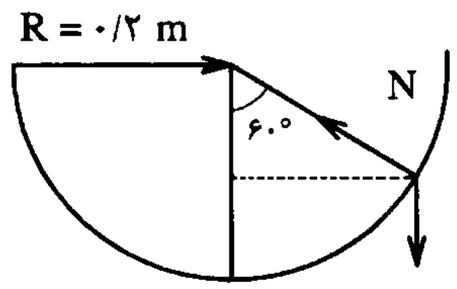


۱- ۱۶/۷ ۲- ۱۵۹/۲

۳- ۲۵/۵ ۴- ۲۶/۶

۱۷- ظرفی به شکل نیمکره حول محور قائم که از مرکز می‌گذرد در حال دوران است. گلوله‌ای درون ظرف قرار دارد. سرعت دوران آن چند رادیان بر ثانیه است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک« با زمینه زمین‌شناسی» ۷۹)



۱- ۱

۲- ۵

۳- ۱۰

۴- ۲۰

۱۸- در یک حرکت منحنی الخط سرعت عرض برابر است با:

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی»۸۰)

۱- $r\theta$ ۲- $r\dot{\theta}$

۳- $r^{۲}\dot{\theta}$ ۴- $r^{۲}\omega^{۲}$

۱۹- جسمی روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد و به یک نخ متصل است و حول یک نقطه ثابت می‌چرخد (با سرعت زاویه‌ای ثابت $\omega_{\circ}$) اگر طول نخ و سرعت زاویه دوبرابر شود کشش نخ که در آغاز $T_{\circ}$ بوده است کدام‌یک از مقادیر زیر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشدفیزیک پزشکی ۷۴)

۱- $\frac{T_{\circ}}{۲}$ ۲- $T_{\circ}$ ۳- $۴T_{\circ}$ ۴- $۸T_{\circ}$

۲۰- دو جسم با جرمهای مساوی تحت تأثیر دو نیروی جانب مرکز مساوی روی دو دایره با شعاعهای ۲۰ سانتی‌متر و ۴۰ سانتی‌متر به طور یکنواخت دوران می‌کنند. نسبت پریود حرکت دومی به پریود حرکت اولی کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۷۷)

۱- $\frac{۱}{۲}$ ۲- $\sqrt{۳}$ ۳- $\sqrt{۲}$ ۴- $\frac{۱}{۳}$

۲۱- ذره‌ای تحت معادله $\vec{r} = a\cos\omega t\vec{i} + b\sin\omega t\vec{j}$ مسیر منحنی دلخواه را طی می‌کند نیروی جانب مرکز را حساب کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «بازمینه‌زمین شناسی و علوم فیزیک ریاضی»۷۸)

۱- $\frac{1}{2}m\omega^2 r$ ۲- $mr^2\omega^2$ ۳- $mr^2\omega$ ۴- $m\omega^2 r$

۲۲- شتاب حاصل از دوران زمین برای جسمی که در عرض جغرافیایی 60° قرار دارد چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۷۷)**

۱- $1/2\times10^{-4} m/s^2$ ۲- $1/7\times10^{-2} m/s^2$

۳- $2/5\times10^{2} m/s^2$ ۴- $3/2\times10^{4} m/s^2$

۲۳- یک دوچرخه روی سطح میدانی به شعاع ρ با سرعت ثابت حرکت می‌کند شتاب بالاترین نقطه یکی از چرخهای آن برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی- حالت جامد ۷۹)

۱- $\vec{a} = \frac{V_0^2}{\rho}\vec{i}' + \frac{V_0^2}{b}\vec{k}'$ ۲- $\vec{a} = \frac{2V_0^2}{\rho}\vec{i}' + \frac{V_0^2}{b}j'$

۳- $\vec{a} = \frac{V_0^2}{\rho}\vec{i}' - \frac{V_0^2}{b}\vec{k}'$ ۴- $\vec{a} = \frac{3V_0^2}{\rho}\vec{i}' - \frac{V_0^2}{b}\vec{k}'$

۲۴- چرخی به شعاع b بر روی زمین به تندی V_0 می‌چرخد شتاب نقطه‌ای از این چرخ را نسبت به زمین به دست آورید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی - حالت جامد۸۰)

۱- $\frac{V_0^2}{b^2}\vec{i}'$ ۲- $\frac{V_0^2}{b}\vec{i}'$ ۳- $\frac{-V_0^2}{b}\vec{i}'$ ۴- $b^2V_0^2\vec{i}'$

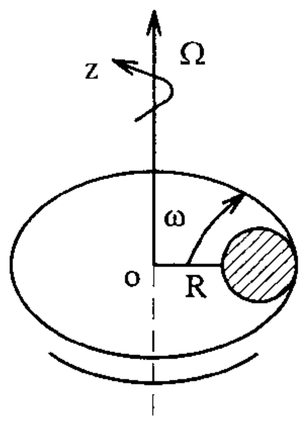
۲۵- اتومبیلی با سرعت ثابت $72\,km/h$ روی یک جاده افقی درحرکت است اگر شعاع یکی از چرخهای اتومبیل ۲۵ سانتی‌متر باشد . شتاب جانب مرکز برای ذره‌ای که روی محیط چرخ قرار گرفته چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی‌ارشد دانشگاه آزاداسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $800\ m/s^2$ ۲- $1600\ m/s^2$

۳- $3200\ m/s^2$ ۴- $600\ m/s^2$

۲۶- در دستگاهی مطابق شکل قرصی به شعاع r بر روی قرصی به شعاع R می‌غلتد. چنان چه Ω سرعت دورانی قرص زیرین حول محور z و ω سرعت دورانی قرص بالایی حول محور z ها و ω حول محور عمود بر z باشد شرط نلغزیدن قرصها بر یکدیگر کدام است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک۷۵)



۱- $R\omega = r\omega_\circ - R\Omega$

۲- $\omega = \omega_\circ - \frac{R}{r}\Omega$

۳- $R\omega = r\omega_\circ + R\Omega$

۴- $\Omega = \omega_\circ - \frac{r}{R}\omega$

۲۷- در حرکت دورانی ذره‌هایی به جرم m در یک صفحه، بردار $\vec{\omega}\times\vec{v}$ کدام کمیت فیزیکی را نشان می‌هد ($\vec{v}$ سرعت لحظه‌ای و ω سرعت زاویه‌ای ذره است .) (کنکور کارشناسی ارشدفیزیک ۷۷)

۱- تکانه زاویه‌ای حول محور دوران

۲- شتاب خط مماسی

۳- شتاب خطی شعاعی

۴- گشتاور وارد بر ذره حول محور دوران

۲۸- معادلات حرکت جسمی در صفحه xoy به صورت $x = a\sin\omega t$, $y = b\cos\omega t$ است اگر فاصله متحرک در هر لحظه از مبدأ با r نمایش داده شود: (کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۸۰)

۱- سرعت و شتاب متحرک بر یکدیگر عمود بوده و شتاب آن برابر با $\omega^2 r$ است.

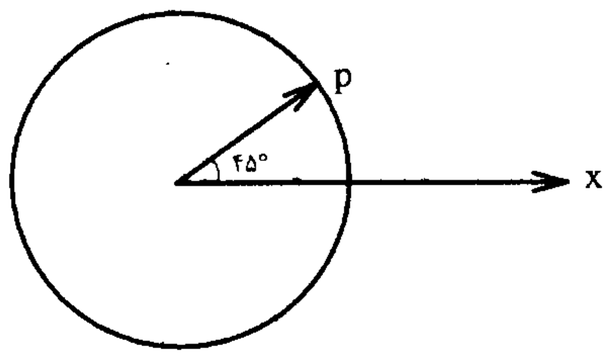
۲- متحرک با سرعت زاویه‌ای ثابت ω بر روی یک بیضی در حال حرکت است و شتاب آن بر سرعت آن عمود است.

۳- نیروی وارد بر متحرک از مبدأ o می‌گذرد و شتاب آن ω^2 برابر سرعت آن است.

۴- نیروی وارد بر متحرک از مبدأ o می‌گذرد و شتاب آن برابر با $\omega^2 r$ است.

۲۹- (GRE)

چرخی به قطر ۴ متر با شتاب زاویه‌ای ثابت $\alpha = ۴ rad/s^۲$ دوران می‌کند. چرخ در لحظه $t = ۰$ از حال سکون شروع به دوران می‌کند در حالی که بردار شعاعی نقطه p بر روی محیط با محور Xها زاویه ۴۵ درجه می‌سازد . مکان زاویه‌ای نقطه p را در زمان دلخواه t بیابید.



۱- ۴۵ درجه

۲- درجه $۴۵ + ۲t^۲$

۳- درجه $۴۵ + (۱۱۴/۶)t^۲$

۴- درجه $۴t^۲$

۵- درجه $(۲۲۹/۲)t^۲$

۳۰- سرعت زاویه‌ای پروانه پنکه‌ای پس از ۵۰ دور از ۶۰۰ دور بر دقیقه به ۳۰۰ دور بر دقیقه می‌رسد فاصله انتهای پره‌ها از مرکز دوران ۵۰ سانتی‌متر و شتاب زاویه‌ای ثابت می‌باشد شتاب زاویه‌ای پروانه را محاسبه کنید.

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $\frac{۱}{۸}\pi$

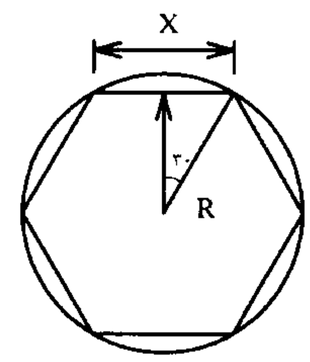
۲- $\frac{۱}{۴}\pi$

۳- $-\frac{۱}{۲}\pi$

۴- $-\frac{۳}{۲}\pi$

۶-۱۰ پاسخنامه تشریحی

(۴-۱



$$nx = VT \Rightarrow ۶x = VT$$

$$\sin\theta = \frac{\frac{x}{۲}}{R} \Rightarrow \sin ۳۰^\circ = \frac{x}{۲R} \Rightarrow x = R$$

$$\Rightarrow ۶x = VT \Rightarrow ۶R = VT \Rightarrow T = \frac{۶R}{V}$$

(۳-۲

$$a = \frac{V - V_\circ}{t} = \frac{۲۰ - ۱۰}{۲۰} = ۰/۵ m/s^۲$$

$$a = r\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{a}{r} = \frac{۰/۵}{۰/۵} = ۱ rad/s^۲$$

(۳-۳

$$\omega = \omega_\circ + \alpha t = (۲\frac{rev}{s}) + (۳\frac{rev}{s^۲})(۱) = ۵\frac{rev}{s}$$

(؟-۴

$$\text{شعاع دیسک} = \frac{۳۰}{۲} cm = ۰/۱۵ m$$

$$\text{سرعت زاویه‌ای دیسک}\ \omega = ۳۳/۳ \text{ دور / دقیقه} = ۳۳/۳ \times \frac{۲\pi}{۶۰}\ \frac{rad}{s}$$

$$a_R = R\omega^۲ = (۰/۱۵)(۳۳/۳ \times \frac{۲\pi}{۶۰})^۲ = ۱/۸۲ m/s^۲$$

(۳-۵

$$\text{شتاب کند شونده}\ \alpha = -۴\frac{rad}{s^۲}\ ,\ \omega_\circ = ۱۲۰\ \frac{rad}{s}$$

$$\circ - (\omega_\circ)^۲ = ۲\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{-\omega_\circ^۲}{۲\alpha} = -\frac{(۱۲۰)^۲}{۲(-۴)} = ۱۸۰۰\ rad$$

۶-۲)

$$V = ۵۰\,km/h = \frac{۵۰}{۳/۶}\,m/s \quad ,R = ۱۱۰\,m$$

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{۵۰}{(۳/۶)(۱۱۰)} = ۰/۱۳\,rad/s$$

۷-۴)

$$t = ۰ \Rightarrow \omega_۰ = ۰ \quad ,t = t_۱ \Rightarrow \omega = \omega_۱ \quad ,\alpha = ۳\frac{rad}{s^۲}$$

پس از گذشت زمان $\Delta t = T = ۴s$ از زمان $t_۱$ جسم به اندازه $\Delta\theta = ۱۲۰\,rad$ می‌چرخد.

$$\Delta\theta = \omega_۱ T + \frac{۱}{۲}\alpha T^۲ \Rightarrow ۱۲۰ = \omega_۱(۴) + \frac{۱}{۲}(۳)(۴)^۲ \Rightarrow \omega_۱ = ۲۴\frac{rad}{s}$$

$$\omega_۱ = \omega_۰ + \alpha t_۱ \Rightarrow ۲۴ = ۰ + ۳t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۸s$$

بنابراین جسم قبل از این با زمان $(\Delta t = T = t_۲ - t_۱ = ۴s)$ مدت ۴ ثانیه در حرکت بوده است.

۸- ۲)

$$I = ۱۰\,kgm^۲ \quad ,T = ۲۰\,Nm$$

$$T = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲\frac{rad}{s^۲}$$

$$\theta = \theta_۰ + \omega_۰ t + \frac{۱}{۲}\alpha t^۲ \Rightarrow \Delta\theta = \theta - \theta_۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}(۲)(۵)^۲ = ۲۵\,rad$$

۹-۴)

$$\omega_۰ = ۷۸ \text{ دور / دقیقه} \quad ,t = ۳۰s = ۰/۵ \text{ دقیقه} \Rightarrow \omega = ۰$$

$$۰ - ۷۸ = \alpha(۰/۵) \Rightarrow \alpha = -۱۵۶ \frac{\text{دور}}{(\text{دقیقه})^۲} \quad \text{شتاب کند شونده}$$

$$\theta - \theta_۰ = \omega_۰ t + \frac{۱}{۲}\alpha t^۲ = ۷۸(۰/۵) + \frac{۱}{۲}(-۱۵۶)(۰/۵)^۲ = ۱۹/۵ \text{ دور}$$

۱۰-۳)

$$\omega_۰ = ۱۸۰۰ \text{ دور / دقیقه} = ۳۰ \text{ دور / ثانیه}$$

$$\omega = ۱۲۰۰ \text{ دور / دقیقه} = ۲۰ \text{ دور / ثانیه} \quad ,t = ۵s$$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_\circ}{t} = \frac{۲۰ - ۳۰}{۵} = -۲ \ \frac{rev}{s^۲}$$

$$\Delta\theta = \theta - \theta_\circ = \omega_\circ t + \frac{۱}{۲}\alpha t^۲ = ۳۰(۵) + \frac{۱}{۲}(-۲)(۵)^۲ = ۱۲۵ \ rev$$

(۲-۱۱

$$\omega_\circ = ۳۱/۴\frac{rad}{s} \qquad , t = ۲۰s \Rightarrow \omega = \circ$$

$$\circ - \omega_\circ = \alpha t \Rightarrow \alpha = \frac{-\omega_\circ}{t} = \frac{-۳۱/۴}{۲۰} = -۱/۵۷$$ شتاب زاویه‌ای کند شونده

$$\theta = \theta_\circ + \omega_\circ t + \frac{۱}{۲}\alpha t^۲ \Rightarrow \Delta\theta = \theta - \theta_\circ = (۳۱/۴)(۲۰) + \frac{۱}{۲}(-۱/۵۷)(۲۰)^۲ = ۳۱۴ \ rad$$

(۳-۱۲

$$t = ۶۰S \Rightarrow \omega = ۰/۹\omega_\circ$$

$$\text{شتاب زاویه‌ای} = \frac{۰/۹\omega_\circ - \omega_\circ}{۶۰} = \frac{-\omega_\circ}{۶۰۰}$$

$$t = ۱۲۰S \Rightarrow \omega = \omega_\circ + \alpha t = \omega_\circ + (\frac{-\omega_\circ}{۶۰۰})(۱۲۰) = \omega_\circ - \frac{\omega_\circ}{۵} = ۰/۸\omega_\circ$$

(۳-۱۳

$$\omega_\circ = ۶۰۰ \ \text{دور / دقیقه} = ۶۰۰ \times \frac{۲\pi}{۶۰} \ \frac{rad}{s} = ۲۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$\omega = ۳۰۰ \ \text{دور / دقیقه} = ۳۰۰ \times \frac{۲\pi}{۶۰} \ \frac{rad}{s} = ۱۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$\Delta\theta = \theta - \theta_\circ = ۵۰ \ \text{دور} = ۵۰(۲\pi) = ۱۰۰\pi$$

$$\omega^۲ - \omega_\circ^۲ = ۲\alpha\Delta\theta \Rightarrow (۱۰\pi)^۲ - (۲۰\pi)^۲ = ۲\alpha(۱۰۰\pi) \Rightarrow \alpha = -\frac{۳}{۲}\pi\frac{rad}{s^۲}$$

(۲-۱۴

$$\theta - \theta_\circ = \omega_\circ t + \frac{۱}{۲}\alpha t^۲$$

$$\begin{cases} ۶ = \omega_\circ(۳) + \frac{۱}{۲}\alpha(۳)^۲ \\ \frac{۶}{۲} = ۳ = \omega_\circ(۱) + \frac{۱}{۲}\alpha(۱)^۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۶ = ۳\omega_\circ + \frac{۹}{۲}\alpha \\ ۳ = \omega_\circ + \frac{\alpha}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۶-۹=\frac{۹}{۲}\alpha-\frac{۳\alpha}{۲}\Rightarrow -۳=۳\alpha\Rightarrow \alpha=-۱rad/s^۲$$

(۳-۱۵

$t=\circ\Rightarrow \theta_\circ=\circ\ ,\ \omega_\circ=\circ$

$t:\alpha=۳rad/s^۲\ ,t_۲-t_۱=۴S\Rightarrow \theta_۲-\theta_۱=۱۲۰\ rad$

$t=t_۱\Rightarrow \theta_۱-\theta_\circ=?$

جسم با سرعت زاویه‌ای اولیه $\omega_\circ$ تا زمان $t_۱$ به اندازه $\theta_۱$ دور می‌چرخد $(\theta_۱=\circ)$ و از آن پس در مدت $t_۲-t_۱=۴S$ به اندازه ۱۲۰ rad می‌چرخد.

$$\theta_۲=\theta_۱+\omega_۱(t_۲-t_۱)+\frac{۱}{۲}\alpha(t_۲-t_۱)^۲$$

$$\Rightarrow \theta_۲-\theta_۱=\omega_۱(۴)+\frac{۱}{۲}(۳)(۴)^۲=۱۲۰\ \Rightarrow \omega_۱=۲۴\ rad/s$$

$$\omega_۱=\omega_\circ+\alpha(t_۱-\circ)\Rightarrow ۲۴=\circ+۳(t_۱)\Rightarrow t_۱=۸S$$

(۱-۱۶

$$\omega_c=۱۰۰\ \text{دور / دقیقه}=۱۰۰\times\frac{۲\pi}{۶۰}\ \frac{rad}{s}=\frac{۱۰\pi}{۳}\ \frac{rad}{s}$$

$$V_c=r_c\omega_c=۰/۲۵\times\frac{۱۰\pi}{۳}=\frac{۵\pi}{۶}m/s$$

چون چرخ C از طریق تسمه B به چرخ A وصل است :

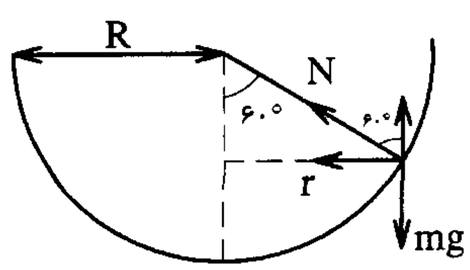
$$V_c=V_B=V_A$$

$$V_A=\frac{۵\pi}{۶}=r_A\omega_A\Rightarrow \omega_A=\frac{۵\pi}{۶(۰/۱)}=\frac{۵۰\pi}{۶}rad/s$$

$$\omega_A=\alpha_A t\Rightarrow \frac{۵۰\pi}{۶}=\frac{\pi}{۲}t\Rightarrow t=\frac{۵۰}{۳}=۱۶/۷S$$

بنابراین پس از ۱۶/۷ ثانیه سرعت زاویه چرخ به مقداری می‌رسد که در نتیجه آن سرعت زاویه‌ای چرخ C به ۱۰۰ دور در دقیقه خواهد رسید.

(۳-۱۷



$$R\sin ۶۰^\circ = r$$

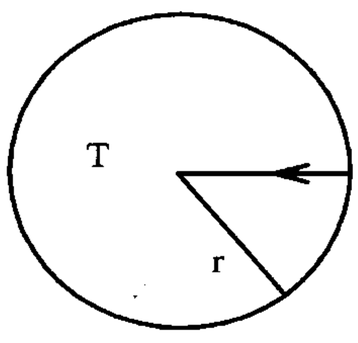
$$\begin{cases} N\cos ۶۰^\circ = mg \\ N\sin ۶۰^\circ = \dfrac{mV^۲}{r} \end{cases} \Rightarrow \frac{V^۲}{rg} = tg۶۰^\circ = \frac{r^۲\omega^۲}{rg} = \frac{r\omega^۲}{g}$$

۱۸-۲)

$$\Rightarrow \omega^۲ = \frac{gtg۶۰}{r} = \frac{g}{R\cos ۶۰} = \frac{۱۰}{۰/۲(\frac{۱}{۲})} = ۱۰۰ \Rightarrow \omega = ۱۰\,rad/s$$

$$V_T = r\omega = r\dot{\theta}$$

۱۹-۴) در این حالت مقدار کشش نخ با نیروی جانب مرکز برابر است.



$$F = T_\circ = m\frac{V^۲}{r} = mr\omega_\circ^۲$$

$$\begin{cases} r' = ۲r \\ \Rightarrow T = mr'\omega'^۲ = m(۲r)(۲\omega_\circ)^۲ = ۸mr\omega_\circ^۲ \Rightarrow T = ۸T_\circ, T_\circ = mr\omega_\circ^۲ \\ ,\omega' = ۲\omega \end{cases}$$

۲۰-۳)

نیروی جانب مرکز وارده به هر دو جرم برابر است $\Rightarrow \dfrac{m_۱V_۱^۲}{r_۱} = \dfrac{m_۲V_۲^۲}{r_۲}, m_۱r_۱\omega_۱^۲ = m_۲r_۲\omega_۲^۲$

$$m_۱ = m_۲ \Rightarrow (\frac{\omega_۲}{\omega_۱})^۲ = \frac{r_۱}{r_۲}, \omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow (\frac{T_۱}{T_۲})^۲ = \frac{r_۱}{r_۲}$$

$$\Rightarrow (\frac{T_۱}{T_۲})^۲ = (\frac{۲۰}{۴۰}) \Rightarrow \frac{T_۱}{T_۲} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow T_۲ = \sqrt{۲}T_۱$$

۲۱-۴)

$$\vec{r} = a\cos\omega t\vec{i} + b\sin\omega t\vec{j}$$

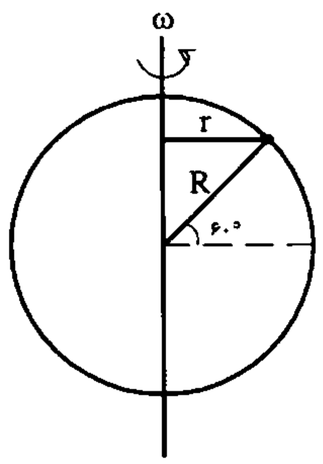
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -\omega a\sin\omega t\vec{i} + b\omega\cos\omega t\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \omega^{۲} a\mathrm{Cos}\omega t\vec{i} - b\omega^{۲}\mathrm{Sin}\omega t\vec{j} = -\omega^{۲}(a\mathrm{Cos}t\vec{i} + b\mathrm{Sin}\omega t\vec{j}) = -\omega^{۲}\vec{r}$$

و نیروی جانب مرکز برابر است با :

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\omega^{۲}\vec{r} \Rightarrow |\vec{F}| = mr\omega^{۲}$$

۲-۲۲)

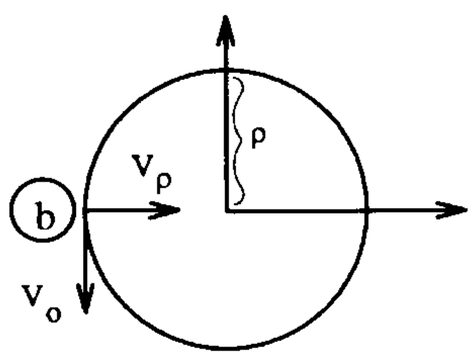


$$r = R\mathrm{Cos}۶۰ = (۶۳۶۰)(\frac{۱}{۲})km = ۳۱۸ \times ۱۰^{۴} m$$

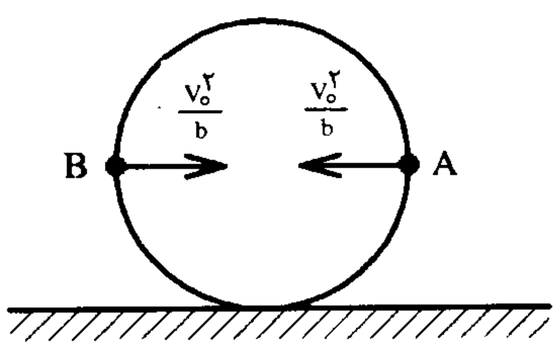
$$a = r\omega^{۲} = r(\frac{۲\pi}{T})^{۲} = ۳۱۸ \times ۱۰^{۴}(\frac{۲\pi}{۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰})^{۲}$$

$$= ۱/۷ \times ۱۰^{-۲} m/s^{۲}$$

۳-۲۳) از طرف بالاترین نقطه چرخ با شعاع b دارای یک شتاب شعاعی $\frac{V_{\circ}^{۲}}{b}$ است. بنابراین به طور کلی این نقطه دارای دو شتاب است که مسلما چون $a'_r = \frac{V_{\circ}^{۲}}{b}$ به سمت زمین است پس $a'_r = \frac{-V_{\circ}^{۲}}{b}\vec{k}$ و اندازه $a_\rho = \frac{V_{\circ}^{۲}}{\rho}$



۲-۲۴)



اگر $\vec{i}'$ را موازی سطح درنظر بگیریم در نقطه A سرعت $-\frac{V_{\circ}^{۲}}{b}\vec{i}'$ و در نقطه B سرعت $\frac{V_{\circ}^{۲}}{b}\vec{i}'$ است.

۲-۲۵)

$$V = \frac{۷۲}{۳/۶} m/s = ۲۰ m/s \qquad r = ۰/۲۵ m$$

$$\omega = \frac{V}{r} = ۸۰\ \frac{rad}{s} \qquad , a = \omega^۲ r = ۸۰^۲ \times ۰/۲۵ = ۱۶۰۰\ m/s^۲$$

۲۶-۴) شرط نلغزیدن قرصها بر یکدیگر آن است که سرعت خطی دو قرص برابر باشد تا نسبت به هم ساکن باشند :

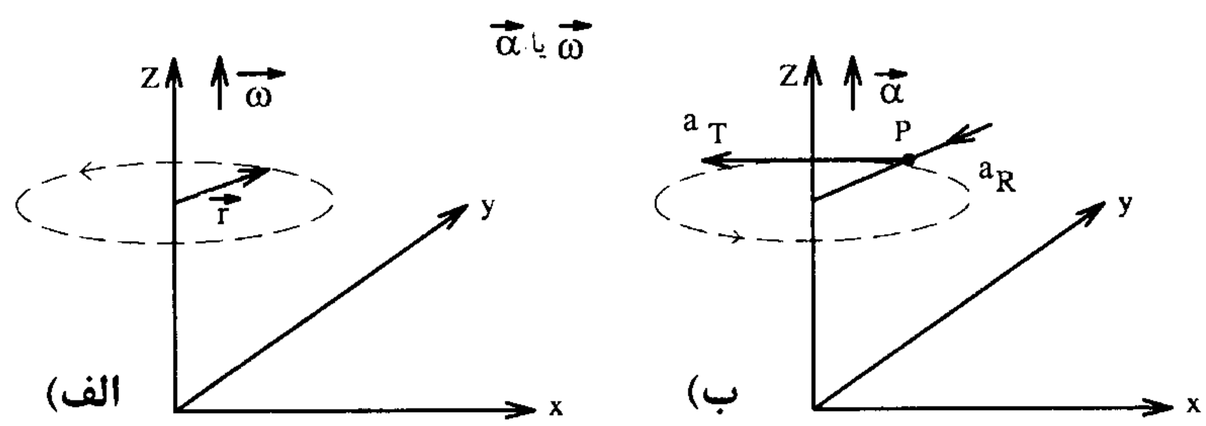
$$\text{سرعت خطی قرص بزرگ = سرعت خطی قرص کوچک} \Rightarrow V_۲ = V_R \Rightarrow r\omega = R(\omega_\circ - \Omega)$$

سرعت زاویه‌ای قرص بالایی حول محور Z

$$\Rightarrow R = R\omega_\circ - r\omega \Rightarrow \Omega = \omega_\circ - \frac{r}{R}\omega$$

۲۷-۳) شکل (الف) ذره‌ای را در حال دوران نشان می‌دهد. شکل (ب)بردارهای $\vec{\alpha}, \vec{\omega}, \vec{a}_R, \vec{a}_T, \vec{v}, \vec{r}$ را برای ذره در حال دوران نشان می‌دهد کیمتهای زاویه‌ای روی محور دوران می‌باشند و جهتشان از قاعده دست راست به دست می‌آید. در این حرکت روابط ذیل برقرارند.

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad , \vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_R \quad , \vec{a}_R = \vec{\omega} \times \vec{V} \quad , \vec{a}_T = \vec{\alpha} \times \vec{r}$$



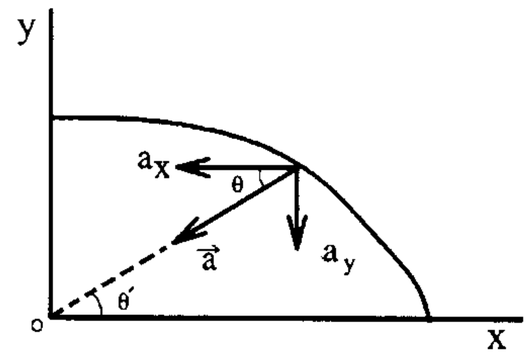
۲۸-۴)

$$\begin{cases} x = a\text{Sin}\omega t \\ y = b\text{Cos}\omega T \end{cases} \Rightarrow \vec{r} = a\text{Sin}\omega t\vec{i} + b\text{Cos}\omega t\vec{j} \Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{a^۲\text{Sin}^۲\omega t + b^۲\text{Sin}^۲\omega t}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = a\omega\text{Cos}\omega t\vec{i} - b\omega\text{Sin}\omega t\vec{j}, \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -a\omega^۲\text{Sin}\omega t\vec{i} - b\omega^۲\text{Cos}\omega t\vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \omega\sqrt{a^۲\text{Cos}^۲\omega t + b^۲\text{Sin}^۲\omega t} \quad , |\vec{a}| = (\sqrt{a^۲\text{Sin}^۲\omega t + b^۲\text{Cos}^۲\omega t})\omega^۲ = r\omega^۲$$

$$\vec{a}.v = a_x v_x + a_y v_y = -a^۲\omega^۳\text{Cost}\,\omega\text{Sin}\omega t + b^۲\omega^۳\text{Sin}\omega t\text{Cost} \neq \circ$$



بنابراین چون $\vec{v}\ a.\vec{v} \neq ۰$ پس $\vec{V}$ بر $\vec{a}$ عمود نیست و گزینه‌های ۱ و ۲ غلط هستند (هر چند چون $\frac{x^۲}{a^۲}+\frac{y^۲}{b^۲}=۱$ و حرکت بیضوی است و $a = r\omega^۲$ است) و همچنین $V\omega^۲ \neq a$ بنابراین گزینه ۳ نیز غلط است. اما برای آنکه نشان دهیم $\vec{F}$ از مبدأ می‌گذرد، کافی است نشان دهیم $\vec{a}$ از مبدأ می‌گذرد یعنی $\vec{a} \parallel -\vec{r}$

$$tg\theta = tg\theta' \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{a_y}{a_x} = \frac{bCos\omega t}{aSin\omega t} = \frac{-b\omega^۲Cos\omega t}{-a\omega^۲Sin\omega t}$$

بنابراین می‌بینیم که $\theta = \theta'$ و $\vec{a}$ و در نتیجه $\vec{F} = m\vec{a}$ از مبدأ می‌گذرد.

۳-۲۹)

$$\theta_۰ = ۴۵ , \alpha = ۴rad/s^۲ \times \frac{۱۸۰^\circ}{\pi rad} = ۷۲۰ / \pi deg/s^۲$$

$$\text{حال}: \theta = \theta_۰ + \omega_۰ t + \frac{۱}{۲}\alpha t^۲ = ۴۵^\circ + \frac{۳۶۰}{\pi}t^۲ = ۴۵^\circ + (۱۱۴ / ۶)t^۲$$

۴-۳۰)

$$\omega = \frac{۶۰۰}{۶۰}\ \frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}} = ۱۰\ \frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}} = ۱۰ \times ۲\pi\ rad/s$$

$$\omega = \frac{۳۰۰}{۶۰}\ \frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}} = ۵(۲\pi)\ rad/s$$

$$\omega^۲ - \omega_۰^۲ = ۲\alpha\theta \Rightarrow \alpha = \frac{\omega^۲ - \omega_۰^۲}{۲\theta} = \frac{۴\pi^۲(۵^۲ - ۱۰^۲)}{۲ \times ۵۰ \times ۲\pi} = \frac{-۷۵\pi}{۵۰} \Rightarrow \alpha = \frac{-۳\pi}{۲}$$

توجه شود که هردور معادل ۲π است.

فصل یازدهم

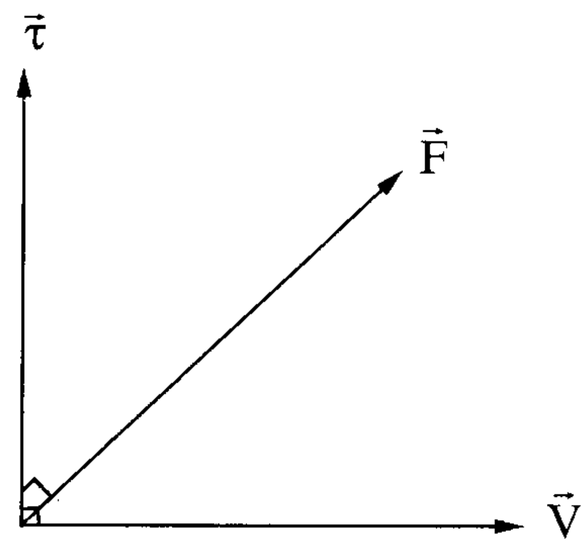
دینامیک دورانی I

مقدمه

در این فصل به بررسی حرکت دورانی با توجه به علت آن می‌خواهیم بپردازیم. ابتدا به بررسی دینامیک دورانی یک ذره نسبت به یک چارچوب اینرسی پرداخته و سپس به بررسی یک سیستم چند ذره‌ای و دوران یک جسم صلب حول یک محور ثابت خواهیم پرداخت .

۱-۱۱ گشتاور نیرو

کمیتی که سبب حرکت دورانی می‌شود نمی‌تواند F همان نیروی باشدکه سبب حرکت انتقالی جسم می‌شود چرا که بسته به آن که نیروی وارد به یک جسم به کدام نقطه از جسم وارد شود شتاب زاویه‌ای که در حرکت دورانی به آن می‌دهد متفاوت است. کمیتی که سبب حرکت دورانی جسم می‌شود گشتاور نیرو است.



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$|\vec{\tau}| = rF\sin\theta \qquad (۱۱-۱)$$

جهت $\vec{\tau}$ را می‌توان با استفاده از دست راست به دست آورد. چهار انگشت از جهت $\vec{r}$ به سمت $\vec{F}$ می‌چرخد شست جهت $\vec{\tau}$ را نشان می‌دهد.

جهت چرخش جسم :

می‌توان τ را به صورت $rF_{\perp}$ و یا $r_{\perp}F$ نیز نوشت که $r_{\perp}$ اندازه تصویر عمود $\vec{r}$ بر امتداد $\vec{F}$ و $F_{\perp}$ اندازه تصویر عمود بر $\vec{F}$ بر امتداد $\vec{r}$ است.

مانند هنگامی که نیرو به لولای در وارد می‌شود در حالات زیر گشتاور نیرو صفر است.

$$\vec{\tau}=0\begin{cases} r=0 \\ F=0 \\ \vec{r}\parallel\vec{F} \quad \Rightarrow \theta=0 \text{ یا } \pi \end{cases}$$

۲-۱۱ تکانه زاویه‌ای ذره

کمیت مشابه اندازه حرکت خطی در دوران اندازه حرکت زاویه‌ای است.

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=m\vec{r}\times\vec{V} \quad , \left|\vec{L}\right|=rp\mathrm{Sin}\theta=rp_{\perp}=pr_{\perp} \qquad (۱۱-۲)$$

را گاهی گشتاور تکانه خطی هم می‌گویند. برای پیدا کردن جهت $\vec{L}$ نیز می‌توان از دست راست استفاده کرد.

رابطه گشتاور نیرو در اندازه حرکت زاویه‌ای

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}\Rightarrow\vec{r}\times\vec{F}=\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}=\frac{d}{dt}(\vec{r}\times\vec{p})$$

با توجه به آنکه :

$$\frac{d}{dt}\vec{r}\times\vec{P}=\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{P}+\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}=0+\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{r}\times\vec{F}$$

بنابراین $\boxed{\vec{\tau}=\frac{d\vec{L}}{dt}}$ (۱۱-۳)

$$\tau_x=\frac{dLx}{dt} \quad ,\tau_y=\frac{dLy}{dt}, \quad \tau_z=\frac{dLz}{dt} \qquad (۱۱-۴)$$

۳-۱۱ دستگاهی از ذرات

اگر سیستمی متشکل از n ذره داشته باشیم . برای اندازه حرکت کل سیستم داریم :

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \vec{L}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i \qquad (۱۱-۵)$$

گشتاور کل ناشی از نیروی وارد از ذرات بر هم که بنابراصل سوم نیوتن ، گشتاور کل نیروهای داخلی نیز صفر می‌شود.

گشتاور کل ناشی از نیروهای خارجی τ_{ext} است.

بنابراین در بررسی حرکت دورانی یک دستگاه ذرات نسبت به یک چارچوب مرجع لخت داریم :

$$\text{کل}\,\vec{\tau} = \vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad (۱۱-۶)$$

۱۱-٤ انرژی جنبشی دورانی و لختی دورانی

ذره‌ای را در نظر می‌گیریم که با سرعت زاویه‌ای ω با فاصله r حول یک محور ثابت دوران می‌کند .

$$E_k = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m(r\omega)^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 \qquad (۱۱-۷)$$

اگر یک جسم را متشکل از تعداد زیادی ذرات به جرم m_i و به فاصله r_i از محور دوران در نظر بگیریم :

$$E_k = \frac{1}{2}mr_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}mr_2^2\omega^2 + \ldots\ldots = \frac{1}{2}(\sum^{n} m_i r_i^2)\omega^2 \qquad (۱۱-۸)$$

کمیت $I = \sum_{i}^{N} m_i r_i^2$ (با واحد kgm^2) را لختی دورانی می‌نامند که N تعداد ذرات است.

در مقایسه اجسام مختلف با جرم برابر حول یک محور دوران می‌کنند هر کدام که توزیع جرمشان از محور دورتر باشد I بیشتری دارد .

۱-۴-۱۱ لختی دورانی برای یک توزیع پیوسته ماده

اگر فرض کنیم جسم از تعداد بی‌نهایت جرم کوچک به جرم Δm_i که به فاصله r_i از محور دوران قرار گرفته‌اند تشکیل شده است داریم :

$$I = \text{حد} \sum_{\Delta m \to 0} (\Delta m_i) r_i^2 = \int r^2 dm \qquad (۱۱-۹)$$

r فاصله المان جرم dm از محور دوران است.

الف- توزیع خطی جرم : $dm = \lambda dx$

ب- توزیع جرم در یک کمان : $dm = \lambda dL = \lambda R d\theta$ (R شعاع کمان)

ج - توزیع جرم در یک سطح مسطح :

مختصات دکارتی : $dm = \sigma ds = \sigma dxdy$

مختصات قطبی : $dm = \sigma ds = \sigma r dr d\phi$

د - توزیع جرم در یک پوسته کروی : $dm = \sigma ds = \sigma r^{۲} \sin\theta d\theta d\phi$

هـ - توزیع جرم در یک پوسته استوانه‌ای : $dm = \sigma ds = \sigma r d\phi dz$

و - توزیع حجمی جرم :

مختصات دکارتی $dm = \rho dv = \rho dxdydz$

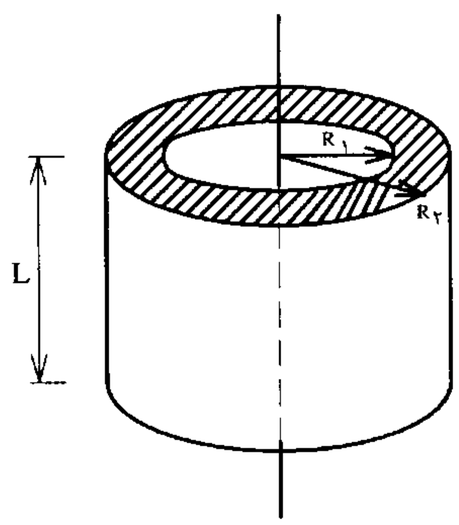
مختصات کروی $dm = \rho dv = \rho r^{۲} \sin\theta d\theta d\phi dr$

مختصات استوانه‌ای $dm = \rho dv = \rho r d\phi dr dz$ (r فاصله از محور استوانه)

در تمام حالات اگر توزیع جرم یکنواخت باشد ، جرم واحد طول λ و یا جرم واحد سطح σ و یا چگالی جرمی ρ ثابت است و در غیر این صورت تابع مختصات خواهد بود .

۲-۴-۱۱ مثال

محاسبه I برای استوانه توخالی که حول محور دوران می‌کند.



$$I = \int r^{۲} dm = \iiint r^{۲} \rho r d\phi dr dz$$

$$= \rho \int_{R_۱}^{R_۲} r^{۳} dr \int_{۰}^{۲\pi} d\phi \int_{۰}^{L} dz = \rho \frac{۱}{۴}(R_۲^{۴} - R_۱^{۴})(۲\pi)(L)$$

از طرفی چون توزیع جرم یکنواخت است :

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi(R_۲^{۲} - R_۱^{۲})L}$$

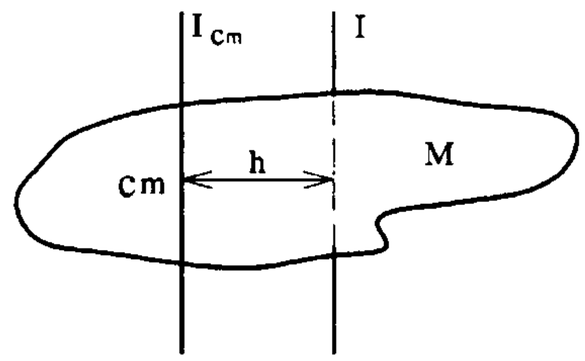
$$\Rightarrow I = \frac{M}{\pi(R_۲^{۲} - R_۱^{۲})L} \ \frac{۱}{۴}(R_۲^{۴} - R_۱^{۴})(۲\pi)L = \frac{۱}{۲}M(R_۲^{۲} + R_۱^{۲})$$

برای استوانه توپر (یک دیسک) $I = \frac{MR^{۲}}{۲} \Leftarrow R_۲ = R \ , \ R_۱ = ۰$

برای یک حلقه $I = MR^{۲} \Leftarrow R_۱ = R_۲ = R$

۳-۴-۱۱ قضیه محورهای موازی

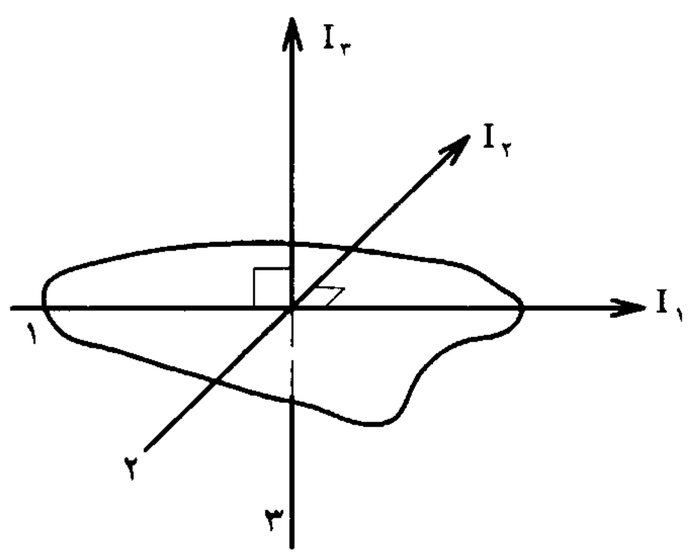
اگر I_{cm} ممان اینرسی یک جسم نسبت به محور گذرنده از مرکز جرم باشد (مانند مثال قبل) ممان اینرسی لختی دورانی جسم حول هر محور موازی با محور مذکور که به فاصله h از آن قرار دارد از رابطه زیر به دست می‌آید .



$$I = I_{cm} + Mh^{۲} \qquad (۱۱-۱۰)$$

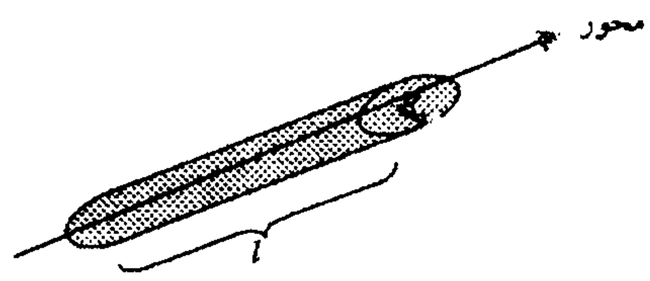
۴-۴-۱۱ ممان اینرسی حول محور عمود بر یک جسم مسطح

اگر محور ۳ بر دو محور و ۲ که بر هم عمود و در صفحه جسم مسطح قرار گرفته‌اند عمود باشد، داریم : $I_{۳} = I_{۲} + I_{۱}$



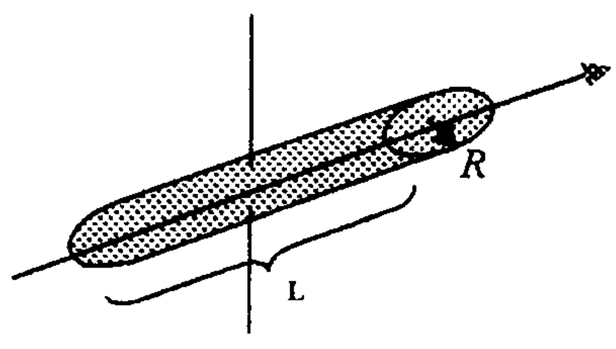
به چند نمونه از لختی دورانی برای اجسام مختلف توجه کنید :

۱- استوانه توپر نسبت به محور استوانه

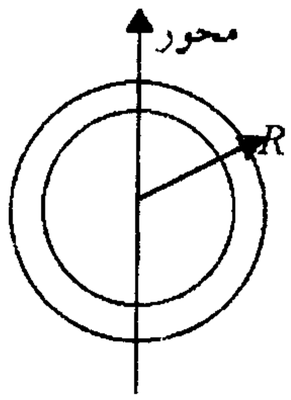


$$I = \frac{۱}{۲} MR^{۲}$$

۲- استوانه توپر نسبت به یک قطر مرکزی



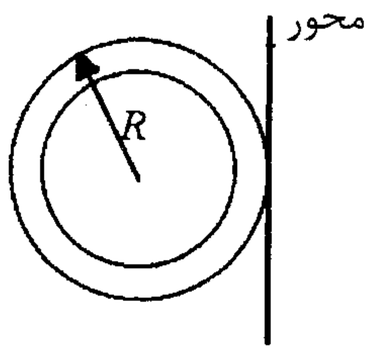
$$I = \frac{۱}{۴} MR^{۲} + \frac{۱}{۱۲} ML^{۲}$$



۳- حلقه استوانه‌ای نسبت به یکی از قطرهای آن

$$I = \frac{۱}{۲}MR^{۲}$$

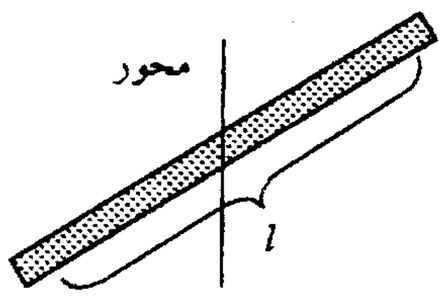
حلقه نسبت بر محور تقارن
MR^2



۴- حلقه استوانه‌ای نسبت به هر خط مماس بر آن

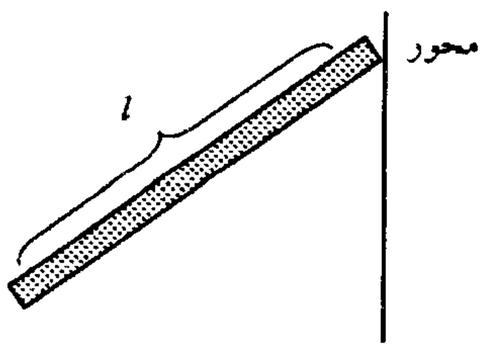
$$I = \frac{MR^{۲}}{۲} + MR^{۲} = \frac{۳}{۲}MR^{۲}$$

۵- میله باریک نسبت به محوری که از مرکز می‌گذرد و بر میله عمود است.

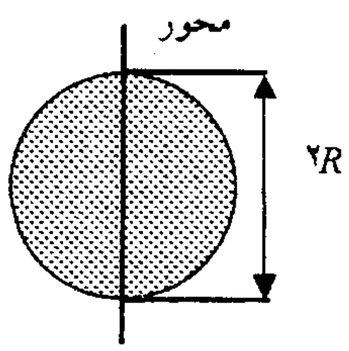


$$I = \frac{۱}{۱۲}ML^{۲}$$

۶- میله باریک نسبت به محوری که از یک انتها می‌گذرد و بر میله عمود است .



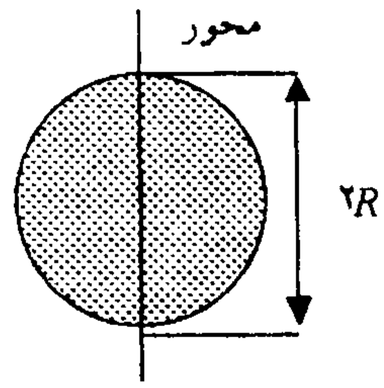
$$I = \frac{۱}{۳}ML^{۲}$$



۷- کره توپر نسبت به یکی از قطرهای آن

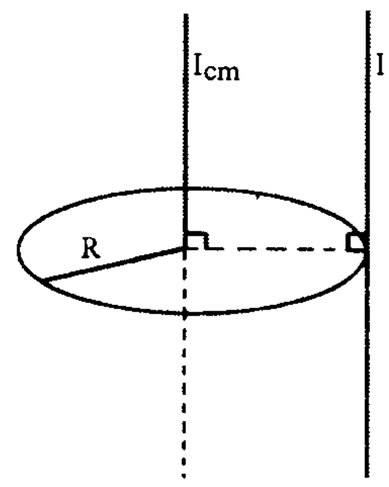
$$I = \frac{۲}{۵}MR^{۲}$$

۸- پوسته کروی نازک نسبت به یکی از قطرهای آن



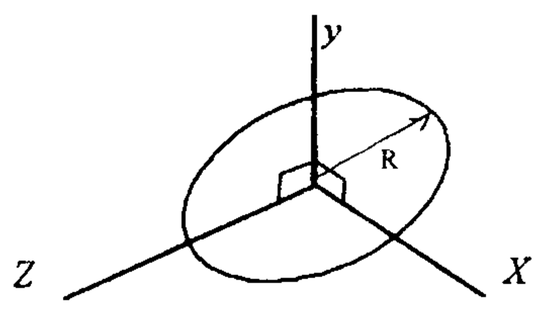
$$I = \frac{۲}{۳}MR^{۲}$$

۹- حلقه نازک به شعاع R نسبت به محوری که بر حلقه مماس است و با محورحلقه موازی است .



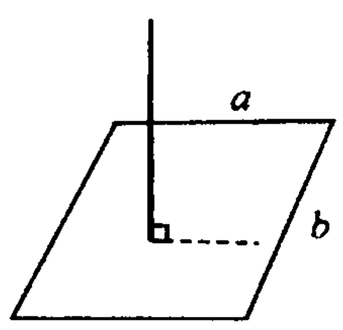
$$I = MR^{۲} + MR^{۲} = ۲MR^{۲}$$

۱۰- قرص مدور نازک



$$I_{yy} = \frac{۱}{۲}MR^{۲},\ I_{zz} = I_{xx} = \frac{۱}{۴}MR^{۲}$$

۱۱- صفحه مستطیل شکل نسبت به محور عمود بر وسط صفحه به ابعاد a و b



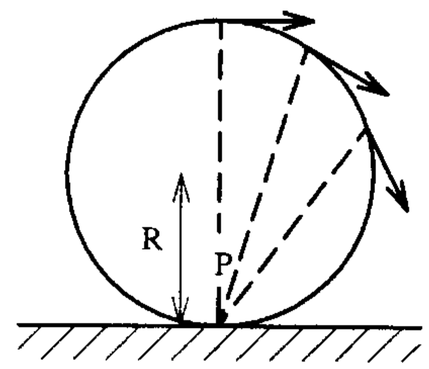
$$I = \frac{۱}{۱۲}M(a^{۲} + b^{۲})$$

۵-۱۱ ترکیب حرکت انتقالی و دورانی یک جسم صلب

اگر یک جسم در حرکت غلتشی باشد هم حول یک محور دوران می‌کند و هم دارای حرکت انتقالی است. این حرکت معادل است با یک حرکت دورانی محض حول محوری که از نقطه مماس

می‌گذرد. (با سرعت زاویه‌ای برابر با سرعت زاویه‌ای دوران حول محور گذرنده از مرکز جرم)

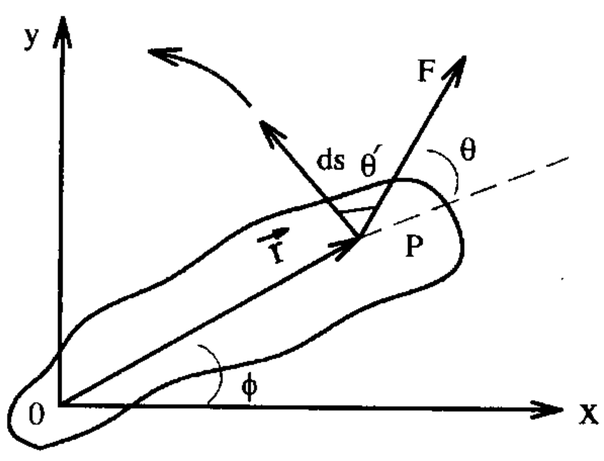
$$2V_{cm} = (2R)\omega$$



$$k = \frac{1}{2}I_P\omega^2 = \frac{1}{2}(I_{cm} + MR^2)\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 + \frac{1}{2}MR^2\omega^2 = \boxed{\frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 + \frac{1}{2}MV^2_{cm}} \quad (11\text{-}11)$$

۶-۱۱ دینامیک دورانی جسم صلب



دوران یک‌جسم صلب حول یک محور ثابت در یک دستگاه مرجع اینرسی را در نظر می‌گیریم :

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

زاویه میان نیروی $\vec{F}$ و جابه‌جایی $d\vec{s}$ در اثر چرخش θ' را در نظر می‌گیریم :

$$\mathrm{Cos}\theta' = \mathrm{Sin}\theta \qquad , ds = rd\phi$$

$$dw = \vec{F}.d\vec{s} = F\mathrm{Cos}\theta' ds = Fr\mathrm{Sin}\theta d\phi = \tau d\phi$$

$$\Rightarrow w = \int \tau d\phi$$

$$\text{توان}\ p = \frac{dw}{dt} = \tau\frac{d\phi}{dt} = \tau\omega \quad (11\text{-}12)$$

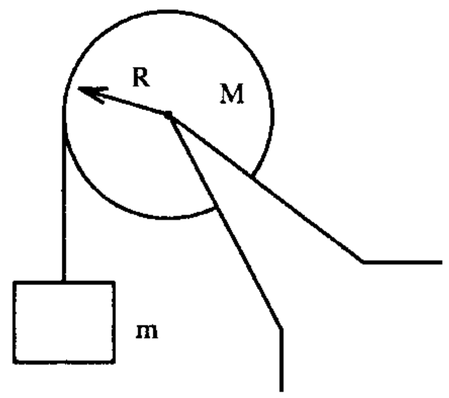
از طرفی طبق قضیه کار وا نرژی $w = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{d(\frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2)}{dt} = \frac{1}{2}I\omega\frac{d\omega^2}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\omega\alpha = \tau\omega \Rightarrow \tau = I\alpha \quad (11\text{-}13)$$

می‌توان حرکت دورانی جسم را هم از روشهای دینامیکی و هم از روش بقای انرژی بررسی کرد.

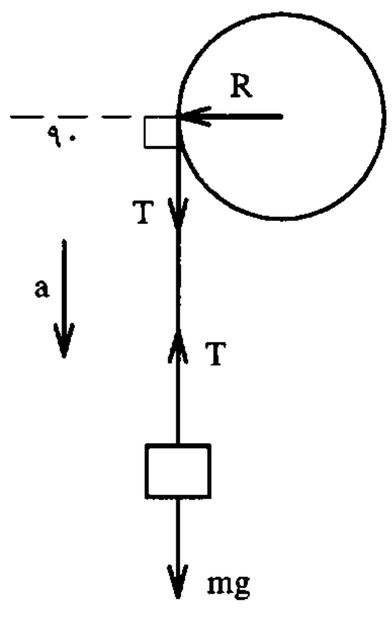
الف) روش دینامیکی: در روش دینامیکی ابتدا از رابطه $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ گشتاور نیرو را محاسبه و از رابطه $\tau = I\alpha$ ، α را به دست می‌آوریم. از طرفی با بررسی حرکت انتقالی سیستم، شتاب خطی حرکت را به دست آورده و از رابطه میان شتاب زاویه‌ای α و شتاب خطی استفاده می‌کنیم.

مثال :



جسمی به جرم m مطابق شکل از ریسمانی اویخته و رها می‌شود.

شتاب خطی جرم m را به دست آورید : (برای قرقره دیسکی شکل $I = MR^{۲}$)



دینامیک خطی جرم m $\quad mg - T = ma$

دینامیک دورانی دیسک $\quad \tau = TR\sin ۹۰^{\circ} = TR = I\alpha = \frac{MR^{۲}}{۲}\alpha$

$$TR = \frac{MR}{۲}(R\alpha) \Rightarrow TR = \frac{MR}{۲}\alpha \Rightarrow T = \frac{Ma}{۲}$$

از رابطه $a = \alpha R$ استفاده کرده‌ایم.

$$mg - T = mg - \frac{Ma}{۲} = ma \Rightarrow a = \frac{mg}{\frac{M}{۲} + m} = \frac{۲mg}{M + ۲m}$$

$$\Rightarrow T = \frac{Ma}{۲} = \frac{Mmg}{M + ۲m}, \alpha = \frac{a}{R} = \frac{۲mg}{R(M + ۲m)}$$

ب) روش بقای انرژی

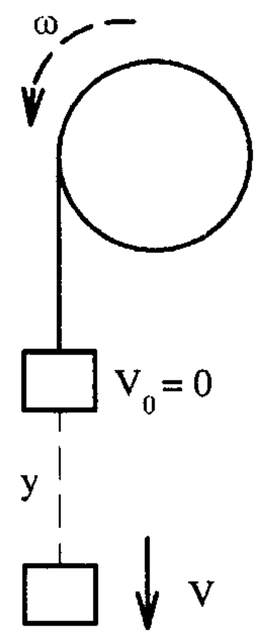
در این روش می‌توان ابتدا با استفاده از بقای انرژی سرعت خطی و هم چنین سرعت زاویه‌ای را به دست آورد و از آنها شتاب خطی و شتاب دورانی را به دست آورد .

مثال : مثال بالا را با استفاده از بقای انرژی به دست آورید :

حل : سرعت جسم را پس از سقوط به اندازه y به دست می‌آوریم .

$$mgy + \circ = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + \frac{۱}{۲}I\omega^{۲}$$

$$mgy = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + \frac{۱}{۲}(\frac{MR^{۲}}{۲})\omega^{۲}$$



$R\omega$ برابر سرعت لبه دیسک است و چون ریسمان بر لبه دیسک پیچیده شده است سرعت خطی لبه دیسک برابر سرعت ریسمان و بنابراین برابر سرعت جسم است $R\omega = V$

$$mgy = (\frac{۱}{۲}m + \frac{M}{۴})V^{۲} \Rightarrow V^{۲} = \frac{۴mgy}{۲m + M}$$

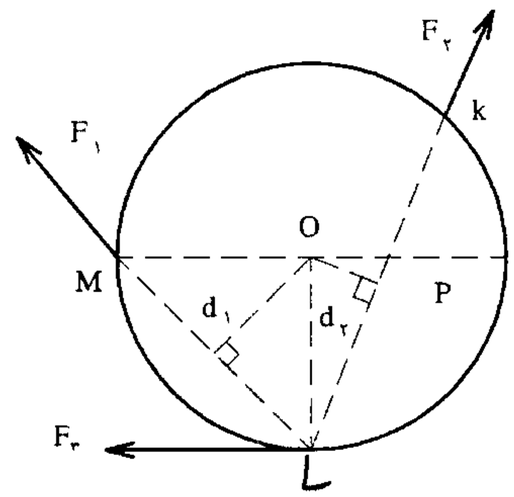
$$V^{۲} - V_{\circ}^{۲} = V^{۲} - \circ = ۲ay \Rightarrow a = \frac{۲mg}{۲m + M}$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{۲mg}{R(۲m + M)}$$

۷-۱۱ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- با توجه به شکل اگر محور دوران مرکز دایره باشد . بین گشتاورهای سه نیروی مساوی که به نقاط M و L و K وارد می‌شوند چه رابطه‌ای برقرار است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی» ۷۹)



۱- $M_1 = M_2 = M_3$

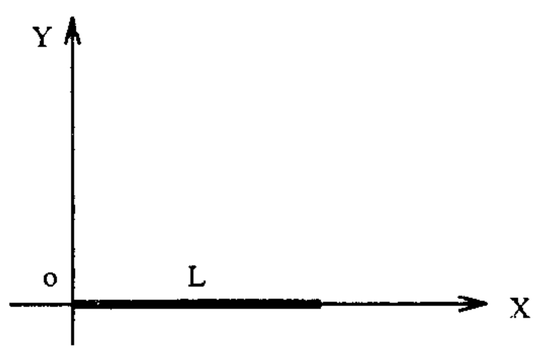
۲- $M_1 > M_2 = M_3$

۳- $M_2 > M_1 = M_3$

۴- $M_2 < M_1 < M_3$

۲- اینرسی دورانی میله‌ای به طول L و جرم M شکل مقابل را نسبت به محور oy بر حسب M و l حساب کنید . جرم واحد طول میله را از رابطه $\lambda = \lambda_0(1 - \frac{X}{2l})$ به دست آورید.

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)



۱- $\frac{1}{4}ML^2$

۲- $\frac{5}{18}ML^2$

۳- $\frac{1}{2}ML^2$

۴- $\frac{5}{9}ML^2$

۳- لختی دوران یک صفحه مستطیل شکل به جرم M و به اضلاع a و b نسبت به محوری که در مرکز صفحه بر آن عمود است، چقدر است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)**

۱- $\frac{Ma^2}{4}$

۲- $\frac{Ma^2b^2}{16}$

۳- $\frac{Mb^2}{4}$

۴- $\frac{M(a^2+b^2)}{12}$

۴- ممان اینرسی یک صفحه نازک مربع یکنواخت به طول a و جرم m در صفحه xy را که حول قطری از مبدأ می‌گذرد برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی - جامد ۷۹)

۱- $\frac{1}{6}ma^2$

۲- $\frac{1}{12}ma^2$

۳- $\frac{1}{8}ma^2$

۴- $\frac{1}{4}ma^2$

۵- ممان اینرسی یک استوانه توپر دایره‌ای یکنواخت به طول b و شعاع a حول محوری که از مرکز آن گذشته و عمود بر محور مرکزی باشد برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی- جامد ۷۹)

۱- $I = m(\frac{۱}{۶}b^۲ + \frac{۱}{۱۲}a^۲)$ ۲- $I = m(\frac{۱}{۴}b^۲ - \frac{۱}{۱۲}a^۲)$

۳- $I = m(\frac{۱}{۱۲}b^۲ + \frac{۱}{۴}a^۲)$ ۴- $I = m(\frac{۱}{۴}a^۲ - \frac{۱}{۶}a^۲)$

۶- لختی‌دورانی‌حجم محدود به دوران سهمی $cz = x^۲ + y^۲$ با صفحه z=h حول محورz ها کدام است.(جرم جسمm است)**(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)**

۱- $\frac{۱}{۵}mch$ ۲- $\frac{۱}{۴}mch$ ۳- $\frac{۱}{۲}mch$ ۴- $\frac{۱}{۳}mch$

۷- لختی دورانی یک صفحه نازک مربع یکنواخت با طول ضلع a و جرم m حول قطر آن کدام است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)**

۱- $\frac{۱}{۳}ma^۲$ ۲- $\frac{۱}{۴}ma^۲$ ۳- $\frac{۱}{۱۲}ma^۲$ ۴- $\frac{۱}{۲۴}ma^۲$

۸- اینرسی دورانی یک پوسته همگن به جرم M و شعاع R نسبت به یک قطر آن برابر است با : **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)**

۱- $\frac{۲}{۵}MR^۲$ ۲- $\frac{۱}{۲}MR^۲$ ۳- $\frac{۲}{۳}MR^۲$ ۴- $MR^۲$

۹- کره یکنواختی توپر به جرم ۵kg و به شعاع ۲۰ سانتی‌متر حول محوری که بر سطح خارجی آن مماس است دوران می‌کند . سختی دورانی آن را حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- $۱۴\,kgm^۲$ ۲- $۰/۲۸\,kgm^۲$ ۳- $۳۲\,kgm^۲$ ۴- $۱۸\,kgm^۲$

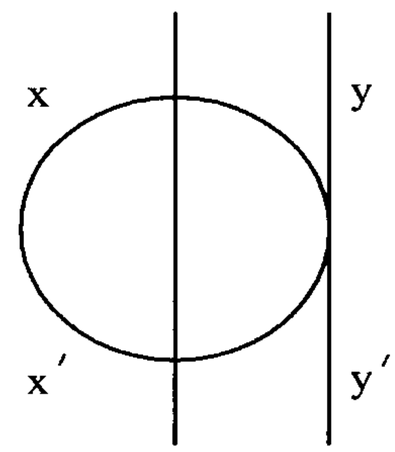
۱۰- کره توپر یکنواختی به جرم ۵kg حول محوری که بر یک قطر آن منطبق است ، با سرعت زاویه‌ای ۴ رادیان بر ثانیه می‌گردد. اگر شعاع کره ۰/۱ متر باشد ، اندازه حرکت زاویه‌ای آن را حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک«با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۷)

۱- $۰/۰۱\,kgm^۲/s$ ۲- $۰/۰۴\,kgm^۲/s$ ۳- $۰/۰۲\,kgm^۲/s$ ۴- $۰/۰۸\,kgm^۲/s$

۱۱- گشتاور ماند حلقه‌ای به جرم M و شعاع R حول محور تقارن خود (xx') برابر I است . گشتاور ماند آن حول محور (yy') مماس بر حلقه چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۵)



۱- I

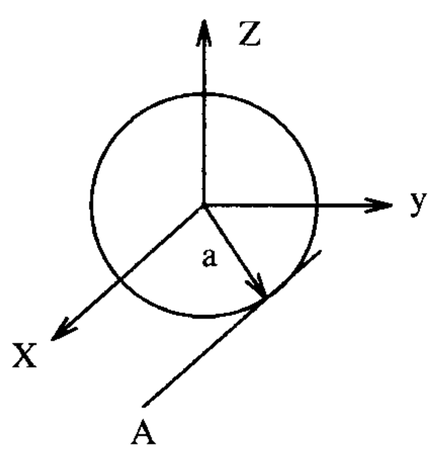
۲- ۲I

۳- $\frac{۳I}{۲}$

۴- ۴I

۱۲- گشتاور ماند حول محور A مماس برحلقه‌ای به جرم m و شعاع a عبارت است از :

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی – حالت جامد ۷۸)



۱- $\frac{۱}{۲}Ma^۲$

۲- $Ma^۲$

۳- $\frac{۵}{۲}Ma^۲$

۴- $\frac{۳}{۲}Ma^۲$

۱۳- جرم‌حلقه‌ای به شعاع ۳ متر برابر ۱۵۰ kg است این حلقه روی یک سطح افقی می‌غلطد و سرعت مرکز جرم آن ۰/۱۵ متر بر ثانیه است چه مقدار کار برای متوقف کردن حلقه لازم است .

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۴)

۱- ۳/۳۷۵ ژول

۲- ۳/۱۳۵ ژول

۳- ۳/۵۷۳ژول

۴- ۳/۵۲۱ژول

۱۴- لختی دورانی استوانه‌ای یکنواخت به شعاع قاعده R و جرم M را نسبت به محور استوانه حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «بازمینه علوم‌فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- $\frac{۱}{۴}MR^۲$ ۲- $\frac{۱}{۲}MR^۲$ ۳- $\frac{۳}{۲}MR^۲$ ۴- $MR^۲$

۱۵- یک یویو از دو قرص برنجی که ضخامت b آن برابر ۸/۵mm و شعاع R آن برابر ۳/۵cm است ساخته شده است که به محور کوتاهی به شعاع R_0 برابر ۳/۲mm وصل است. لختی چرخش یویو حول محور مرکزی آن چقدر است از لختی چرخشی محور چشم‌پوشی می‌کنیم چگالی برنج $8400\ kg/m^3$ است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «بازمینه علوم‌فیزیک و ریاضی» ۸۰)

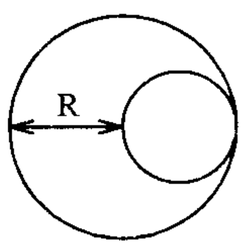
۱- $I = 2/2\times10^{-2}\ kgm^2$

۲- $I = 2/1\times10^{-4}\ kgm^2$

۳- $I = 3/4\times10^{-4}\ kgm^2$

۴- $I = 1/1\times10^{-3}\ kgm^2$

۱۶- قرص یکنواختی به جرم M مفروض است. قسمتی از آن مطابق شکل به شعاع $\frac{R}{2}$ خالی شده است. گشتاور لختی (لختی دورانی) این قرص نسبت به محوری که از مرکز قرص می‌گذرد و بر آن عمود است، کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)**



۱- $\frac{1}{4}mR^2$

۲- $\frac{13}{32}MR^2$

۳- $\frac{1}{2}k\omega^2$

۴- $\frac{13}{24}MR^2$

۱۷- گشتاور لختی میله‌ای به جرم M و شکل S (دو نیم دایره به شعاع a که در انتها به هم متصلند و مماس مشترک دارند) نسبت به محور عمود برصفحه میله و از مرکز آن نیز می‌گذرد برابر کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)**

۱- $M\frac{a^2}{2}$

۲- Ma^2

۳- $2Ma^2$

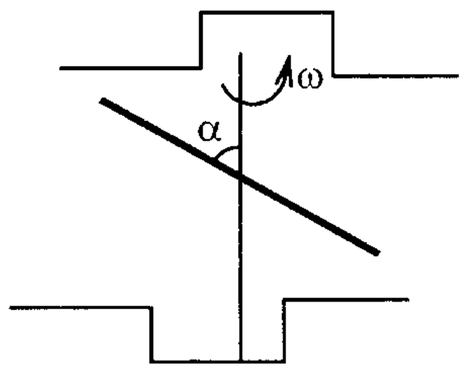
۴- $4Ma^2$

۱۸- اندازه حرکت زاویه‌ای به صورت $\vec{L} = 4t\vec{i} + 5t\vec{j} + 9t\vec{k}$ داده شده، اندازه گشتاور مربوط به این اندازه حرکت زاویه‌ای برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی» ۸۰)

۱- ۱۲۲ ۲- ۲۱۲ ۳- ۲۲۱ ۴- ۳۲۱

۱۹- میله صلبی به طول L و به جرم m نسبت به محور که از نقطه وسط آن می‌گذرد و تحت زاویه α ثابت شده است. این میله با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حول محور قائم می‌چرخد. اندازه حرکت زاویه‌ای میله کدام است ؟($\vec{k}$ در امتداد میله، $\vec{j}$ در صفحه میله و محور قرار دارد.) **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)**



۱- $\frac{1}{12}mL^2\omega\sin\alpha\vec{j}$

۲- $\frac{1}{4}mL^2\omega^2\sin\alpha\vec{j}$

۳- $\frac{1}{12}mL^2\omega\sin\alpha\vec{k}$

۴- $mL^2\omega^2\sin\alpha\vec{j}$

۲۰- چرخ لنگری با لختی دوران $2/5kg/m^2$ ساکن است شخصی نیروی ۲۵ نیوتن را به طور مماس در مدت ۰/۰۱ ثانیه به لبه چرخ وارد می‌کند اگر شعاع چرخ ۰/۰۵ متر باشد سرعت زاویه‌ای آن را بعد از این ضربه حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «بازمینه زمین‌شناسی علوم‌فیزیک و ریاضی»۷۸)

۱- ۰/۰۸ Rad/s ۲- ۰/۰۱ Rad/s ۳- ۰/۰۲ Rad/s ۴- ۰/۰۵ Rad/s

۲۱- معادله حرکت پرتابه‌ای به جرم mچنین است : $\vec{r} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{V}.t$ اندازه حرکت زاویه‌ای آن برابر کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)**

۱- $\left(\frac{1}{2}\right)mgt^2\vec{V}_\circ$

۲- $\left(\frac{1}{2}\right)m(\vec{V}_\circ\times\vec{g})t^2$

۳- $\vec{r}\times(m\vec{g}t)$

۴- $\left(\frac{3}{2}\right)m(\vec{V}_\circ\times\vec{g})t^2$

۲۲- گلوله‌ای به وزن ۴۰۰ نیوتن بر روی سطح شیب‌داری به شیب ۰/۱ به اندازه۱۰ متر به پایین می‌غلتد اگر انرژی جنبشی انتقالی آن ۲۰۰ ژول باشد انرژی جنبشی دورانی آن چند ژول است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)**

۱- ۲۰۰ ۲- ۳۵۰ ۳- ۴۰۰ ۴- ۳۰۰

۲۳- کره کوچکی در داخل نیمکره بزرگی که محور تقارنش قائم است بدون لغزش می‌غلتد. این کره از قسمت بالای نیمکره و از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند. انرژی جنبشی انتقالی و دورانی آن در قسمت پایین نیمکره چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)

۱- $\frac{۴}{۱۰}mV^۲$ ۲- $\frac{۷}{۱۰}mV^۲$ ۳- $۲/۵mV^۲$ ۴- $۱/۲mV^۲$

۲۴- توان ۱۲۰ وات به مدت ۲۵ ثانیه بر چرخ ساکنی که لختی دورانی آن $۴kgm^۲$ است اعمال می‌گردد. سرعت زاویه‌ای چرخ را در پایان ثانیه بیست و پنجم حساب کنید ؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و معدن» ۷۸)

۱- رادیان بر ثانیه $۱۰\sqrt{۱۵}$ ۲- رادیان بر ثانیه $۵\sqrt{۵}$

۳- رادیان بر ثانیه $۳۰\sqrt{۱۵}$ ۴- رادیان بر ثانیه $۱۰\sqrt{۵}$

۲۵- حلقه نازکی با جرم M روی سطح افقی بدون لغزش می‌غلطید ، اگر سرعت انتقال مرکز حلقه V باشد . انرژی جنبشی آن کدام است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۳)

۱- $\frac{۱}{۴}MV^۲$ ۲- $\frac{۱}{۲}MV^۲$ ۳- $\frac{۳}{۴}MV$ ۴- $MV^۲$

۲۶- ممان اینرسی چرخی که با تندی دقیقه/دور ۶۰۲ می‌چرخد و دارای انرژی جنبشی J۲۴۴۰۰ است چقدر می‌باشد؟(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- $۲۰/۴kg.m^۲$ ۲- $۸/۵kg.m^۲$

۳- $۱۲/۳kg.m^۲$ ۴- $۱۸/۳kg.m^۲$

۲۷- استوانه‌ای توپر از سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی به پایین لغزیده با سرعت V به پایین سطح می‌رسد. اگر همین استوانه بر روی سطح شیب‌دار دیگری با همان ارتفاع بدون لغزش به پایین بغلطد، سرعت خطی آن در پایین سطح برابر با U می‌باشد. می‌توان نشان داد که نسبت $\frac{U}{V}$ مساوی است با : (کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۸)

۱- $\sqrt{۶}$ ۲- $\sqrt{۳}$ ۳- $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ ۴- $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲۸- حلقه‌ای به شعاع ۲۰ سانتی‌متر از بالای تپه‌ای به ارتفاع ۸۰ متر رها می‌شود حلقه بدون لغزیدن در حال چرخش به پایین می‌غلتد اگر اصطکاک ناچیز باشد سرعت زاویه‌ای حلقه در پایین تپه چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی»۸۰)

۱- ۷۰ Rad/s ۲- ۱۴۰ Rad/s

۳- ۱۰۰ Rad/s ۴- ۹۰ Rad/s

۲۹- جرم حلقه‌ای به شعاع ۳m برابر ۱۵۰kg است . این حلقه روی یک سطح افقی می‌غلتد و سرعت مرکز جرم آن ۰/۱۵m/s است چه مقدار کار برای متوقف کردن حلقه باید انجام شود؟ **(کنکور کارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۷)**

۱- ۳/۳۷۵j ۲- ۵/۵j ۳- ۶/۲۵j ۴- ۷/۲j

۳۰- مقدار اندازه حرکت زاویه‌ای حول مبدأ برای صفحه مربع شکل به ضلع a و جرم m که با سرعت زاویه‌ای ω حول قطری که از مبدأ می‌گذرد دوران نماید ، کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)

۱- $\frac{1}{3}ma^2\omega$ ۲- $\frac{1}{12}ma^2\omega$ ۳- $\frac{1}{4}ma^2\omega$ ۴- $\frac{1}{24}ma^2\omega$

۳۱- وقتی یک استوانه تو خالی بدون لغزش می‌غلتد ، نسبت انرژی جنبشی انتقالی به انرژی جنبشی چرخشی آن عبارت است از :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)

۱- ۱ ۲- ۱/۵ ۳- ۲ ۴- ۰/۷۵

۳۲- بر روی قرقره ثابتی به جرم M چندین دور نخ می‌پیچیم به انتهای دیگر نخ جسمی به جرم m وصل نموده و آن را به اندازه h جمع کرده سپس رها می‌کنیم . سرعت جسم درست پس از محکم شدن نخ عبارت است از :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)

۱- $\sqrt{2gh}$ ۲- $\frac{2m}{2m+M}\sqrt{2gh}$

۳- $\frac{m}{m+M}\sqrt{2gh}$ ۴- $\sqrt{\frac{2m}{2m+M}(2gh)}$

۳۳- میله یکنواختی به جرم M و طول L به طور قائم روی زمین قرار دارد اگر میله با حرکت دورانی حول نقطه اتکای خود سقوط کند . انتهای بالایی میله با چه سرعتی به زمین خواهد رسید؟**(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی»۸۰)**

۱- $\frac{\sqrt{۳}}{۲}gL$ ۲- $\frac{۱}{۲}g^۲L^۲$ ۳- $۲gL$ ۴- $\sqrt{۳gL}$

۳۴- یک متر چوبی را به طور قائم از یک سرش روی زمین نگه می‌داریم و سپس رها می‌کنیم تا بیفتد سرعت سر دیگر متر هنگام برخورد با زمین (با این فرض که آن سر متر که روی زمین است نلغزد)چقدر است ؟ $I = \frac{۱}{۳}ML^۲ \quad , g = ۹/۸m/s^۲$

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۸۰)

۱- $۸/۷m/s$ ۲- $۵/۴۲\,m/s$

۳- $۲/۸m/s$ ۴- $۱۲/۳m/s$

۳۵- یک حلقه استوانه‌ای به جرم ۱۴۰kg در امتدا کف افقی می‌غلتد به طوری که مرکز جرم آن دارای تندی ۱۵۰m/s است چه مقدار کار برای متوقف کردن حلقه باید انجام شود ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۹)

۱- ۳/۱۵j ۲- ۳۱/۵j ۳- ۸/۵j ۴- ۱۵/۳j

۳۶- نسبت انرژی جنبشی دورانی یک قرص به انرژی جنبشی یک حلقه هم جرم و هم سرعت زاویه‌ای و هم شعاع برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۷۷)

۱- ۲ ۲- ۴ ۳- $\frac{۱}{۴}$ ۴- $\frac{۱}{۲}$

۳۷- میله نازک یکنواختی به طول L و جرم m را از یک سر آن آویزان می‌کنیم . اگر سرعت زاویه میله حول نقطه هنگام گذشتن از وضع قائم ω باشد و از اصطکاک و مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم ، مرکز جرم میله چه مقدار از پایین وضعیت خود بالا می‌رود؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

۱- $h = \frac{L^۲\omega^۲}{۶g}$ ۲- $h = \frac{۲L^۲\omega^۲}{۳g}$ ۳- $h = \frac{۷L^۲\omega^۲}{۲۴g}$ ۴- $h = \frac{L^۲\omega^۲}{۸g}$

۳۸- میله‌ای به طول L را از یک انتهایش به طور قائم روی زمین نگه داشته و سپس رها می‌کنیم. با فرض اینکه انتهایی که روی زمین است، نلغزد شتاب انتهای دیگر میله هنگامی که با امتداد قائم زاویه ۶۰ درجه بسازد، برابر کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)

۱- $\frac{۳\sqrt{۷}}{۴}g$ ۲- $\frac{۳}{۴}g$ ۳- $\frac{۳\sqrt{۵}}{۴}g$ ۴- $\frac{۳}{۲}g$

۳۹- کره‌ای بر روی یک سطح افقی بدون لغزش با سرعت ثابتی می‌غلتد. نسبت انرژی دورانی آن به انرژی کل آن برابر کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)**

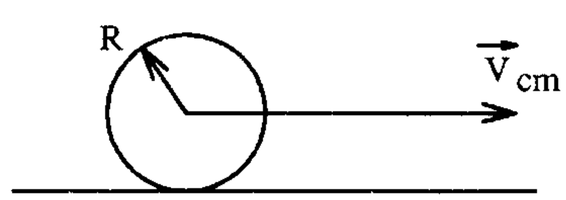
۱- $\frac{۲}{۷}$ ۲- $\frac{۲}{۵}$ ۳- $\frac{۵}{۲}$ ۴- $\frac{۷}{۲}$

۴۰- استوانه‌ای توپر به جرم M و شعاع R حرکت غلطشی بدون لغزش انجام می‌دهد. نسبت انرژی جنبشی دورانی این استوانه به انرژی جنبشی کل آن کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)

۱- $\frac{۲}{۵}$ ۲- $\frac{۱}{۴}$ ۳- $\frac{۱}{۳}$ ۴- $\frac{۱}{۲}$

۴۱- حلقه یکنواختی به شعاع R و به جرم M روی سطح شیب‌درای از حالت سکون به پایین می‌غلتد. اندازه حرکت زاویه‌ای این حلقه نسبت به مرکز آن در پایین سطح عبارت است از : **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)**



۱- $MR\sqrt{gh}$

۲- $MR\sqrt{۲gh}$

۳- $MR\sqrt{\frac{gh}{۳}}$

۴- $۲MR\sqrt{gh}$

۴۲- یک حلقه به شعاع R و به جرم M از ارتفاع h بالای یک سطح شیب‌دار رها می‌شود . هرگاه این حلقه بدون لغزش و با غلتش خالص حرکت نماید، سرعت مرکز این حلقه در انتهای سطح شیب‌دار کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)**

۱- $۲\sqrt{gh}$ ۲- $\sqrt{gh}$ ۳- $\sqrt{۲gh}$ ۴- $\sqrt{۳gh}$

۴۳- استوانه‌ای بدون سرعت اولیه از یک سطح شیب‌دار، بدون لغزش به سمت پایین می‌غلتد . وقتی استوانه به ارتفاع h پایین آمد سرعت آن کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۶)

۱- $\sqrt{\frac{۴}{۳}gh}$ ۲- $\sqrt{gh}$ ۳- $\sqrt{\frac{۲}{۳}gh}$ ۴- $\sqrt{۲gh}$

۴۴- میله یکنواخت و باریکی به جرم M و به طول L در انتها به یک لوله بسته شده و در یک صفحه قائم بدون اصطکاک آویزان است . میله را با سرعت زاویه‌ای ω به دوران درمی‌آوریم ، حداقل ω برای آنکه میله یک دور کامل دوران کند ، مساوی است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۷)

۱- $\sqrt{\frac{g}{۱۲L}}$ ۲- $\sqrt{\frac{g}{۶L}}$ ۳- $\sqrt{\frac{۶g}{L}}$ ۴- $\sqrt{\frac{۱۲g}{L}}$

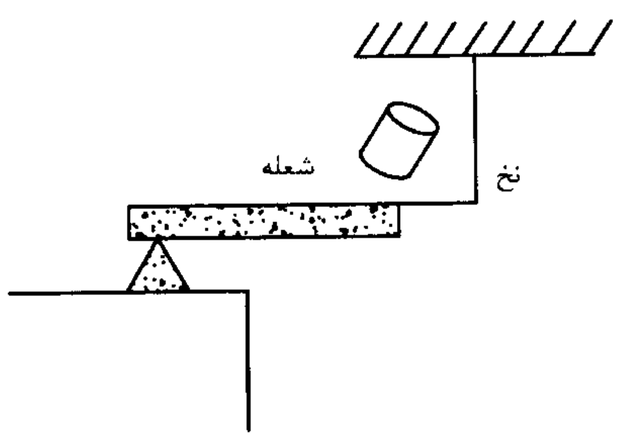
۴۵- میله‌ای مطابق شکل زیر بر روی دو پایه قرار دارد . در یک لحظه یکی از پایه‌ها فوراً برداشته می‌شود و میله شروع به حرکت می‌کند . عکس‌العمل پایه دیگر در این لحظه برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)

۱- $\frac{mg}{۴}$ ۲- $\frac{mg}{۳}$ ۳- $\frac{mg}{۲}$ ۴- mg

۴۶- سرمیله‌ای افقی بر روی یک پایه و سر دیگر آن مطابق شکل به نخی متصل است . نخ را می‌سوزانیم تا شروع به حرکت نماید ، شتاب سرمیله در این لحظه برابر کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)



۱- g

۲- $\frac{۲}{۳}g$

۳- $\frac{۱}{۴}g$

۴- $\frac{۳}{۲}g$

۴۷- استوانه‌ای بر روی یک سطح شیب‌دار به شیب θ به سمت پایین بدون لغزش در غلتش است . ضریب اصطکاک لغزشی بین استوانه و سطح برابر با μ می‌باشد علت غلطش بدون لغزش آن است که : (کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۷)

۱- $\mu \geq \frac{۱}{۳} tg\theta$

۲- $tg\theta \leq \mu$

۳- $\mu \geq ۳tg\theta$

۴- $tg\theta \geq \mu$

۴۸- کره‌ای به شعاع R بر روی یک سطح افقی قرار داشته توسط یک نیروی افقی به فاصله عمودی $\frac{۴}{۳}R$ از سطح افقی بدون غلطش در لغزش است زیرا:

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۷)

۱- گشتاور نیروی اصطکاک نسبت به نقطه تماس صفر است .

۲- گشتاور نیروی افقی اثر گشتاور نیروی اصطکاک نسبت به مرکز جرم کره را خنثی می‌کند.

۳- گشتاور نیروی افقی نسبت به مرکز کره از گشتاور نیروی اصطکاک بزرگ‌تر است.

۴- نیروی افقی از نیروی اصطکاک در نقطه تماس بزرگ‌تر است.

۴۹- طنابی را به دور استوانه توپری به شعاع ۰/۱m و جرم ۵۰kg پیچیده‌اند . استوانه می‌تواند به دور محور افقی بچرخد . اگر طناب را با نیروی ۲۰N بکشند شتاب زاویه‌ای چرخ چقدر است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)

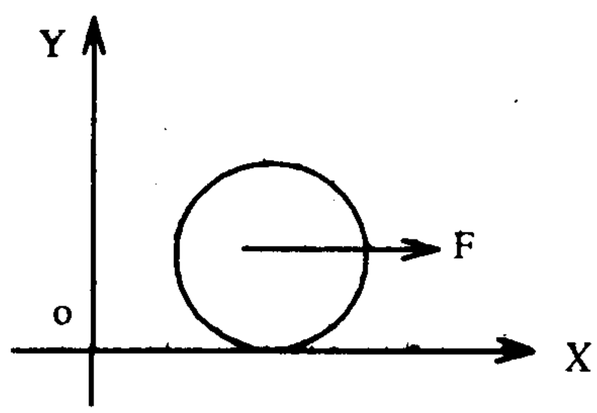
۱- $۵ rad/s^۲$

۲- $۱۲ rad/s^۲$

۳- $۱۰ rad/s^۲$

۴- $۸ rad/s^۲$

۵۰- قرص نازکی به جرم M تحت تأثیر نیروی افقی که به مرکز جرم آن وارد می‌شود دارای حرکت غلتشی بر روی سطح افقی است . این نیرو بر حسب شتاب مرکز جرم آن a برابر کدام است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)



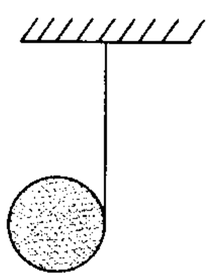
۱- Ma

۲- $\frac{۲}{۳}Ma$

۳- $\frac{۳}{۲}Ma$

۴- $۲Ma$

۵۱- نخ نازک و سبکی چندین دور بر روی گلوله توپری پیچیده شده است. انتهای این نخ به سقف متصل است . چنان چه گلوله تحت نیروی گرانش سقوط کند ، اندازه شتاب مرکز جرم گلوله کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)**



۱- $\frac{۲}{۵}g$ ۲- $\frac{۱}{۲}g$

۳- $\frac{۵}{۷}g$ ۴- $\frac{۳}{۴}g$

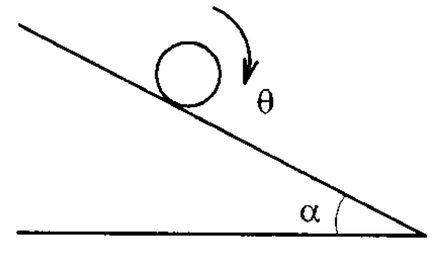
۵۲- استوانه‌ای به جرم M بر روی سطح شیب‌داری به شیب $\theta = ۶۰^\circ$ به سمت پایین در غلتش است . اگر نیروی کلی که سبب جابه‌جایی مرکز جرم استوانه می‌شود برابر با Q و نیروی اصطکاک غلطشی برابر F باشد نسبت $\frac{Q}{F}$ کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه برداری ۷۷)

۱- $\frac{۲}{\sqrt{۳}}$ ۲- $\frac{۴}{\sqrt{۳}}$ ۳- $\sqrt{۳}$ ۴- ۲

۵۳- استوانه یکنواخت توپری روی سطح شیب‌داری بدون لغزش می‌غلتد . اگر زاویه سطح شیب‌دار با افق α و شعاع استوانه r باشد، شتاب زاویه‌ای آن برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)



۱- $\ddot{\theta} = \frac{۲g\sin\alpha}{r}$ ۲- $\ddot{\theta} = \frac{g(۱ - r\sin\alpha) - ۲}{۲r}$

۳- $\ddot{\theta} = \frac{۲g\sin\alpha}{۳r}$ ۴- $\ddot{\theta} = \frac{g\cos\theta}{r}$

۵۴- استوانه‌ای از سطح شیب‌داری به شیب ۳۰ درجه از حالت سکون بدون لغزش به سمت پایین به غلطش در می‌آید و گلوله‌ای به طور هم زمان در هوا سقوط می‌کند. اگر سرعت لحظه‌ای استوانه و گلوله به ترتیب v و u باشند نسبت u / v مساوی است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۶)

۱- $\frac{۳}{۲}$ ۲- ۲ ۳- ۳ ۴- ۶

۵۵- استوانه‌ای به جرم m در روی یک سطح شیب‌دار به زاویه α، بدون لغزش می‌غلتد، نیروی اصطکاک استاتیک (ایستایی)کدام است .

(کنکورکارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری - نقشه برداری۷۶)

۱- $۲mg\sin\alpha$

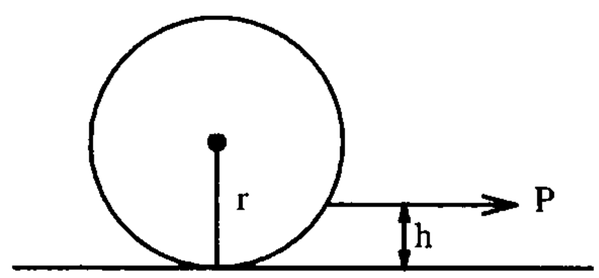
۲- $\frac{۳}{۲}mg\sin\alpha$

۳- $mg\sin\alpha$

۴- $\frac{۱}{۳}mg\sin\alpha$

۵۶- یک کره همگن به شعاع r و وزن W تحت تأثیر نیروی ثابت افقی P که به وسیله یک نخ وارد می‌شود ، بر کف اطاق می‌لغزد(بدون غلتش). اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین کره و کف اطاق برابر μ باشد ، ارتفاع h برابر است با :

(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)



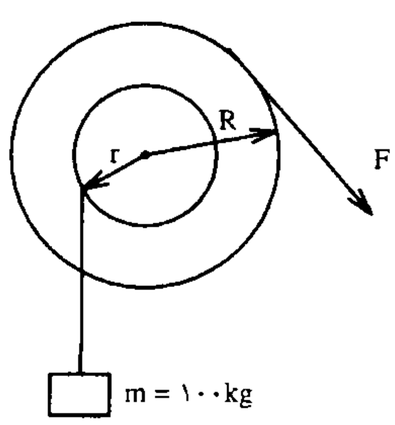
۱- $\frac{\mu wr}{p}$

۲- $r\left[۱-\frac{\mu W}{P}\right]$

۳- $r\left[۱+\frac{\mu W}{P}\right]$

۴- $r\left[۱-\frac{P}{\mu W}\right]$

۵۷- جسمی به جرم $m = ۱۰۰\ kg$ توسط یک قرقره دوتایی تحت نیروی $F= ۵۰۰N$ که زاویه دلخواهی با خط عمود می‌سازد بالا کشیده می‌شود . شتاب جسم را وقتی شعاع قرقره‌ها به ترتیب $R = ۲۵\,cm$,$r = ۱۰\,cm$ باشد محاسبه کنید(از جرم قرقره‌ها و ریسمانها و اصطکاک‌روی محوراتصال قرقره‌ها صرف‌نظرشود.)**(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)**



۱- $۲۷\,m/s^۲$

۲- $۱/۸m/s^۲$

۳- $۲/۷m/s^۲$

۴- $۰/۱۸\,m/s^۲$

۵۸- یک موتور دیزل با توان ۹۰kw در هر دقیقه ۲۰۰۰ دور می‌چرخد چه گشتاور نیرویی در این سرعت اعمال می‌گردد ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم‌فیزیک‌وریاضی» ۷۸)

۱- ۲۲۹۰ N.m ۲- ۴۲۹ N.m ۳- ۳۲۹ N.m ۴- ۵۲۸ N.m

۵۹- جسمی به جرم M به ریسمان بدون جرمی متصل است که به دوراستوانه یکنواختی به جرم M و شعاع R پیچیده شده است. سیستم از حالت سکون رها می‌شود . شتاب جرم M عبارت است از :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی، اتمی- حالت جامد ۸۰)

۱- g ۲- $\frac{۲}{۳}g$

۳- $\frac{۱}{۲}g$ ۴- به شعاع قرقره بستگی دارد.

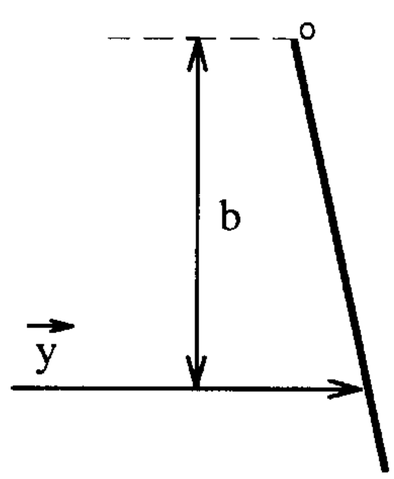
۶۰- یک استوانه یکنواخت توپر از سطح شیب‌داری به زاویه شیب θ به پایین می‌غلتد. نیروی اصطکاک وارد بر استوانه کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی۸۰)

۱- $\mu mg\cos\theta$ ۲- $\frac{۱}{۳}mg\sin\theta$

۳- $\frac{۲}{۳}mg\sin\theta$ ۴- $\frac{۱}{۳}\mu mg\sin\theta$

۶۱- میله همگنی به جرم m و طول ۲a از یک انتهای محور افقی بدون اصطکاک O آویزان است . مطابق شکل ضربه افقی $\vec{J}$ در فاصله b از O بر میله وارد می‌شود. سرعت زاویه‌ای میله درست بعد از اثر ضربه کدام است ؟



۱- $\frac{۳bJ}{۴ma^۲}$ ۲- $\frac{۳J}{۴ma}$

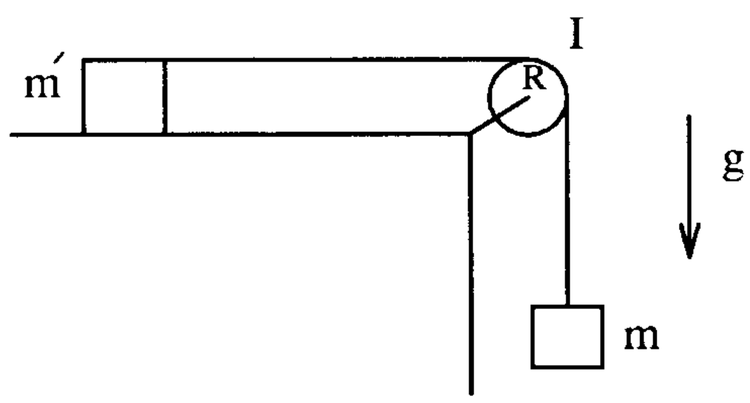
۳- $\frac{۳bJ}{ma^۲}$ ۴- $\frac{۳J}{ma^۲}$

۶۲- دو مرد دو انتهای الوار یکنواختی به طول L و جرم m را در دست گرفته‌اند نشان دهید که اگر یکی از آن دو ناگهان الوار را رها کند وزنی که دیگری باید تحمل کند ناگهان به مقدار : **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی – حالت جامد۸۰)**

۱- $\frac{1}{3}mg$ ۲- $\frac{mg}{2}$ ۳- $\frac{mg}{4}$ ۴- $\frac{1}{4}\sqrt{mg}$

۶۳- (GRE)

جرم m تحت نیروی جاذبه قرار دارد و به وسیله نخی به جرم دوم m' متصل است . فرض کنید که قرقره ممان اینرسی محدود I را دارد ، شتاب جرم m را پیدا کنید .



۱- $mg/(I/R^2 + m + m')$

۲- g

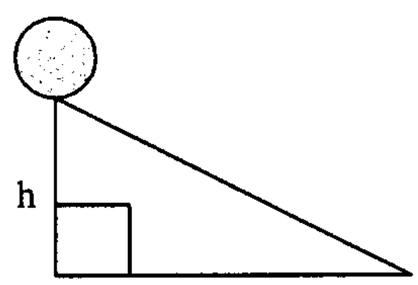
۳- mg/m'

۴- $mg/(m+m')$

۵- $(m-m')g/(I/R^2)$

۶۴- (GRE)

یک استوانه به شعاع R را که از سراشیبی با ارتفاع h به پایین می‌لغزد در نظر بگیرید سرعت استوانه در پایین سطح شیب‌دار با سرعت جسم نقطه‌ای شکل که همین مسیر را طی می‌کند ، در پایین سطح دارای چه نسبتی هستند؟



۱- ۱ ۲- $\sqrt{2}$

۳- $\sqrt{3}$ ۴- $\sqrt{2/3}$

۵- ۲

۶۵- (GRE)

گشتاور τ حاصل ازنقطه اثرنیروی $F = (5,3,-2)$ واردبر جسمی‌در مکان $\vec{r} = (-2,1,-3)$ برابر با :

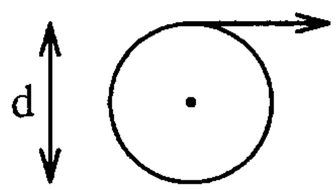
۱- $7x - 19y - 11z\,Nm$ ۲- $11x + 11y + 1z\,Nm$

۳- $-10x + 3y + 6z\,Nm$ ۴- $-11x - 11y - 1z\,Nm$

۵- $-7x + 19y + 11z\,Nm$

۶۶- (GRE)

چرخی به قطر ۴ متر بر روی یک محور ثابت بدون اصطکاک دوران می‌کند ، دارای ممان اینرسی $۱۰kgm^۲$ می‌باشد، نیرویی به اندازه ۴۰ نیوتن به طنابی که به حاشیه چرخ پیچیده شده است وارد می‌کند. اگر چرخ در لحظه $t = ۰$ شروع به دوران کند چه مقدار از طناب در لحظه $t = ۳$ به دور چرخ پیچیده نشده است ؟



۱- ۳۶m
۲- ۷۲ m
۳- ۱۸ m
۴- ۷۲۰ m
۵- ۱۸۰ m

$S = r\theta$

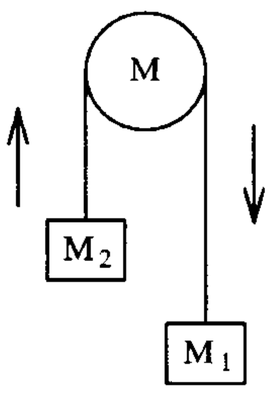
۶۷- دو گلوله توپر هم وزن، هم شعاع به شکلهای کره و استوانه روی سطح شیبداری به شیب θ بدون لغزش به پایین می‌غلتند.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فلسفه علم ۸۱)

۱- دو گلوله به طور هم‌زمان و با سرعت و شتاب یکسان به پایین سطح می‌رسند.
۲- دو گلوله با سرعت یکسان اما با شتابهای متفاوت به انتهای سطح می‌رسند.
۳- دو گلوله چون دارای شتابهای یکسان می‌باشند و آن هم شتاب $g\sin\theta$ ، بنابراین دارای انرژی یکسان می‌باشند.
۴- چون شتاب به شکل گلوله وابسته است بنابراین کره زودتر از استوانه به پایین سطح می‌رسد.

۶۸- استوانه توپری به شعاع R و به جرم M بر روی یک محور افقی که از مرکز جرم آن می‌گذرد، نصب شده است و می‌تواند طول این محور دوران کند. طنابی بر روی استوانه انداخته به دوسر آن جرمهای $M_۱$ و $M_۲$ را وصل کرده‌ایم. شتاب حرکت جرمهای $M_۱$ و $M_۲$ برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۱)



۱- $\dfrac{M_۱ - M_۲}{M_۱ + M_۲ + \frac{M}{۲}} g$

۲- $\dfrac{M_۱ + M_۲}{M_۱ + M_۲ - \frac{M}{۲}} g$

۳- $\dfrac{M_۱ + M_۲}{M_۱ + M_۲ + \frac{۱}{۲} M} g$

۴- $\dfrac{M_۱ - M_۲}{M_۱ - M_۲ + \frac{M}{۲}} g$

۶۹- کره توپری از سطح شیبداری بدون لغزش به پایین می‌غلتد و با سرعت v به پایین سطح می‌رسد. اگر همین کرده از سطح شیبدار بدون اصطکاکی به پایین لغزیده همان ارتفاع را پایین بیابد، با سرعت u به پایین می‌رسد. نسبت $\frac{v}{u}$ چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – ژئودزی ۸۱)

۱- $\frac{۲}{\sqrt{۶}}$ ۲- $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ ۳- $\sqrt{\frac{۱۰}{۷}}$ ۴- $\sqrt{\frac{۵}{۷}}$

۷۰- یک استوانه توپر و یک حلقه هردو به جرم مساوی و به شعاع یکسان را بر روی یک سطح افقی بدون لغزش به غلتش درمی‌آوریم. به طوری که سرعت خطی استوانه دوبرابر سرعت خطی حلقه باشد. نسبت انرژی جنبشی استوانه به انرژی جنبشی حلقه چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران ، فتوگرامتری – ژئودزی ۸۱)

۱- ۳ ۲- $\frac{۱}{۳}$ ۳- ۶ ۴- $\frac{۱}{۶}$

۷۱- میله باریکی به جرم M و به طول L به طور قائم بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد. اگر میله به طور ناگهانی سقوط کند، در لحظه‌ای که میله با سطح افقی زاویه‌ای برابر ۳۰ درجه می‌سازد، انرژی جنبشی میله برابر است با :

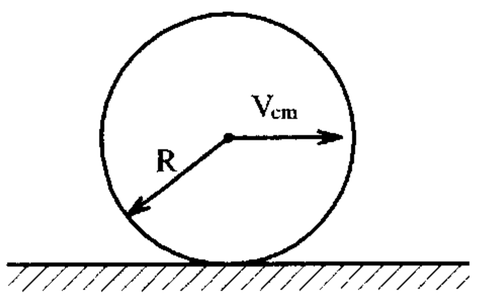
(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۱)

۱- $\frac{۲-\sqrt{۳}}{۴}Mgl$ ۲- $Mg\frac{l}{۴}$

۳- $Mg\frac{l}{۲}$ ۴- $\frac{\sqrt{۳}}{۴}Mgl$

۷۲- کره‌ای توپر و یکنواخت بر روی سطح افقی صاف بدون لغزیدن با سرعت ثابتی می‌غلتد. نسبت انرژی جنبشی دورانی آن به جنبش کل کدام است؟(ممان اینرسی کره توپر $\frac{۲}{۵}MR^۲$ است).

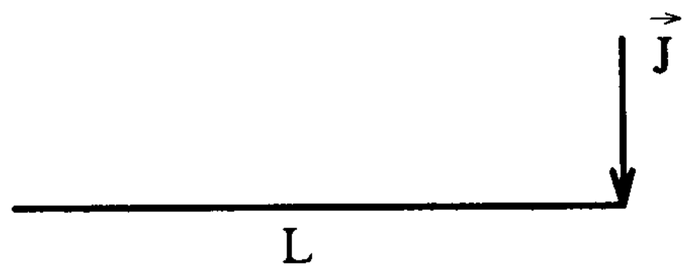
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)



۱- $\frac{۲}{۷}$ ۲- $\frac{۲}{۵}$

۳- $\frac{۵}{۲}$ ۴- $\frac{۷}{۲}$

۷۳- یک میله باریک به طول l و جرم m آزادانه بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به حال سکون قرار دارد. ضربه افقی $\vec{j}$ مطابق شکل، به طور عمودی بر انتهای میله وارد می‌شود. در لحظه‌ای که میله یک دور کامل حول مرکز جرمش می‌چرخد، اندازه جابجایی مرکز جرم کدام است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)**



۱- $\frac{\pi l}{۶}$

۲- $\frac{\pi l}{۳}$

۳- $\frac{۲\pi l}{۳}$

۴- $\frac{۴\pi l}{۳}$

۸-۱۱ پاسخنامه تشریحی

۱-۴)

$$\tau_F = FrSin\theta = Fr_\perp$$

$r_\perp$ فاصله عمودی امتداد نیرو تا مرکز دوران است .

$$\begin{cases} \tau_{F_2} = F_2 r_\perp = F_2 d_2 = M_2 & F_1 = F_2 = F_3 \\ \tau_{F_1} = F_1 r_\perp = F_2 d_1 = M_1 & R > d_1 > d_2 \\ \tau_{F_3} = F_3 r_\perp = F_3 R = M_3 & \end{cases}$$

بنابراین $M_3 > M_1 > M_2$

۲-۲)

$$I = \int R^2 dm = \int x^2 dm \quad , \quad dm = \lambda dx = \lambda_0 \left(1 - \frac{x}{2L}\right) dx$$

$$M = \int dm = \lambda_0 \int_0^L \left(1 - \frac{x}{2L}\right) dx = \lambda_0 \left[x - \frac{1}{4L} x^2\right]_0^L = \frac{3}{4}\lambda_0 L \Rightarrow$$

$$I = \int x^2 dm = \lambda_0 \int_0^L \left(1 - \frac{x}{2L}\right) x^2 dx = \lambda_0 \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8L}x^4\right]_0^L$$

$$= \lambda_0 \left(\frac{1}{3}L^3 - \frac{1}{8}L^3\right) = \frac{5}{24}\lambda_0 L^3 = \frac{5}{6}L^2\left(\frac{1}{4}\lambda_0 L\right) = \frac{5}{6}L^2\left(\frac{M}{3}\right) \Rightarrow I = \frac{5}{18}ML^2$$

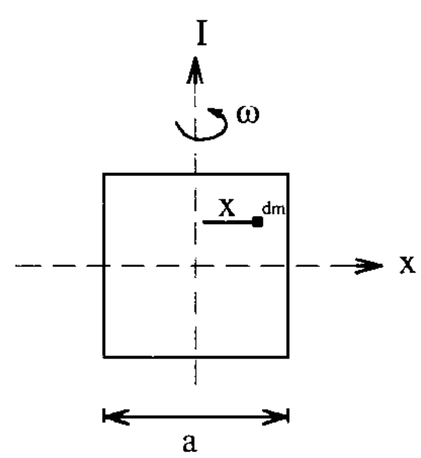
۳-۴) اگر صفحه در صفحه x-y باشد I را حول محور z که عمود بر مرکز صفحه است به دست می‌آوریم :

$$-\frac{b}{2} \le y \le \frac{b}{2} \quad و \quad -\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}$$

$$I = \int r^2 dm = \iint (x^2 + y^2)\sigma dx\, dy = \sigma\left[\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} x^2 dx \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dy + \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} y^2 dy\right]$$

$$, \sigma = \frac{M}{ab} \qquad \Rightarrow I = \frac{M}{12}(a^2 + b^2)$$

(۲-۴



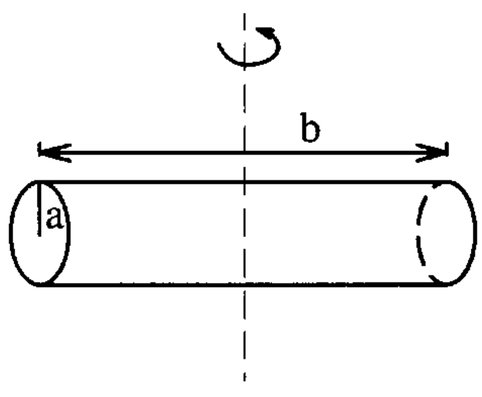
$$I = \int r^{۲} dm = \int x^{۲} dm$$

$$dm = \sigma dxdy = (\frac{M}{a^{۲}})dxdy \text{ و سطح واحد جرم} = \sigma = \frac{M}{a^{۲}}$$

$$I = \int_{-\frac{a}{۲}}^{\frac{a}{۲}} \int_{-\frac{a}{۲}}^{\frac{a}{۲}} x^{۲} \frac{M}{a^{۲}} dxdy = \frac{M}{a^{۲}} \int_{-\frac{a}{۲}}^{\frac{a}{۲}} x^{۲} dx \int_{-\frac{a}{۲}}^{\frac{a}{۲}} dy$$

$$= \frac{M}{a^{۲}} \left[\frac{۱}{۳} x^{۳} \right]_{-\frac{a}{۲}}^{\frac{a}{۲}} \left[y \right]_{-\frac{a}{۲}}^{\frac{a}{۲}} = \frac{Ma^{۲}}{۱۲}$$

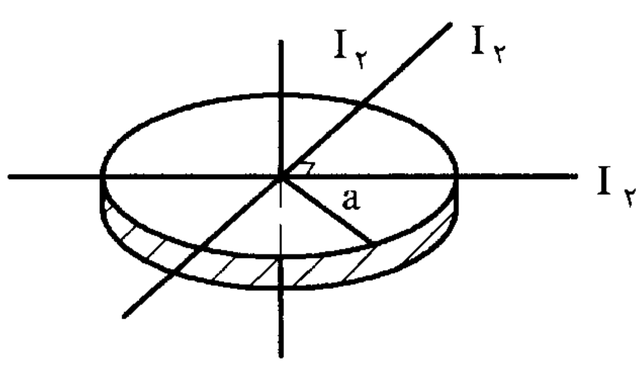
(۳-۵



$$\text{جرم واحد طول استوانه} = \lambda = \frac{M}{b}$$

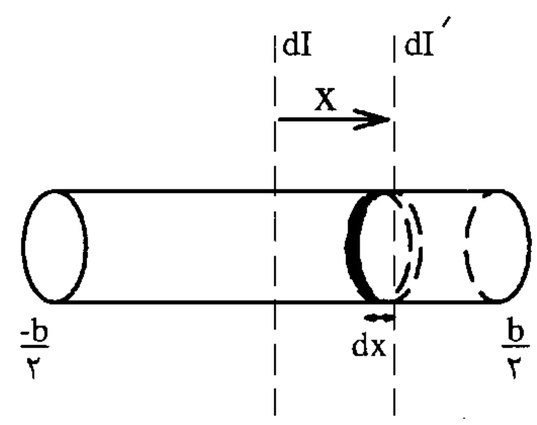
$$\begin{cases} I_{۳} = \frac{Ma^{۲}}{۲} = I_{۱} + I_{۲} \\ I_{۱} = I_{۲} = \frac{Ma^{۲}}{۴} \end{cases}$$

بنابراین اگر یک المان از استوانه به صورت یک دیسک به ضخامت dx در نظر بگیریم جرم آن $dm = \lambda dx$ است .



$$dI' = \frac{(dm)a^{۲}}{۴}$$

$$dI = \frac{(dm)a^{۲}}{۴} + (dm)x^{۲}$$

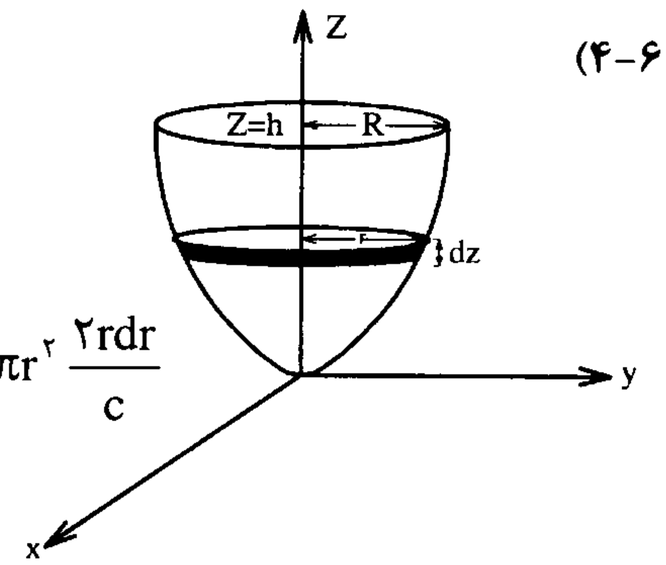


$$\Rightarrow I = \int_{-\frac{b}{۲}}^{\frac{b}{۲}} dI = \int_{-\frac{b}{۲}}^{\frac{b}{۲}} \frac{\lambda a^{۲}}{۴} dx + \int_{-\frac{b}{۲}}^{\frac{b}{۲}} \lambda x^{۲} dx$$

$$= \frac{\lambda}{۴} a^{۲} b + \frac{\lambda}{۳} \frac{b^{۳}}{۴} = \frac{Ma^{۲}b}{۴b} + \frac{Mb^{۳}}{۱۲b} = M(\frac{a^{۲}}{۴} + \frac{b^{۲}}{۱۲})$$

البته اگر $a \to 0$ در آن صورت یک میله به طول b داریم که باید $I = \frac{1}{12}mb^2$ شود؛ بنابراین سریعاً می‌توان گزینه صحیح (۳) را تشخیص داد.

(۴-۶



$$cz = x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow ch = R^2$$

$$cz = r^2 \Rightarrow dz = \frac{2rdr}{c}$$

$$\text{چگالی حجمی}\ \rho \Rightarrow M = \int \rho dv = \int \rho \pi r^2 dz = \int_0^R \rho \pi r^2 \frac{2rdr}{c}$$

$$M = \frac{\rho \pi R^4}{2c} = \frac{\rho \pi c^2 h^2}{2c} = \frac{\rho \pi c h^2}{2}$$

$$\text{ممان اینرسی برای دیسک به شعاع r و ارتفاع dz} : dI = \frac{(dm)r^2}{2}$$

$$\Rightarrow I = \int dz = \int \frac{1}{2}(\rho dv)r^2 = \int_0^R \frac{1}{2}\rho \pi r^2 (\frac{2rdr}{c})r^2 = \frac{\rho \pi}{6c}R^6 = \frac{\rho \pi c^2 h^3}{6c}$$

$$\Rightarrow I = (\frac{\rho \pi c h^2}{2})\frac{ch}{3} = \frac{Mch}{3}$$

(۳-۷

(۳-۸

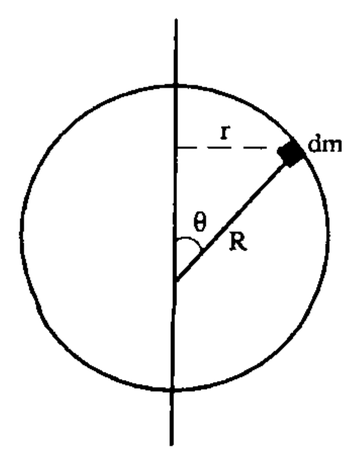
$$dm = \sigma ds = \sigma R^2 d\phi \sin\theta d\theta \quad , r = R\sin\theta$$

$$I = \int r^2 dm = \int (R\ \mathrm{Sin}\theta)^2 dm$$

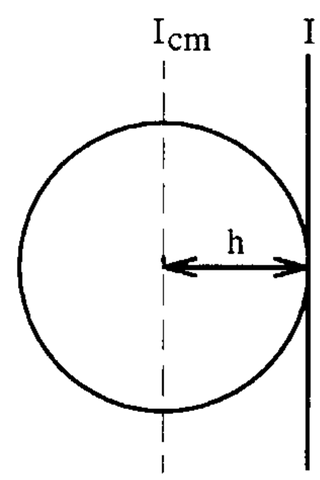
$$I = \sigma R^4 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \mathrm{Sin}^2\theta \sin\theta d\theta = 2\pi R^4 \sigma \int_0^{\pi} \sin^2\theta . \sin\theta d\theta$$

$$\Rightarrow I = 2\pi R^4 \sigma \int_0^{\pi} (1 - \cos^2\theta)\mathrm{Sin}\theta d\theta = 2\pi R^4 \sigma \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta - 2\pi R^4 \sigma \int_0^{\pi} \cos^2\theta \sin\theta d\theta$$

$$= 2\pi R^4 \sigma (-\cos\theta + \frac{\cos^3\theta}{3})_0^{\pi} \Rightarrow I = \frac{2}{3}MR^2$$



۹-۲)

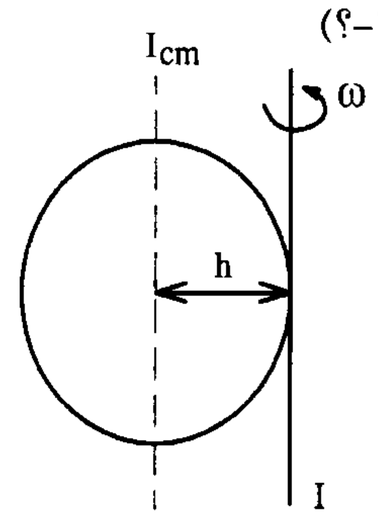


$$I = I_{cm} + Mh^{۲} \quad ,h = R = ۰/۲m \quad ,M = ۵kg$$

$$I_{cm} = \frac{۲}{۵}MR^{۲} = \frac{۲}{۵}(۵)(۰/۲)^{۲} = ۰/۰۸\,kgm^{۲}$$

$$I = ۰/۰۸ + ۵(۰/۲)^{۲} = ۰/۲۸\,kgm^{۲}$$

۱۰-؟)



$$h = R = ۰/۱m \quad , \quad \omega = ۴rad/s$$

$$I = I_{cm} + MR^{۲} = \frac{۲}{۵}MR^{۲} + MR^{۲} = \frac{۷}{۵}MR^{۲} = \frac{۷}{۵}(۵)(۰/۱)^{۲}$$

$$= ۰/۰۷\,kgm^{۲}$$

$$L = I\omega = (۰/۰۷)(۴) = ۰/۲۸\,kgm^{۲}/s$$

۱۱-؟)

$$I_z = MR^{۲} = I_۱ + I_۲ \quad ,I_۱ = I_۲ \Rightarrow I_۱ = \frac{MR^{۲}}{۲}$$

در شکل مورد نظر در تست $I = I_۱ = I_{xx'}$

$$I_{yy'} = I + Mh^{۲} = I + MR^{۲} = I + ۲I = ۳I$$

۱۲-۴) $I_{zz} = MR^{۲}$ می‌دانیم :

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy} \quad , I_{xx} = I_{yy} \Rightarrow I_{xx} = \frac{MR^{۲}}{۲}$$

$$I_A = I_{xx} + Mh^{۲}, h = R \Rightarrow I_A = \frac{MR^{۲}}{۲} + MR^{۲} = \frac{۳MR^{۲}}{۲} = \frac{۳Ma^{۲}}{۲}$$

۱۳-۱) مقدار کار لازم برای متوقف کردن حلقه برابر انرژی جنبشی خطی و دورانی است .

$$۰ - E_k = W$$

$$E_k = \frac{۱}{۲} m V_c^۲ + \frac{۱}{۲} I\omega^۲ \quad (۱) \Rightarrow V_c = r\omega \Rightarrow V_c^۲ = r^۲\omega^۲ \Rightarrow \omega^۲ = \frac{V_c^۲}{r^۲} \qquad (۲)$$

سرعت مرکز جرم

سرعت زاویه‌ای

با قرار دادن رابطه (۲) در رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$E_k = \frac{۱}{۲} m V_c^۲ + \frac{۱}{۲} m r^۲ \frac{V_{cm}^۲}{r^۲}$$
$$= m V_c^۲ = ۱۵۰ \, (۰/۱۵)^۲ \Rightarrow E_K = ۳/۳۷۵ \text{ j}$$

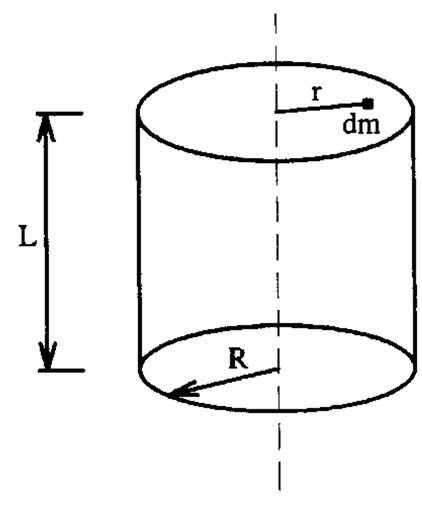
(۲-۱۴

$$I = \int r^۲ dm \quad , dm = \rho dv = \rho r d\phi dr dz$$

$$\text{چگالی} \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi R^۲ L}$$

$$I = \int_۰^R \int_۰^{۲\pi} \int_۰^L r^۳ \rho d\phi dr dz = \rho [\phi]_۰^{۲\pi} \left[\frac{۱}{۴} r^۴\right]_۰^R [Z]_۰^L$$

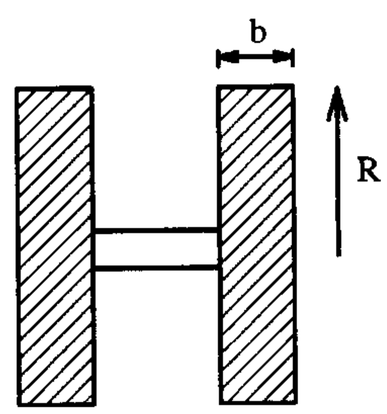
$$I = \rho ۲\pi \frac{R^۴}{۴} L = \frac{M}{\pi R^۲ L} ۲\pi \frac{R^۴}{۴} L = \frac{MR^۲}{۲}$$



(۳-۱۵

$$R = ۳/۵\text{cm} = ۳/۵ \times ۱۰^{-۲} \text{m}, \; b = ۸/۵\text{mm} = ۸/۵ \times ۱۰^{-۳} \text{m}$$

$$\text{حجم هر قرص} = \pi R^۲ b \text{ و چگالی } \rho = ۸۴۰۰ \text{ kg/m}^۳$$



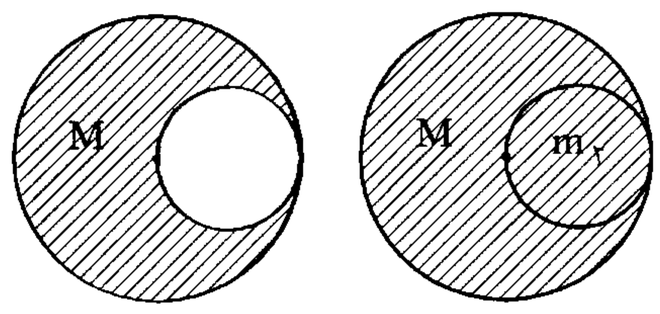
$$\text{جرم هر قرص} M = \pi R^۲ b \rho = ۳۲۶/۹۵ \times ۱۰^{-۷} \times ۸۴۰۰ = ۰/۲۷۴ \text{ kg}$$

$$\text{ممان اینرسی یویو} = 2I = 2\left[\frac{MR^2}{2}\right] = MR^2 = 0/274\,(3/5\times10^{-2})^2 = 3/4\times10^{-4}\,kgm^2$$

۱۶- ۴) گشتاور لختی قرص توپر به شعاع R و جرم m_1 برابر با $I = \frac{1}{2}m_1R^2$ و برای قرص به شعاع $\frac{R}{2}$ و جرم m_2 نسبت به محور مورد نظر برابر است با :

$$I_2 = \frac{1}{2}m_2(\frac{R}{2})^2 + m_2h^2 = \frac{1}{2}m_2\frac{R^2}{4} + m_2\left(\frac{R}{2}\right)^2 \Rightarrow I_2 = \frac{3}{8}m_2R^2$$

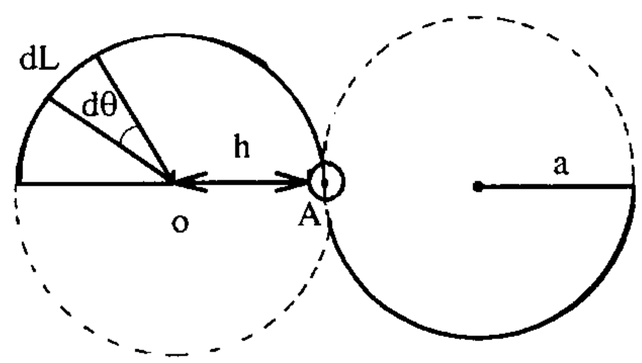
حال مقدار m_1 و m_2 را نسبت به M به دست می‌آوریم که M جرم استوانه دارای حفره به شعاع $\frac{R}{2}$ می‌باشد.



$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\pi\frac{R^2}{4}}{\pi R^2} = \frac{1}{4}, M = m_1 - m_2 = m_1 - \frac{m_1}{4} = \frac{3m_1}{4} \Rightarrow m_1 = \frac{4}{3}M\ , m_2 = \frac{1}{3}M$$

$$I_{tot} = I_1 - I_2 = \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}MR^2 - \frac{3}{8}\times\frac{1}{3}MR^2 \Rightarrow I_{tot} = \frac{13}{24}MR^2$$

۱۷-۳) گشتاور این میله به شکل S از دو نیم دایره تشکیل شده است .



اگر نقطه‌چین‌ها را درنظر بگیریم، دو دایره کامل داریم که جرم هر کدام M است و ممان اینرسی هر حلقه حول مرکزشان برابر I' است.

$$I' = Ma^2 \Rightarrow I'_A = Ma^2 + Mh^2 = Ma^2 + Ma^2 = 2Ma^2$$

بنابراین برای دو حلقه به هم چسبیده برای دوران حول A داریم $I = ۴Ma^۲$ چون شکل S دقیقاً یک نیمه از این دو حلقه است.

$$I_A = \frac{I}{۲} = ۲Ma^۲$$

۱۸- ؟)

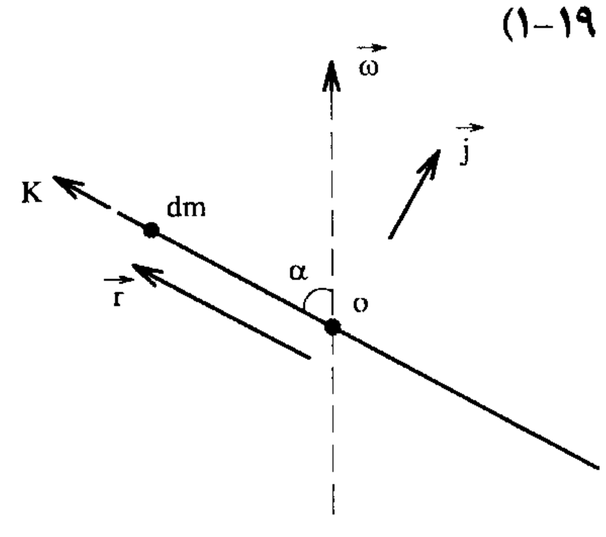
$$\vec{L} = ۴t\vec{i} + ۵t\vec{j} + ۹t\vec{k}$$

گشتاور نیرو $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = ۴\vec{i} + ۵\vec{j} + ۹\vec{k}$

$$|\vec{\tau}| = \sqrt{(۴)^۲ + (۵)^۲ + (۹)^۲} = \sqrt{۱۶ + ۲۵ + ۸۱} = \sqrt{۱۲۲} \cong ۱۱$$

پاسخ در گزینه‌ها نیست احتمالاً گزینه (۱) منظور بوده است که باید $\sqrt{۱۲۲}$ باشد نه ۱۲۲

۱۹-۱)



$$dm = \lambda dr = (\frac{m}{L})dr \quad , \vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r} \qquad , \vec{r} = r\vec{k}$$

$$d\vec{L} = \vec{r} \times d\vec{p} = \vec{r} \times (dm)\vec{V} = (\frac{m}{L})dr\left[r\vec{k} \times (\vec{\omega} \times r\vec{k})\right]$$

$$= \frac{m}{L}dr(r^۲)\left[\vec{k} \times (\omega Cos\alpha\vec{k} + \omega Sin\alpha\vec{j}) \times \vec{k}\right]$$

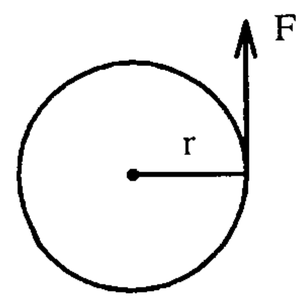
می‌دانیم که $\vec{k} \times \vec{k} = ۰$ و از طرفی اگر بردار یکه $\vec{i}$ عمود برصفحه به سمت بیرون را در نظر بگیریم :

$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \quad \Rightarrow \omega Sin\alpha\vec{k} \times (\vec{j} \times \vec{k}) = \omega Sin\alpha\vec{k} \times \vec{i} = \omega Sin\alpha\vec{j}$$

بنابراین :

$$\vec{L} = \int d\vec{L} = \frac{m}{L}\omega Sin\alpha \int_{-\frac{L}{۲}}^{\frac{L}{۲}} r^۲ dr\vec{j} = \frac{۱}{۱۲}\frac{m}{L}L^۳\omega Sin\alpha\vec{j} = \frac{۱}{۱۲}mL^۲\omega Sin\alpha\vec{j}$$

۲۰- ؟)



$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta L = I\Delta w = \tau\Delta t$$

$$\tau = Fr\sin ۹۰^\circ = ۲۵ \ (\%۵)$$

$$\Delta\omega = \frac{\tau\Delta t}{I} = \frac{۲۵(۰/۰۵)(۰/۰۱)}{۲/۵} = ۰/۰۰۵\ \frac{rad}{s}$$

(۲-۲۱

$$\vec{r} = \frac{۱}{۲}gt^{۲} + \vec{V}_{۰}t \Rightarrow \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{g}t + \vec{V}_{۰}$$

اندازه حرکت زاویه‌ای $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = m(\frac{۱}{۲}\vec{g}t^{۲} + \vec{V}_{۰}t)\times(\vec{g}t + \vec{V}_{۰})\ ,\vec{g}\times\vec{g} = ۰\ ,\vec{V}_{۰}\times\vec{V}_{۰} = ۰$

$$\Rightarrow \vec{L} = \frac{۱}{۲}m(\vec{g}\times\vec{V}_{۰})t^{۲} + m(\vec{V}_{۰}\times\vec{g})t^{۲} = \frac{-۱}{۲}m(\vec{V}_{۰}\times\vec{g})t^{۲} + m(\vec{V}_{۰}\times\vec{g})t^{۲} \Rightarrow$$

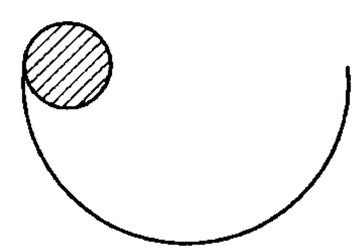
$$\vec{L} = \frac{۱}{۲}m(\vec{V}_{۰}\times\vec{g})t^{۲}$$

(؟-۲۲

$$\frac{\frac{۱}{۲}I\omega^{۲}}{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}(\frac{۲}{۵}MR^{۲})\omega^{۲}}{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲}} = \frac{۲}{۵}\frac{\frac{۱}{۲}M(R\omega)^{۲}}{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲}} = \frac{۲}{۵}$$

$$R\omega = V_{cm}\quad ,\frac{۱}{۲}I\omega^{۲} = \frac{۲}{۵}(\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲}) = \frac{۲}{۵}(۲۰۰) = ۸۰J$$

(۲ -۲۳



$$E = \frac{۱}{۲}I\omega^{۲} + \frac{۱}{۲}MV^{۲} = \frac{۱}{۲}(\frac{۲}{۵}mR^{۲})\omega^{۲} + \frac{۱}{۲}MV^{۲}$$

$$R\omega = V \Rightarrow E = \frac{۱}{۵}mV^{۲} + \frac{۱}{۲}MV^{۲} = \frac{۷}{۱۰}MV^{۲}$$

(۱-۲۴

کار $W = Pt = ۱۲۰(۲۵) = ۳۰۰۰\ J$

قضیه کار و انرژی $W = \Delta K = \frac{۱}{۲}I\omega^{۲} - \frac{۱}{۲}I\omega_{۰}^{۲} = \frac{۱}{۲}I\omega^{۲} - ۰$

$$I = ۴kgm^{۲} \Rightarrow \omega^{۲} = \frac{۲(۳۰۰۰)}{۴} \Rightarrow \omega = \sqrt{۱۵۰۰} = ۱۰\sqrt{۱۵}\,rad/s$$

(۴-۲۵

$$\begin{cases} I_{cm} = MR^{۲} \\ \omega^{۲} = \dfrac{V^{۲}}{R^{۲}} \end{cases} \qquad E_K = \frac{۱}{۲}MR^{۲}(\frac{V^{۲}}{R^{۲}}) + \frac{۱}{۲}MV^{۲} \Rightarrow E_K = MV^{۲}$$

(۳-۲۶

$$\omega = ۶۰۲ \ \frac{\text{دور}}{\text{دقیقه}} = ۶۰۲ \times \frac{۲\pi}{۶۰}\frac{rad}{s}$$

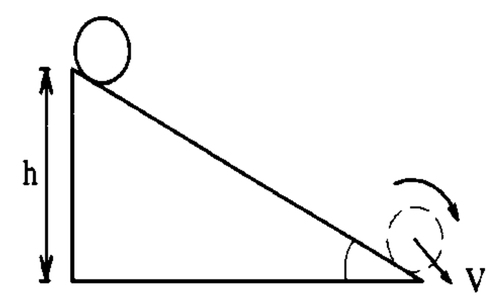
$$E_K = ۲۴۴۰۰ \ J = \frac{۱}{۲}I\omega^{۲} = \frac{۱}{۲}I\left[۶۰۲ \times \frac{۲\pi}{۶۰}\right]^{۲} \Rightarrow I = ۱۲/۳kgm^{۲}$$

(؟-۲۷

الف) حالت اول را که جسم می‌غلطد در نظر می‌گیریم و بقای انرژی را می‌نویسیم :

$$mgh + ۰ = \frac{۱}{۲}I\omega^{۲} + \frac{۱}{۲}mu^{۲} = \frac{۱}{۲}(\frac{mR^{۲}}{۲})\omega^{۲} + \frac{۱}{۲}mu^{۲}$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{۳}{۴}mu^{۲} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{۴}{۳}gh}$$



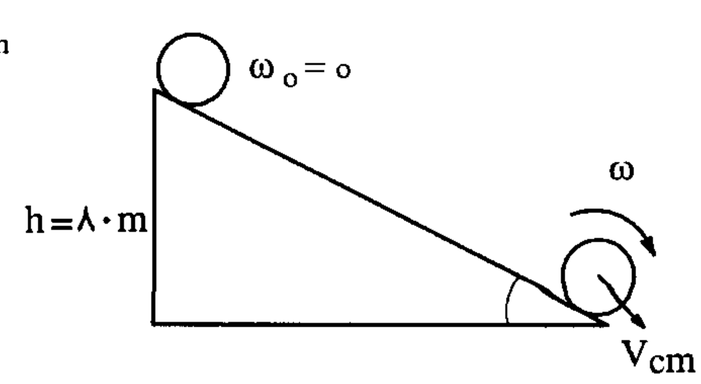
ب) حالت دوم که استوانه روی سطح شیب‌دار فقط می‌لغزد.

$$mgh + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}mV^{۲} \Rightarrow V = \sqrt{۲gh}$$

$$\frac{u}{v} = \frac{\sqrt{\frac{۴}{۳}gh}}{\sqrt{۲gh}} = \sqrt{\frac{۲}{۳}}$$

(۲-۲۸

$R = ۰/۲m$ و حلقه $I_{cm} = MR^{۲}$ $\qquad R\omega = V_{cm}$



$$Mgh = \frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲} + \frac{۱}{۲}I\omega^{۲}$$ بقای انرژی

$$Mgh = \frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲} + \frac{۱}{۲}MR^{۲}\omega^{۲} = \frac{۱}{۲}MR^{۲}\omega^{۲} + \frac{۱}{۲}MR^{۲}\omega^{۲} = MR^{۲}\omega^{۲} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{gh}}{R}$$

$$\omega = \frac{\sqrt{(۱۰)(۸۰)}}{۰/۲} \approx ۱۴۰ \text{ rad/s}$$

۲۹-۱)

جرم حلقه $M = ۱۵۰ \text{ kg}$, شعاع حلقه $= ۳m$, $V_{cm} = ۰/۱۵ \text{ m/s}$

اندازه کار لازم برای توقف برابر با انرژی جنبشی و دورانی حلقه است :

$(I = MR^{۲})$

$$\omega = \Delta k = ۰ - k = ۰ - (\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲} + \frac{۱}{۲}I\omega^{۲}) = -(\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲} + \frac{۱}{۲}MR^{۲}\omega^{۲})$$

$$R\omega = V_{cm} \Rightarrow W = -MV_{cm}^{۲} = -(۱۵۰)(۰/۱۵)^{۲} = -۳/۳۷۵ \text{ J}$$

علامت منفی نشان دهنده آن است که بر روی سیستم کار انجام داده‌ایم .

۳۰-۲) $I = \frac{۱}{۱۲}ma^{۲}$ بنابراین :

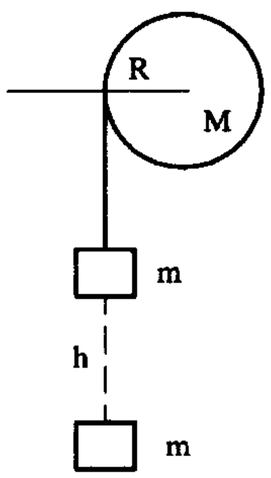
$$L = I\omega = \frac{۱}{۱۲}ma^{۲}\omega$$

۳۱-۱)

استوانه $I_{cm} = MR^{۲}$, $R\omega = V_{cm}$

$$\frac{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲}}{\frac{۱}{۲}I\omega^{۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲}}{\frac{۱}{۲}(MR)^{۲}\omega^{۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲}}{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲}} = ۱$$

۳۲-۴)



بقای انرژی $mgh = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + \frac{۱}{۲}I\omega^{۲}$

$$mgh = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + \frac{۱}{۲}(\frac{MR^{۲}}{۲})\omega^{۲}, R\omega = V$$

$R\omega$ سرعت لبه دیسک $(I=\frac{MR^{۲}}{۲})$ است که برابر با سرعت خطی ریسمان و برابر با سرعت خطی جرم m می‌باشد.

$$mgh=\frac{۱}{۲}mV^{۲}+\frac{۱}{۴}MV^{۲}\Rightarrow V^{۲}=\frac{۴mgh}{۲m+M}$$

$$V=\sqrt{\frac{۲m}{۲m+M}(۲gh)}$$

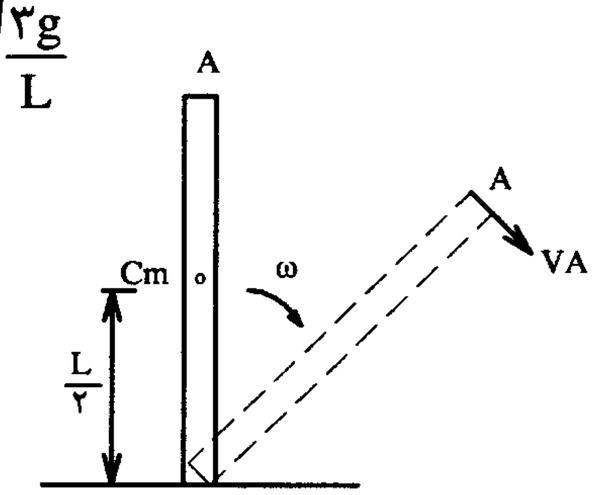
۳۳-۴) در این حلقه میله حول نقطه o دوران محض انجام می‌دهد .

برای دوران حول مرکز جرم $I_{cm}=\frac{ML^{۲}}{۱۲}$

ممان اینرسی برای دوران حول O $I_{cm}+M(\frac{L}{۲})^{۲}=\frac{ML^{۲}}{۱۲}+\frac{ML^{۲}}{۴}=\frac{ML^{۲}}{۳}$

بقای انرژی $Mg(\frac{L}{۲})=\frac{۱}{۲}I_{O}\omega^{۲}=\frac{۱}{۲}(\frac{ML^{۲}}{۳})\omega^{۲}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{۳g}{L}}$

$$V_{A}=L\omega=L\sqrt{\frac{۳g}{L}}=\sqrt{۳gL}$$



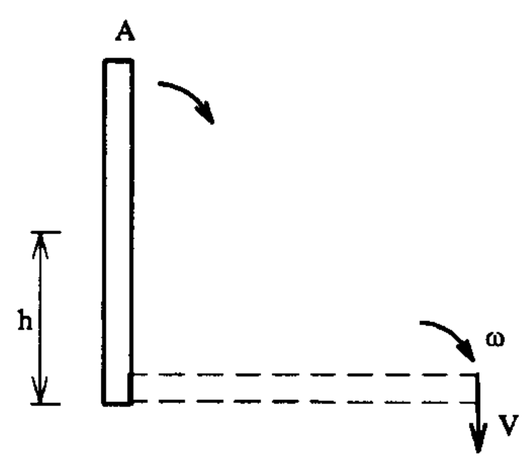
۳۴-۲)

$L=۱\,m$ و $h=\frac{L}{۲}=\frac{۱}{۲}m$

بقای انرژی $Mgh=\frac{۱}{۲}I\omega^{۲}$

$Mg(\frac{L}{۲})=\frac{۱}{۲}(\frac{ML^{۲}}{۳})\omega^{۲}$ و سرعت لبه میله $=L\omega=V$

$$\Rightarrow ۳gL=V^{۲}\Rightarrow V^{۲}=۳(۹/۸)(۱)\Rightarrow V=۵/۴m/s$$



۳۵-؟)

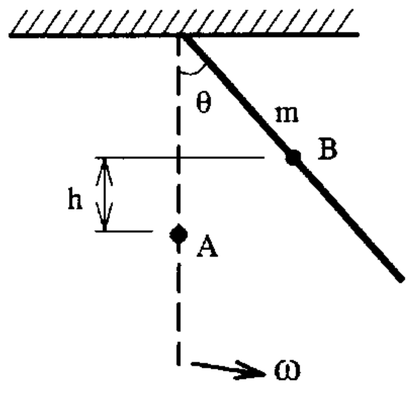
$$W = \Delta k = ۰ - (\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲} + \frac{۱}{۲}(MR^{۲})\omega^{۲}), R\omega = V_{cm}$$

$$= -(MV_{cm}^{۲}) = -۱۴۰\,(۱۵۰)^{۲} = -۳۱۵ \times ۱۰^{۴} J$$

پاسخ در میان گزینه‌ها نیست احتمالاً $V = ۱/۵ m/s, M = ۱/۴ kg$ که پاسخ گزینه ۱ است.

۳۶-۴)

$$\frac{\frac{۱}{۲}I\omega^{۲}}{\frac{۱}{۲}I'\omega^{۲}} = \frac{I}{I'} = \frac{\frac{۱}{۲}MR^{۲}}{MR^{۲}} = \frac{۱}{۲}$$



۳۷-۱) ممان اینرسی میله یکنواخت در دوران حول O $I = \frac{۱}{۳}ML^{۲}$ است اگرنقطه A را به عنوان مبنا برای محاسبه‌پتانسیل در نظر بگیریم :

بقای انرژی $E_A = E_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}I_{\circ}\omega^{۲} = mgh$

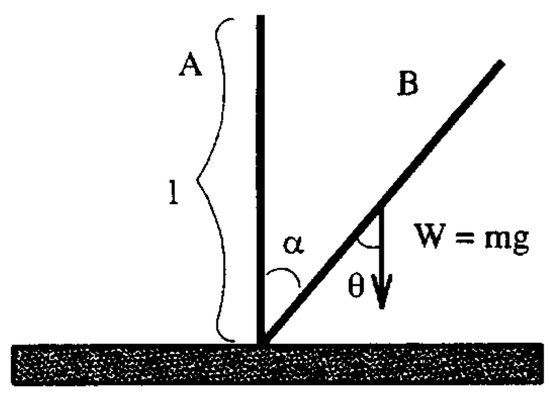
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}(\frac{mL^{۲}}{۳})\omega^{۲} = mgh \Rightarrow h = \frac{L^{۲}\omega^{۲}}{۶g}$$

۳۸-۱)

$$\tau = I\alpha$$

$$\Rightarrow w\frac{L}{۲}\sin\theta = \frac{۱}{۳}mL^{۲}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۳}{۲}\frac{g\sin\alpha}{L} \Rightarrow a_T = L\alpha = \frac{۳}{۲}g\sin\alpha$$

$$\Rightarrow a_T = \frac{۳}{۲}\frac{\sqrt{۳}}{۲}g \Rightarrow a_{\tau} = \frac{۳}{۴}\sqrt{۳}g$$



توجه : شتاب انتهای میله برابر با $a^{۲} = a_T^{۲} + a_R^{۲}$ است .

$$a_R = L\omega^2 \quad , \quad a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2}$$

شتاب مماسی شتاب قائم

برای به دست آوردن شتاب قائم از قانون بقای انرژی استفاده می‌کنیم .

$$E_A = E_B \Rightarrow mg\frac{L}{2} = mg\frac{L}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad , \; I = \frac{1}{3}mL^2$$

$$\Rightarrow \frac{g}{2}(L - L\cos\theta) = \frac{1}{6}L^2\omega^2 \Rightarrow L\omega^2 = a_R = 3g(1-\cos\theta) = 3g(1 - \cos 60^\circ)$$

$$\Rightarrow a_R = \frac{3}{2}g \;,\; a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{27}{16}g^2 + \frac{9}{4}g^2} = \sqrt{\frac{27+36}{16}}g \Rightarrow a = \frac{3}{4}\sqrt{7}g$$

(۱-۳۹

$$V_{cm} = R\omega, I_{cm} = \frac{2}{5}MR^2$$

$$T_{tot} = \frac{1}{2}MV_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 = \frac{1}{2}M(R\omega)^2 + \frac{1}{2}(\frac{2}{5}MR^2)\omega^2$$

$$\Rightarrow T_{\text{کل}} = \frac{7}{10}MR^2\omega^2, \; T_{\text{دورانی}} = \frac{1}{2}(\frac{2}{5}MR^2)\omega^2 = \frac{1}{5}MR^2\omega^2$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\text{دورانی}}}{T_{\text{کل}}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{7}{10}} = \frac{2}{7}$$

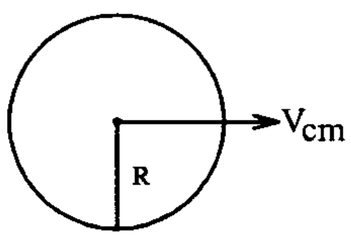
(۳-۴۰

$$V_{cm} = R\omega \qquad , \quad I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$$

$$T_{\text{کل}} = \frac{1}{2}MV_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 = \frac{1}{2}M(R\omega)^2 + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}MR^2)\omega^2$$

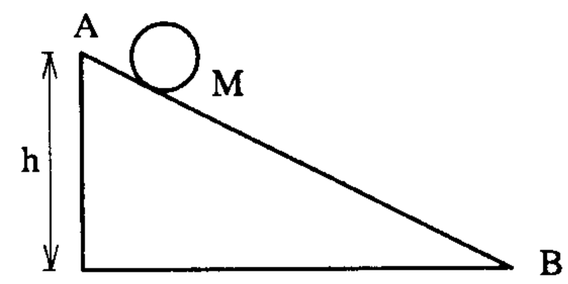
$$T_{\text{کل}} = \frac{3}{4}MR^2\omega^2$$

$$T_{\text{دورانی}} = \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}MR^2)\omega^2 = \frac{1}{4}MR^2\omega^2$$



$$\frac{T_{\text{دورانی}}}{T_{\text{کل}}} = \frac{\frac{۱}{۴}MR^{۲}\omega^{۲}}{\frac{۳}{۴}MR^{۲}\omega^{۲}} \Rightarrow \frac{T_{\text{دورانی}}}{T_{\text{کل}}} = \frac{۱}{۳}$$

۴۱-۱) بر طبق بقای انرژی داریم :



$$E_A = E_B$$

$$\frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲} + \frac{۱}{۲}I_{cm}\omega^{۲} = Mgh$$

نسبت به مرکز حلقه

$$V_{cm} = R\omega \qquad I_{cm} = MR^{۲}$$

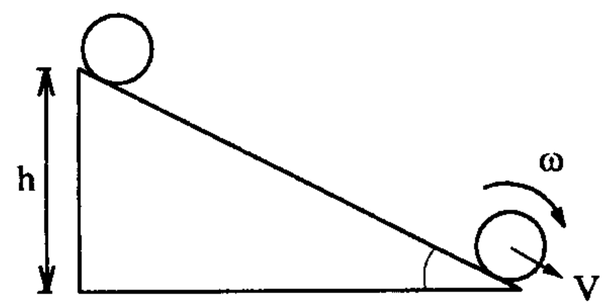
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}MR^{۲}\omega^{۲} + \frac{۱}{۲}MR^{۲}\omega^{۲} = Mgh \Rightarrow R^{۲}\omega^{۲} = gh \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{gh}}{R}$$

مقدار اندازه حرکت زاویه‌ای حلقه نسبت به مرکز در نقطه B برابر است با :

$$L = I_{cm}\omega \Rightarrow L = MR^{۲} \times \frac{\sqrt{gh}}{R} \Rightarrow L = MR\sqrt{gh}$$

۴۲- ۲) طبق قانون بقای انرژی داریم :

$$Mgh = \frac{۱}{۲}MV_{cm}^{۲} + \frac{۱}{۲}I_{cm}\omega^{۲}$$

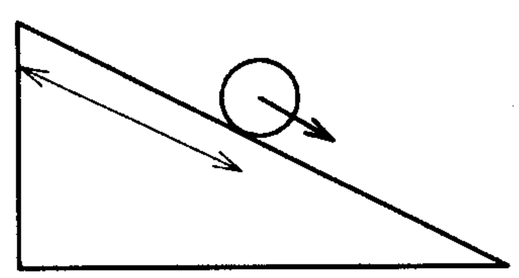


چون حرکت حلقه بدون لغزش است بنابراین :

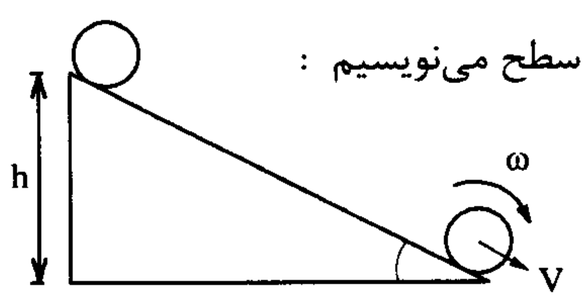
$$r^{۲}\omega^{۲} = V^{۲}$$

$$Mgh = \frac{۱}{۲}MV^{۲} + \frac{۱}{۲}(MR^{۲})\omega^{۲} = \frac{۱}{۲}MV^{۲} + \frac{۱}{۲}MV^{۲}$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{gh}$$



۴۳- ۱) بقای انرژی را بین بالاترین نقطه سطح شیب‌دار و پایین سطح می‌نویسیم :



$$mgh + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}mV^۲ + \frac{۱}{۲}I\omega^۲ \quad ,\omega = \frac{V}{R} \quad ,I = \frac{mR^۲}{۲}$$

$$mgh = \frac{۱}{۲}mV^۲ + \frac{۱}{۲}\frac{mR^۲}{۲}\omega^۲ = \frac{۱}{۲}mV^۲ + \frac{۱}{۴}mV^۲ = \frac{۳}{۴}mV^۲$$

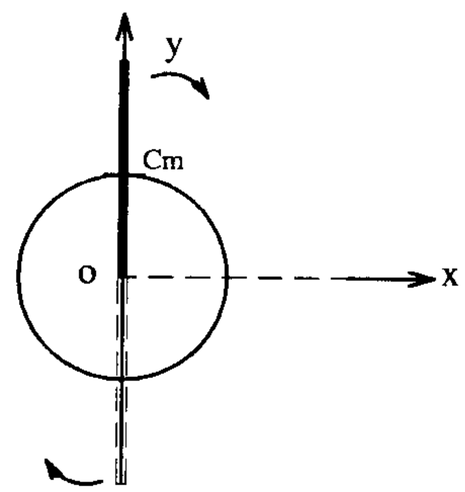
$$\Rightarrow \frac{۴}{۳}gh = V^۲ \Rightarrow V = \sqrt{\frac{۴}{۳}gh}$$

۴۴- ۳) بقای انرژی را نسبت به نقطه O می‌نویسیم :

$$-\frac{۱}{۲}mgL + \frac{۱}{۲}I\omega^۲ = \frac{۱}{۲}mgL$$

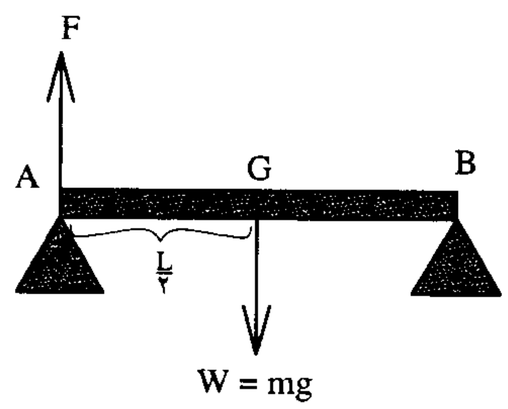
$$I = \frac{۱}{۳}mL^۲ \Rightarrow mgL = \frac{۱}{۲}I\omega^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}mL^۲\omega^۲ = mgL \Rightarrow \omega^۲ = ۶\frac{g}{L} \Rightarrow \omega = \sqrt{۶\frac{g}{L}}$$



۴۵-۱)

$$\sum F = ma \Rightarrow mg - F_A = ma_{cm}$$

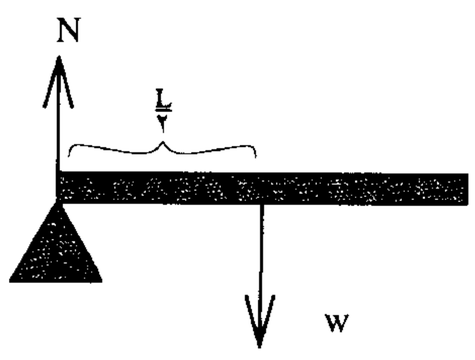


$$\tau = I_A\alpha \Rightarrow mg(\frac{L}{۲}) = \frac{۱}{۳}mL^۲\alpha$$

طول میله را L در نظر می‌گیریم

$$\Rightarrow \alpha = \frac{۳}{۲}\frac{g}{L} \quad , a_{cm} = R\alpha \Rightarrow a_{cm} = (\frac{L}{۲})(\frac{۳}{۲}\frac{g}{L}) = \frac{۳}{۴}g$$

$$\Rightarrow F_A = mg - m\frac{۳}{۴}g \Rightarrow F_A = \frac{۱}{۴}mg$$

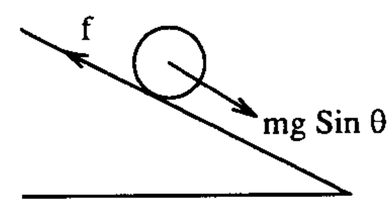


۴۶-۴) درست در لحظه اول $V = ۰$ و بنابراین شتاب شعاعی سر میله صفر است. $(a = a_\tau \Leftarrow a_R = ۰)$

$$\tau = I\alpha \Rightarrow w(\frac{L}{۲}) = \frac{۱}{۳}mL^{۲}\alpha \Rightarrow mg\frac{L}{۲} = \frac{۱}{۳}mL^{۲}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۳}{۲}\frac{g}{L} \ ,a = L\alpha \Rightarrow a = L\times\frac{۳}{۲}\frac{g}{L}$$

$$\Rightarrow a = \frac{۳}{۲}g$$

۴۷-۲)

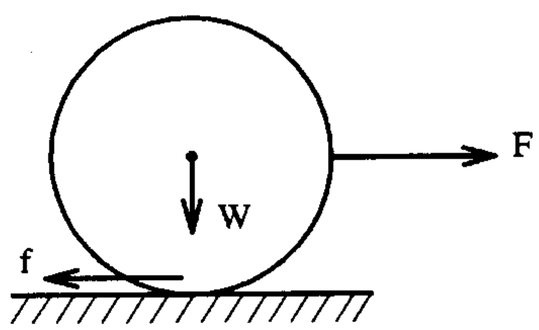


شرط لغزش $f_{s\,max} \le mgSin\theta$

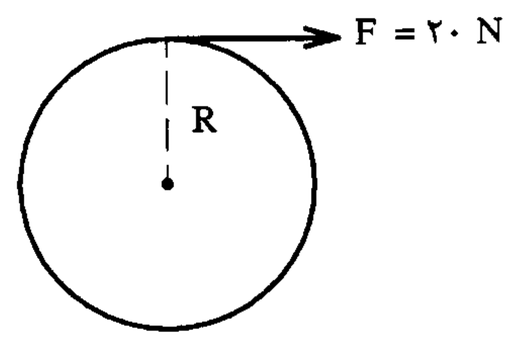
$f_{s\,max} = \mu mgCos\theta \Rightarrow$ برای دوران $\mu mgCos\theta \ge mg\sin\theta$

$\Rightarrow \mu \ge tg\theta$

۴۸-۲) جهت آنکه جسم دوران نکند باید $\sum\vec{\tau} = ۰$ که در اینجا $\vec{\tau}_w = ۰$(چون $\vec{w}$ از مرکز دوران می‌گذرد) و بنابراین باید $\vec{\tau}_f + \vec{\tau}_F = ۰$



۴۹-۴)

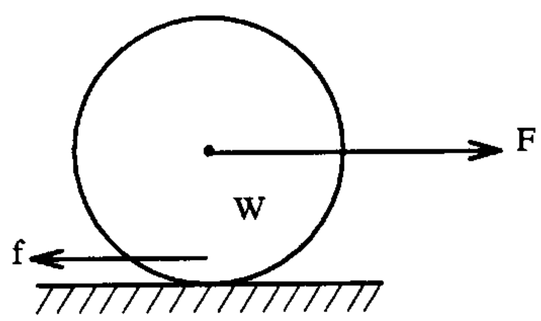


$\tau =$ گشتاور نیرو $= FRSin۹۰ = (۲۰)(۰/۱) = ۲Nm$

$$\tau = I\alpha \Rightarrow ۲ = (\frac{MR^{۲}}{۲})\alpha = (\frac{۵۰\times(۰/۱)^{۲}}{۲})\alpha \Rightarrow ۲ = ۰/۲۵\,\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = ۸\frac{rad}{s^{۲}}$$

۵۰-۳)

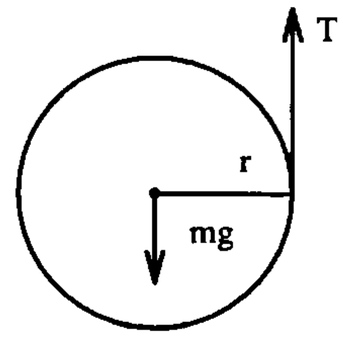


$$I_{cm} = \frac{Mr^{۲}}{۲}$$

$$\sum F = Ma \Rightarrow F - f = Ma \ ,\tau = fr = I_{cm}\alpha = I_{cm}\frac{a}{r} \Rightarrow fr = \frac{Mr^{۲}}{۲}\frac{a}{r} = \frac{M}{۲}ra \Rightarrow f = \frac{Ma}{۲}$$

$$F - \frac{Ma}{۲} = Ma \Rightarrow F = \frac{۳Ma}{۲}$$

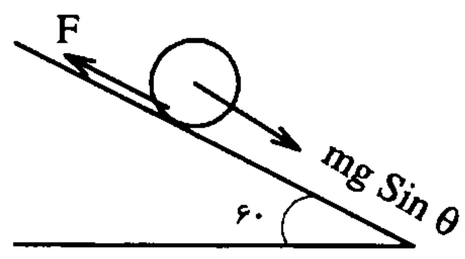
۵۱-۳)



$$I=\frac{۲}{۵}mr^{۲} \qquad \begin{cases} mg-T=ma \\ Tr=I\alpha=\frac{۲}{۵}mr^{۲}\frac{a}{r}=\frac{۲}{۵}mra \end{cases}$$

$$T=\frac{۲}{۵}ma \rightarrow mg-\frac{۲}{۵}ma=ma \Rightarrow a=\frac{۵}{۷}g$$

۵۲-۴)



برآیند نیروی سبب حرکت مرکز جرم $\sum f = Q = MgSin\theta - F = Ma_{cm}$

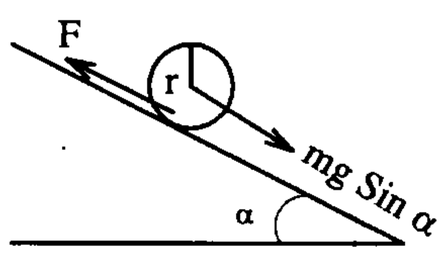
گشتاور نیروی اصطکاک $= FR = I\alpha = (\frac{MR^{۲}}{۲})\alpha \Rightarrow F=\frac{M}{۲}R\alpha=\frac{M}{۲}a_{cm}$

$$MgSin\theta - F = Ma_{cm} \Rightarrow MgSin\theta=\frac{۳}{۲}Ma_{cm} \Rightarrow a_{cm}=\frac{۲}{۳}gSin\theta$$

$$\Rightarrow Q=Ma_{cm}=\frac{۲M}{۳}gSin\theta \quad , \quad F=\frac{M}{۲}a_{cm}=\frac{۱}{۳}MgSin\theta$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{F}=۲$$

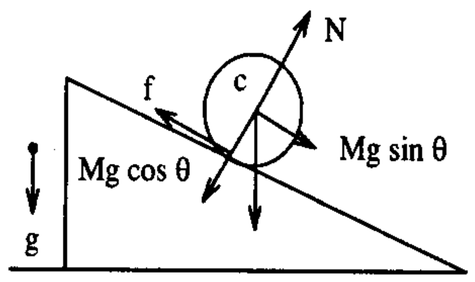
۵۳-۳) نیروی عکس‌العمل عمود بر سطح N و مؤلفه‌های $MgCos\alpha$, $MgSin\alpha$ چون از مرکز دوران می‌گذرند گشتاوری ایجاد نمی‌کنند.



$$\begin{cases} \text{گشتاور نیروی اصطکاک } \tau_f = rfSin۹۰ = rf = I_{cm}\ddot{\theta} = (\frac{Mr^{۲}}{۲})\alpha \Rightarrow f=\frac{M}{۲}r\ddot{\theta} \\ r\ddot{\theta}=a \Rightarrow f=\frac{M}{۲}a \end{cases}$$

$$MgSin\alpha - f = Ma \Rightarrow MgSin\alpha - \frac{M}{۲}a = Ma \Rightarrow a = \frac{۲}{۳}gSin\alpha$$

$$\ddot{\theta} = \frac{a}{r} = \frac{۲}{۳r}gSin\alpha$$



۳-۵۴) برای حرکت انتقالی با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم :

برای حرکت عمود بر سطح شیبدار $N - Mg\cos\theta = ۰$ (۱)

برای حرکت در امتداد سطح شیبدار $Mg\sin\theta - f = Ma$ (۲)

حرکت دورانی حول مرکز جرم از رابطه $\tau = I_{cm}\alpha$ به دست می‌آید بازه گشتاور نیروی اصطکاک نسبت به c برابر است با R بنابراین داریم $fR = I_{cm}\alpha$

$$\alpha = \frac{a}{R}, I_{cm} = \frac{۱}{۲}MR^{۲} \Rightarrow f = \frac{I_{cm}\alpha}{R} = M\frac{a}{۲}$$

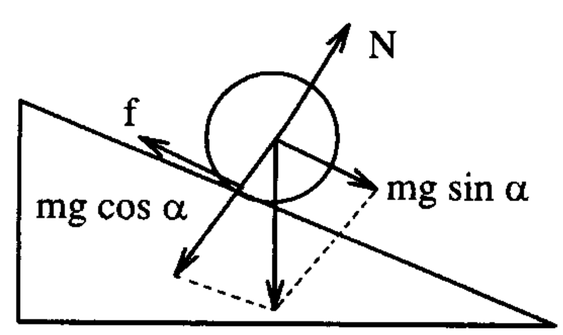
با قرار دادن این رابطه در (۲) خواهیم داشت :

$$a = \frac{۲}{۳}g\sin\theta \Rightarrow V = at = \frac{۲}{۳}gSin\theta t \Leftarrow$$

برای حرکت سقوطی داریم $\rightarrow u = gt$

$$\frac{u}{V} = \frac{gt}{\frac{۲}{۳}g\sin(۳۰)t} \Rightarrow \frac{u}{V} = \frac{۳}{۲\times\frac{۱}{۲}} = ۳ \Leftarrow$$

۴-۵۵) R شعاع استوانه و $I = \frac{۱}{۲}MR^{۲}$ ممان اینرسی استوانه از آنجا که $\vec{N}$ و مؤلفه‌های $m\vec{g}$ از مرکز دوارن می‌گذرندگشتاور ناشی از آنها صفر است.



$$\tau = fR = I\alpha' = (\frac{۱}{۲}mR^{۲})\alpha'$$

$$\Rightarrow f = \frac{۱}{۲}mR\alpha'$$

شتاب مماسی $a = R\alpha' \Rightarrow F = \frac{۱}{۲}ma$

$$mgSin\alpha - f = ma \Rightarrow mgSin\alpha - \frac{۱}{۲}ma = ma$$

$$\Rightarrow mgSin\alpha = \frac{۳}{۲}ma \Rightarrow a = \frac{۲}{۳}gSin\alpha$$

نیروی اصطکاک ایستایی $\Rightarrow f = \frac{۱}{۲}ma = \frac{m}{۳}gSin\alpha$

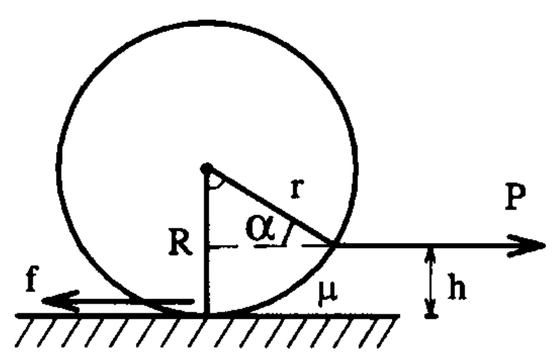
(۲-۵۶

برای آن که دوران نکند $\sum \tau = ۰ \Rightarrow prSin\alpha = frSin۹۰$

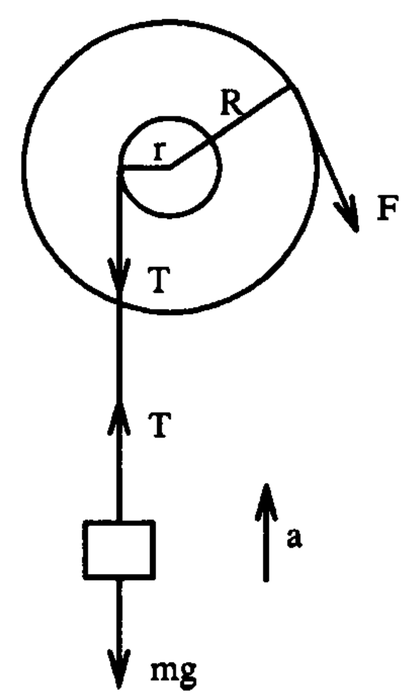
$$rSin\alpha = r - h \Rightarrow p(r-h) = fr$$

$$f = \mu w \Rightarrow p(r-h) = r\mu w \qquad \Rightarrow h = r - \frac{\mu w}{p}r = r(۱ - \frac{\mu w}{p})$$

البته می‌توان سریعاً گزینه صحیح را حدس زد ، اگر $h = ۰$ شود کافی است اندازه دو نیرو برابر باشد چون $r = R$ است و زوایا یکی است، گشتاورهایشان همدیگر را خنثی می‌کنند. اگر $P = \mu w$ شود تنها در گزینه (۲) ، h برابر صفر می‌شود.



(۳-۵۷



$$Tr = FR \Rightarrow T = ۵۰۰(\frac{۰/۲۵}{۰/۱۰}) = ۱۲۵۰ \ N$$

$$T - mg = ma \Rightarrow ۱۲۵۰ - (۱۰۰)(۹/۸) = ۱۰۰a$$

$$\Rightarrow a = ۲/۷\frac{m}{s^۲}$$

(۲-۵۸

$$P = ۹۰\,kw = ۹\times ۱۰^{۴}\,w$$

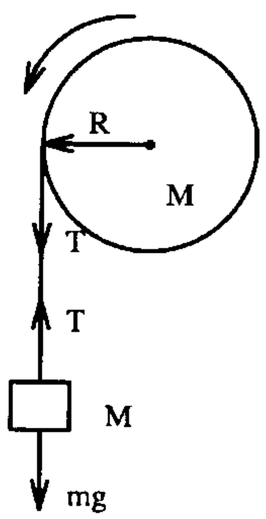
$$w = ۲۰۰۰\,\frac{\text{دور}}{\text{دقیقه}} = \frac{۴\pi\times ۱۰^{۳}}{۶۰}\,\frac{rad}{s}$$

توان $p = \tau\omega \Rightarrow$ گشتاور نیرو $\tau = \frac{p}{\omega} = \frac{۹\times ۱۰^{۴}\times ۶۰}{۴\pi\times ۱۰^{۳}} = ۴۲۹\ Nm$

(۲-۵۹

$$\begin{cases}\tau = TR\,Sin۹۰ = I\alpha = \frac{MR^{۲}}{۲}\alpha = (\frac{M}{۲}R)(R\alpha)\\ Mg - T = Ma\ \ ,\ R\alpha = a\end{cases}$$

$$\begin{cases}TR = \frac{M}{۲}Ra \Rightarrow T = \frac{Ma}{۲}\\ Mg - \frac{Ma}{۲} = Ma \Rightarrow a = \frac{۲}{۳}g\end{cases}$$



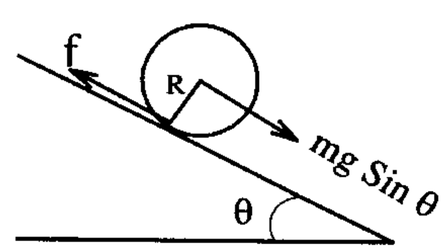
(۲ -۶۰

نیروی اصطکاک $f : \tau = fR\,Sin۹۰ = fR = I\alpha = \frac{mR^{۲}}{۲}\alpha$

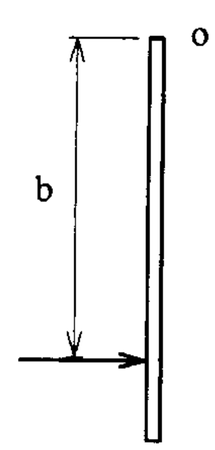
$$\Rightarrow fR = \frac{mR}{۲}(R\alpha) = \frac{mR}{۲}a \Rightarrow f = \frac{ma}{۲}$$

$$mgSin\theta - f = ma \Rightarrow mgSin\theta = \frac{۳ma}{۲}$$

$$\Rightarrow a = \frac{۲}{۳}gSin\theta \Rightarrow f = \frac{ma}{۲} = \frac{mgSin\theta}{۳}$$



(۳-۶۱



سرعت جرم m پس از برخورد $\vec{v}', m(\vec{v}' - \vec{v}) = m\Delta\vec{v}$

و $\vec{v}$ سرعت جرم m قبل از برخورد به میله.

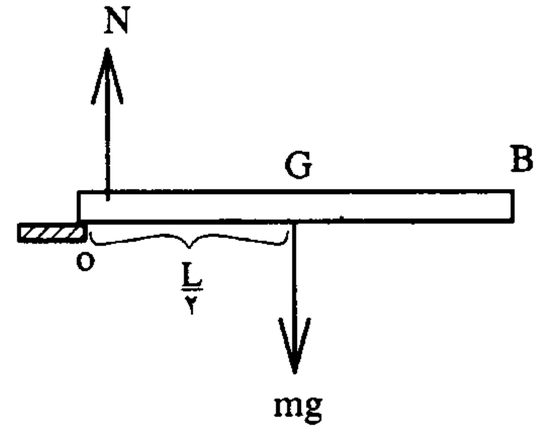
بقای اندازه حرکت زاویه‌ای $(mv)b = (mv')b + I\omega$

$$I_{\cdot} = \frac{mL^{۲}}{۳} \Rightarrow |m(\Delta\vec{v})b| = I\omega = \frac{mL^{۲}}{۳}\omega$$

$$L = ۲a, |m\Delta\vec{v}b| = J \Rightarrow Jb = \frac{mL^{۲}}{۳}\omega \Rightarrow \omega = \frac{۳Jb}{۴ma^{۲}}$$

۶۲-۳) دست نیروی N را تحمل می‌کند.

$I = \frac{mL^{۲}}{۳}$ ممان اینرسی نسبت به O

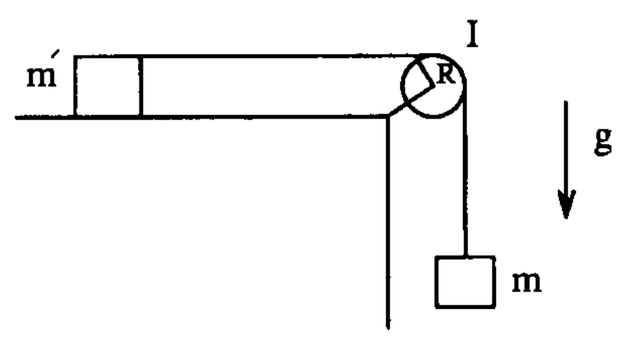


$$\begin{cases} mg - N = ma_{cm} \\ mg(\frac{L}{۲}) = \tau = I\alpha = \frac{mL^{۲}}{۳}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۳g}{۲L} \end{cases}$$

$$a_{cm} = (\frac{L}{۲})\alpha = \frac{۳g}{۴}$$

$$\Rightarrow mg - N = \frac{۳mg}{۴} \Rightarrow N = \frac{mg}{۴}$$

۶۳-۱)



$$\sum \tau = (T_{۱} - T_{۲})R = I\alpha$$

$$mg - T_{۱} = ma$$

$$T_{۲} = m'a$$

$$v = R\omega \Rightarrow a = R\alpha$$

$$(T_{۱} - T_{۲})R = Ia/R$$

$$m(g - a) - m'a = Ia/R^{۲}$$

$$a = mg/(I/R^{۲} + m + m')$$

۶۴-۴)

$I = \int r^{۲}dm = \frac{۱}{۲}mr^{۲}$ بقای انرژی و $mgh = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + \frac{۱}{۲}I\omega^{۲}$

$$V = r\omega \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + \frac{۱}{۲}(\frac{mr^{۲}}{۲})\frac{V^{۲}}{r^{۲}} \Rightarrow mgh = \frac{۳}{۴}mV^{۲}$$

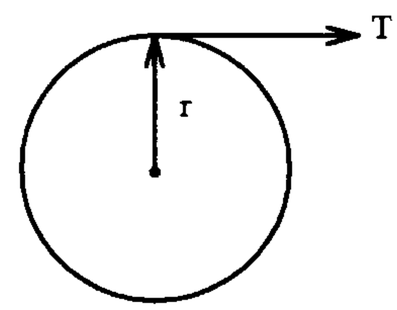
$$\Rightarrow V_R = ۲\sqrt{\frac{gh}{۳}}\ , V_T = \sqrt{۲gh} \Rightarrow \frac{V_R}{V_T} = \frac{۲}{\sqrt{۳}} \times \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \sqrt{\frac{۲}{۳}}$$

۶۵-۱)

$$r = -۲x + y - ۳z\,m \qquad \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ -۲ & ۱ & -۳ \\ ۵ & ۳ & -۲ \end{vmatrix}$$

$$F = ۵x + ۳y - ۲z\,N$$
$$= x(-۲ + ۹) + y(-۱۵ - ۴) + z(-۶ - ۵)$$
$$= ۷x - ۱۹y - ۱۱z\,Nm$$

۶۶-۲)



$$r = \frac{d}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲m \;,\; \sum \tau = rF = rT = I\alpha$$
$$\Rightarrow \alpha = \frac{rT}{I} = \frac{(۲)(۴۰)}{۱۰} = ۸rad/s^۲$$
$$\theta = \theta_\circ + \omega.t + \frac{۱}{۲}\alpha t^۲ \qquad , \; S = r\theta = \frac{۱}{۲}\alpha r t^۲ = \frac{۱}{۲}(۸)(۲)(۳)^۲$$
$$S = ۷۲\,m$$

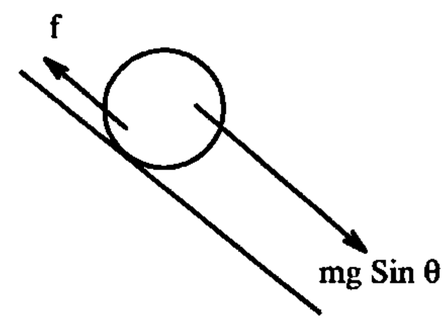
۶۷-۴)

$$\begin{cases} mgSin\theta - f = ma \\ fR = I\alpha \;,\; \alpha = \dfrac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow f = \frac{I\alpha}{R} = \frac{Ia}{R^۲} \Rightarrow mgSin\theta - \frac{Ia}{R^۲} = ma \Rightarrow a = \frac{mgSin\theta}{\frac{I}{R^۲} + m}$$

در استوانه توپر $I_۱ = \dfrac{mR^۲}{۲} \Rightarrow a_۱ = \dfrac{۲}{۳}gSin\theta$

در کره توپر $I_۲ = \dfrac{۲}{۵}mR^۲ \Rightarrow a_۲ = \dfrac{۵}{۷}gSin\theta$

$$\Rightarrow a_۲ > a_۱$$



۶۸-۱) اگر a شتاب حرکت باشد :

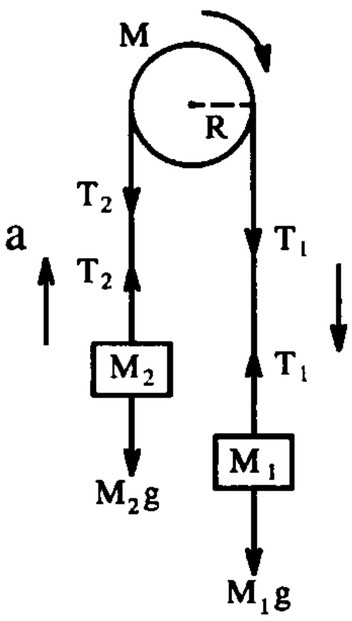
$$\begin{cases} M_۱g - T_۱ = M_۱a \\ T_۲ - M_۲g = M_۲a \\ T_۱R - T_۲R = I\alpha = (\dfrac{MR^۲}{۲})\alpha = \dfrac{MR}{۲}(R\alpha) = \dfrac{MR}{۲}a \end{cases}$$

چون ریسمان قرقره را می‌چرخاند پس در محل قرقره اصطکاک داریم و بنابراین کشش دوطرف ریسمان برابر نیست.

$$T_1R - T_2R = \frac{MR}{2}a \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{Ma}{2}$$

$$\begin{cases} M_1g - (T_2 + \frac{Ma}{2}) = M_1a \\ T_2 - M_2g = M_2a_2 \end{cases} \Rightarrow M_1g - M_2g - \frac{Ma}{2} = M_1a + M_2a$$

$$\Rightarrow a = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2 + \frac{M}{2}}g$$



البته جواب صحیح را سریعاً می‌توان حدس زد چرا که اگر $M_1 = M_2$ باشد باید شتاب صفر باشد پس یا (۱) درست است یا (۲) از طرفی اگر $M_2 > M_1$ باشد a باید منفی شود؛ بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۶۹-۴) اگر ارتفاع سطح شیبدار را h درنظر بگیریم :

در حالت غلتش $mgh = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}(\frac{2}{5}mR^2)\omega^2$

$$R\omega = V \quad \Rightarrow V^2 = \frac{10}{7}gh$$

در حال لغزش $mgh = \frac{1}{2}mu^2 \Rightarrow u^2 = 2gh \Rightarrow \frac{V}{u} = \sqrt{\frac{5}{7}}$

۷۰-۱)

استوانه $I_1 = \frac{MR^2}{2}$ و حلقه $I_2 = MR^2$ و $V_1 = 2V_2$

$$K_1 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}(\frac{MR^2}{2})(\frac{V_1^2}{R^2}) = \frac{3}{4}MV_1^2$$

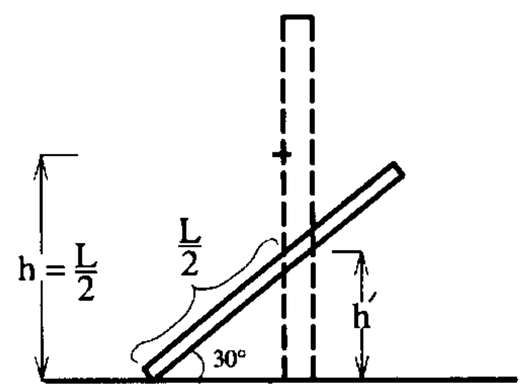
$$K_2 = \frac{1}{2}MV_2^2 + \frac{1}{2}I_2(\frac{V_2^2}{R^2}) = MV_2^2$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{4}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 = 3$$

۷۱-۲) چون نیروی اصطکاک نداریم $(f_{ext})_x = ۰$ بنابراین $(P_{cm})_x$ که از ابتدا صفر بوده صفر باقی می‌ماند. به عبارتی مرکز جرم در راستای عمود پایین می‌آید.

$$h' = \frac{L}{۲}\text{Sin}۳۰^\circ = \frac{L}{۴}$$

$$mgh = mgh' + E_k \Rightarrow E_k = \frac{mgl}{۴}$$



البته E_k شامل دو قسمت انرژی جنبشی انتقالی مرکز جرم و دورانی حول مرکز جرم است.

۷۲-۱)

$$\frac{\frac{۱}{۲}I\omega^۲}{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^۲ + \frac{۱}{۲}I\omega^۲} = \frac{\frac{۱}{۲}\left(\frac{۲}{۵}MR^۲\right)\omega^۲}{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^۲ + \frac{۱}{۲}\left(\frac{۲}{۵}MR^۲\right)\omega} = \frac{\frac{۱}{۵}M(R\omega)^۲}{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^۲ + \frac{۱}{۵}M(R\omega)^۲}$$

$$= \frac{\frac{۱}{۵}MV_{cm}^۲}{\frac{۱}{۲}MV_{cm}^۲ + \frac{۱}{۵}MV_{cm}^۲} = \frac{\frac{۱}{۵}}{\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۵}} = \frac{۲}{۷}$$

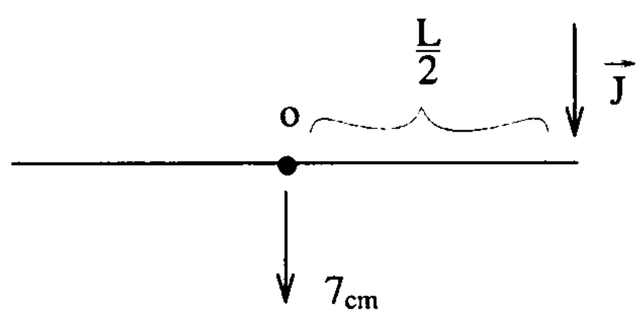
۷۳-۲)

$$\vec{J} = \Delta\vec{P} = \vec{P} - \vec{P}_\circ = P - \circ = P \Rightarrow J(\frac{۱}{۲}) = L = I\omega = \frac{ML^۲}{۱۲}\omega$$

$\Rightarrow \frac{J}{M} = \frac{L\omega}{۶}$ و t مدت زمانی که میله حول مرکز جرم یک دور می‌چرخد

$$X_{cm} = V_{cm}t = \frac{P}{M}t = \frac{J}{M}t = \frac{l\omega}{۶}t \quad \text{و} \quad \omega = \frac{\theta}{t}\ ,\ \theta = ۲\pi \Rightarrow t = \frac{۲\pi}{\omega}$$

$$X_{cm} = \frac{l\omega}{۶}\frac{۲\pi}{\omega} = \frac{\pi l}{۳}$$



فصل دوازدهم

دینامیک دورانی و بقای اندازه حرکت زاویه‌ای

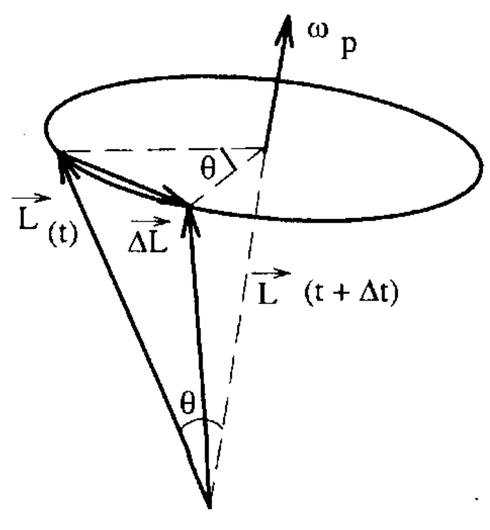
مقدمه

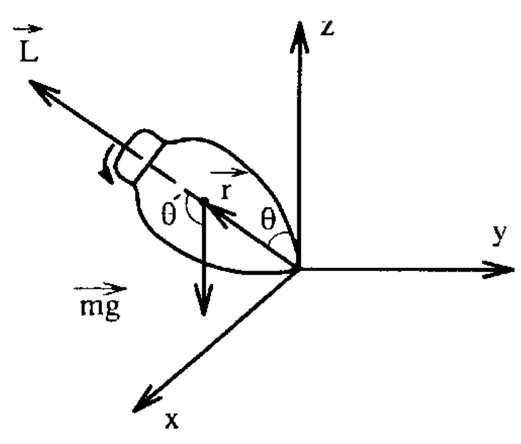
در این فصل به بررسی دوران یک جسم صلب حول محوری که در دستگاه اینرسی ثابت نیست و همچین تأثیر گشتاور در نیرو بر اندازه حرکت زاویه‌ای یک جسم و همچنین دستگاههایی که گشتاور نیروی کل وارد بر آنها صفر است می‌پردازیم:

۱-۱۲ فرفره

حرکت فرفره مثالی از حرکت یک جسم صلب حول محوری است که این محور خود ، حول یک محور قائم حرکت کرده و یک سطح مخروطی را جاروب می‌کند که به این حرکت آن ، حرکت تقدیمی می‌گویند.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times m\vec{g} \quad (۱۲-۱)$$





با توجه به رابطه $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ در یک مدت زمان Δt گشتاور نیرو سبب تغییر $\vec{L}$ به اندازه $\Delta\vec{L}$ در جهت $\vec{\tau}$ می‌شود.

بنابراین نوک بردار $\vec{L}$ روی یک دایره افقی می‌چرخد . تندی زاویه‌ای حرکت تقدیمی ω_p از رابطه زیر دست می‌آید.

$$\omega_P = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \Delta\varphi \cong \frac{\Delta L}{L\sin\theta} = \frac{\tau\Delta t}{L\sin\theta}$$

$$T = rmgSin\theta' = rmgSin(۱۸۰ - \theta) = rmgSin\theta$$

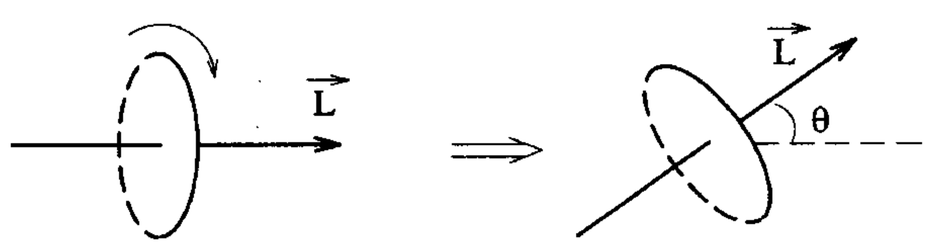
$$\omega_P = \frac{rmgSin\theta\Delta t}{LSin\theta\Delta t} = \frac{mgr}{L} \qquad (۱۲-۲)$$

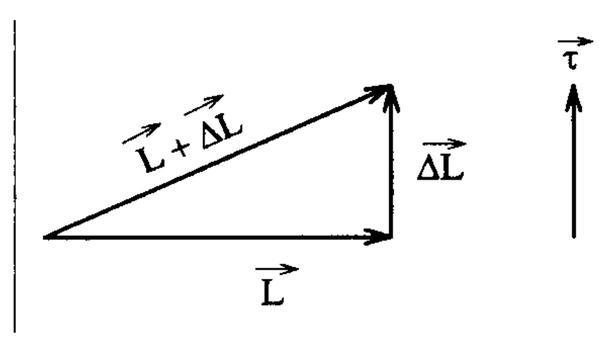
$$\Rightarrow \omega_P LSin\theta = mgrSin\theta \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{\omega}_P \times \vec{L} \qquad (۱۲-۳)$$

با استفاده از دست راست می‌بینیم که جهت $\vec{\omega}_P \times \vec{L}$ همان جهت $\vec{r} \times m\vec{g}$ است .

۱۲-۲ تغییر اندازه حرکت زاویه و $\vec{\tau}$

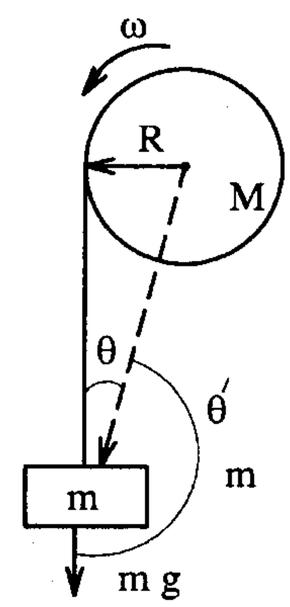
با توجه به رابطه $\vec{\tau} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}$ ، جهت $\vec{\tau}$ هم جهت با $\Delta\vec{L}$ است به عنوان مثال در صورتی که شخصی محور دوران را مطابق شکل به صورت افقی در دست داشته باشد و آن را به سمت بالا منحرف کند جهت $\Delta\vec{L}$ و در نتیجه جهت $\vec{\tau}$ به سمت بالا خواهد بود ، در نتیجه چرخ به سمت داخل صفحه منحرف می‌شود.





۱۲-۳ بررسی حرکت دورانی با توجه به اندازه حرکت

با توجه به رابطه $\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ می‌توان شتاب حرکت زاویه‌ای جسم را به دست آورد . به مثال زیرتوجه کنید :



اندازه حرکت زاویه‌ای دیسک $L = I\omega \quad , r_\perp = r\sin\theta = R$

اندازه حرکت زاویه‌ای جرم m $L = |\vec{r}\times\vec{p}| = rp\sin\theta' = (r\sin\theta)p$

$= r_\perp p = R(mv)$

$\tau_{ext} = |\vec{r}\times m\vec{g}| = mgr_\perp = mgR \quad , R\alpha = a$

$$mgR = \frac{d}{dt}L = \frac{d}{dt}(I\omega + mvR) = I\frac{d\omega}{dt} + mR\frac{dv}{dt}$$

$$= I\alpha + mRa = \frac{MR^۲}{۲}\alpha + mRa = \frac{MRa}{۲} + mRa$$

$$\Rightarrow a = \frac{۲mg}{M + ۲m}$$

۱۲-٤ بقای اندازه حرکت زاویه‌ای

اگر گشتاور خارجی برآیند وارد بر یک سیستم صفر باشد بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کل سیستم ثابت می‌ماند.

$$\vec{L} = \vec{L}_۱ + \vec{L}_۲ + ... + \vec{L}_n \quad , \vec{\tau}_{ext} = ۰ \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = ۰ \Rightarrow \vec{L} = \vec{L}_۰ = \text{ثابت} \qquad (۱۲\text{-}۴)$$

اگر سیستم جسمی صلب باشد که حول یک محور ثابت در یک دستگاه مرجع لخت دوران کند داریم :

$m_۱ v_۱ = m_۲ v_۲$

ثابت :

$$\tau_{ext} = ۰ \Rightarrow L = \text{ثابت} \Rightarrow \underline{I_۱\omega_۱ = I_۲\omega_۲ = \text{ثابت}} \qquad (۱۲\text{-}۵)$$

به چند مثال توجه کنید :

الف) شخصی که در پرش از سکوی استخر می‌چرخد هنگامی که بدن خود را جمع می‌کند ، سرعت چرخشش بیشتر می‌شود چون I آن کمتر شده است.

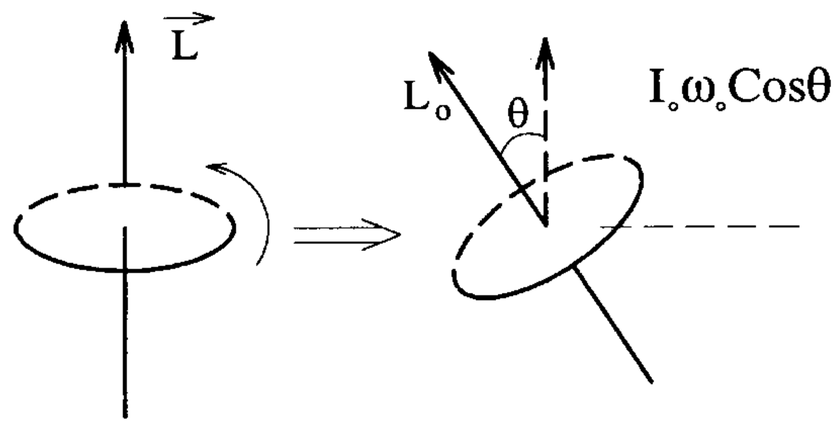
$$I_۱\omega_۱ = I_۲\omega_۲ \Rightarrow I_۲ < I_۱ \Rightarrow \omega_۲ > \omega_۱ \quad \text{ثابت}$$

البته این کار سبب افزایش انرژی جنبشی دورانی شخص می‌شود که از انرژی ماهیچه‌ای او تأمین می‌شود.

$$\frac{k_۲}{k_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}I_۲\omega_۲^۲}{\frac{۱}{۲}I_۱\omega_۱^۲}=\frac{\omega_۲}{\omega_۱}>۱$$

ب) شخصی بر روی یک سکویی که می‌تواند دوران کند نشسته و محور یک چرخ را که با سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ دوران می‌کند به صورت عمود در دست دارد . هنگامی که این شخص محور چرخ را به اندازه θ کج می‌کند.

اندازه حرکت زاویه‌ای چرخ در امتداد عمود از $L_\circ=I_\circ\omega_\circ$ به $L=I_\circ\omega_\circ Cos\theta$ کاهش می‌یابد پس باید سکوی زیر پای شخص با اندازه حرکت $I_P\omega_P$ دوران کند تا بقای L حفظ شود .



$$I_\circ\omega_\circ=I_\circ\omega_\circ Cos\theta+I_P\omega_P\Rightarrow I_P\omega_P=I_\circ\omega_\circ(۱-Cos\theta)$$

۵-۱۲ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- در گردش زمین به دور خورشید ، صفحه حرکت زمین در فضا ، صفحه‌ای است ثابت زیرا:
(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۸و۷۹)

۱- تکانه خطی زمین نسبت به مرکز جرم آن صفر است .
۲- تکانه‌زاویه‌ای زمین نسبت به مرکز جرم آن ثابت باقی می‌ماند.
۳- تکانه خطی زمین نسبت به خورشید ثابت می‌ماند .
۴- تکانه زاویه‌ای زمین نسبت به خورشید ثابت می‌ماند.

۲- در یک مسیر منحنی الخط نامشخص اندازه حرکت زاویه‌ای عمود بر صفحه حرکت بوده نشان دهید که مقدارآن برابر است با :
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی»۸۰)

۱- $L = mr^{۲}\omega$ ۲- $L = mr^{۲}\omega^{۲}$
۳- $L = m\omega^{۲}r$ ۴- $L = \frac{۱}{۲}m^{۲}\omega^{۲}r$

۳- ذره‌ای به جرم m تحت تأثیر نیروی مرکزی طبق قانون دوم نیوتن $\left[m\frac{d^{۲}\vec{r}}{dt^{۲}} = f(r)\alpha_r\right]$ **حرکت می‌کندآن گاه :** **(کنکور کارشناسی ارشد رشته فیزیک اتمی حالت جامد۷۸)**

۱- $\vec{r}\times\dot{\vec{r}} = \vec{r}$ ۲- $r\times\dot{\vec{r}} = -\dot{\vec{r}}$
۳- مقدار ثابت = $\vec{r}\times\dot{\vec{r}}$ ۴- $\vec{r}\times\dot{\vec{r}} = r\dot{r}$

۴- اگر کره زمین فقط تحت تأثیر نیروی جاذبه خورشید ، به دور خورشید در گردش باشد، صفحه حرکت زمین صفحه ثابتی در فضاست زیرا :
(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه برداری۷۵)

۱- نیروی جاذبه خورشید به علت کوچک بودن جرم زمین در مقابل جرم خورشید ثابت می‌ماند.
۲- مجموع انرژیهای پتانسیل و جنبشی زمین ثابت می‌ماند .
۳- ممانتوم زاویه‌ای زاویه‌ای (اندازه حرکت زاویه‌ای) زمین نسبت به خورشید ثابت می‌ماند .
۴- ممانتوم خطی (اندازه حرکت خطی) زمین ثابت می‌ماند.

۵- اگر کره زمین تحت تأثیر نیروی جاذبه خورشید به دور آن در حرکت باشد ، صفحه حرکت در فضا ثابت می‌ماند زیرا :

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه برداری۷۸)

۱- اندازه حرکت خطی زمین ثابت می‌ماند.

۲- اندازه حرکت زاویه‌ای زمین نسبت به خورشید ثابت می‌ماند.

۳- سرعت زاویه‌ای زمین ثابت می‌ماند.

۴- مجموع انرژیهای پتانسیل و جنبشی زمین ثابت می‌ماند.

۶- جسمی به جرم m به نخی بسته شده است. این جرم با سرعت زاویه‌ای ثابت بر روی دایره‌ای در صفحه افقی می‌چرخد اگر $\vec{L}$ اندازه حرکت زاویه‌ای و $\vec{P}$ اندازه حرکت خطی جسم باشد ،کدام گزینه درست است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)**

۱- $\vec{L}$ پایسته و $\vec{P}$ ناپایسته است .

۲- $\vec{L}$ ناپایسته و $\vec{P}$ پایسته است .

۳- $\vec{L}$ و $\vec{P}$ هر دو ناپایسته‌اند.

۴- $\vec{L}$ و $\vec{P}$ هر دو پایسته‌اند.

۷- در مورد نیروهای مرکزی ناپایستار کدام یک از گزینه‌ها صحیح است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)

۱- برای این گونه نیروها به طور کلی می‌توان یک تابع انرژی پتانسیل تعریف کرد.

۲- حرکت در یک صفحه نیست و انرژی مکانیکی جسم E پایسته نیست.

۳- حرکت ذره محدود به صفحه است و قانون دوم کپلر در مورد آن صادق است .

۴- حرکت ذره محدود به صفحه است ولی قانون دوم کپلر در مورد آن صادق نیست .

۸- یک شناگر ضمن معلق زدن در فضا در لحظه‌ای به طور ناگهانی دست و پایش را به داخل بدنش جمع می‌کند در نتیجه به سرعت دور خودش به چرخش درمی‌آید، علت را می‌توان چنین بیان داشت : **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۸۰)**

۱- تکانه‌ای زاویه‌ای ثابت است پس در اثر کاهش اینرسی دورانی سرعت زاویه‌ای افزایش می‌یابد.

۲- شناگر یک جسم تغییر شکل پذیر بوده اینرسی دورانی آن ثابت نیست .

۳- گشتاور نیروی وزن نسبت‌به‌مرکز جرم صفر بوده تکانه خطی نسبت به مرکز جرم نیز صفر است.

۴- نیروی وزن از مرکز جرم می‌گذرد پس گشتاور این نیرو نسبت به مرکز جرم صفر بوده تکانه زاویه‌ای ثابت می‌ماند.

۹- یک ژیمناست که در فضا در حال چرخش است با جمع کردن بازوها و پاهایش سرعت زاویه‌ای دوران خود را دو برابر می‌کند ، در نتیجه انرژی جنبشی او ..... برابر می‌شود زیرا..... (کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۸و۷۷)

۱- چهار- گشتاور نیروی وزن نسبت به مرکز جرمش ثابت می‌ماند .

۲- چهار- اندازه حرکت زاویه‌ای ژیمناست نسبت به مرکز جرمش ثابت می‌ماند.

۳- دو - نیروی وزن از مرکز جرم ژیمناست می‌گذرد.

۴- دو- اندازه زاویه‌ای ژیمناست نسبت به مرکز جرمش ثابت می‌ماند.

۱۰- یک بازیکن اسکیت ضمن چرخش بر روی یک سطح افقی کاملاً صیقلی ،دست‌هایش را به سرعت باز می‌کند در نتیجه سرعت چرخش او کاهش می‌یابد ، زیرا :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۸۰)

۱- اینرسی دورانی بازیکن ثابت بوده و تکانه زاویه‌اش افزایش می‌یابد.

۲- تکانه خطی بازیکن ثابت بوده و اینرسی دورانی‌اش افزایش می‌یابد.

۳- تکانه زاویه‌ای بازیکن ثابت بوده تکانه خطی‌اش نسبت به مرکز جرمش صفر است .

۴- تکانه زاویه‌ای بازیکن ثابت بوده اینرسی دورانی‌اش افزایش می‌یابد.

۱۱- در حرکت کره زمین به دور خورشید در اثر نیروی جاذبه خورشید، به چه دلیلی هر چه کره زمین به خورشید نزدیک‌تر شود، سرعتش بیشتر می‌شود؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)

۱- راستای ممانتوم زاویه‌ای زمین همواره بر راستای نیروی جاذبه عمود است .

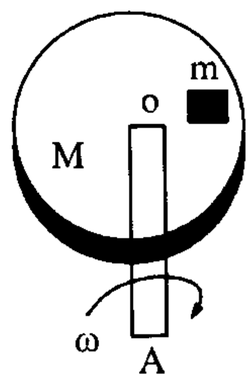
۲- ممانتوم زاویه‌ای زمین برداری است که راستایش از خورشید می‌گذرد .

۳- ممانتوم زاویه‌ای زمین نسبت به مرکز جرمش ثابت می‌ماند.

۴- ممانتوم زاویه‌ای (تکانه زاویه‌ای) زمین نسبت به خورشید ثابت می‌ماند.

۱۲- دیسکی افقی به جرم M حول محور قائم OA با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند و شخصی به جرم m بر روی لبه دیسک ایستاده است و همراه دیسک دوران می‌کند اگر شخصی به آرامی به طرف مرکز دیسک حرکت کند سرعت زاویه‌ای دیسک :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی۷۶)



۱- ثابت می‌ماند.

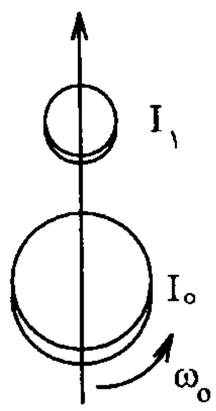
۲- زیادتر می‌شود.

۳- کمتر می‌شود.

۴- برحسب مقادیر m و M می‌تواند کمتر یا زیادتر شود.

۱۳- استوانه‌ای با لختی دورانی $I_\circ$ با سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ دوران می‌کند استوانه‌دیگری با لختی دورانی I_1 که در ابتدا دورانی ندارد بر روی استوانه اولی می‌افتد و هر دو به سرعت زاویه‌ای نهایی ω_f می‌رسند مقدار ω_f را بیابید؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی۷۶)



۱- $\omega_f = \omega_\circ$

۲- $\omega_f = \dfrac{\omega_\circ I_\circ}{I_1}$

۳- $\omega_f = \dfrac{\omega_\circ I_\circ}{I_\circ + I_1}$

۴- $\omega_f = \dfrac{\omega_\circ I_1}{I_\circ}$

۱۴- یک پنکه سقفی به شعاع R و ممان اینرسی I با سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ در حال چرخش است. جسمی به جرم m از سقف آزاد شده به انتهای خارجی یک پره می‌چسبد . بر اثر این عمل سرعت زاویه پنکه به چه نسبتی تغییر می‌کند؟(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۳)

۱- $\dfrac{\omega}{\omega_\circ} = 1$

۲- $\dfrac{\omega}{\omega_\circ} = \dfrac{I}{I + mR^2}$

۳- $\dfrac{\omega}{\omega_\circ} = \dfrac{mR^2}{I}$

۴- $\dfrac{\omega}{\omega_\circ} = \dfrac{(mR^2 + I)}{I}$

۱۵- بر روی یک میله باریک افقی و بدون جرم ، دو گلوله در دو طرف میله نصب کرده‌ایم ،به توسط نیروی ثابتی که درنقطه مشخصی به میله وارد می‌شود ، آن را حول یک محور قائم که از وسط میله می‌گذرد ، به دوران در می‌آوریم اگر گلوله‌ها را تدریجاً به محور دوران نزدیک کنیم ،.....

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه برداری۷۸)

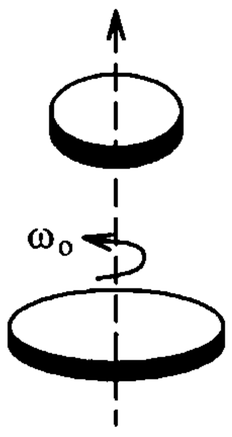
۱- دوران میله تدریجاً تندتر می‌شود.

۲- شتاب زاویه‌ای میله تدریجاً افزایش می‌یابد.

۳- حرکت دورانی میله تدریجاً به حرکت نوسانی حول محور تبدیل می‌شود.

۴- شتاب زاویه‌ای میله ثابت مانده سرعت زاویه‌ای آن افزایش می‌یابد.

۱۶- دو قرص هم محور مشابه به جرم m و شعاع R به فاصله کمی از یکدیگر قرار دارند . در حالی که قرص زیرین با سرعت زاویه‌ای ثابت ω_0 در حال دوران است . قرص بالایی از حالت سکون و بدون چرخش رها می‌شود و نهایتاً روی قرص پایینی قرارمی‌گیرد و به آن‌می‌چسبد. نسبت انرژی جنبشی نهایی سیستم دو قرص به انرژی جنبشی اولیه آن چقدر است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)



۱- ۰

۲- $\frac{1}{2}$

۳- $\frac{1}{4}$

۴- ۱

۱۷- در اثر ذوب شدن یخهای قطبی و جریان آب حاصل به طرف استوا:
(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

۱- انرژی جنبشی دورانی زمین به دورخود کاهش می‌یابد.

۲- انرژی جنبشی دورانی به دور خود تغییر نمی‌کند.

۳- تکانه زاویه‌ای زمین به دور خود افزایش می‌یابد.

۲- تکانه زمین به دور خود کم می‌شود اما انرژی جنبشی به دور خود افزایش می‌یابد.

۱۸- بر روی یک میله افقی بدون وزن، دوگلوله به جرمهای مساوی و به فواصل مساوی از وسط میله نصب کرده‌ایم. این میله را حول محور قائم بدون اصطکاکی که از وسط میله می‌گذرد ، به دوران در می‌آوریم . اگر:
(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه برداری ۷۵)

۱- جای دو گلوله را با هم عوض کنیم، جهت دوران میله عوض می‌شود .

۲- جای دو گلوله را با هم عوض کنیم، میله به طور ناگهانی متوقف می‌شود.

۳- فاصله دو گلوله را به طور یکسان نسبت به محور افزایش دهیم، سرعت زاویه‌ای میله افزایش می‌یابد.

۴- فاصله دو گلوله را به طور یکسان نسبت به محور کاهش دهیم، سرعت زاویه‌ای میله افزایش می‌یابد.

۱۹- پسر بچه‌ای بر یک تاب سوار است . وقتی تاب به بالاترین نقطه مسیرش می‌رسد ، پسر بچه بر روی صندلی تاب چمباتمه زده در هنگام رسیدن تاب به حالت قائم سریعاً می‌ایستد . بدین ترتیب دامنه نوسان تاب افزایش می‌یابد، زیرا ، بر طبق اصل بقا ممانتوم ..... (کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۵)

۱- خطی، سرعت خطی و در نتیجه سرعت زاویه افزایش می‌یابد.

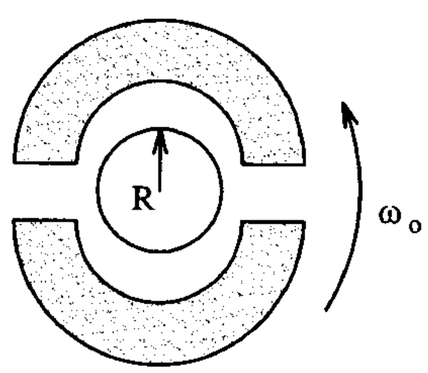
۲- خطی، تکان شدید ناشی از سریع ایستادن ،سرعت زاویه‌ای را افزایش می‌دهد .

۳- زاویه‌ای، ممان اینرسی نسبت به محور دوران ثابت نمی‌ماند.

۴- زاویه‌ای، ممان اینرسی کاهش یافته سرعت زاویه‌ای افزایش می‌یابد.

GRE -۲۰

نوعی ترمز استوانه‌ای مانند شکل را در نظر بگیرید . نخست استوانه صلب به جرم M و شعاع R با سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ می‌چرخد سپس ترمزکرده و پوسته استوانه‌ای به جرم m بر روی استوانه‌ای می‌افتد . سرعت زاویه‌ای نهایی سیستم چیست ؟



۱- $\frac{M\omega_\circ}{(M+m)}$

۲- $\frac{M\omega_\circ}{(M+۲m)}$

۳- $\frac{M\omega_\circ}{m}$

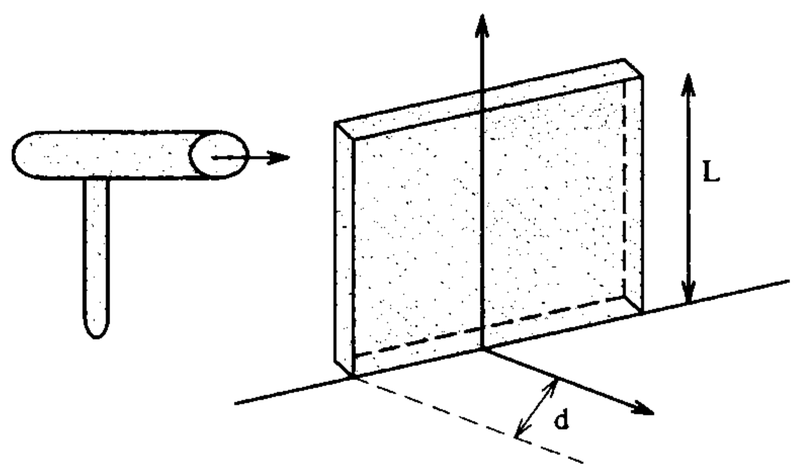
۴- $\frac{m\omega_\circ}{(m+M)}$

۵- $\frac{m\omega_\circ}{M}$

GRE -۲۱

صفحه نازکی به جرم M و به درازای L و به پهنای ۲d ، به طور عمودی روی محور بدون اصطکاکی نصب شده است (محور Z) این صفحه که ابتدائاً ساکن بوده ضربه‌ای توسط چکش دریافت می‌کند. این ضربه گشتاور نیرویی به مقدار τ روی صفحه خواهد شد.

اندازه ضربه زاویه‌ای (H) حول محور z عبارت است از : $H = \int rdt$ و سرعت زاویه‌ای این صفحه (ω) حول محور z پس از وارد شدن ضربه چقدر خواهد بود ؟



۱- $\frac{H}{2Md^2}$

۲- $\frac{H}{Md^2}$

۳- $\frac{2H}{Md^2}$

۴- $\frac{3H}{Md^2}$

۵- $\frac{4H}{Md^2}$

۲۲- بر اثر ذوب شدن یخهای قطبی و جریان آب حاصل به سمت استوای زمین کدام پدیده حاصل می‌شود؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی– حالت جامد و کاربردی ۸۱)

۱- ممنتوم زاویه‌ای زمین به دور خود افزایش می‌یابد.

۲- انرژی جنبشی دورانی زمین به دور خود کم می‌شود.

۳- سرعت زاویه‌ای دورانی زمین به دور خود ثابت است.

۴- ممان اینرسی دورانی زمین حول محور دورانی وضعی خود کم می‌شود.

۲۳- جسمی به جرم m به نخی بسته شده است. این جرم با سرعت زاویه‌ای ثابت بر روی دایره‌ای در صفحه افقی می‌چرخد. اگر $\vec{L}$ اندازه حرکت زاویه‌ای و $\vec{P}$ اندازه حرکت خطی باشد:

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فلسفه علم ۸۱)

۱- $\vec{L}$ و $\vec{P}$ هردو پایسته بوده و از اصل بقا پیروی

۲- $\vec{L}$ پایسته بوده ولی $\vec{P}$ ناپایسته است.

۳- $\vec{L}$ و $\vec{P}$ هردو ناپایسته‌اند.

۴- $\vec{P}$ پایسته می‌باشد ولی $\vec{L}$ ناپایسته است.

۲۴- در صورتی که یک ذره بر اثر نیروهای داخلی منفجر شود و به چند پاره تجزیه گردد، کدام‌یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۱)

۱- فقط قانون بقا جرم - انرژی معتبر است.

۲- فقط قانون بقا اندازه حرکت معتبر است.

۳- فقط قانون بقا اندازه حرکت زاویه‌ای معتبر است.

۴- هرسه قانون بقا ذکر شده در (۱) ، (۲) و (۳) معتبر است.

۶-۱۲ پاسخنامه تشریحی

۱-۴) با توجه به آن که نیروی وارد بر زمین جانب مرکز است و $F = -f(r)\vec{r}$, $\vec{r} = r\vec{r}$ بنابراین :

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{f} = -rf(r)\vec{r} \times \vec{r} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{ثابت} = m\vec{r} \times \vec{V}$$

بنابراین اندازه حرکت زاویه زمین که عمود بر صفحه دوران زمین است ثابت بوده پس این صفحه نیز ثابت است .

۲-۱)

$$L = mvr, V = r\omega$$
$$= L = mr^2\omega$$

احتمالاً منظور تشخیص حرکت دایروی و گزینه (۱) است درحالی که باید $\vec{L}$ عمود و ثابت باشد نه تنها عمود.

۳-۳)

$$\text{نیروی مرکز}\ \vec{F} = -f(r)\vec{r}$$
$$\text{گشتاور}\ \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = r\vec{r} \times (-f(r)\vec{r}) = -rf(r)\vec{r} \times \vec{r} = 0$$
$$\Rightarrow \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{V} = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = 0 \quad \text{ثابت}$$

بنابراین $\vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ ثابت است.

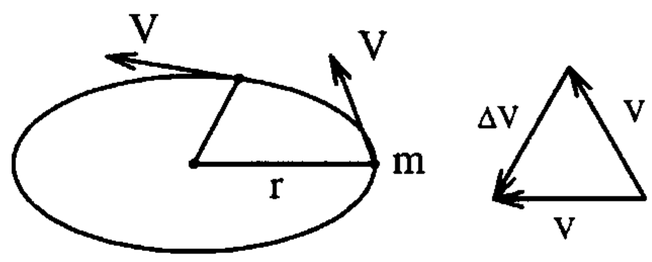
۴-۳) ۵-۲)

۶-۱)

$$v = r\omega \Rightarrow \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} \neq 0 \rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} \neq 0$$

بنابراین $\vec{p}$ در این مسأله پایسته نیست. از طرفی چون نیروی وارده بر ذره مرکزی است بنابراین :

$$\vec{F} = \frac{mv^2}{r}\vec{r} \rightarrow \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0} = \frac{d\vec{L}}{dt} \rightarrow \vec{L} = \text{ثابت}$$



$\vec{L}$ پایسته است .

۷-۳)

$\vec{F}(r) = -f(r)\vec{r}$ نیروی مرکز پایستار $\quad ,\vec{\nabla}\times\vec{F} = ۰$

$\vec{N} = \vec{r}\times\vec{F}(r) = -f(r)\vec{r}\times\vec{r} = ۰$

چون $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} = ۰$ است پس $\vec{L}$ برداری است ثابت و از آن جهت که $\vec{L}$ بر صفحه دوران عمود است ($\vec{P},\vec{r},\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ هر دو در صفحه دوران هستند) صفحه دوران ثابت است و ذره در صفحه حرکت خواهد کرد و قانون دوم کپلر برای آن صادق است .

۸-۱) هنگامی که شناگر دست و پایش را جمع می‌کند در اثر نزدیک شدن توزیع جرم به محور دوران ممان اینرسی (I)کاهش یافته و به علت بقای اندازه حرکت زاویه‌ای (ثابت $= L = I\omega$) ، ω افزایش می‌یابد.

۹-۴)

بقای اندازه حرکت زاویه : $I_۱\omega_۱ = I_۲\omega_۲,\ \ \omega_۲ = ۲\omega_۱ \Rightarrow I_۲ = \frac{I_۱\omega_۱}{۲\omega_۱} = \frac{I_۱}{۲}$

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}I_۱\omega_۱^۲\ \ ,K_۲ = \frac{۱}{۲}I_۲\omega_۲^۲ = \frac{۱}{۲}(\frac{I_۱}{۲})(۲\omega_۱)^۲ = I_۱\omega_۱^۲ = ۲K_۱$$

۱۰-۴) از آنجا که هیچ گشتاور خارجی به بازیکن وارد نمی‌شود تکانه زاویه‌ای کل آن ثابت است (ثابت $= L = I\omega$) هنگامی که بازیکن دستان خود را باز می‌کند چون توزیع جرم از محور دوران دور می‌شود ممان اینرسی I افزایش می‌یابد و در نتیجه سرعت زاویه‌ای دوران ω کاهش می‌یابد.

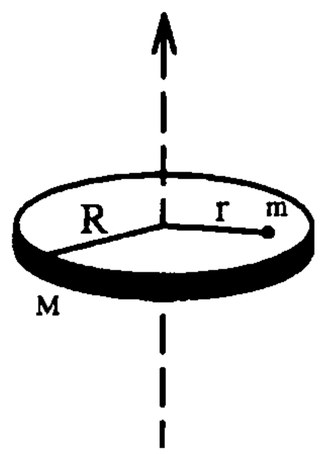
۱۱-۴) نیروی وارد بر زمین یک نیروی مرکزی است $\vec{F} = -f(r)\vec{r}$ و گشتاور آن نسبت به خورشید صفر است .

$$\vec{N} = \vec{r}\times\vec{F} = -rf(r)\vec{r}\times\vec{r} = ۰$$

$$\vec{N} = ۰ = \frac{d\vec{L}}{dt} = ۰ \Rightarrow \vec{L} = \text{ثابت}$$

به علت بقای اندازه حرکت زاویه‌ای با کاهش r ممان اینرسی کاهش و ω افزایش می‌یابدو کل سرعت حرکت زمین افزایش می‌یابد.

۱۲-۲)



$$I = \frac{MR^{۲}}{۲} + mr^{۲}$$

هنگامی که شخص با جرم m به سمت مرکز دیسک حرکت می‌کند $r \to ۰$ ، I کاهش می‌یابد و به علت بقای اندازه حرکت زاویه‌ای (ثابت $= I\omega$) با کاهش I ، مقدار ω زیاد می‌شود.

۱۳- ۳) مطابق قانون بقای اندازه حرکت زاویه‌ای

$$(\sum L)_{۰} = (\sum L)_{f}$$

$$I_{۰}\omega_{۰} = (I_{۰} + I_{۱})\omega_{f} \Rightarrow \omega_{f} = \frac{I_{۰}\omega_{۰}}{I_{۰} + I_{۱}}$$

۱۴-۲) بر طبق قانون بقای اندازه حرکت زاویه‌ای مقدار اندازه حرکت زاویه‌ای اولیه با نهایی برابر است .
ممان اینرسی جسم به جرم m در فاصله R از مرکز دوران

$$L_{۰} = L \Rightarrow \omega_{۰}I_{۰} = \omega I' \Rightarrow \omega_{۰}I = (I + mR^{۲})\omega \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_{۰}} = \frac{I}{I + mR^{۲}}$$

۱۵-۱) $I_{۱}\omega_{۱} = I_{۲}\omega_{۲}$ بقای اندازه حرکت زاویه

با نزدیک شدن گلوله‌ها به محور دوران ممان اینرسی کم می‌شود $(I_{۲} < I_{۱})$ بنابراین سرعت زاویه دوران بیشتر می‌شود $(\omega_{۲} > \omega_{۱})$

۱۶-۲)

$$\left.\begin{array}{l} I_{۰} \text{ اندازه حرکت اولیه } = (\frac{mR^{۲}}{۲})\omega_{۰} \\ I = \text{ اندازه حرکت نهایی } = ۲(\frac{mR^{۲}}{۲})\omega \end{array}\right. \Rightarrow I = I_{۰} \Rightarrow \omega_{۰} = ۲\omega$$

$$\frac{E_K}{E_\circ}=\frac{\frac{۱}{۲}I\omega^۲}{\frac{۱}{۲}I_\circ\omega_\circ^۲}=\frac{۲(\frac{mR^۲}{۲})(\frac{\omega_\circ}{۲})^۲}{(\frac{mR^۲}{۲})\omega_\circ^۲}=\frac{۱}{۲}$$

۱۷-۱) آنچه که سبب ذوب شدن یخها می‌شود نیروی خارجی نیست (بنابراین اندازه حرکت ثابت است) بلکه گرماست که این عمل را باعث می‌شود و باعث به اصطلاح چاق شدن زمین از استوا می‌شود.

$L=I_۱\omega_۱=I_۲\omega_۲=$ ثابت

$$\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}I_۲\omega_۲^۲}{\frac{۱}{۲}I_۲\omega_۱^۲}=\frac{I_۲}{I_۱}(\frac{\omega_۲}{\omega_۱})^۲=\frac{I_۲}{I_۱}(\frac{I_۱}{I_۲})^۲=\frac{I_۱}{I_۲}<۱\Rightarrow T_۲<T_۱$$

چون با دور شدن جرم از محور دوران، گشتاور لختی افزایش می‌یابدلذا $I_۲>I_۱$

۱۸-۴) چون گشتاور خارجی بر سیستم صفر است یعنی $\tau_{ext}=\circ$ سایر قانون بقای اندازه حرکت دورانی خواهیم داشت :

$$L_۱=L_۲\Rightarrow I_۱\omega_۱=I_۲\omega_۲$$

یعنی با کاهش فاصله مقدار $I=mr^۲$ کاهش یافته و ω افزایش می‌یابد.

۱۹-۴)

$$I_۱\omega_۱=I_۲\omega_۲\Rightarrow\frac{\omega_۲}{\omega_۱}=\frac{I_۱}{I_۲}$$

با بلند شدن شخص توزیع جرم به محور دوران نزدیک و I کوچک می‌شود پس $\omega_۲>\omega_۱$ می‌شود. در نتیجه انرژی جنبشی دورانی افزایش می‌یابد.

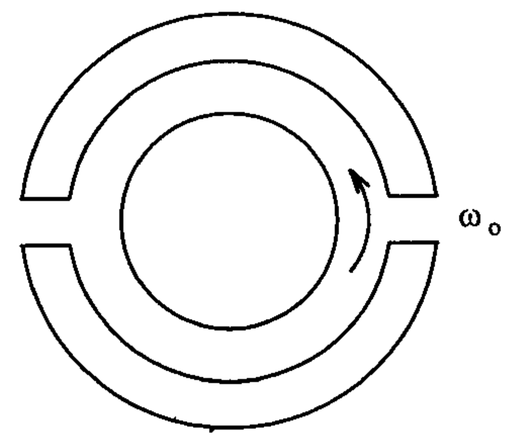
$$\frac{k_۲}{k_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}I_۲\omega_۲^۲}{\frac{۱}{۲}I_۱\omega_۱^۲}=(\frac{I_۲\omega_۲}{I_۱\omega_۱})(\frac{\omega_۲}{\omega_۱})=\frac{\omega_۲}{\omega_۱}>۱\quad\Rightarrow k_۲>k_۱$$

با افزایش انرژی جنبشی $(\frac{۱}{۲}I_۲\omega_۲^۲=mgh)$ شخص تا ارتفاع بالاتری می‌رود و در نتیجه دامنه نوسان θ_m بیشتر می‌شود.

۲-۲۰) پوسته استوانه‌ای دارای ممان اینرسی $I_2 = mR^2$ و استوانه پر دارای $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$ می‌باشد .

بقای اندازه حرکت زاویه‌ای $\sum L = I_1\omega_0 = (I_1 + I_2)\omega_f$

$$\omega_f = I_1\omega_0/(I_1 + I_2) = \frac{1}{2}Mr^2\omega_0/(\frac{1}{2}Mr^2 + mr^2)$$
$$= M\omega_0/(M + 2m)$$



انرژی در این اندرکنش غیرالاستیک بقا ندارد.

۲۱- ۴)

ممان اینرسی صفحه حول محور z $\Leftarrow \frac{1}{3}Md^2$ و $\omega_0 = 0$

$\Rightarrow$ تغییر اندازه حرکت = ضربه زاویه‌ای $\Rightarrow H = \int \tau dt = I\omega - I\omega_0 = I\omega$

$$\rightarrow H = \frac{1}{3}Md^2\omega \rightarrow \omega = \frac{3H}{Md^2}$$

۲-۲۲) **۲-۲۳)**

۲-۲۴)

$\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{P} =$ ثابت

$\vec{\tau}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{L} =$ ثابت

همچنین انرژی کل و جرم کل (که جرم می‌تواند طبق رابطه $E = mc^2$ به انرژی تبدیل شود) ثابت است.

فصل سیزدهم

تعادل اجسام

مقدمه

اجسام صلب اجسامی هستند که در اثر نیروهای وارده بر آنها هیچ گونه تغییر شکلی در آنها ایجاد نشود هر چند که چنین اجسامی در طبیعت وجود ندارند ولی می‌توان در حد اجسام صلب پذیرفت مانند تیرها و پلهای آهنی و گلوله‌های فولادی و ..... ، در این فصل به بررسی تعادل اجسام صلب می‌پردازیم :

۱-۱۳ تعادل دینامیکی سیستمها

سیستمی را نسبت به یک چارچوب مربع لخت در تعادل گویند که برآیند نیروهای خارجی وارد بر آن صفر باشد و یا اگر از یک چارچوب مرجع اینرسی (لخت) مشاهده می‌کنیم (۱) شتاب خطی α_{cm} ، مرکز جرم آن و (۲) شتاب زاویه‌ای آن α نسبت به هر محور ثباتی در این چارچوب مرجع ، صفر بوده ، هرگاه $\sum \vec{F}_i = 0, \sum \vec{\tau}_i = 0$ باشد.

به عنوان مثال مرکز جرم جسم می‌تواند با سرعت ثابت V_{cm} حرکت کند و یا جسم حول یک محور ثابت با سرعت زاویه‌ای ω بچرخد ، اگر جسم واقعاً در حال سکون باشد، (یعنی V_{cm} , $\omega = 0$) می‌گوییم جسم در حال ایستاست.

تذکر : با انتخاب یک چارچوب مرجع جدید و مناسب می‌توان هر تعادل (ناایستا) را به یک حالت تعادل ایستا تبدیل کرد.

بنابراین جسمی را در حال تعادل گویند که دارای دو شرط زیر باشد .

الف) مجموع برداری تمام نیروهای خارجی وارد بر جسم در حال تعادل صفر باشد ، یعنی :

$$\sum F_{ext} = 0 \Rightarrow F_{ext} = Ma_{cm} = 0 \Rightarrow a_{cm} = 0 \Rightarrow \vec{V} = cte \qquad (۱۳-۱)$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \vec{R}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + ... + \vec{F}_{nx} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = 0 \\ \vec{R}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + ... + \vec{F}_{ny} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy} = 0 \\ \vec{R}_z = \vec{F}_{1z} + \vec{F}_{2z} + ... + \vec{F}_{nz} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iz} = 0 \end{cases} \qquad (۱۳-۲)$$

$$\Rightarrow \vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k} = 0 \qquad (۱۳-۳)$$

معادله فوق نشان می‌دهد که مجموع مؤلفه‌های نیروها در امتداد هر یک از سه محور دستگاه مختصات متعامد صفر است .

ب) مجموع تمام گشتاور نیروهای خارجی وارد بر هر جسم در حال تعادل باید صفر باشد.

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \omega = cte \qquad (۱۳-۴)$$

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + ...+ \vec{\tau}_n = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{\tau}_x = \vec{\tau}_{1x} + \vec{\tau}_{2x} + ... + \vec{\tau}_{nx} = 0 \\ \vec{\tau}_y = \vec{\tau}_{1y} + \vec{\tau}_{2y} + ... + \vec{\tau}_{ny} = 0 \\ \vec{\tau}_z = \vec{\tau}_{1z} + \vec{\tau}_{2z} + ... + \vec{\tau}_{nz} = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{\tau}_x\vec{i} + \vec{\tau}_y\vec{j} + \vec{\tau}_z k = 0$$

(۱۳-۵)

معادله فوق نشان می‌دهد که مجموع مؤلفه‌های گشتاور نیروهای وارد بر هر جسم در حال تعادل در امتداد هر یک از سه محور دستگاه مختصات متعامد صفر است.

تذکر ۱ : برای آنکه جسمی در فضا در حال تعادل باشد نیاز به۶ معادله (سه تا انتقال و سه تا دوران) داریم .

تذکر ۲ : برای آنکه جسمی در صفحه در حال تعادل باشد نیاز به ۳ معادله (دو تا انتقال و یکی دوران) داریم.

۱۳-۲ مرکز گرانش

یکی از نیروهایی که در طبیعت و در حرکت اجسام صلب دخالت دارد نیروی گرانش است، برای یک جسم خیلی بزرگ این تنها یک نیرو نیست بلکه برآیند تعداد زیادی نیرو است ذره‌ای به جرم m

همواره نیروی گرانی برابر mg بر آن وراد می‌شود که g را شتاب گرانش (ثقل) می‌گویند که برای تمام ذرات جسم صلب که در یک میدان گرانش یکنواخت قرار دارد یکسان است.

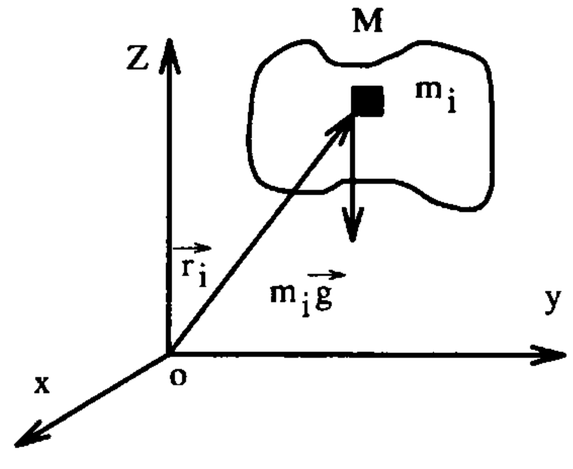
مهم‌ترین خواص مرکز گرانش : (۱) نقطه تعادل یک جسم مرکز گرانش آن است (۲) گشتاور حاصل از نیروی گرانش یک جسم صفر است (۳) در اجسام قابل انعطاف وقتی شکل تغییر کند ، محل مرکز گرانش آن نیز تغییر می‌کند (۴) مرکز گرانش یک جسم صلب نسبت به جسم ثابت نیست و به نوع میدان گرانشی بستگی دارد .

به عنوان مثال جسمی بزرگ به جرم M که به آن شتاب گرانش g وارد می‌شود به تعداد ذرات زیاد $m_1, m_2, ..., m_n$ تقسیم می‌کنیم همانند شکل زیر برای به دست آوردن مرکز گرانش به صورت زیر عمل می‌کنیم .

شرط اول تعادل را برای جسم زیر می‌نویسیم :

$$\vec{F} = m_1\vec{g} + m_2\vec{g} + ... + m_n\vec{g} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{g} = M\vec{g} \qquad (۱۳-۶)$$

حال شرط دوم تعادل : گشتاور نیروی گرانی وارد بر عناصر جرمی برابر است با :



$$\vec{\tau}_m = \vec{r}_1 \times m_1\vec{g} + \vec{r}_2 \times m_2\vec{g} + ... + \vec{r}_n \times m_n\vec{g} = (\sum_{i=1} m_i r_i) \times \vec{g}$$

حال اگر برای کل ذره در نظر بگیریم مقدار گشتاور برابر است با (۳)

$$\overrightarrow{\tau_M} = \overrightarrow{r_{cg}} \times M\vec{g} \qquad (۱۳-۷)$$

بنابراین نیروهای گرانشی وارد بر تک تک ذرات از لحاظ حرکت انتقالی و دورانی معادل هستند. با تک نیروی Mg که با وزن کل جسم برابر است و به مرکز جرم آن وارد می‌شود.

با توجه به آنکه $\vec{g}$ در تمام نقاط یک جسم یکسان نیست اغلب مرکز ثقل با مرکز جرم یکی نخواهد بود ولی از آنجا که برای اجسام معمولی $\vec{g}$ در تمام نقاط تقریباً برابر است مرکز ثقل را همان مرکز جرم می‌گیریم.

۳-۱۳ چگونگی استفاده از شرایط تعادل

۱- یک خط فرضی به دور دستگاه مورد نظر می‌کشیم (منزوی کردن دستگاه).

۲- بارسم بردارها، بزرگی، جهت و نقطه اثر تمام نیروهای خارجی را مشخص می‌کنیم مانند نیروی گرانشی و منتقل شده به وسیله نخها ، سیمها ، میله‌ها و تیرها .

۳- با انتخاب دستگاه مختصات مناسب ، در امتداد محورهای آن نیروهای خارجی را ، قبل از به کار بستن شرط دوم تجزیه می‌کنیم .

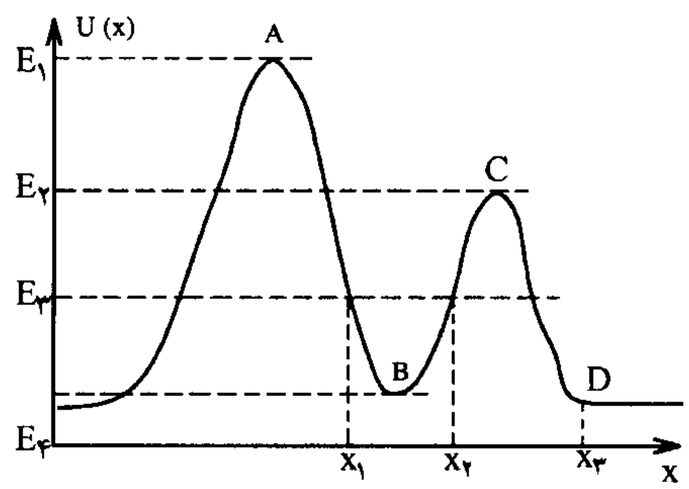
۴- با انتخاب دستگاه مناسب دیگر در امتداد محورهای آن گشتاور نیروهای خارجی را ، قبل از به کار بستن شرط دوم تعادل تجزیه می‌کنیم .

٤-۱۳ انواع تعادل

۱- تعادل پایدار ۲- تعادل ناپایدار ۳- تعادل خنثی (بی‌تفاوت)

برای بررسی انواع تعادل می‌توانیم با توجه به این که نیروی گرانشی یک نیروی پایستار است، برای نیروهای پایستار یک تابع انرژی پتانسیل $U(x,y,z)$ تعریف کنیم که به صورت زیر به هم مربوط هستند.

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \text{ و } F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \text{ و } F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} \qquad (۱۳-۸)$$

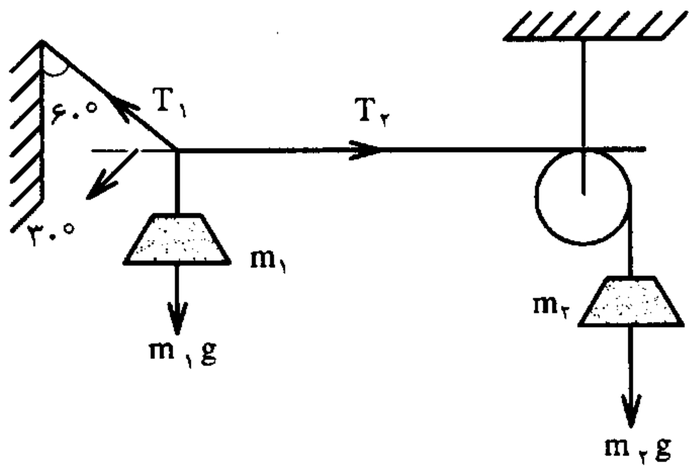


ذره‌ای با انرژی کل E_1 در نقطه A در تعادل ناپایدار و ذره‌ای با انرژی کل E_2 در نقطه C در تعادل ناپایدار است (با کمترین جابه‌جایی ذره از وضعیت تعادل دور می‌شود). ذره‌ای با انرژی کل E_3 بین نقاط X_1 , X_2 نوسان می‌کند (اگر از ابتدا $X_1 < X < X_2$) و اگر $X > X_3$ باشد با انرژی جنبشی ثابت و در نتیجه سرعت ثابت حرکت می‌کند. ذره با انرژی کل E_4 در نقطه B در تعادل پایدار است (در نقطه D ذره در تعادل خنثی است).

۵-۱۳ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- دستگاه شکل مقابل در حال تعادل است، نسبت جرم $\frac{m_۲}{m_۱}$ برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)



۱- $\frac{۱}{۲}$

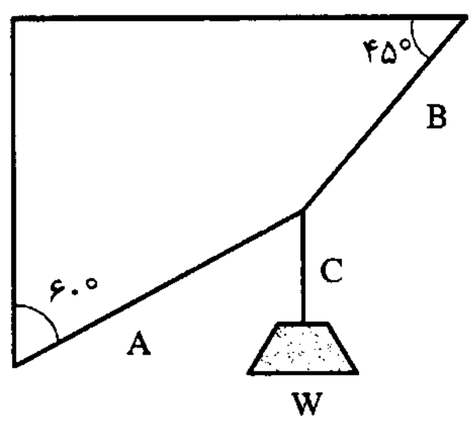
۲- $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳- $\sqrt{۳}$

۴- ۲

۲- کشش وارده بر هر یک از طنابها را برحسب W وزن جسم آویزان به دست آورید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۷۸)



۱- $T_C = ۲W$ ، $T_B = ۱/۷W$ ، $T_B = ۵/۴W$

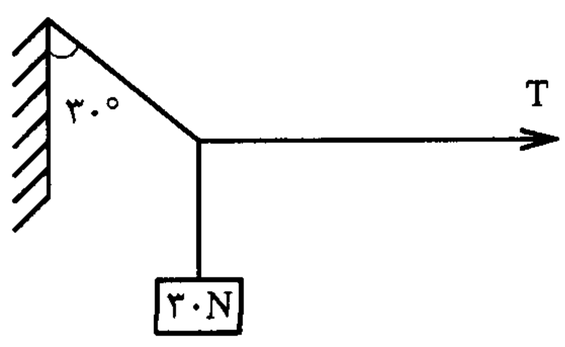
۲- $T_C = W$ ، $T_B = ۳/۳۴W$ ، $T_A = ۲/۷۳W$

۳- $T_C = ۳W$ ، $T_B = ۵/۸W$ ، $T_C = ۶/۵W$

۴- $T_C = ۴W$ ، $T_B = ۱/۵W$ ، $T_A = ۱/۴W$

۳- نیروی افقی F برای نگه داشتن جسم ۳۰N چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی ۸۰)



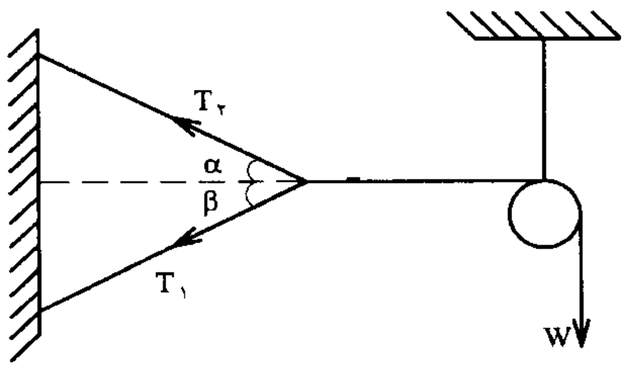
۱- $۵\sqrt{۳}$

۲- $۳۰\sqrt{۲}$

۳- $۱۰\sqrt{۳}$

۴- $۳۰\sqrt{۳}$

۴- با توجه به اینکه $\beta < \alpha < ۴۵^\circ$ است چه رابطه‌ای بین سه نیروی $T_۱$ و $T_۲$ و W وجود دارد؟ **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی «ژئو فیزیک با زمینه فیزیک و ریاضی» ۷۹)**



۱- $W > T_۱ > T_۲$

۲- $W > T_۲ > T_۱$

۳- $W > T_۱ = T_۲$

۴- $T_۱ > T_۲ > W$

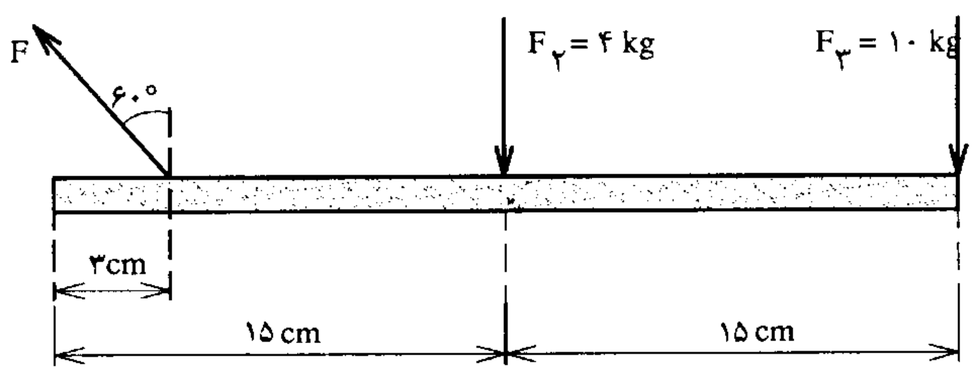
۵- ذره‌ای در پتانسیل یک بعدی زیر حرکت می‌کند $V(x) = k(۳x^۴ - ۲bx^۳ - ۳b^۲x^۲)$ که در آن k و b مقادیر ثابت و مثبتی هستند . نقاط تعادل عبارتند از :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی حالت جامد ۷۸)

۱- $۰, b, -b$ ۲- $۰, b, \frac{-۱}{۲}b$ ۳- $۰, ۲b, b$ ۴- $۰, b, -۲b$

۶- اگر مطابق شکل وزنه‌ای به وزن ۱۰کیلوگرم نیرو در کف دست شخصی قرار گرفته باشد ، چه نیرویی در ماهیچه بازو (F) تحت زاویه ۶۰ درجه نسبت به قائم جهت تعادل دست بر حسب کیلوگرم نیرو باید وارد شود ؟ وزن دست معادل ۴ کیلوگرم نیرو می‌باشد.

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۸)



۱- ۲۴۰

۲- ۱۲۰

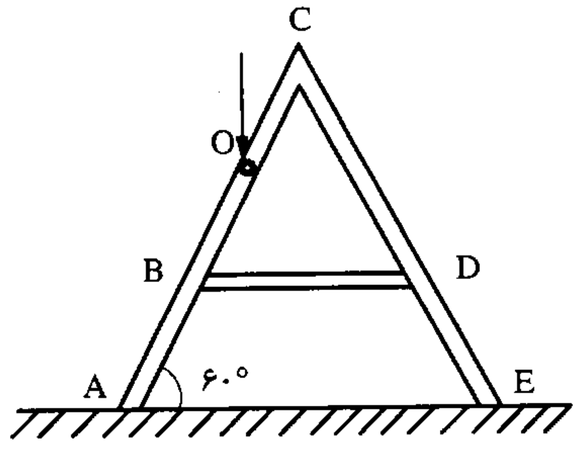
۳- ۴۸۰

۴- ۳۶۰

۷- نردبان دو طرفه $ABCDE$ $(AC=CE=۲BC)$ وزنش قابل چشم پوشی است . شخصی به وزن W در نقطه O (وسط BC) قرار گرفته و مجموعاً در حال تعادل است . اگر اصطکاک سطحهای تماس ناچیز باش ، اندازه نیروهای وارد از کف زمین به نردبان کدام است ؟

(F_A اندازه نیروی وارد بر نردبان در نقطه A و F_E اندازه نیروی وارد بر آن درنقطه E است .)

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)



۱- $F_A = \frac{۵}{۸}W \quad , F_E = \frac{۳}{۸}W$

۲- $F_A = \frac{۳}{۴}W \quad , F_E = \frac{W}{۴}$

۳- $F_A = \frac{۲}{۳}W \quad , F_E = \frac{W}{۳}$

۴- $F_A = \frac{W}{۲} \quad , F_E = \frac{W}{۲}$

۸- نردبان یکنواختی به طول L و وزن N ۱۰۰ مطابق شکل به دیوار قائمی تکیه دارد دیوار بدون اصطکاک است و ضریب اصطکاک بین نردبان و سطح افقی ۰/۴ است حداقل زاویه θ چقدر باشد تا نردبان در حالت تعادل باشد ؟

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه آزاداسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $\theta = Arctg۱/۲۵$

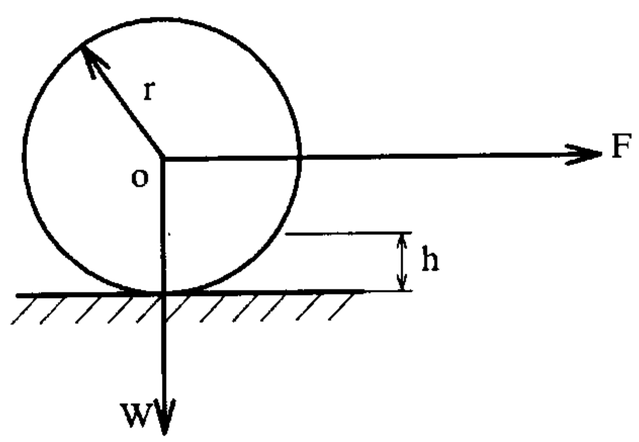
۲- $\theta = Arctg۲$

۳- $\theta = Arctg۲/۵$

۴- $\theta = Arctg۲/۷۵$

۹- چه نیرویی (F) در راستای افقی باید به محور چرخ وارد شود تا آن را از مانعی به ارتفاع hبالا ببرد ؟(شعاع چرخ را r و وزن چرخ را W در نظر بگیرید).

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۸۰)



۱- $\frac{w(۲rh - h^۲)^{۱/۲}}{r - h}$

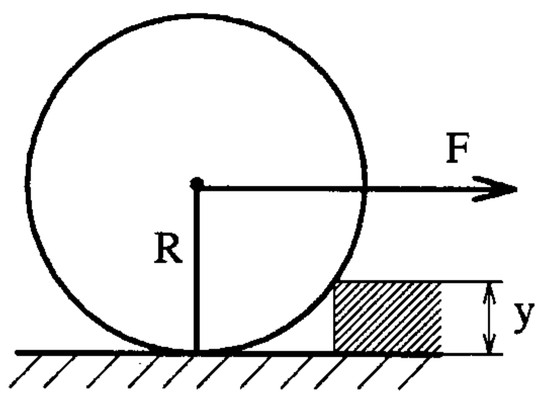
۲- $\frac{w(۲rh - h^۲)^۲}{r - h}$

۳- $\frac{w(۲r - h)^۲}{r - h}$

۴- $\frac{w(۲r - h)^{۱/۲}}{r - h}$

۱۰- مقدار نیروی F که اگر به طور افقی به مرکز چرخی به شعاع R و وزن W اعمال شود، چرخ از پله‌ای به ارتفاع y بالا کشیده می‌شود ، کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)



۱- $W\sqrt{\frac{y(3R-y)}{(R-y)^2}}$

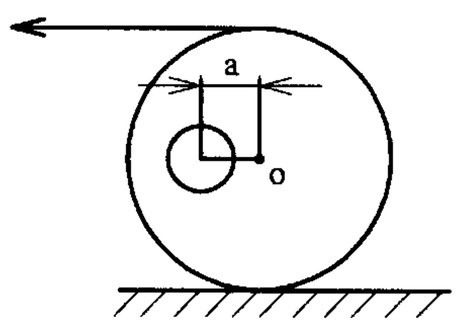
۲- $W\sqrt{\frac{y(2R-y)}{(R-y)^2}}$

۳- $W\sqrt{\frac{R(2R-y)}{(R-y)^2}}$

۴- $W\sqrt{\frac{R(3R-y)}{(R-y)^2}}$

۱۱- در استوانه‌ای به شعاع R و جرم Mحفره‌ای به صورت استوانه به شعاع r و به موازات محور استوانه بزرگ ایجاد می‌گردد . جرم تخلیه شده m است . اگر استوانه در وضعیت نشان داده شده باشد ، مقدار نیروی لازم برای عدم چرخش استوانه کدام است ؟(فاصله محور در استوانه است) .

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)



۱- $\frac{mgar}{2R^2}$

۲- $\frac{Mmg}{(M+m)}$

۳- $\frac{mga}{2R}$

۴- $\frac{2mga}{R}$

۱۲- مکعب مستطیلی به وزن W و به عرض a از عرض بر روی یک سطح به ضریب اصطکاک ایستایی μ قرار دارد. در نقطه‌ای از مکعب به ارتفاع h از سطح افقی نیروی افقی $Q = \mu w$ را به مکعب وارد می‌کنیم . در نتیجه مکعب بدون آنکه به لغزش در آید ، واژگون می‌شود زیرا :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۷)

۱- $h \geq \frac{\mu a}{2}$

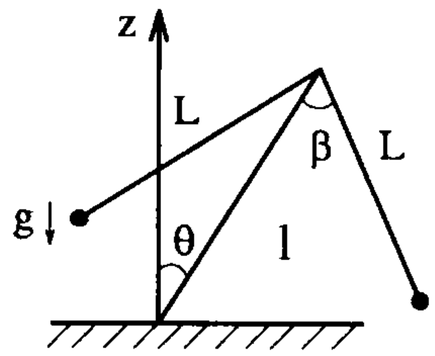
۲- $h \geq \mu a$

۳- $h \geq \frac{a}{2}$

۴- $h \geq \frac{a}{2\mu}$

۱۳- دو ذره با جرمهای مساوی m به وسیله دو میله بدون جرم و طول L که زاویه بین آنها 2β است . به هم متصل و به وسیله میله سوم بدون جرمی به طول L در صفحه قائم و حول نقطه o نوسان می‌کنند . به ازای چه زاویه‌ای از θ تعادل داریم ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)



۱- $\theta < ۳۰^\circ$ همیشه تعادل پایدار داریم.

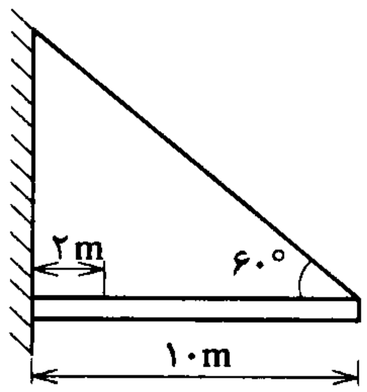
۲- $\theta = ۰$ و $l\cos\beta > l$

۳- $\theta = ۰$، شرط تعادل پایدار نداریم .

۴- $\theta = ۰$ و $l\cos\beta > l$

۱۴- (GRE)

یک تیرآهن افقی به طول۱۰ متر و وزن ۲۰۰ نیوتن مانند شکل زیر به دیوار متصل شده است. قسمت پایینی تیر آهن به کابلی که زاویه ۶۰ درجه با تیر می‌سازد متصل شده است و شخصی به وزن ۵۰۰ نیوتن بر روی کابل به فاصله ۲ متری از دیوار قرار گرفته است. کشش کابل عبارت است از :



۱- صفر نیوتن

۲- ۷۰۰ نیوتن

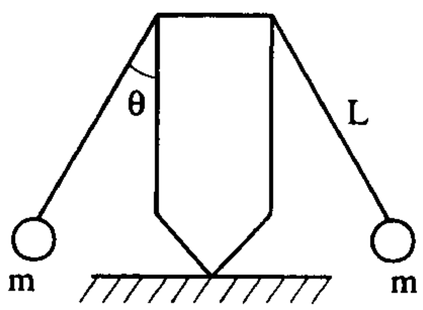
۳- ۵۰۰ نیوتن

۴- ۲۳۱ نیوتن

۵- ۸۰۸ نیوتن

۱۵- (GRE)

نوعی اسباب‌بازی در فرم ساده آن از دو جرم مشابه که ازمحور میله‌ای مطابق شکل زیر آویزان شده است تشکیل شده . اگر هر جرم m باشد و بازوها طولی برابر Lو نیز طول محور l باشد . شرایط پایداری اسباب‌بازی را بیابید.



۱- $L\cos\theta > l$

۲- $\theta < ۴۵^\circ$

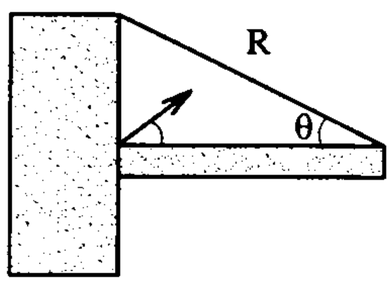
۳- $L\cos\theta > l$

۴- $\theta < ۳۰^\circ$

۵- $L > l$

۱۶- (GRE)

تکه چوبی به وزن ۱۰۰۰ نیوتن به وسیله کابلی که با دیوار زاویه ۴۵ درجه می‌سازد معلق نگاه داشته شده است نیروی عکس‌العمل R را به دست آورید.



۱- $(۱۰۰۰\ N, ۴۵^\circ)$

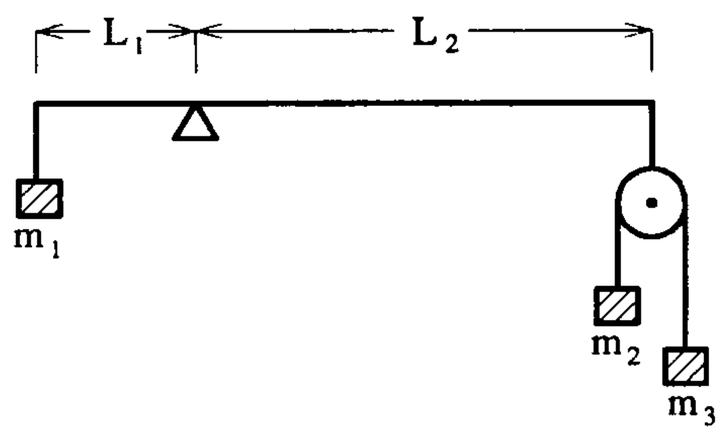
۲- $(۷۰۷\ N, ۳۰^\circ)$

۳- $(۵۰۰\ N, ۶۰^\circ)$

۴- $(۷۰۷\ N, ۴۵^\circ)$

۵- $(۵۰۰\ N, ۳۰^\circ)$

۱۷- میله بی‌وزنی بر روی یک لبه تیز قرار دارد. دو تکه نخ به دو انتهای میله آویزان و به انتهای یکی از نخها جسم m_1 و به انتهای نخ دیگر قرقره ثابتی متصل گردیده است. بر روی قرقره تکه نخی قرار دارد که مطابق شکل دو جسم m_2 و m_3 به آن آویزان شده است. سیستم حول نقطه O در حال تعادل است. نسبت طول l_1 به l_2 کدام است؟(از جرم نخها و قرقره صرف نظر شود). **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)**



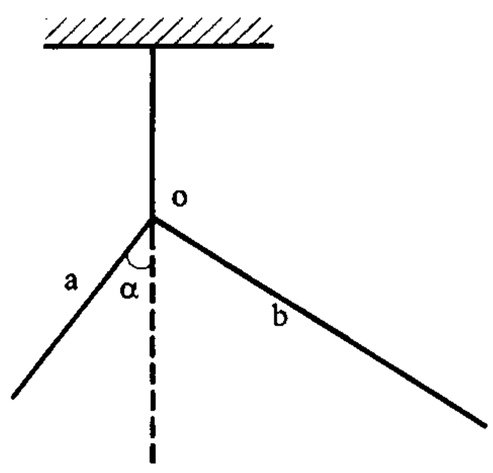
۱- $\frac{m_1}{m_2+m_3}$

۲- $\frac{m_2+m_3}{m_1}$

۳- $\frac{4m_2m_3}{m_1(m_2+m_3)}$

۴- $\frac{2m_1m_2}{m_1(m_2+m_3)}$

۱۸- مطابق شکل میله‌ای باریک و یکنواخت به شکل یک زاویه قائم کج شده است طوری که طول اضلاع آن a و b است. میله از رأس O از نخی در حال تعادل آویزان است. زاویه α کدام است؟



۱- $tg^{-1}\left(\frac{a^2}{b^2}\right)$

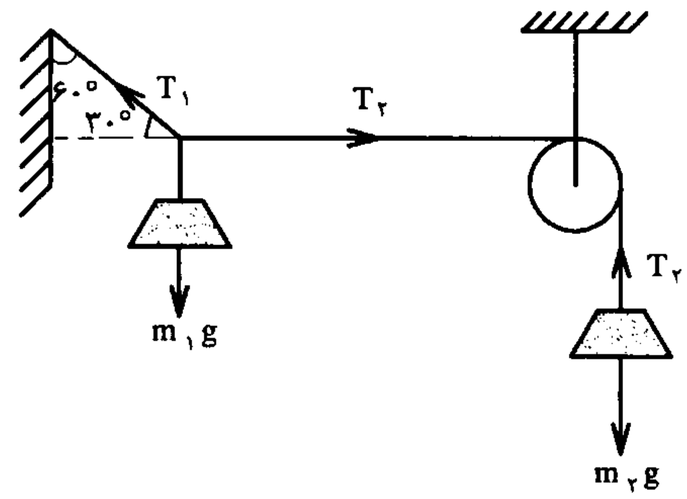
۲- $tg^{-1}\left(\frac{b^2}{a^2}\right)$

۳- $tg^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

۴- $tg^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$

۶-۱۳ پاسخنامه تشریحی

(۳-۱



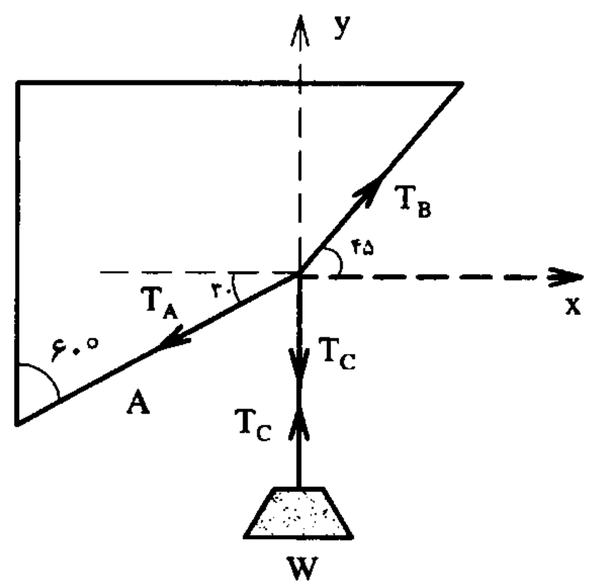
$$T_2 - m_2g = 0 \Rightarrow T_2 = m_2g$$

$$\begin{cases} T_1 \sin 30^\circ = T_1(\frac{1}{2}) = m_1g \Rightarrow T_1 = 2m_1g \\ T_1 \cos 30^\circ = T_1(\frac{\sqrt{3}}{2}) = T_2 \end{cases}$$

$$T_1(\frac{\sqrt{3}}{2}) = T_2 \Rightarrow 2m_1g(\frac{\sqrt{3}}{2}) = m_2g$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \sqrt{3}$$

(۲-۲



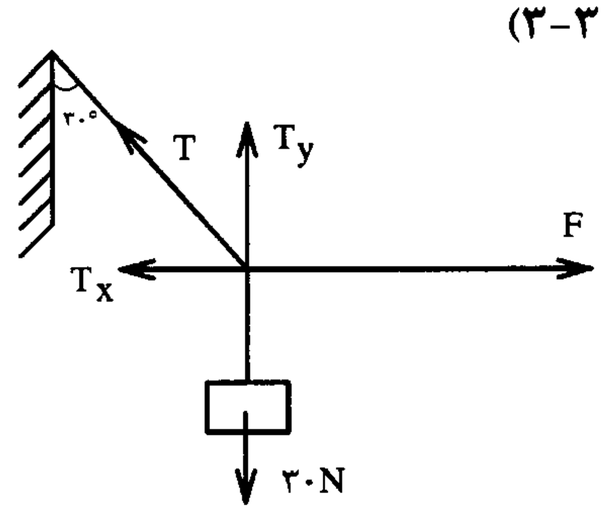
$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} T_C - W = 0 \Rightarrow T_c = W \\ T_B \sin 45^\circ = T_c + T_A \sin 30 \\ T_B \cos 45^\circ = T_A \cos 30^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_B \frac{\sqrt{2}}{2} = W + T_A(\frac{1}{2}) \\ T_B \frac{\sqrt{2}}{2} = T_A \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow T_A \frac{\sqrt{3}}{2} = W + T_A(\frac{1}{2}) \Rightarrow T_A(\frac{\sqrt{3}-1}{2}) = W$$

$$T_A = \frac{2W}{\sqrt{3}-1} = \frac{2W}{1/7-1} = 2/73\,W \Rightarrow T_B = T_A \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 3/34\,W$$

البته از آن جهت که تنها در گزینه (۲) مقدار $T_C = W$ است بدون محاسبه T_B, T_A می‌توان سریعاً گزینه صحیح (۲) را تشخیص داد.

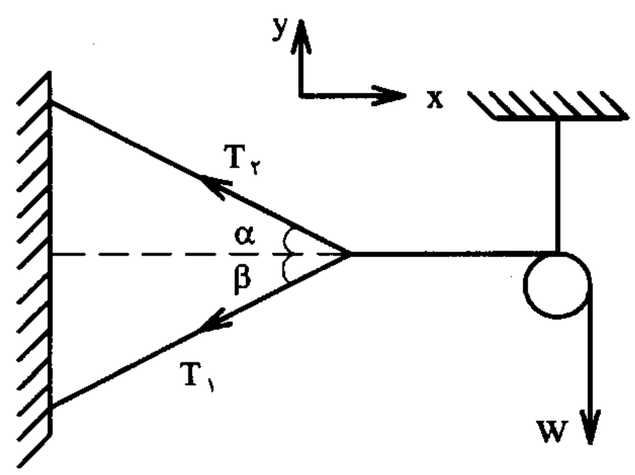
(۳-۳



$$\begin{cases} F = T_x = T\sin ۳۰^\circ \\ ۳۰ = T_y = T\cos ۳۰^\circ \end{cases}$$

$$\frac{F}{۳۰} = tg ۳۰ \Rightarrow F = ۳۰\, tg ۳۰^\circ = ۳۰\frac{\sqrt{۳}}{۳} = ۱۰\sqrt{۳}$$

(۱-۴



$$\beta < \alpha < ۴۵^\circ$$

$$\begin{matrix} \sum F_y = ۰ \\ \sum F_x = ۰ \end{matrix} \begin{cases} T_۲ \sin\alpha = T_۱ \sin\beta \\ T_۲ \cos\alpha + T_۱ \cos\beta = W \end{cases}$$

$$\beta < \alpha < ۴۵^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin\beta < \sin\alpha \Rightarrow T_۱ = T_۲ \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} > T_۲ \\ \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} > ۱ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha < ۴۵^\circ \quad , \beta < ۴۵^\circ \Rightarrow \cos\alpha > \dfrac{\sqrt{۲}}{۲}, \cos\beta > \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} \\ W = T_۲ \cos\alpha + T_۱ \cos\beta > T_۲ \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} + T_۱ \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} \end{cases}$$

از طرفی $T_۱ > T_۲$ بنابراین $W > T_۲ \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} + T_۲ \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} = T_۲ \sqrt{۲}$

از میان گزینه‌ها تنها گزینه (۱) صحیح است چرا که در آن هم $T_۱ > T_۲$ و هم $W > T_۲$ است .

(۵-؟

$$V(x) = k(۳x^۴ - ۲bx^۳ - ۳b^۲x^۲)$$

$$F_x = -\frac{\partial v}{\partial x} = -k(۱۲x^۳ - ۶bx^۲ - ۴b^۲x)$$

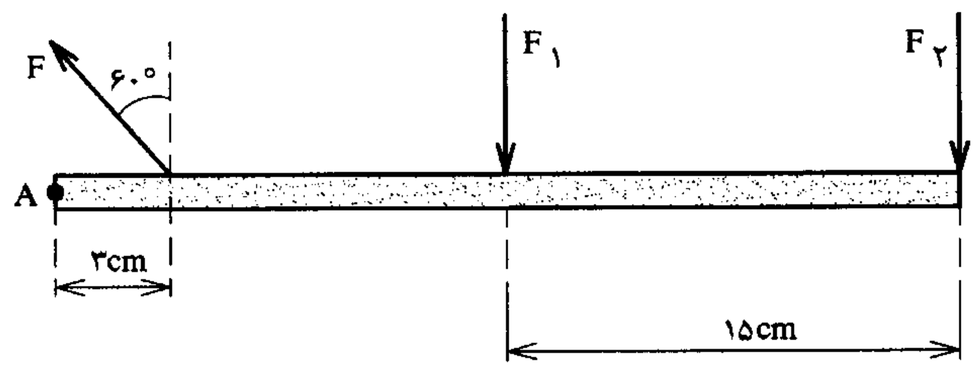
$$F_x = ۰ \Rightarrow ۱۲x^۳ - ۶bx^۲ - ۴b^۲x = ۲x(۶x^۲ - ۳bx - ۲b^۲) = ۰$$

$$x = ۰\ ,\ ۶x^۲ - ۳bx - ۲b^۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۳b \pm \sqrt{۹b^۲ - ۴(-۲b^۲)(۶)}}{۲(۶)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{۳b \pm \sqrt{۵۷b^۲}}{۱۲}$$

۶-۱) جهت تعادل برآیند گشتاورها را حول نقطه A به دست آورده و مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$\tau_{F_۱} = F_۱(۱۵)Sin۹۰^\circ = ۶۰$ ساعتگرد و $\tau_{F_۱} = F_۲(۳۰)Sin۹۰^\circ = ۳۰۰$ ساعتگرد



$\tau_F = F(۳)Sin\theta = F(۳)Cos۶۰^\circ = F(\frac{۳}{۲})$ پاد ساعتگرد

$$\tau_{F۱} + \tau_{F۲} = \tau_F \Rightarrow ۳۶۰ = F(\frac{۳}{۲}) \Rightarrow F = ۲۴۰\ kgF$$

۷-۱)

$$BC = L \Rightarrow AC = CE = ۲BC = ۲L$$

$$OB = \frac{L}{۲} \Rightarrow AO = L + \frac{L}{۲} = \frac{۳L}{۲}$$

$$h = ۲[۲LCos۶۰] = ۴LCos۶۰$$

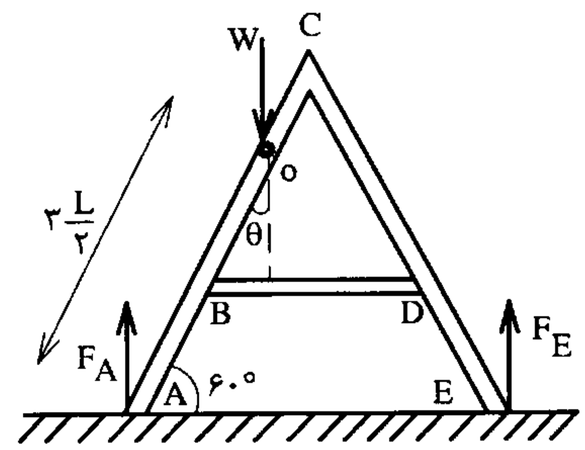
$\tau_{FA} = ۰$ حول نقطه A

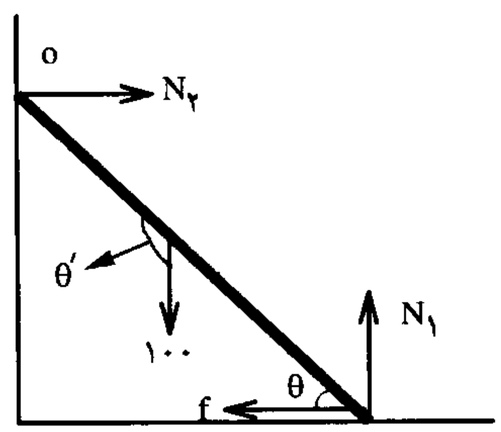
$\tau_w = w(\frac{۳L}{۲})Sin\theta = w(\frac{۳L}{۲})Cos۶۰^\circ$ حول نقطه A (پاد ساعتگرد)

$\tau_F = F_E(h)Sin۹۰ = F_E h = ۴F_E LCos۶۰^\circ$ حول نقطه A (پاد ساعتگرد)

$$T_W = T_{FE} \Rightarrow W(\frac{۳L}{۲})Cos۶۰^\circ = ۴F_E LCos۶۰^\circ \Rightarrow F_E = \frac{۳L}{۸}$$

$$F_A + F_E = W \Rightarrow F_A = \frac{۵L}{۸}$$





۸-۱)

$$\begin{cases} \sum F_x = ۰ \Rightarrow N_۲ = f \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N_۱ - ۱۰۰ \Rightarrow N_۱ = ۱۰۰\ N \end{cases}$$

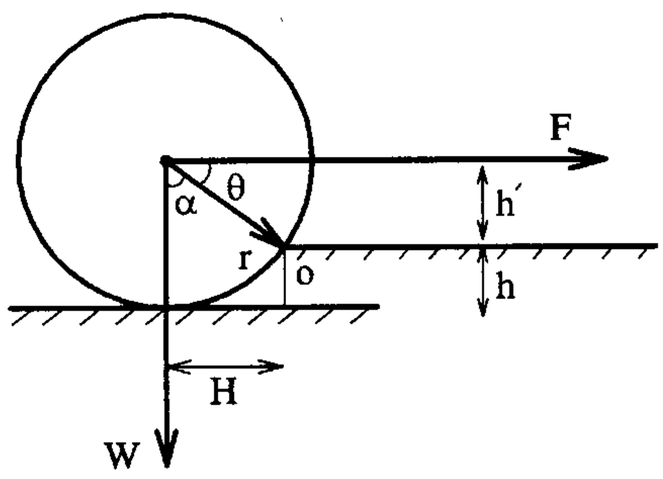
جمع گشتاورها نسبت به نقطه O را به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم .

$$۱۰۰\ (\frac{L}{۲})Sin\theta' = N_۲ LSin\theta \Rightarrow ۵۰ Cos\theta = N_۲ Sin\theta \Rightarrow ۵۰ = N_۲ tg\theta$$

در آستانه لغزیدن $f = \mu N_۱ = ۰/۴N_۱ \Rightarrow f = ۰/۴(۱۰۰) = ۴۰N$

$$N_۲ = f = ۴۰N \Rightarrow ۵۰ = ۴۰ tg\theta \Rightarrow tg\theta = ۱/۲۵ \Rightarrow \theta = tg^{-۱} ۱/۲۵$$

۹-۱) برای آنکه چرخ حول نقطه O به طرف بالای پله بچرخد باید گشتاور ساعتگرد نیروی F بزرگ‌تر یا مساوی گشتاور پادساعتگرد نیروی W باشد .



$$\tau_F = FrSin\theta = Fh' = F(r-h) \quad , r\sin\theta = h' = r - h$$

$$\tau_W = WrSin\alpha = WrCos\theta = WH = W\sqrt{r^۲ - h'^۲} = W\sqrt{r^۲ - (r-h)^۲} = W\sqrt{۲rh - h^۲}$$

$$\tau_F \geq \tau_W \Rightarrow F(r-h) \geq w\sqrt{۲rh-h^۲} \Rightarrow F \geq \frac{w(۲rh-h^۲)^{\frac{۱}{۲}}}{r-h}$$

بنابراین حداقل نیروی F برابر $\frac{w(۲rh-h^۲)^{\frac{۱}{۲}}}{r-h}$ است .

۱۰-۲) راه حل مانند تست قبل

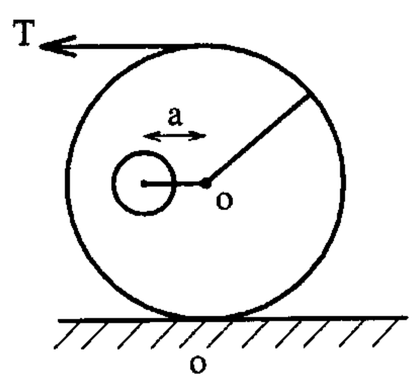
$$r = R$$

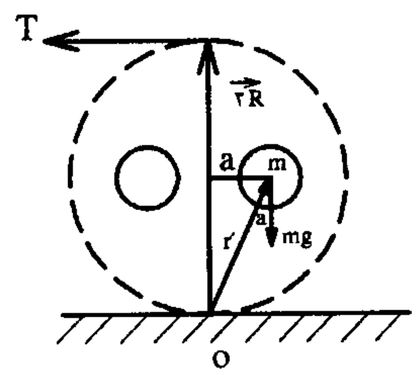
$$h = y \qquad \Rightarrow F \geq \frac{w(۲Ry-y^۲)^{\frac{۱}{۲}}}{R-y} = w\sqrt{\frac{y(۲R-y)}{(R-y)^۲}}$$

۱۱-۳) اگر درست در طرف مقابل حفره تو خالی استوانه‌ای ، استوانه‌ای به جرم m به همان شکل در نظر بگیریم، در واقع گشتاور نیروی وزن سبب چرخش ساعتگرد خواهد شد که اگر با گشتاور پاد ساعتگرد ناشی از T برابر باشد استوانه نخواهد چرخید :

$$T_{mg} = mgr'\sin\alpha = mga$$

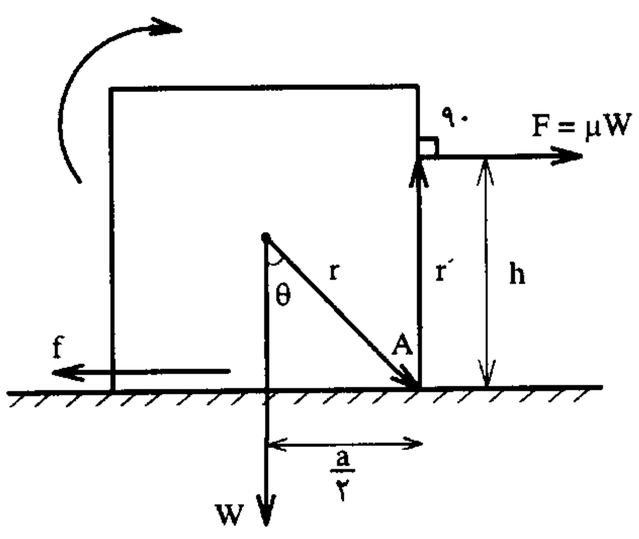
$$T = (۲R) - mga = ۰ \Rightarrow T = \frac{mga}{۲R}$$





۱۲-۴) شرط غلطش مکعب (حول نقطه A) آن است که گشتاور ساعتگرد نیروی F (حول O) بزرگ‌تر از گشتاور پاد ساعتگرد W حول نقطه O باشد (گشتاور نیروی اطصکاک f چون از نقطه O می‌گذرد صفر است.)

$$(F = Q)$$



$$\tau_W = WrSin\theta = W(\frac{a}{۲}) \ , \tau_F = Fr'Sin۹۰^\circ = Fh$$

$$\tau_F \geq \tau_w \Rightarrow \mu Wh \geq W\frac{a}{۲} \Rightarrow h \geq \frac{a}{۲\mu}$$

۱۳-۳) مرکز جرم در فاصله h از سطح زمین قرار دارد $\frac{dU(\theta)}{d\theta} = ۰$ شرط تعادل

انرژی پتانسیل $U(\theta) = (۲m)gh = ۲mg(L - LCos\beta)Cos\theta$

$$\frac{dU(\theta)}{d\theta} = ۰ \Rightarrow -۲mg(L - LCos\beta)Sin\theta = ۰$$

$$Sin\theta = ۰ \Rightarrow \theta = ۰$$

$$V(\theta = ۰) = ۲mg(L - LCos\beta) = V_{max}$$

از طرفی با $\theta = ۰$ برای $U(\theta)$ مقدار max را داریم پس تعادل ناپایدار است .

۱۴-۴) چون سیستم در حال تعادل است. مجموع گشتاورها نسبت به هر نقطه صفر است پس با انتخاب نقطه اتصال دیوار و تیر به عنوان مبدأ داریم.

$$\sum \tau = ۰ \quad , \quad \tau = rFSin\alpha$$

$$\Rightarrow (۵۰۰ \times ۲)Sin(۹۰^\circ) + (۲۰۰)(۵)Sin(۹۰^\circ) - (۱۰)(T)Sin(۱۲۰^\circ) = ۰$$

$$\Rightarrow T = ۲۳۱ \ N$$

۱۵-۳)

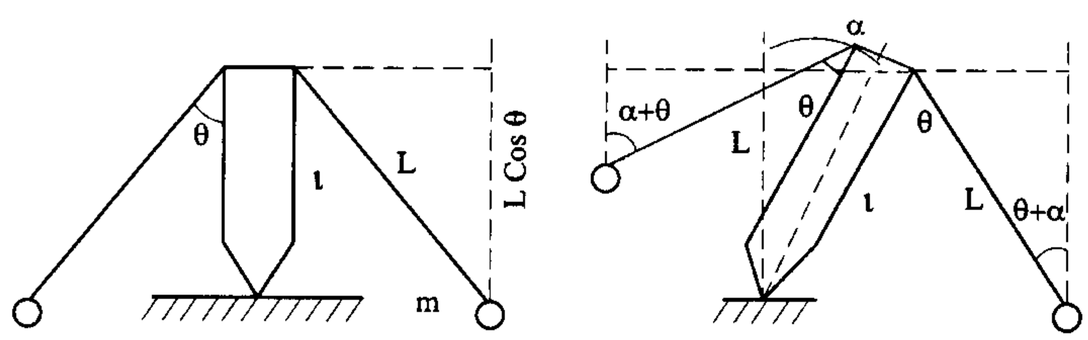
$$U = mg(l\cos\theta - L\cos(\alpha + \theta) + mg(l\cos\theta - L\cos(\theta - \alpha))$$

$$= ۲mg(l - L\cos\theta)\cos\alpha$$

$$\frac{dU}{d\alpha} = -۲mg(l - L\cos\theta)\sin\alpha = ۰$$

در حال تعادل $\alpha = ۰$ $\quad \left.\frac{d^۲U}{d\alpha^۲}\right|_{\alpha = ۰} = -۲mg(l - L\cos\theta)\cos\alpha > ۰$

$$L\cos\theta > l$$



۱۶-۴) طبق شرط اول تعادل $\sum \vec{F} = ۰$ است پس :

$$\sum F_x = R_x - T_x = R_x - \frac{T}{\sqrt{۲}} = ۰$$

$$TSin(۹۰ - \theta) = TSin۴۵^\circ = \frac{T\sqrt{۲}}{۲}$$

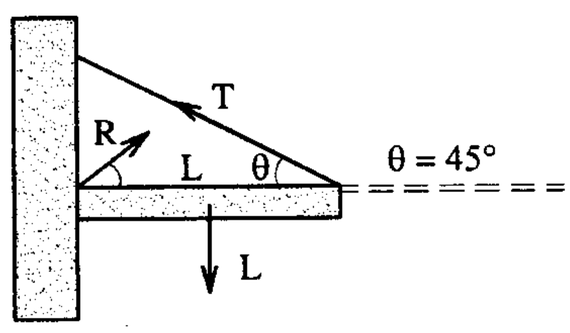
$$\sum F_y = R_y + T_y - w = R_y + \frac{T}{\sqrt{۲}} - mg = ۰$$

بر طبق و مطابق شرط دوم معادل $\sum \tau = ۰$ است در نتیجه :

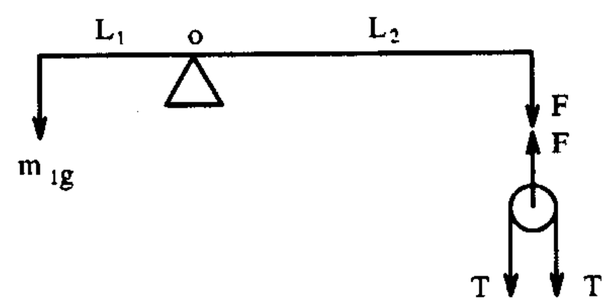
$$R \times (۰) - \omega(\frac{L}{۲})Sin۹۰ + TLSin(۹۰ - \theta) = ۰ \Rightarrow T\frac{w}{\sqrt{۲}} \qquad R_x = \frac{w}{۲} = ۵۰۰\ N$$

$$R_y = ۱۰۰۰ - ۵۰۰ = ۵۰۰\ N$$

$R(۷۰۷\ N, ۴۵^\circ)$



۱۷-۳)



در ماشین آتوود $T = \frac{۲m_۲m_۳}{m_۲ + m_۳}g$ و جرم قرقره $m' \cong ۰$

$$F - ۲T = m'a \cong ۰ \Rightarrow F \cong ۲T = \frac{۴m_۲m_۳}{m_۲ + m_۳}$$

$$\tau_۰ = FL_۲ - m_۱gl_۱ = ۰ \Rightarrow \frac{l_۱}{l_۲} = \frac{F}{m_۱g} = \frac{۴m_۲m_۳}{m_۱(m_۲ + m_۳)}$$

۱۸- ۲) اگر پتانسیل دومیله را نسبت به نقطه O حساب کنیم داریم : (λ جرم واحد طول میله‌ها)

$$m_a = \lambda a \quad , \quad m_b = \lambda b$$

$$V = -m_a(aCos\alpha)g - m_b(bos(\frac{\pi}{۲} - \alpha))g$$

$$V = -\lambda a^۲ Cos\alpha - \lambda b^۲ gSin\alpha$$

در حالت تعادل $\frac{dV}{d\alpha} = ۰ \Rightarrow +\lambda a^{۲} g\mathrm{Sin}\alpha - \lambda b^{۲}\mathrm{Cos}\alpha = ۰$

$$\Rightarrow \mathrm{tg}\alpha = \frac{b^{۲}}{a^{۲}} \Rightarrow \alpha = \tan^{-۱}\frac{b^{۲}}{a^{۲}}$$

فصل چهاردهم

نوسان

مقدمه

حرکاتی که در زمانهای مساوی به طور مشابه و منظم تکرار می‌شوند ، آثار تناوبی نام دارد . حرکت تناوبی را غالباً حرکت هماهنگ می‌گویند ، مانند حرکت پاندول ساعت و یا حرکت رقاصک ساعتهای مچی.

حرکت نوسانی یا ارتعاشی ، نوعی خاص از حرکت تناوبی است که ذره در یک مسیر واحد رفت و برگشت می‌کند ، مانند حرکت نوسانی جرم متصل به فنر یا حرکت نوسانی یک شاخه دیاپازن و اتمهای دو وزن مولکولها یا شبکه اجسام جامد .

۱-۱٤ حرکت نوسانی ساده (حرکت بر روی خط مستقیم)

هرگاه متحرکی بر روی یک خط مستقیم در دو طرف یک نقطه که در وسط مسیر واقع است (مبدأ نوسان) با شتابی که متناسب با فاصله متحرک از مبدأ است و جهت آن به طرف مبدأ نوسان می‌باشد، به طور منظم رفت و آمد انجام دهد را حرکت نوسانی ساده گویند.

به عبارت دیگر تصویر حرکت دورانی مشابه را برروی یکی از اقطار دایره حرکت نوسان می‌گویند.

۱-۱-۱۴ مفاهیم حرکت نوسانی

الف) فرکانس یا تواتر : به تعداد نوسانات کامل در واحد زمان فرکانس حرکت یا تواتر یا بسامد گویند که با ν(نو) نشان می‌دهند و واحد آن بر حسب هرتز HZ می‌باشد.

ب) پریود یا زمان تناوب : مدت زمان یک نوسان کامل را گویند و با τ نشان می‌دهند.

رابطه بین فرکانس و پریود حرکت :

$$T = \frac{1}{\nu} \Rightarrow T\nu = 1 \qquad (۱۴-۱)$$

s — سیکل برثانیه یا HZ

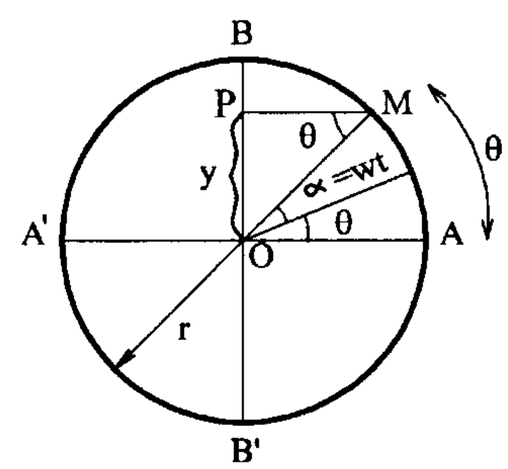
ج) دامنه نوسان ، ماکزیمم بعد نوسان : حداکثر فاصله نوسان کننده را از مبدأ نوسان گویند که با همان شعاع دایره مربع برابر است و با r نشان می‌دهند .

د) بعد نوسان : فاصله نوسان کننده را در هر لحظه تا مبدأ نوسان گویند و با y نشان می‌دهند.

۲-۱-۱۴ معادله حرکت و سرعت شتاب حرکت نوسانی

الف) معادله حرکت

با توجه به شکل زیر می‌توانیم بنویسیم : (می‌توان ذره P نوسان کننده در امتداد BB' را تصویر ذره M دانست که با سرعت زاویه‌ای ω دایره را طی می‌کند).



$$\overset{\Delta}{OPM} : \sin\theta = \frac{OP}{OM}$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\sin\theta$$

فاز حرکت

بعد نوسان

دامنه نوسان

تذکر : زاویه θ را فاز حرکت بعد از زمان t گویند و $\theta_\circ$ را فاز اولیه می‌گویند.

$$\theta = \omega t + \theta_\circ \qquad (۱۴-۲)$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$y = r\sin(\omega t + \theta_\circ) \qquad (۱۴-۳)$$

نکته : در حرکت نوسانی ساده بر محور yها $y_\circ = r\sin\theta_\circ$

در حرکت نوسانی ساده بر محور xها $x_\circ = r\cos\theta_\circ$

بعد اولیه

ب) معادله سرعت درحرکت نوسانی : هرگاه از معادله بعد نوسان مشتق بگیریم، معادله سرعت به دست می‌آید:

$$y = r\sin(\omega t + \theta_\circ)$$
$$y' = V = r\omega\cos(\omega t + \theta_\circ) \qquad (۱۴-۴)$$

نکته ۱ سرعت اولیه :

$$V_\circ = r\omega\cos\theta_\circ$$

نکته ۲ سرعت ماکزیمم : در حرکت نوسانی ساده سرعت در مرکز نوسان ماکزیمم است.

$$V_m = \pm r\omega$$

نکته ۳ سرعت مینیمم : در حرکت نوسانی ساده در دو انتهای مسیر مقدار سرعت مینیمم است .

$$V_B = V_{B'} = \circ$$

نکته ۴ : هرگاه متحرکی از مبدأ مکان شروع به نوسان نماید ، خواهیم داشت:

$$\theta_\circ = \circ \begin{cases} t = (۲k)\dfrac{T}{۴} \Rightarrow \text{متحرک در مرکز نوسان} \\ t = (۲k-۱)\dfrac{T}{۴} \Rightarrow \text{متحرک در دو انتهای مسیر} \end{cases}$$

ج) معادله شتاب درحرکت نوسانی ساده : با مشتق گرفتن از سرعت خواهیم داشت :

$$V = r\omega\cos(\omega t + \theta_\circ) \Rightarrow y'' = V' = a = -r\omega^۲\sin(\omega t + \theta_\circ) \qquad (۱۴-۵)$$

$$a_\circ = -r\omega^۲\sin\theta_\circ \qquad \text{شتاب اولیه}$$

نکته۱ : شتاب ماکزیمم : در حرکت نوسانی ساده شتاب در دو انتهای مسیر ماکزیمم است .

$$a_B = -r\omega^۲ \quad , \quad a_{B'} = +r\omega^۲$$

نکته ۲ شتاب مینیمم : در حرکت نوسانی ساده شتاب در مرکز نوسان صفر است .

$$a_{min} = \cdot\ m/s^۲$$

رابطه بین مقادیر شتاب ماکزیمم و سرعت ماکزیمم :

$$\left.\begin{cases} a_m = V_m\omega \\ a_m = V_m^{\,۲}/r \\ a_m = r\omega^۲ \\ v_m = r\omega \end{cases}\right\} \frac{a^۲}{r^۲\omega^۴} + \frac{V^۲}{r^۲\omega^۲} = ۱ \Rightarrow a = \pm\omega\sqrt{V_m^۲ - V^۲}$$

رابطه مستقل از زمان بین شتاب و سرعت :

$$a = \pm\omega\sqrt{V_m^2 - V^2}$$

رابطه مستقل از زمان بین بعد و سرعت :

$$\frac{V^2}{r^2\omega^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1 \text{ یا } V = \pm\omega\sqrt{r^2 - y^2}$$

رابطه مستقل از زمان بین بعد و شتاب :

$$a = -\omega^2 y \qquad (۱۴-۶)$$

د)معادله نیرو و حرکت نوسانی ساده :

$$F = ma$$

$$a = -r\omega^2 \sin(\omega t + \theta_\circ) \Rightarrow F = -mr\omega^2 \sin(\omega t + \theta_\circ) = -m\omega^2 y \qquad (۱۴-۷)$$

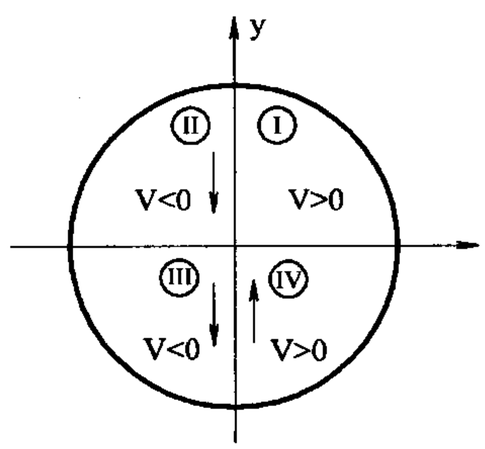
نکته : نیرو در انتهای مسیرماکزیمم است .

$$F_m = ma_m = mr\omega^2 = mV_m\omega = m\frac{V_m^2}{r} \quad \begin{cases} K = m\omega^2,\ F = -Kx \text{ یا } F = -ky \\ \frac{d^2y}{dt^2} + (k/m)y = \circ \text{ یا } \frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = \circ \end{cases}$$

نیروی ماکزیمم

تذکر : تمامی مطالب مربوط به تغییرات $F, a. V, y$ ***را می‌توان در نمودار دایره مرجع زیر بررسی کرد.***

در ربع اول $\begin{vmatrix} y > \circ \\ V > \circ \\ a < \circ \\ F < \circ \end{vmatrix}$ در ربع دوم $\begin{vmatrix} y > \circ \\ V < \circ \\ a < \circ \\ F < \circ \end{vmatrix}$



در ربع سوم $\begin{vmatrix} y < \circ \\ V < \circ \\ a > \circ \\ F > \circ \end{vmatrix}$ در ربع چهارم $\begin{vmatrix} y < \circ \\ V > \circ \\ a > \circ \\ F > \circ \end{vmatrix}$

محاسبه پریود حرکت نوسانی : با توجه به معادله شتاب اگر $\omega = \frac{2\pi}{T}$ را در معادله قرار دهیم در آن صورت خواهیم داشت :

$$a = -\omega^{۲} y \Rightarrow a = -(\frac{۲\pi}{T})^{۲} y \Rightarrow a = \frac{-۴\pi^{۲}}{T^{۲}} y$$

$$\Rightarrow T^{۲} = -\frac{۴\pi^{۲}}{a} y \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{-y/a} \qquad (۱۴-۸)$$

تذکر: علت وجود علامت منفی در معادله شتاب آن است که همواره نیروی حرکت نوسانی سعی دارد نوسان کننده را به وضع نوسان تعادل باز گرداند و در عین حال شتابی که بین این نیرو ایجاد می‌کند برخلاف جهت حرکت بوده و با بعد نوسان متناسب است .

۳-۱-۱۴ انرژی مکانیکی و انرژی جنبشی در حرکت نوسانی ساده

معادله حرکت $y = r\sin(\omega t + \theta_{\circ})$

انرژی پتانسیل برابر با :

$$U = \frac{۱}{۲}ky^{۲} = \frac{۱}{۲}kr^{۲}\sin^{۲}(\omega t + \theta_{\circ}) \qquad (۱۴-۹)$$

انرژی جنبشی برابر با :

$$k = \frac{۱}{۲}mV^{۲}, V = r\omega\cos(\omega t + \theta_{\circ})$$

$$k = \frac{۱}{۲}mr^{۲}\omega^{۲}\cos^{۲}(\omega t + \theta_{\circ}) \qquad (۱۴-۱۰)$$

انرژی مکانیکی برابر با :

$$E = U + K = \frac{۱}{۲}kr^{۲}\sin^{۲}(\omega t + \theta_{\circ}) + \frac{۱}{۲}mr^{۲}\omega^{۲}\cos^{۲}(\omega t + \theta_{\circ})$$

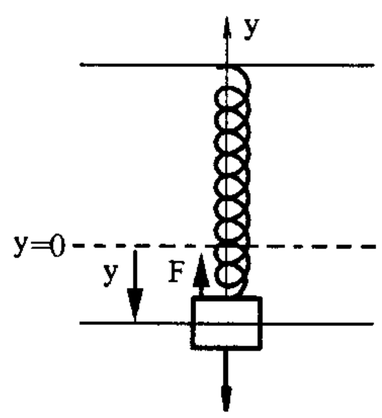
$$\Rightarrow E = \frac{۱}{۲}kr^{۲}\left[\sin^{۲}(\omega t + \theta_{\circ}) + \cos^{۲}(\omega t + \theta_{\circ})\right] = \frac{۱}{۲}kr^{۲} \qquad (۱۴-۱۱)$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم که انرژی مکانیکی کل ، مقداری ثابت است و برابر با :

$$\frac{۱}{۲}kr^{۲}$$

نتیجه : در بیشینه جابه‌جایی انرژی جنبشی صفر و پتانسیل برابر $\frac{۱}{۲}kr^{۲}$ است .

یادآوری: همان طوری که گفته شد وقتی که جسمی به جرم m به فنری به سختی K متصل می‌شود مقدار نیروی وارده و انرژی پتانسیل فنر برابر است با :



$$\vec{F} = -k\vec{y}$$

$$ma = -ky \Rightarrow m\frac{d^2y}{dt^2} + ky = 0, k = m\omega^2$$

F=-ky انرژی پتانسیل فنر $U = \frac{1}{2}ky^2$

بنابراین معادله $E = \frac{1}{2}kr^2$ را می‌توان به صورت کلی زیر نوشت :

$$E = U + K \Rightarrow \frac{1}{2}kr^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}ky^2 \Rightarrow V^2 = (\frac{k}{m})(r^2 - y^2)$$

$$\Rightarrow V = \frac{dy}{dt} = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(r^2 - y^2)} \text{ یا } V = \pm\omega\sqrt{r^2 - y^2}$$

این رابطه نشان می‌دهد که سرعت در موضع تعادل یعنی $y = 0$ ماکزیمم و در بیشترین جابه‌جایی یعنی در $y = r$ صفر است .

۲-۱۴ مثالهایی از حرکت نوسانی ساده

۱-۲-۱۴ حرکت نوسانی ساده وزنه متصل به یک فنر

شکل زیر ذره‌ای را نشان می‌دهد که نسبت به موضع تعادل خود نوسان می‌کند و انرژی پتانسیل چنین ذره‌ای برابر با :

$$U(y) = \frac{1}{2}ky^2$$

و مقدار نیرو برابر است با

$$F(y) = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\partial(\frac{1}{2}ky^2)/\partial y = -ky$$

این ذره نوسان کننده را نوسانگر هماهنگ ساده می‌گویند و حرکت آن را حرکت هماهنگ ساده می‌نامند اینک قانون دوم نیوتن را برای چنین حرکتی می‌نویسیم :

$$F = -ky \Rightarrow +ma = -ky \Rightarrow md^2y/dt^2 = -ky$$

$$\Rightarrow md^2y/dt^2 + ky = 0 \Rightarrow d^2y/dt^2 + \frac{k}{m}y = 0 \ , \ \frac{k}{m} = \omega^2$$

الف) محاسبه پریود نوسان فنر

۱- در حالت کلی : هرگاه جسمی به جرم m را به انتهای یک فنرآویزان کنیم و این جسم را به اندازه بعد y از وضع تعادل دور کنیم فنر نیرویی به اندازه $F = -ky$ بر جسم وارد می‌کند تا آن را به وضع

تعادل اولیه باز گرداند و این نیرو در جسم شتابی متناسب با بعد حرکت ایجاد می‌کند.

$$\left.\begin{array}{l} F=-ky \\ F=ma \end{array}\right\} \Rightarrow ma=-ky \Rightarrow -y/a=m/k$$

با توجه به رابطه زمان تناوب از قبل یعنی $T=۲\pi\sqrt{m/k}$ و قرار دادن m/k به جای $-y/a$ خواهیم داشت : (m جرم وزنه و k ثابت فنر)

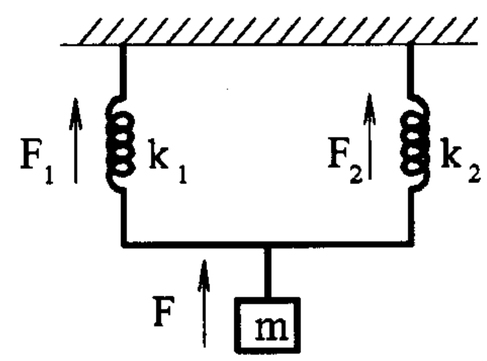
$$T=۲\pi\sqrt{m/k} \qquad (۱۴-۱۲)$$

۲- وقتی فنرها به طور موازی بسته می‌شوند.

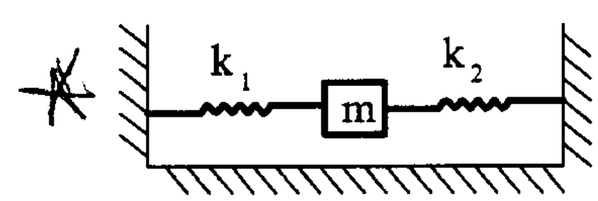
$$k_e=k_۱+k_۲ \quad ,F=F_۱+F_۲$$

$$F=-K_e y=-(k_۱+k_۲)y, T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}}$$

$$\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k_۱+k_۲}}$$



$$\begin{cases} \dfrac{۱}{T^۲}=\dfrac{۱}{T_۱^۲}+\dfrac{۱}{T_۲^۲} \\ \text{یا } \nu^۲=\nu_۱^۲+\nu_۲^۲ \end{cases}$$

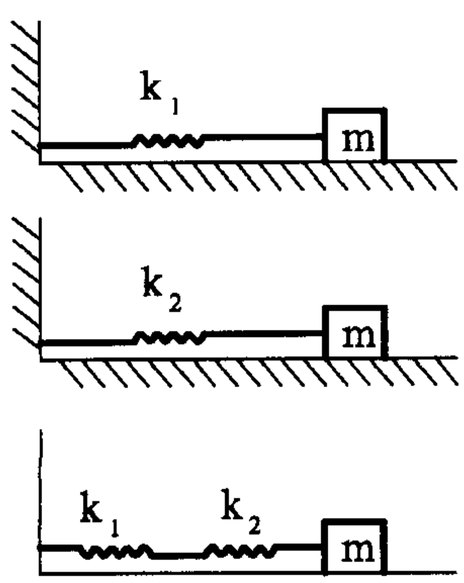


تذکر : ثابت فنر معادل برای n فنر موازی و پریود نوسانات وزنه متصل به آنها .

$$k_e=k_۱+k_۲+.....+k_n$$

$$F=F_۱+F_۲+....+F_n=-\left[\sum_{i=۱}^{n}k_i\right]x, T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}}=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k_۱+k_۲+.....+k_n}}$$

۳- وقتی فنرها به طور سری بسته شوند.



$$\begin{cases} T_۱=۲\pi\sqrt{m/k_۱} \\ T_۲=۲\pi\sqrt{m/k_۲} \end{cases}$$

$$k_e=\frac{k_۱k_۲}{k_۱+k_۲} \Rightarrow \frac{۱}{k_e}=\frac{۱}{k_۱}+\frac{۱}{k_۲}$$

$$\Rightarrow F=-k_e x=-(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})^{-1}x \Rightarrow T \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}}=2\pi\sqrt{(\frac{k_1+k_2}{k_1\times k_2})m}$$

$$,T^2=T_1^2+T_2^2 \Rightarrow=\frac{1}{\nu^2}=\frac{1}{\nu_1^2}+\frac{1}{\nu_2^2}$$

تذکر : ثابت فنر معادل برای n فنر سری و پریود نوسانات وزنه متصل به آن

$$\frac{1}{k_e}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+....+\frac{1}{k_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{k_i},k_e=\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{k_i}\right]^{-1}$$

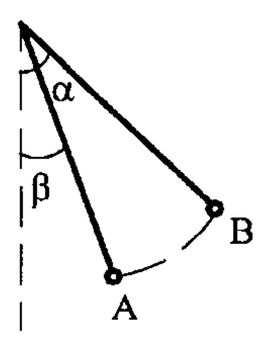
$$F=-k_e x=\left[\sum_{i=1}^{n}k_i\right]^{-1}x$$

$$T=2\pi\sqrt{m/ke}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}+\frac{m}{k_2}+.....+\frac{m}{k_n}}=2\pi\sqrt{\sum_{i=1}^{n}m/ki}$$

۲-۲-۱۴ آونگ ساده

الف) پریود نوسانات آونگ ساده :

تعریف آونگ : هر جسمی که بتواند حول یک محور افقی نوسان کند آونگ نام دارد . هرگاه جرم آن در یک نقطه متمرکز باشد آونگ را آونگ ساده و اگر در یک محدوده توزیع شده باشد آونگ را آونگ حقیقی یا مرکب می‌گویند. آونگ ساده از گلوله‌ای به جرم m که به نخی به طول L متصل می‌باشد تشکیل شده است اگر حداکثر انحراف آونگ از وضع تعادل ۶ درجه باشد ،آونگ را کم دامنه می‌گویند که نوسانات چنین آونگی را می‌توان حرکت نوسانی بر روی خط مستقیم یعنی حرکت نوسانی ساده فرض کرد .



توجه ۱: دوره نوسانات یک آونگ ساده به جرم وزنه(m) و زاویه α و دامنه نوسان بستگی دارد.

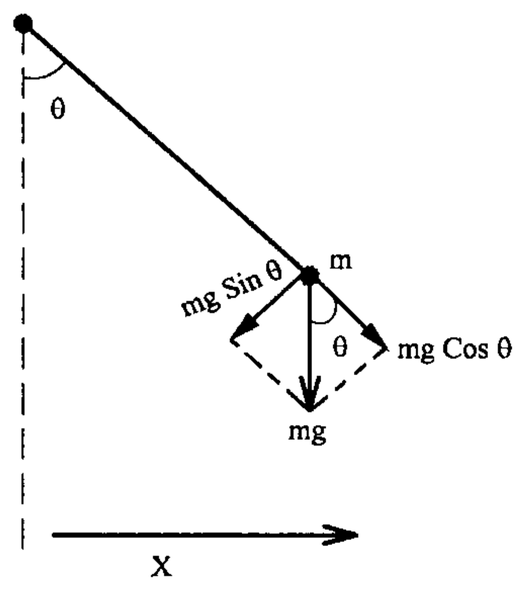
توجه ۲: اگر دامنه نوسانی بزرگ باشد $(\theta > ۶^\circ)$ ***معادله کلی دوره تناوب به صورت زیر است .***

$$\tau = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}(۱ + \frac{۱}{۲^۲}.\sin^۲\frac{\theta_m}{۲} + \frac{۱}{۲^۲}.\frac{۳^۲}{۴^۲}\sin^۴\frac{\theta_m}{۲} + ...)$$

در اینجا θ_m ***جابه جایی زاویه بیشینه است و جملات بعدی رفته رفته کوچک‌تر می‌شوند.***

نکاتی چند از پریود آونگ

نکته ۱: اگر آونگی را حداکثر α درجه از وضع تعادل دور کرده رها کنیم و در یک لحظه غیر مشخص که با محور قائم زاویه β را می‌سازد بخواهیم سرعت آونگ را محاسبه کنیم، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم : (با استفاده از بقای انرژی میان دو نقطه)



$$V_C = \sqrt{۲gL(\cos\beta - \cos\alpha)}$$

هنگامی‌که آونگ از وضع تعادل (وضع قائم) عبور کند سرعت آن حداکثر بوده و چون $\beta = ۰$ است. $\cos\beta = ۱$ خواهد بود و سرعت ماکزیمم آونگ از رابطه زیر به دست می‌آید.

سرعت ماکزیمم آونگ $V_A = \sqrt{۲gL(۱ - \cos\alpha)}$

نکته ۲: هرگاه دو آونگ با زمان تناوبهای $T_۱, T_۲$ را با هم در یک لحظه از وضع تعادل دور کنیم تا پس از مدت زمان t ثانیه یکی از دو آونگ k نوسان کامل از دیگری جلو افتد . این مدت زمان از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$t = \frac{kT_۱T_۲}{T_۱ - T_۲}$$

تعداد نوسانات آونگ ۱ بعد از زمان t $\quad n_۱ = \frac{t}{T_۱}$

تعداد نوسانات آونگ ۲ بعد از زمان t $\quad n_۲ = \frac{t}{T_۲}$

$$n_1 = k + n_2 \quad \text{یا} \quad \frac{t}{T_1} = \frac{t}{T_2} + k$$

ب) اثر گرما بر پریود نوسانات آونگهای ساده :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1(1+\lambda\Delta\theta)}{g}} \Leftarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

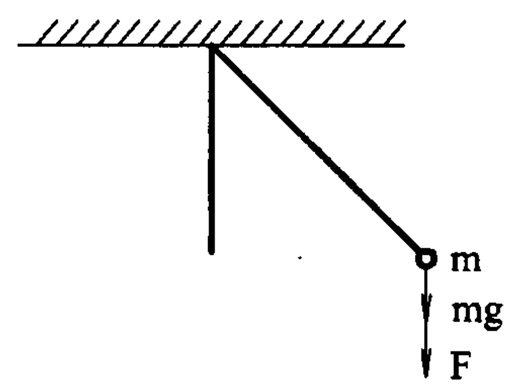
$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1+\lambda\Delta\theta}$$

ضریب انبساط خطی یا طولی ریسمان $= \lambda$

ج) پریود نوسانات آونگ ساده هنگامی که نیرویی به غیر وزن بر آن وارد شود :

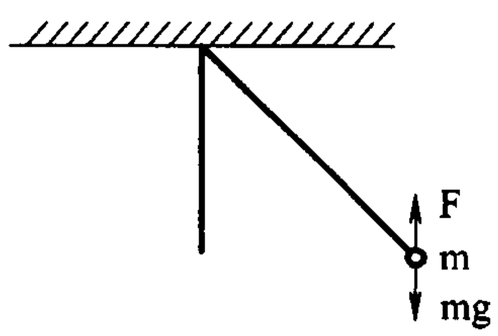
۱) اگر این نیرو در امتداد قائم از بالا به پایین (هم جهت با نیروی وزن)بر آونگ وارد شود. مانند هنگامی که آونگ متصل به سقف آسانسوری است که با شتاب a بالا می‌رود.

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+F/m}} \quad , \quad F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$$



$$\begin{cases} T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g+a}} \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g+a}{g}} = \sqrt{1+\frac{a}{g}}$$

۲) اگر این نیرو در امتدا قائم از پایین به بالا (در خلاف جهت نیروی وزن) بر آونگ وارد می‌شود. مانند هنگامی که آونگ از سقف آسانسوری آویزان است که با شتاب a پایین می‌رود.



$$\begin{cases} F = ma \Rightarrow a = \dfrac{F}{m} \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g-F/m}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g-a}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g-a}{g}} = \sqrt{1-\frac{a}{g}}$$

۳-۲-۱۴ آونگ پیچشی

شکل زیر صفحه مدوری را نشان می‌دهد که به وسیله سیمی به مرکز جرم صفحه متصل است ،سیم پیچیده گشتاور نیرویی به قرص وار می‌کند و می‌کوشد آن را به موضع p باز گرداند . در این

گشتاور یک بازگرداننده است، که با مقدار پچیدگی یا جابه‌جایی زاویه‌ای متناسب است.

$\tau = -k\theta$ (که k ثابت پیچشی است)

$$\tau = -k\theta \Rightarrow I\ddot{\theta} = -k\theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{k}{I}\theta = ۰ \Rightarrow \theta = \theta_m \mathrm{Cos}(\omega T + \phi) \qquad (۱۴\text{-}۱۳)$$

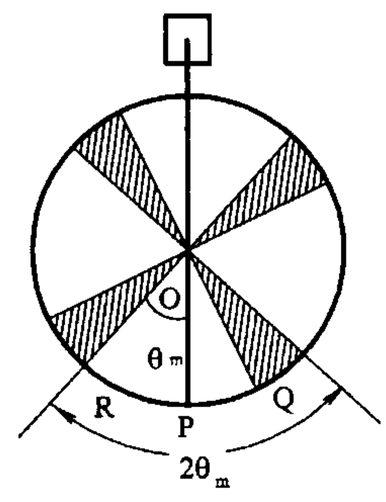
که θ_m بیشینه زاویه‌ای، یعنی دامنه نوسان زاویه‌ای بوده و $\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}$ می‌باشد.

تذکر: گستره زاویه‌ای کل نوسان عبارت است از: $۲\theta_m$ (از OQ تا OR)

دوره تناوب نوسان عبارت است از :

$$T = \frac{۲\pi}{\omega}, \omega = \sqrt{\frac{k}{I}} \qquad (۱۴\text{-}۱۴)$$

$$\Rightarrow \underset{\text{دوره تناوب}}{T} = ۲\pi\sqrt{\frac{I}{k}} \xrightarrow[\text{ثابت پیچشی}]{\text{لختی دورانی}} \frac{T}{T'} \propto \sqrt{\frac{I}{I'}}, \frac{T}{T'} \propto \sqrt{\frac{k'}{k}}$$



۴-۲-۱۴ آونگ فیزیکی (مرکب)

هر جسم صلبی که بتواند در یک صفحه قائم حول محوری که از آن صفحه می‌گذرد تاب بخورد آونگ فیزیکی نامیده می‌شود .

بنابراین دوره تناوب یک آونگ فیزیکی با دامنه کوچک نوسان برابر با :

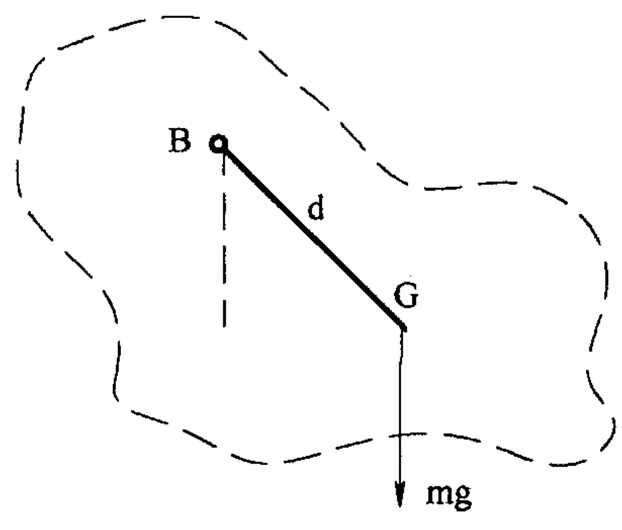
$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} \qquad (۱۴\text{-}۱۵)$$

I: ممان اینرسی جسم

d: فاصله میان محور تا مرکز جرم d

M: جرم جسم

g: شتاب ثقل



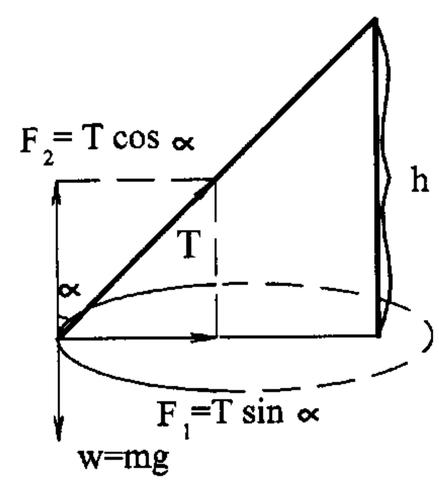
مرکز نوسان : مرکز نوسان نقطه‌ای است که اگر تمام جرم آونگ فیزیکی در آن نقطه از ریسمانی بدون جرم آویزان باشد یک آونگ ساده داریم که دارای همان پریود آونگ فیزیکی است .

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} \Rightarrow \quad L = \frac{I}{Md} \qquad (۱۴-۱۶)$$

L فاصله مرکز نوسان آونگ فیزیکی تا مرکز نوسان است .

۳-۱٤ آونگ یا پاندول مخروطی

دستگاهی است که به انتهای نخی سبک گلوله کوچک m متصل است و این گلوله حول یک محور قائم OZ دوران می‌کند هر چه دوران بیشتر باشد میزان زاویه امتداد گلوله که با محور قائم می‌سازد بزرگتر است و بالعکس و چون گلوله و نخ متصل به آن هنگام حرکت یک سطح مخروطی را می‌سازند، آونگ را مخروطی می‌گویند، هر گلوله در هنگام دوران تحت تأثیر دو نیروی W و کشش نخ T قرار می‌گیرد.



$$F_۲ = W \quad \Rightarrow TCos\alpha = mg$$

$$F_۱ = \underset{\text{نیروی جانب مرکز}}{F} \Rightarrow TSin\alpha = m\omega^۲R \Rightarrow TSin\alpha = m\omega^۲LSin\alpha \Rightarrow T = m\omega^۲L$$

$$\Rightarrow \left\{\frac{TCos\alpha}{T} = \frac{mg}{m\omega^۲L} \Rightarrow Cos\alpha = \frac{g}{L\omega^۲} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{LCos\alpha}} = \sqrt{\frac{g}{h}}\right.$$

$$tg\alpha = \frac{F_۱}{mg} = \frac{mV^۲/R}{mg} = \frac{V^۲}{Rg} \qquad T = ۲\pi\sqrt{\frac{LCos\alpha}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

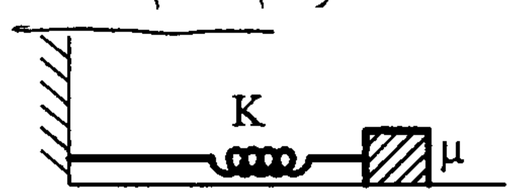
نتایج فرمولهای آونگ مخروطی

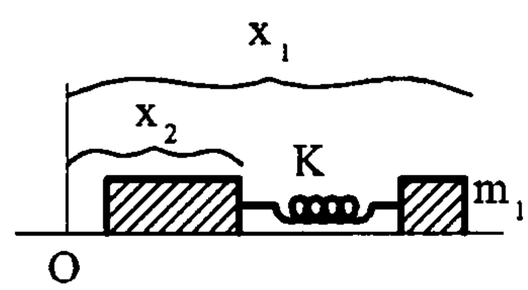
نیروی کشش $T = \frac{mg}{\cos\alpha} = mL\omega^2$

$$\begin{cases} \cos\alpha = g / L\omega^2 \\ T = 2\pi\sqrt{L\frac{\cos\alpha}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \\ tg\alpha = \frac{V^2}{Rg} \\ T = mL\omega^2 \end{cases} \qquad (۱۴-۱۷)$$

۱٤-٤ نوسانات دو جسمی

شکل زیر فنری را نشان می‌دهد که به دو جسم متصل شده است و فرض می‌کنیم که فنر کشیده شده است یعنی $x > 0$ و نیروی وارد از طرف m_2 را با F و از طرف m_1 را با $-F$ نشان می‌دهیم و مقدار نیرو برابر است با : $F = kX$ و $X = X_1 - X_2$





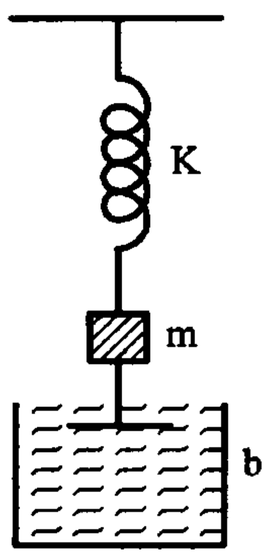
$$\begin{cases} m_1\frac{d^2x_1}{dt^2} = -k(x_1 - x_2) \\ m_2\frac{d^2x_2}{dt^2} = +k(x_1 - x_2) \end{cases} \Rightarrow m_1m_2\frac{d^2(x_1 - x_2)}{dt^2} - m_1m_2\frac{d^2}{dt^2}(x_1 - x_2)$$

$$= -k(m_1 + m_2)x \Rightarrow \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}\frac{d^2}{dx^2}x = -kx$$

توجه : کمیت $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ را جرم کاهیده می‌گویند و با μ نشان می‌دهند . بنابراین پریود نوسانات دستگاه متشکل از دو جسم عبارت است از :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}} \qquad (۱۴-۱۸)$$

۵-۱۴ حرکت هارمونیک میرا



در بررسی حرکت هارمونیک ساده نیروهای مؤثر بر جسم تماما کنسرواتیو بودند و از این رو نوسان در چنین حالتی دائمی بود، اما واقعیت این است که در اثر اصطکاک دامنه نوسان رفته رفته کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد که چنین حرکتی را حرکت هارمونیک میرا می‌گویند.

در شکل ۱ جسمی به جرم m به یک فنر متصل شده است و انتهای دیگر جسم در یک محیط لزج قرار گرفته است . علاوه بر نیروی فنر، نیروی اصطکاک ناشی از محیط لزج نیز به جسم وارد می‌شود.

جسمی را درنظر می‌گیریم که تحت تأثیر نیروی فنر $F = -kx$ و نیروی اصطکاک متناسب با سرعت $f = -bv$ قرار دارد. معادله حرکت این جسم عبارت است از :

$$\sum F = ma$$

$$-kx - bv = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \qquad (۱۴-۱۹)$$

یک چنین تابعی را می‌توان به شکل e^{pt} در نظر گرفت که اگر آن را در معادله قرار دهیم‌خواهیم داشت :

$$mp^2e^{pt} + bpe^{pt} + ke^{pt} = 0 = (mp^2 + bp + k)e^{pt} = 0 \Rightarrow mp^2 + bp + k = 0$$

این معادله یک معادله جبری درجه دوم بر حسب p است و جوابهای آن عبارت است از :

$$p = \frac{-b}{2m} \pm \left[\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}\right]^{1/2} \begin{cases} x_1 = e^{\left\{-\frac{b}{2m} + \left[\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}\right]^{\frac{1}{2}}\right\}t} \\ x_2 = e^{\left\{-\frac{b}{2m} - \left[\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}\right]^{\frac{1}{2}}\right\}t} \end{cases} \qquad (۱۴-۲۰)$$

جواب کلی برابر است با :

$$X = A_1X_1 + A_2X_2$$

توجه : بسته به اینکه مقدار $\left[(\frac{b}{2m})^2 - \frac{k}{m})\right]$ مثبت ، منفی و یا برابر صفر باشد ، می‌توانیم سه جواب مختلف برای هر یک که نشان دهنده حالت خاصی از حرکت نوسانی است داشته باشیم :

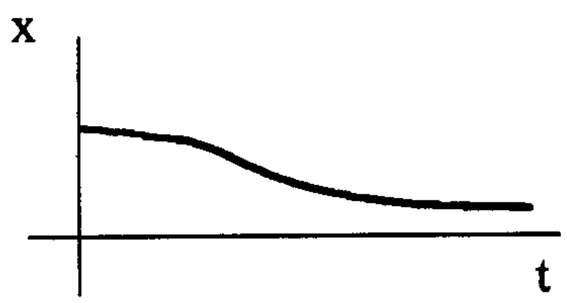
الف) حالت فرامیرا یا فرامیرابی(overdamping یا overdamped)

اگر $\left[(\frac{b}{2m})^2 - \frac{k}{m}\right] > 0 \Rightarrow X = A_1e^{-\gamma_1 t} + A_2e^{-\gamma_2 t}$

$$\left\{\gamma = \frac{b}{2m}, \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases}\gamma_1 = \gamma - \left[\gamma^2 - \omega^2\right]^{1/2} \\ \gamma_2 = \gamma + \left[\gamma^2 - \omega^2\right]^{1/2}\end{cases}\right.$$

اگر $\gamma^2 - \omega^2 > 0 \Rightarrow X = A_1e^{-\gamma_1 t} + A_2e^{-\gamma_2 t}$ معادله حرکت تندمیرا(فرامیرا) (۱۴-۲۱)

منحنی چنین حالتی به صورت زیراست :



ب)حالت کندمیرا

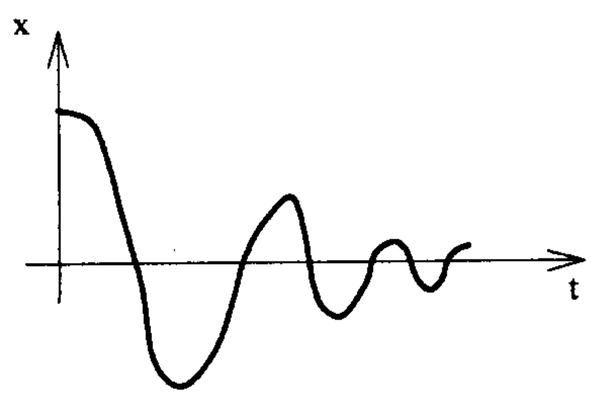
اگر $(\frac{b}{2m})^2 - \frac{k}{m} < 0$ یا $b^2 - 4km < 0$

معادله نوسانی یا فرومیرا

$$\Rightarrow \gamma^2 - \omega^2 < 0 \Rightarrow x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \theta_0) \qquad (۱۴-۲۲)$$

منحنی چنین معادله‌ای به صورت زیر است :

منحنی موقعیت نوسانگر فرومیرا



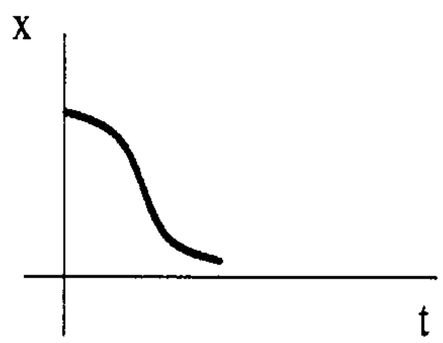
ج) حالت میرایی بحرانی

اگر $(\frac{b}{2m})^2 - \frac{k}{m} = 0$ یا $b^2 - 4km < 0$

$$\Rightarrow \gamma^2 - \omega^2 = 0 \Rightarrow x = (At + B)e^{-\gamma t} \qquad (۱۴-۲۳)$$

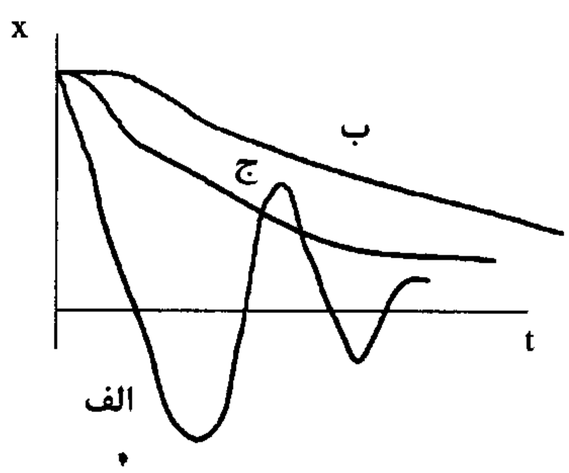
منحنی چنین معادله‌ای به صورت زیر است :

منحنی موقعیت در حالت میرایی و بحرانی



خلاصه هارمونیک میرا :

$$\begin{cases} x = Ae^{-\gamma_1 t} + Be^{-\gamma_2 t} & \text{حرکت تندمیرا} \quad b^2 - 4km > 0 \\ x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \phi) & \text{معادله نوسانی میرا(کندمیرا)} \quad b^2 - 4km < 0 \\ x = (At + B)e^{-\gamma t} & \text{میرایی بحرانی} \quad b^2 - 4km = 0 \end{cases}$$



الف)حرکت فرومیرا یا کندمیرا

ب) حرکت کندمیرا

ج)میرایی بحرانی

مثال : در معادله حرکت $t, x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_1 t + \phi)$ زمان ، x تغییر مکان ، y,A و γ ثابتند این معادله دلالت دارد بر حرکت :

۱- تندمیرا ۲- میرایی بحرانی

۳- نوسانی هماهنگ ۴- نوسانی میرا

بنابر مطالب درسی این حرکت، حرکت نوسانی میرا است یا فرو میرا که گزینه ۴ درست است .

۶-۱۴ نوسانات و اداشته و تشدید

می‌دانیم که بسامد طبیعی جسمی که به یک فنر وصل شده، در صورت وجود نداشتن نیروی اصطکاک برابر است با :

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{k/m}$$

و در صورت وجودنیروی اصطکاک برابر است با :

$$\omega' = ۲\pi\nu' = \sqrt{k/m - (\frac{b}{۲m})^۲} \qquad (۱۴-۲۴)$$

اما اگر جسم تحت تأثیر یک نیروی خارجی نوسانی قرار گیرد (مانند گامهای سربازان که به طور منظم روی پل رژه می‌روند یا ارتعاش منظم یک دیاپازون) چنین نوسانات حاصل را نوسانات واداشته می‌نامند.

بنابر قانون دوم نیوتن داریم :

$$F = ma$$

$$-kx - b\frac{dx}{dt} + F_m \cos\omega'' t = m\frac{dx^۲}{dt^۲}$$

$$m\frac{d^۲x}{dt^۲} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_m \cos\omega'' t \qquad (۱۴-۲۵)$$

$\omega'' = ۲\pi\nu''$

که ω'' بسامد زاویه‌ای واداشته می‌باشد

۷-۱٤ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- گلوله‌ای از بالای سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی که تا زمین ۵ متر ارتفاع دارد پایین می‌آید و روی سطحی مشابه سطح اول بالا می‌رود (حرکت گلوله لغزشی است) دوره تناوب حرکت نوسان گلوله برابر است با : **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)**

۱- ۱ ۲- ۲ ۳- ۳ ۴- ۴

۲- در یک حرکت نوسانی ساده بقای انرژی با استفاده از معادله $F = -Kx$ از رابطه :
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی– حالت جامد ۷۹)

۱- $\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}kx^2 = E$

۲- $\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2 = E$

۳- $\frac{1}{2}mV^2 + mgx = E$

۴- $\frac{1}{2}mV^2 - mgx = E$

۳- معادله‌های حرکت‌نوسانی‌ذره‌ای‌درصفحه x-y به صورت $x = 5\cos\omega t, y = 5\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ است شکل مسیر حرکت ذره کدام است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی حالت جامد ۷۸)

۱- سهمی ۲- بیضی

۳- هذلولی ۴- دایره

۴- در یک نوسانگر ناهماهنگ با پتانسیل $v = kr^3$ و انرژی کل E ، میانگین انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی به ترتیب برابر کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)**

۱- $\frac{2E}{3}, \frac{E}{3}$

۲- $\frac{3E}{5}, \frac{2E}{5}$

۳- $\frac{3E}{4}, \frac{E}{4}$

۴- $\frac{E}{3}, \frac{2E}{3}$

۵-یک حرکت نوسانی ساده ماکزیمم مقادیر سرعت وشتاب به ترتیب : $V_m = 10\ cm/s, a_m = 31/14\ m/s^2$ است . پریود این حرکت بر حسب ثانیه برابر است با : **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۷۷)**

۱- ۱ثانیه ۲- ۲ ثانیه ۳- ۳ ثانیه ۴-۴ ثانیه

۶- جسمی در راستای محور x بر طبق رابطه $x = \cos(\omega t + \phi)$ حول مبدأ مختصات نوسان می‌کند وقتی جسم به مبدأمی‌رسد .....

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه برداری ۷۸)

۱- سرعت و شتاب هر دو صفر هستند

۲- سرعت و شتاب هر دو حداکثر مقدار خود را دارند.

۳- سرعت آن صفر و شتاب آن به حداکثر رسیده است .

۴- سرعت آن به حداکثر مقدار خود رسیده و شتاب آن صفر است .

۷- در یک حرکت نوسانی ساده جسم نوسان کننده از فاصله ۱۰ سانتی متری خود شروع به حرکت می‌کند در صورتی که دامنه این حرکت نوسانی $A = ۱۰\sqrt{۲}$ باشد زاویه $\theta_\circ$ را محاسبه کنید ($\theta_\circ$ اختلاف فاز می‌باشد) .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- $\frac{\pi}{۳}$ ۲- π ۳- $\frac{\pi}{۲}$ ۴- $\frac{\pi}{۴}$

۸- معادله شتاب حرکت برای جسمی که حرکت هماهنگ ساده با دوره تناوب ۵ ثانیه و دامنه ۰/۰۳ متر انجام می‌دهد ، کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا ۸۰)

۱- $۰/۰۳\pi^۲ \mathrm{Sin}(۰/۴\pi t)$ ۲- $۰/۰۰۴۸\ \pi^۲ \mathrm{Sin}(۰/۴\pi t)$

۳- $۰/۰۱۲\ \mathrm{Cos}(۰/۴\pi t)$ ۴- $۰/۰۳\pi \mathrm{Sin}(۰/۴\pi t)$

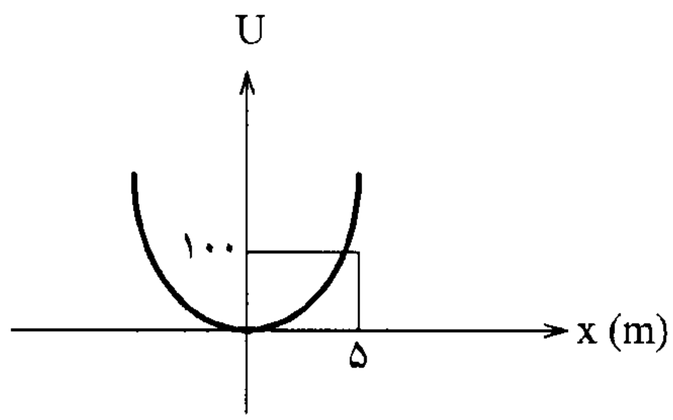
۹- معادله ارتعاش یک ذره به صورت $x = ۱۰\cos(۵t + \phi)$ می‌باشد که در آن x بر حسب سانتی متر و t بر حسب ثانیه است . ماکزیمم سرعت این ذره چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۸۰)

۱- $-۲۵\frac{m}{s}$ ۲- $-۵۰\frac{m}{s}$ ۳- $۲۰\frac{m}{s}$ ۴- $۵۰\frac{m}{s}$

۱۰- ذره‌ای به جرم نیم کیلوگرم تحت تأثیر پتانسیل سهمی شکل مقابل حرکتی متناوب انجام می‌دهد. سرعت زاویه‌ای نوسان این ذره (ω) بر حسب رادیان بر ثانیه کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)



۱- $\frac{۱}{۴}$

۲- $۲\sqrt{۲}$

۳- $۴\sqrt{۵}$

۴- ۴

۱۱- جسمی به جرم ۲ کیلو گرم که به متری با ثابت نیروی $۸\times۱۰^{۳}\,Nm^{-۱}$ متصل شده است . حرکت هماهنگی ساده با ۰/۱۲ متر انجام می‌دهد دوره تناوب نوسان چقدر است ؟
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی فیزیک دریا ۸۰)

۱- $۹/۹\times۱۰^{-۲}$ثانیه ۲- ۹/۹۳ ثانیه ۳- ۹۹۳ ثانیه ۴- ۹۹/۳ثانیه

۱۲- جسمی به جرم ۲۵ گرم و به ضریب $k = ۴۰۰$ دین بر سانتی‌متر دارای حرکت نوسانی ساده است ، فرکانس زاویه‌ای برابر است با :
(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزادرشته ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- $۴rad/s$ ۲- $۸rad/s$ ۳- $۱۲\,rad/s$ ۴- $۱۶\,rad/s$

۱۳- جسمی با مساحت سطح مقطع یکنواخت A وچگالی جرمی ρ در سیالی شناور است و در حالت تعادل حجم V را جابه‌جا می‌کند زمان تناوب نوسانهای کوچک حول وضعیت تعادل عبارت است از :(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی فیزیک اتمی حالت جامد ۷۸)

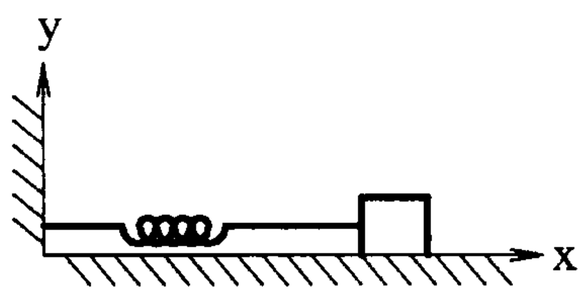
۱- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{gA}{v}}$ ۲- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{A}{v}}$ ۳- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{v}{gA}}$ ۴- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{Vg}{A}}$

۱۴- ذره‌ای به جرم ۴۰ کیلو گرم تحت تأثیر پتانسیل $V(x) = -(۱ - x^{۲})e^{-x^{۲}}$ که در آن x بر حسب مترو V(x) برحسب ژول است، در راستای محور x حرکت می‌کند ، محل تعادل پایدار و زمان تناوب نوسانات کوچک حول این نقطه به ترتیب از راست به چپ بر حسب متر بر ثانیه برابر است با : **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)**

۱- $\frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۰}, -\sqrt{۲}$ ۲- $\frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۰}, \sqrt{۲}$

۳- $\frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۰}, ۰$ ۴- $۰/۲\pi , ۰$

۱۵- یک جرم ۱۰۰ گرمی متصل به فنری بر روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت می‌کند و دارای حرکت ساده نوسانی می‌باشد . دامنه حرکت ۱۶ سانتی متر و دوره تناوب آن ۲ ثانیه است فرض کنید که جرم از حالت سکون در لحظه و $x = ۱۶\,cm$ رها می‌شود جابه‌جایی را به صورت تابعی از زمان بیابید. **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۷)**



۱- $x = ۱۶\cos(\pi t)$

۲- $x = -۱۶\cos(\pi t + \pi)$

۳- $x = ۱۶\cos(\pi t + \pi)$

۴- $x = -۱۶\cos(۲\pi t + \pi)$

۱۶- وزنه‌ای به جرم $۰/۱kg$ مطابق شکل به فنری با ثابت $۱۶۰\ N/m$ متصل است. وزنه را $۱۰cm$ می‌کشیم و رها می‌کنیم. ماکزیمم سرعت وزنه چقدر است ؟ (اصطکاک قابل چشم پوشی است) .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۷۹)

۱- $۲m/s$

۲- $۴m/s$

۳- $۸m/s$

۴- $۱۶\,m/s$

۱۷- در یک حرکت نوسانی ساده ماکزیمم مقادیر سرعت و شتاب به ترتیب $a_m = ۳۱/۴m/s^۲, V_m = ۱cm/s$ پریود حرکت بر حسب ثانیه برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا ۷۷)

۱- ۱ ثانیه

۲- ۲ ثانیه

۳- ۳ ثانیه

۴- ۴ثانیه

۱۸- جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم به فنری با ضریب سختی $۱۰۰۰\ \frac{N}{m}$ متصل است . فرکانس طبیعی این سیستم مرتعش چند هرتز است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۶)**

۱- $\frac{۱۰}{\pi}$

۲- $\frac{۵}{\pi}$

۳- ۱۰π

۴- ۵π

۱۹- جسمی در راستای محور x بر طبق رابطه $x = a\cos(\omega t + \varphi)$ حول مبدأ مختصات نوسان می‌کند . وقتی این جسم به مبدأمی‌رسد.

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۸۰)

۱- انرژیهای پتانسیل و جنبشی آن ، هر دو به حداکثر می‌رسند.

۲- سرعت آن و نیروی وارده بر آن هر دو عدد به حداکثر افزایش می‌یابند.

۳- سرعت و شتاب آن ، هر دو به حداکثر مقدار خود می‌رسند.

۴- شتاب آن صفر و سرعت آن حداکثر است .

۲۰- ذره‌ای در اطراف مبدأ مختصات در حال نوسان است و در لحظه $t = 0$ در نقطه $x = \frac{1}{2}A$ قرار دارد و در حال دورشدن از مبدأ است فاز اولیه ذره را تعیین کنید.

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزاداسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- 60° ۲- 45° ۳- 30° ۴- 90°

۲۱- گلوله‌ای از فنری آویزان بوده طول آن را به اندازه $4/9cm$ افزایش داده است . اگر این گلوله در راستای قائم به نوسان در آید، پریود آن چند ثانیه است ؟ $(g = 9/8m/s^2)$

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۸۰)

۱- $\frac{1}{6/28}$ ۲- $\frac{1}{3/14}$ ۳- $3/14$ ۴- $6/28$

۲۲- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دامنه A و جرم m هنگام عبور از نقطه تعادلش تندی V_0 را دارد ، دوره تناوب آن کدام است؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

۱- $2\pi\sqrt{\frac{A}{kg}}$ ۲- $2\pi\sqrt{\frac{A}{k}}$ ۳- $2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ ۴- $2\pi\frac{A}{V_0}$

۲۳- ذره‌ای دارای حرکت نوسانی ساده به معادله $Y = A\sin\omega t$ می‌باشد در چه نقطه‌ای سرعت آن نصف سرعت ماکزیمم است؟

(کنکورکارشناسی ارشددانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا۷۷)

۱- $\frac{T}{6}$ ۲- $\frac{T}{4}$ ۳- $\frac{T}{8}$ ۴- $\frac{T}{2}$

۲۴- چهار نفر به جرم کلی ۳۰۰kg وقتی در اتومبیلی می‌نشینند فنرهای صندلی را 5cm متراکم می‌کنند هرگاه بار کل روی فنرها ۹۰۰ kg جرم داشته باشد ، دوره نوسان را به دست آورید . **(کنکور کارشناسی ارشدفیزیک پزشکی ۷۵)**

۱- ۰/۷۸s ۲- ۰/۶۴s ۳- ۰/۹۵s ۴- ۰/۵۴s

۲۵- جسمی به جرم m تحت تأثیر نیروی F =kr در یک صفحه در حرکت است . راستای نیرو همواره از مبدأ مختصات می‌گذرد r فاصله لحظه‌ای جسم تا مبدأ و K یک ضریب (ثابت) مثبت است. این جسم از مبدأ با سرعت صفر به حرکت درمی‌آید . سرعت آن در فاصله a از مبدأچیست ؟ **(کنکور کارشناسی ارشدژئو فیزیک و هواشناسی۸۰)**

۱- $\sqrt{\frac{k}{m}}a$ ۲- $\sqrt{\frac{m}{2k}}a$ ۳- $\sqrt{\frac{m}{k}}a$ ۴- $\sqrt{\frac{2k}{m}}a$

۲۶- در یک حرکت هارمونیک ساده هنگامی که ذره در نقطه x_1 است سرعت آن V_1 و در نقطه x_2 دارای سرعت V_2 می‌باشد دوره تناوب حرکت عبارت است از :

(کنکورکارشناسی‌ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی»۸۰)

۱- $2\pi\sqrt{\frac{x_1^2-x_2^2}{V_2^2-V_1^2}}$ ۲- $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{x_1^2-x_2^2}{V_2^2-V_1^2}}$

۳- $2\pi\sqrt{\frac{V_1^2-V_1^2}{x_2^2-x_1^2}}$ ۴- $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2}{V_2^2-V_1^2}}$

۲۷- جسمی دارای حرکت نوسانی ساده می‌باشد در سه ثانیه متوالی دارای بعدهای x_1, x_2, x_3 می‌باشد . ثابت کنید زمان تناوب از رابطه زیر به دست می‌آید.

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاداسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی» ۸۰)

۱- $T=\frac{2\pi}{\text{Arccos}\frac{2x_2}{x_1+x_3}}$ ۲- $T=\text{Arccos}\frac{2x_2}{x_1+x_3}$

۳- $T=\text{Arccos}\frac{2x_2}{x_1-x_3}$ ۴- $T=\frac{2\pi}{\text{Arccos}\frac{x_1+x_3}{2x_2}}$

۲۸- یک ذره دارای حرکت نوسانی ساده می‌باشد . در سه ثانیه متوالی دارای بعدهای ۵و۵ و۱ می‌باشد ثابت کنید زمان تناوب از رابطه زیربه دست می‌آید:

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزادژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $T = \frac{۲\pi}{\text{Arc}\cos\frac{۳}{۵}}$ ۲- $T = \frac{\text{Arc}\cos\frac{۳}{۵}}{۲\pi}$ ۳- $T = \frac{\pi}{\text{Arc}\cos\frac{۳}{۵}}$ ۴- $T = ۲\pi\text{Arc}\cos\frac{۳}{۵}$

۲۹- گلوله‌ای به جرم m از فنر بدون جرمی به ضریب ثابت K آویزان بوده و در راستای قائم نوسان‌می‌کند ، اگر از مقاومت هوا صرف نظر شود ، پریود نوسان این سیستم مساوی است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۸۰)

۱- $\sqrt{\frac{m}{k}}$ ۲- $۲\pi\frac{m}{k}$ ۳- $۲\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ ۴- $۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

۳۰- برای یک پاندول ساده با طول Lپریود نوسانات عبارت است از :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی هواشناسی ۸۰)

۱- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ۲- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L\text{Cos}\theta}{g}}$

۳- $T = \pi^{۲}\sqrt{\frac{L}{g}}$ ۴- $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L\theta}{۲g}}$

۳۱- دوره تناوب آونگی به طول یک متر چقدر است؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا۸۰)

۱- ۴/۸۴ ثانیه ۲- ۱/۹۷ ثانیه ۳- ۲/۸۴ ثانیه ۴- ۱/۴۲ ثانیه

۳۲- از فنر بدون وزنی به طول اولیه L وزنه‌ای آویزان شده است این وزنه طول فنر را به اندازه δ افزایش داده است اگر شتاب ثقل محل g باشد می‌توان نشان داد که مجذور فرکانس طبیعی نوسان این سیستم جرم و فنر ($\omega^{۲}$) مساوی است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۵)

۱- $\frac{g}{۲\delta + L}$ ۲- $\frac{g}{\delta}$ ۳- $\frac{g}{\delta + L}$ ۴- $\frac{g}{\delta + ۲L}$

۳۳- حلقه یکنواختی به شعاع R را از یک نقطه آن در سطح قائم آویزان می‌کنیم و به نوسان کم دامنه در می‌آوریم زمان تناوب آن برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۵)

۱- $۲\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ ۲- $۲\pi\sqrt{\frac{۲R}{g}}$ ۳- $۲\pi\sqrt{\frac{۳R}{۲g}}$ ۴- $۲\pi\sqrt{\frac{g}{۲R}}$

۳۴- طول یک آونگ مخروطی۱/۴۴ متر و نخ هنگام دوران با زاستای قائم‌الزوایه ۶۰ درجه تشکیل می‌دهد پریود آونگ را حساب کنید .

(کنکورکارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاداسلامی ژئوفیزیک «بازمینه زمین‌شناسی علوم‌فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- ۱/۵S ۲- ۱/۷S ۳- ۲/۴S ۴- ۱/۲S

۳۵- یک ساعت آونگ دار در سفینه فضایی در حالت بی‌وزنی است :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۶)

۱- تندتر کار می‌کند. ۲- کمتر کار می‌کند.

۳- گاهی تند و گاهی کند کار می‌کند. ۴- اصلاً کار نمی‌کند.

۳۶- آونگی از سقف یک آسانسور آویزان است. آسانسور با سرعت ثابت به طرف بالا در حرکت بوده ، پریود آونگ ، ۲ثانیه می‌باشد. آسانسور برای توقف ، سرعت خود را به طور یکنواخت کاهش می‌دهد، در نتیجه پریود آونگ به ۴ ثانیه افزایش می‌یابد . شتاب آسانسور برابر کدام است ؟ (کنکور کارشناسی ارشدژئو فیزیک و هواشناسی۸۰)

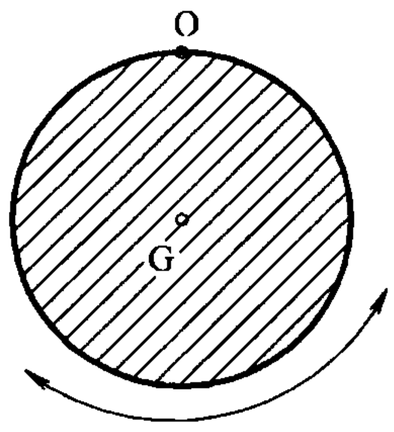
۱- $\frac{۱}{۲}g$ ۲- $\frac{۳}{۴}g$ ۳- g ۴- $۳g$

۳۷- آونگ ساده‌ای از سقف یک آسانسور آویزان است اگر آسانسور با شتاب تند شونده a بالا می‌رود دوره تناوب آونگ $T_۱$ است اگر آسانسور با شتاب کند شونده a بالا رود تناوب آونگ $T_۲$ است نسبت $T_۱$ به $T_۲$ را حساب کنید .

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه‌آزادژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- $\sqrt{\frac{g-a}{a-g}}$ ۲- $\sqrt{\frac{g-a}{g+a}}$ ۳- $\sqrt{\frac{g+a}{g-a}}$ ۴- $\sqrt{\frac{a-g}{g+a}}$

۳۸- قرص یکنواختی به جرم M وشعاع R حول محور افقی که مطابق شکل از نقطه O واقع در محیط قرص می‌گذرد و بر سطح آن عمود است ، نوسان می‌کند . G مرکز گرانش است . با توجه به اینکه مرکز نوسان روی خط OG است ، فاصله آن از نقطه O چقدر است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸و۷۹)**



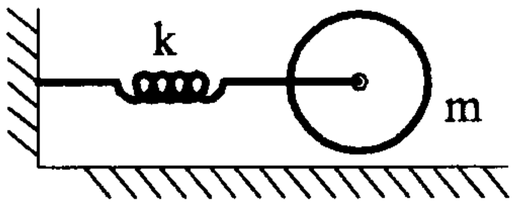
۱- R

۲- ۲R

۳- $\frac{۳}{۲}R$

۴- $\frac{R}{۲}$

۳۹- قرص توپری به جرم m توسط فنری به ثابت k به دیوار متصل است . این قرص بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی فقط می‌غلتد . دوره تناوب نوسانات کوچک آن کدام است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)**



۱- $۲\pi\sqrt{\frac{۳m}{۲k}}$

۲- $۲\pi\sqrt{\frac{m}{۲k}}$

۳- $۲\pi\sqrt{\frac{۲m}{k}}$

۴- $۲\pi\sqrt{\frac{۲m}{۳k}}$

۴۰- فنر لاستیکی با سختی و چگالی یکنواخت به تخته‌ای به جرم m وصل شده است اگر m' جرم فنر و k سختی آن باشد نشان دهید که دوره تناوب درامتداد قائم برابر است با: **(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی– حالت جامد ۸۰)**

۱- $\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{m+\frac{m'}{۳}}{k}}$

۲- $۲\pi\sqrt{\frac{m+\frac{m'}{۳}}{k}}$

۳- $۲\pi\sqrt{\frac{m+m'}{۲k}}$

۴- $۲\pi\sqrt{\frac{۲m+\frac{m'}{۳}}{۲k}}$

۴۱- یک سیستم جرم و فنر از یک مکعب به جرم μ و یک فنر به جرم **m** و به ثابت **k** تشکیل شده است. مکعب می‌تواند بر روی یک سطح بدون اصطکاک بلغزد . مجذور فرکانس طبیعی نوسان این سیستم (ω^2) مساوی است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)

۱- $\frac{k}{\mu+3m}$ ۲- $\frac{k}{3\mu+m}$ ۳- $\frac{k}{\mu+\frac{m}{3}}$ ۴- $\frac{k}{\frac{\mu}{3}+m}$

۴۲- فنریکنواختی به جرم **M** و ضریب **K** به سقف آویزان است. به انتهای دیگر فنر جسمی به جرم **m**متصل است . پریود حرکت دستگاه عبارت است از :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)

۱- $T=2\pi\sqrt{\frac{3m+M}{k}}$ ۲- $T=2\pi\sqrt{\frac{m+M}{3k}}$

۳- $T=2\pi\sqrt{\frac{m+\frac{M}{3}}{k}}$ ۴- $T=2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$

۴۳- گلوله‌ای به جرم **m** ازفنری به جرم **M** و به ضریب **K** آویزان بوده و در راستای قائم نوسان می‌کند . در لحظه‌ای از نوسان سیستم ، انحراف گلوله از حالت تعادل **x** و سرعت آن **v** می‌باشد . انرژیهای جنبشی و پتانسیل لحظه‌ای این سیستم مساوی است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی۷۷)

۱- $\frac{1}{2}(m+\frac{M}{3})V^2,\frac{1}{2}kx^2+mgx$ ۲- $\frac{1}{2}(m+M)V^2,\frac{1}{2}kx^2$

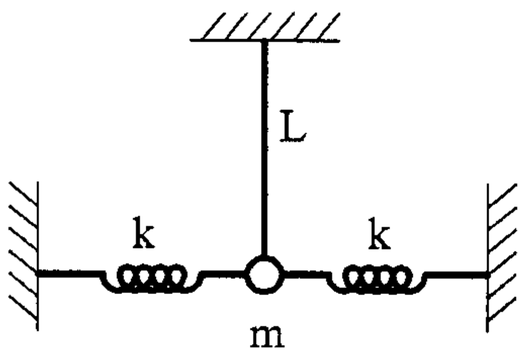
۳- $\frac{1}{2}(m+\frac{M}{3})V^2,\frac{1}{2}kx^2$ ۴- $\frac{1}{2}(m+M)V^2,\frac{1}{2}kx^2+mgx$

۴۴- میله یکنواختی به طول **L** و جرم **m** در یک صفحه افقی حول نقطه ثابت **O** می‌تواند دوران کند یک انتهای این میله به فنری به ثابت **k** و جرم ناچیز که در صفحه افقی قرار دارد بسته شده و سر دیگر به نقطه ثابت **A** وصل است زمان تناوب نوسانات کوچک میله کدام است ؟ **(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۷)**

۱- $2\pi\sqrt{\frac{6m}{k}}$ ۲- $2\pi\sqrt{\frac{2m}{3k}}$ ۳- $2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$ ۴- $2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

۴۵- بسامد زاویه‌ای نوسانات کوچک آونگ ، شکل مقابل کدام است ؟(دو فنر مشابه و بدون جرمند و در حالتی که آونگ به صورت قائم است سیستم در حال تعادل می‌باشد .)

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۰)



۱- $2\sqrt{\frac{k}{m}}+\sqrt{\frac{g}{L}}$

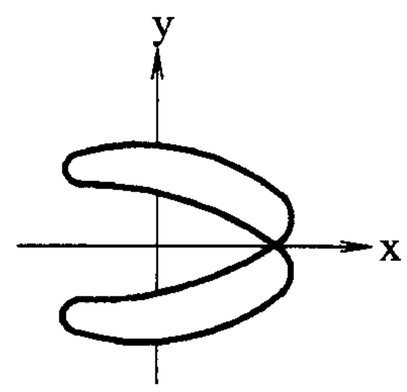
۲- $\sqrt{\frac{2k}{m}}$

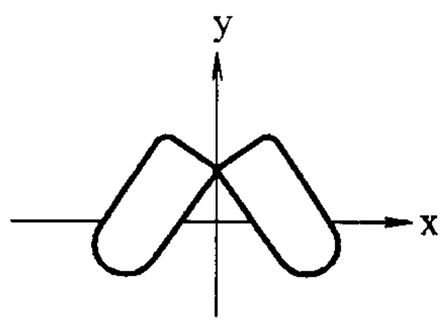
۳- $\sqrt{\frac{k}{m}+\frac{g}{L}}$

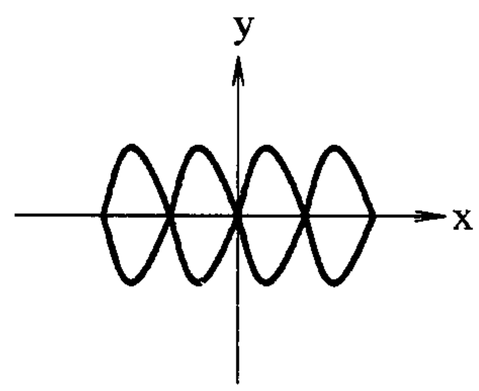
۴- $\sqrt{\frac{2k}{m}+\frac{g}{L}}$

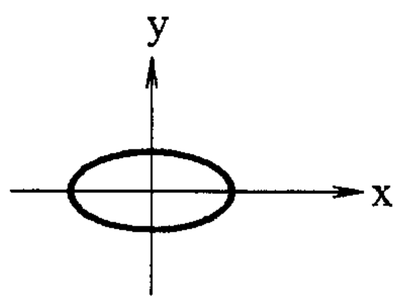
۴۶- ذره‌ای به جرم m تحت تأثیرنیروی $\vec{F}=-Kx\vec{i}-4ky\vec{j}$ در صفحه xy حرکت می‌کند که در آن $k>0$ مسیر ذره کدام‌یک از نمودارها می‌تواند باشد؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)

۱-


۲-


۳-


۴-


۴۷- تابع انرژی پتانسیل ذره‌ای به جرم m در حرکت یک بعدی به صورت زیر است :

$$V(x)=-\frac{1}{2}kx^2$$

و در نتیجه نیرو به صورت $F(x)=kx$ اگر k مقدار ثابت باشد به ازای $x=0$ تعادل ناپایدار دارد . چنان چه شرایط اولیه عبارت از $x=x_0$ و $t=0$, $x=0$ باشد نشان دهید که حرکت آتی یک گریز نمایی به صورت زیر خواهد بود که در آن $\alpha=\sqrt{\frac{k}{m}}$

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد فیزیک اتمی– حالت جامد۸۰)

۱- $x(t) = \frac{x_\circ(e^{\alpha t} + e^{-\alpha t})}{۲}$

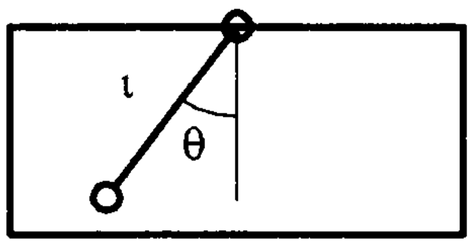
۲- $x(t) = \frac{(e^{\alpha t} - e^{-\alpha t})}{۲}$

۳- $x(t) = \frac{x_\circ^{۲}}{۲}(e^{\alpha t} + e^{-\alpha t})$

۴- $x(t) = ۲x_\circ(e^{\alpha t} - e^{-\alpha t})$

۴۸- (GRE)

آونگی به طول L به سقف آسانسور در نزدیک سطح زمین چسبیده است آسانسور با شتاب $a = \frac{۱}{۲}g$ به سمت بالا حرکت می‌کند . فرکانس خطی ارتعاشات آونگ را تعیین کنید .



۱- $(۱/۲\pi)\sqrt{\frac{۳g}{۲L}}$

۲- $(۱/۲\pi)\sqrt{\frac{۲g}{۳L}}$

۳- $(۱/۲\pi)\sqrt{\frac{g}{L}}$

۴- $(۱/۲\pi)\sqrt{\frac{g}{۲L}}$

۵- $(۱/۲\pi)\sqrt{\frac{۲g}{L}}$

۴۹- منحنی سرعت یک ذره برحسب موضع آن در یک حرکت یک بعدی دایره است.

(کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۱)

۱- مسیر ذره دایره است.

۲- ذره در نوسان است.

۳- مسیر ذره بیضی است.

۴- هیچکدام از احکام بالا صادق نیست.

۵۰- نیروهای حاکم در حرکتهای نوسانی ساده (نوسانگر هماهنگ ساده) که حرکتی سینوسی و یا کسینوسی می‌باشد).

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فلسفه علم ۸۱)

۱- نیروهایی می‌باشند که تابعی از سینوس و کسینوس وابسته به زمانند یعنی نسبت به زمان تکرارمند و پریودیکند.

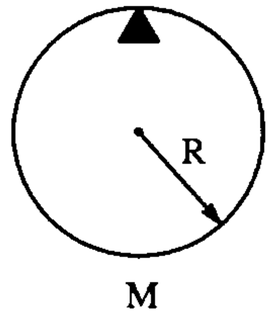
۲- نیروهایی تابع زمان بوده و در هر لحظه نسبت به زمان متغیرند.

۳- نیروهایی پایستار می‌باشند چون مشتق شده از حوزه پتانسیل اسکالر بوده و مستقل از زمانند.

۴- نیروهایی که انرژی کل آنها تابع فقط موقعیت مکانی بوده و در نتیجه تابع زمانند.

۵۱- حلقه‌ای به جرم M و شعاع R از نقطه‌ای واقع بر لبه‌اش آویزان است (مطابق شکل) طول آونگ ساده همزمان با این آونگ مرکب کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)



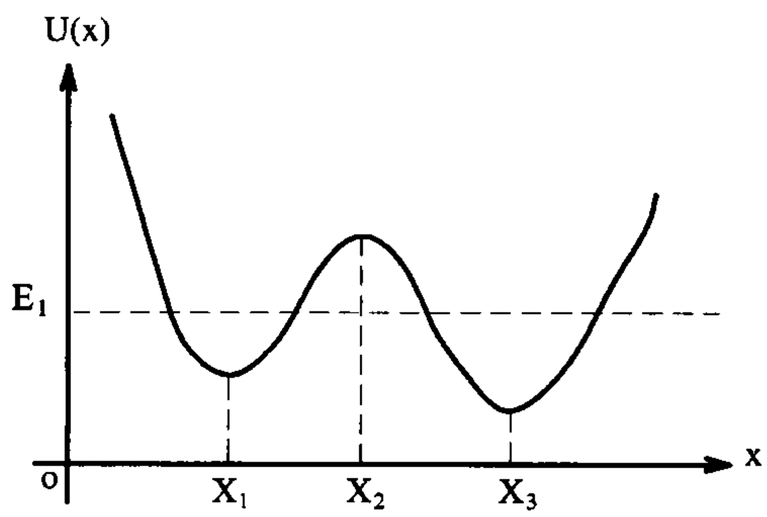
۱- $\frac{R}{۲}$

۲- R

۳- $\frac{۳R}{۲}$

۴- $۲R$

۵۲- ذره‌ای تحت تأثیر پتانسیل یک بعدی $U(x)$ مطابق شکل روی محور x در حرکت است. انرژی ذره $E_۱$ است و از نقطه $x_۱$ به سمت $x_۲$ در حرکت است. کدام گزینه درست است؟ (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی– حالت جامد و کاربردی ۸۱)



۱- به نقطه $x_۲$ نخواهد رسید.

۲- پس از گذشتن از $x_۲$ حول نقطه $x_۳$ نوسان خواهد کرد.

۳- در نقطه $x_۲$ متوقف خواهد شد اما تعادل آن ناپایدار است.

۴- پس از رسیدن به $x_۲$ به طرف نقطه $x_۱$ برخواهد گشت.

۵۳- ذره‌ای به جرم m در یک بعدتحت تأثیر پتانسیل $V(x) = -\frac{a}{x} + \frac{b}{x^۲}$ قرار دارد. ω بسامد زاویه‌ای ذره حول نقطه تعادل آن کدام است؟(a و b مقادیر ثابت مثبت هستند.) (کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک اتمی – حالت جامد و کاربردی ۸۱)

۱- $\frac{۲a^۲}{b\sqrt{mb}}$

۲- $\frac{a^۲}{۲b\sqrt{mb}}$

۳- $\frac{a^۲}{۴b\sqrt{mb}}$

۴- $\frac{a^۲}{۲b\sqrt{mb}}$

۵۴- ذره‌ای بـه جـرم m در یک بعد تحـت تأثیر نیـروی پـایستار بـا انـرژی پتانسیل $V(x) = \frac{cx}{x^{۲} + a^{۲}}$ حرکت می‌کند. a و c مقادیر ثابت مثبتی هستند. مکان ترازمندی پایدار و دوره نوسانهای کوچک حول آن کدام است؟ **(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)**

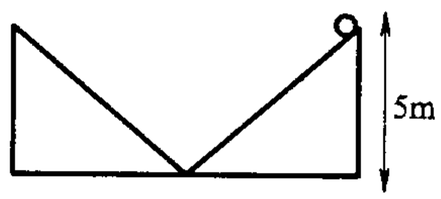
۱- $x = -a \ , \ T = (۲\pi)\left(\frac{ma^{۳}}{c}\right)^{\frac{۱}{۲}}$

۲- $x = -a \ , \ T = (۲\pi)\left(\frac{۲ma^{۳}}{c}\right)^{\frac{۱}{۲}}$

۳- $x = +a \ , \ T = (۲\pi)\left(\frac{ma^{۳}}{c}\right)^{\frac{۱}{۲}}$

۴- $x = +a \ , \ T = (۲\pi)\left(\frac{ma^{۳}}{c}\right)^{\frac{۱}{۲}}$

۸-۱۴ پاسخنامه تشریحی



۱-۴)

t = زمان حرکت تا پایین سطح

۴t = زمان رفت و برگشت تا نقطه اول = دوره تناوب

حرکت لغزشی $\Rightarrow$ جابه‌جایی جسم در امتداد y $= ۵ = \frac{۱}{۲}(۱۰)t^۲ \Rightarrow t = ۱ \Rightarrow ۴t = ۴S$

۲-۲)

$$F = -kx \Rightarrow U(x) = -\int_۰^x (-kx)dx = \frac{۱}{۲}kx^۲$$

$$E_k + U(x) = E \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^۲ + \frac{۱}{۲}kx^۲ = E =$$ انرژی کل

۳-۴)

$$x = ۵Cos\omega t$$

$$y = ۵Cos(\omega t + \frac{\pi}{۲}) = ۵Sin\omega t$$

$$x^۲ + y^۲ = ۲۵\,Cos^۲\omega t + ۲۵\,Sin^۲\omega t = ۲۵\,(Cos^۲\omega t + Sin^۲\omega t) = ۲۵ = (۵)^۲$$

بنابراین داریم : $(x-۰)^۲ + (۶-۰)^۲ = ۵^۲$ و این معادله دایره‌ای به مرکز $(۰,۰)$ و شعاع ۵ است .

۴-۳)

دامنه نوسان $= R \Rightarrow$ انرژی کل $E = kr^۳ = V_{max}$

$$\overline{V} = \frac{۱}{R}\int_۰^R Vdr = \frac{۱}{R}\int_۰^R kr^۳dr = \frac{kR^۳}{۴} = \frac{E}{۴}$$

$$E = E_k + V(r), \overline{V} = \frac{E}{۴} \Rightarrow \overline{E}_K = E - \frac{E}{۴} = \frac{۳E}{۴}$$

۵-؟)

$$V_{max} = ۱۰cm/s = y_m\omega = ۰/۱m/s$$

$$a_{max} = ۳۱/۴m/s^۲ = y_m\omega^۲$$

$$\Rightarrow \frac{a_{max}}{V_{max}} = \omega = \frac{۳۱/۴}{۰/۱} = ۳۱۴ = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{۳۱۴} = ۰/۰۲S$$

(۴-۶

$x = Cos(\omega t + \varphi)$ و در مبدأ $x = ۰ \Rightarrow Cos(\omega t + \varphi) = ۰$

در مبدأ $(\omega t + \varphi) = (۲n + ۱)\frac{\pi}{۲}, n = ۰,۱,۲,.....$

می‌توان با مشتق‌گیری از معادله x ، معادله سرعت را به دست آورد.

$$V = \frac{dx}{dt} = -\omega Sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^۲ Cos(\omega t + \varphi)$$

$$(\omega t + \varphi) = (۲n + ۱)\frac{\pi}{۲} \Rightarrow Sin(\omega t + \varphi) = \pm ۱$$

بنابراین $a = ۰$, $V = \pm\omega$ بنابراین شتاب صفر و سرعت حداکثر است.

(۴-۷

$$x = ASin(\omega t + \theta_۰)$$

$$t = ۱۰ \Rightarrow ۱۰ = ۱۰\sqrt{۲}Sin(۰ + \theta_۰) \Rightarrow Sin\theta = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow \theta_۰ = \frac{\pi}{۴}$$

(۲-۸

$$y_m = ۰/۰۳ \ , T = ۵s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۵} = ۰/۴\pi$$

$$a_{max} = y_m\omega^۲ = ۰/۰۳(۰/۴\pi)^۲ = ۰/۰۰۴۸\ \pi^۲$$

$$\Rightarrow y = ۰/۰۰۴۸\ \pi^۲ Sin(۰/۴\pi t)$$

(؟-۹

$x = ۱۰Cos(۵t + \phi), cm$ برحسب $x \Rightarrow cm/s$ برحسب V

$$V = \frac{dx}{dt} = -۱۰(۵)Sin(۵t + \phi) = -۵۰Sin(۵t + \phi)$$

$$\Rightarrow V_{max} = ۵۰cm/s = ۰/۵m/s$$

تمام گزینه‌ها بر حسب m/s است .

۱۰-۴) به دو روش می‌توان به این آزمون جواب داد.

۱- با توجه به معادله سهمی یعنی $U = ۴x^۲$ و پتانسیل $U = \frac{۱}{۲}kx^۲$ می‌توان یک ضریب k برای این مسأله در نظر گرفت .

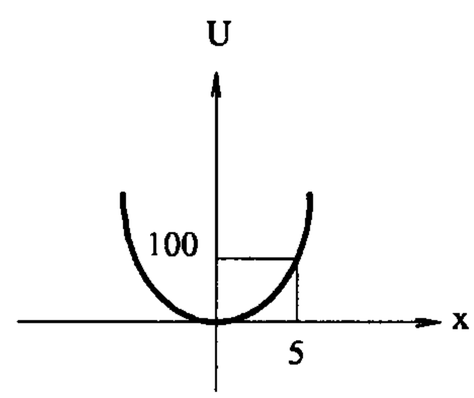
$$\frac{۱}{۲}k = ۴ \Rightarrow k = ۸$$

و با توجه به زمان تناوب حرکت نوسانی

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱/۲}{۸}} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = ۴rad/s$$

۲- با استفاده ازفرمول سرعت یا فرکانس زاویه‌ای نوسانات کم دامنه است .

$$\omega = \sqrt{\frac{۱}{m}\frac{d^۲U}{dx^۲}\Big|_{x_{min}}} \quad \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{۱}{۱/۲}(۸)} = ۴\frac{rad}{sec}$$



۱۱-۱)

$$m = ۲kg \quad , k = ۸\times۱۰^۳ Nm^{-۱}$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۸\times۱۰^۳}{۲}} = \sqrt{۴\times۱۰^۳} = ۱۰\sqrt{۴۰} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{۱۰\sqrt{۴۰}} = ۹/۹\times۱۰^{-۲}S$$

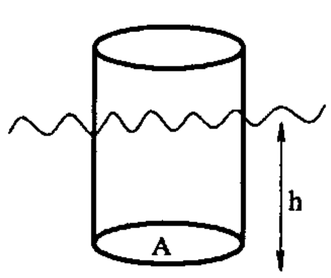
۱۲-۱)

$$K = ۴۰۰\ \frac{\text{دین}}{cm^۲} \ , m = ۲۵\,gr$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۴۰۰}{۲۵}} = ۴rad/s$$

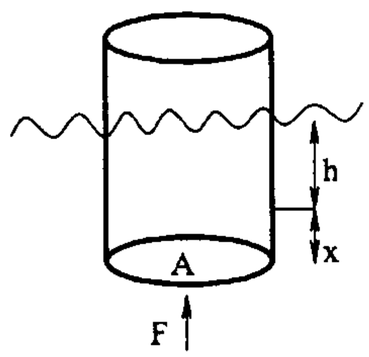
توجه شود که هر دو مقدار k و m در یک سیستم هستند.

۱۳-۳)



M= جرم جسم و V=Ah حجم مایع جابه‌جا شده

جرم مایع جابه جا شده $M = \rho Ah$ طبق قانون ارشمیدس : در حال تعادل



حال اگر جسم را به اندازه x داخل مایع فرو ببریم نیرویی برابر وزن مایع جابه جا شده به جسم به طرف بالا وارد می‌شود.

$$F = -(\rho Ax)g = -kx$$

بنابراین :

$$k = \rho Ag \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{\rho Ag}{\rho Ah}}$$

$$\Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{h}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{(\frac{V}{A})}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{V}{Ag}}$$

(۴-۱۴

در نقطه تعادل $F(x) = -\frac{dU}{dx} = ۰ \Rightarrow \frac{d}{dx}(۱-x^۲)e^{-x^۲} = ۰$

$$\Rightarrow (-۲x)e^{-x^۲} + (۱-x^۲)(-۲x)e^{-x^۲} = ۰ \Rightarrow -۴x + ۲x^۳ = ۰$$

$$\Rightarrow x = ۰ \ , \ x = \sqrt{۲}$$

$$U(x=۰) = -(۱-۰)e^{-۰} = -۱ \quad , U(x=\sqrt{۲}) = -(۱-۲)e^{-۲} = e^{-۲}$$

چون $U(۰) < U(\sqrt{۲})$ است پس $X = ۰$ نقطه min و نقطه تعادل پایدار است.

$$\omega^۲ = \frac{۱}{m}\frac{d^۲U(x)}{dx^۲}\bigg|_{x=۰} \quad , m = ۰/۰۴\,kg$$ پایدار است

$$U(x) = -(۱-x^۲)e^{-x^۲} \Rightarrow \frac{d^۲U}{dx^۲} = ۲e^{-x^۲} + ۲x(-۲x)e^{-x^۲}$$

$$+ ۲(۱-x^۲)e^{-x^۲} + ۲x(-۲x)e^{-x^۲} + ۲x(۱-x^۲)(-۱x)$$

$$\frac{d^۲U}{dx^۲}\bigg|_{x=۰} = ۴ \quad \Rightarrow \omega^۲ = \frac{۱}{۰/۰۴}(۴) = ۱۰۰ \ \Rightarrow \omega = ۱۰\,rad/s$$

$$T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{۱۰} = ۰/۲\pi$$

(۱-۱۵

$$X_m = ۱۶\,cm, \ T = ۲S$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi rad/s \Rightarrow x = ۱۶\,Sin(\pi t + \varphi)$$

$$t = ۰ \Rightarrow x = ۱۶\,cm \Rightarrow ۱۶ = ۱۶\,Sin(۰ + \varphi)$$

$$\Rightarrow Sin\varphi = ۱ \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = ۱۶\,Sin(\pi t + \frac{\pi}{۲}) = ۱۶\,Cos\pi t$$

البته گزینه (۲) نیز درست است چرا که $Cos(\pi t + \pi) = -Cos\pi t$

$$x = -۱۶\,Cos(\pi t + \pi) = ۱۶\,Cos\pi t$$

(۲-۱۶

$$y_m = ۱۰\,cm = ۰/۱m \;\; , k = ۱۶۰\;\; N/m, m = ۰/۱kg$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۱۶۰}{۰/۱}} = \sqrt{۱۶۰۰} = ۴۰\,s^{-۱}$$

$$V_{max} = y_m\omega = ۰/۱(۴۰) = ۴m/s$$

(۲-۱۷

$$V_m = y_m\omega \;,\; a_m = y_m\omega^۲$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{a_m}{V_m} = \frac{۳۱/۴}{۱۰} = ۳/۱۴ = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲(۳/۱۴)}{T}$$

$$\Rightarrow T = ۲S$$

(۲-۱۸

$$m = ۱۰\,kg \;\; ,k = ۱۰۰۰\;\; N/m \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۱۰۰۰}{۱۰}} = ۱۰\,rad/s$$

$$\omega = ۲\pi\nu \Rightarrow \nu = \frac{۱۰}{۲\pi} = \frac{۵}{\pi}$$

(۴-۱۹

$$x = aCos(\omega t + \varphi)$$

$$v = \dot{x} = -a\omega\,Sin(\omega t + \varphi), \ddot{x} = -a\omega^۲Cos(\omega t + \varphi)$$

در مبدأ $x = ۰ \Rightarrow Cos(\omega t + \varphi) = ۰ \Rightarrow a = ۰$

$$Cos(\omega t + \varphi) = ۰ \Rightarrow Sin(\omega t + \varphi) = \pm ۱ \Rightarrow |\dot{x}| = a\omega = V_{max}$$

(۳-۲۰

$$x = A\;Sin(\omega t + \varphi) \;\; ,t = ۰ \Rightarrow x = \frac{A}{۲}$$

$$\frac{A}{۲} = A\;Sin(۰ + \varphi) \Rightarrow Sin\varphi = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \varphi = ۳۰^\circ$$

۲۱-؟)

$$F = kx \Rightarrow mg = kx\,,\ x = ۴/۹cm = ۴/۹\times ۱۰^{-۲}m$$

$$\Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{x} = \frac{۹/۸}{۴/۹\times ۱۰^{-۲}} = ۲\times ۱۰^{۲} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = ۱۰\sqrt{۲}$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{۱۰\sqrt{۲}}$$

۲۲-۴)

$$\text{انرژی کل} = \frac{۱}{۲}mV_{\circ}^{۲} + \circ = \circ + \frac{۱}{۲}kA^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{V_{\circ}^{۲}}{A^{۲}} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\pi\frac{A}{V_{\circ}}$$

۲۳-۱)

$$y = A\sin\omega t \Rightarrow v_{max} = A\omega\,,\ V = A\omega\cos\omega t$$

$$\frac{A}{۲} = A\cos\omega t \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t = \frac{T}{۶}$$

۲۴-۱)

$$M = ۳۰۰\ kg\,,\ F = Mg = kx\ \ ,x = ۰/۰۵\,m$$

$$\Rightarrow (۳۰۰)(۹/۸) = k(۰/۰۵) \Rightarrow k = ۵۸۸۰۰\ \ N/m$$

$$M = ۹۰۰\ kg \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۵۸۸۰۰}{۹۰۰}} = ۸\ rad/s$$

$$\Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{r} = ۰/۷۸S$$

۲۵-۱)

$$F = kr$$

راستای نیرو همواره از مبدأ مختصات می‌گذرد. $\Rightarrow \vec{F} = -kr\ \ \hat{r} = -k\vec{r}$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{r}} \Rightarrow m\ddot{\vec{r}} + k\vec{r} = \circ \Rightarrow \ddot{\vec{r}} + \frac{k}{m}\vec{r} = \circ$$

بنابراین معادله بالا معادله یک حرکت نوسانی هماهنگ ساده است و $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$r = a \Rightarrow V = r\omega = a\sqrt{\frac{k}{m}}$$

۲۶-۱) در حرکت هارمونیک ساده جرم m تحت نیروی $F = -kx$ و در نتیجه دارای انرژی پتانسیل $U(x) = \frac{۱}{۲}kx^{۲}$ است .

$$\begin{cases} \text{انرژی کل} \quad E = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + \frac{۱}{۲}kx^{۲} = \text{ثابت} \\ m\ddot{x} = -kx \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = ۰ \quad \frac{k}{m} = \omega^{۲} \end{cases}$$

$$\frac{۱}{۲}mV_{۱}^{۲} + \frac{۱}{۲}kx_{۱}^{۲} = \frac{۱}{۲}mV_{۲}^{۲} + \frac{۱}{۲}kx_{۲}^{۲} \Rightarrow \omega^{۲}(x_{۲}^{۲} - x_{۱}^{۲}) = V_{۱}^{۲} - V_{۲}^{۲}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{V_{۱}^{۲} - V_{۲}^{۲}}{X_{۲}^{۲} - X_{۱}^{۲}}} = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{X_{۲}^{۲} - X_{۱}^{۲}}{V_{۱}^{۲} - V_{۲}^{۲}}} = ۲\pi\sqrt{\frac{X_{۱}^{۲} - X_{۲}^{۲}}{V_{۲}^{۲} - V_{۱}^{۲}}}$$

۲۷-۴)

$$\begin{cases} x_{۱} = A\mathrm{Sin}(\omega t) \\ x_{۲} = A\mathrm{Sin}[\omega(t+۱)] = A\mathrm{Sin}(\omega t + \omega) \\ x_{۳} = A\mathrm{Sin}[\omega(t+۲)] = A\mathrm{Sin}(\omega t + ۲\omega) \end{cases}$$

$$\frac{x_{۱} + x_{۳}}{۲x_{۲}} = \frac{\mathrm{Sin}\omega t + \mathrm{Sin}(\omega t + ۲\omega)}{۲\mathrm{Sin}(\omega t + \omega)}$$

$$= \frac{\mathrm{Sin}\omega t + \mathrm{Sin}(\omega t + \omega)\mathrm{Cos}\omega + \mathrm{Sin}\omega\mathrm{Cos}(\omega t + \omega)}{۲\mathrm{Sin}(\omega t + \omega)}$$

$$= \frac{\mathrm{Sin}\omega t + \mathrm{Sin}\omega[\mathrm{Cos}\omega t\mathrm{Cos}\omega - \mathrm{Sin}\omega t\,\mathrm{Sin}\omega] + \mathrm{Sin}(\omega t + \omega)\mathrm{Cos}\omega}{۲\mathrm{Sin}(\omega t + \omega)}$$

$$= \frac{\mathrm{Sin}\omega t[۱ - \mathrm{Sin}^{۲}\omega] + \mathrm{Cos}\omega t\mathrm{Sin}\omega\mathrm{Cos}\omega + \mathrm{Sin}(\omega t + \omega)\mathrm{Cos}\omega}{۲\mathrm{Sin}(\omega t + \omega)}$$

$$= \frac{\mathrm{Sin}\omega t\mathrm{Cos}^{۲}\omega + \mathrm{Cos}\omega t\mathrm{Sin}\omega\mathrm{Cos}\omega + \mathrm{Sin}(\omega t + \omega)\mathrm{Cos}\omega}{۲\mathrm{Sin}(\omega t + \omega)}$$

$$\frac{\mathrm{Cos}\omega[\mathrm{Sin}\omega t\mathrm{Cos}\omega + \mathrm{Cos}\omega t\mathrm{Sin}\omega] + \mathrm{Sin}(\omega t + \omega)\mathrm{Cos}\omega}{۲\mathrm{Sin}(\omega t + \omega)}$$

$$\frac{\text{Cos}\omega\text{Sin}(\omega t+\omega)+\text{Sin}(\omega t+\omega)\text{Cos}\omega}{۲\text{Sin}(\omega t+\omega)}=\text{Cos}\omega$$

$$\Rightarrow \frac{x_۱+x_۳}{۲x_۲}=\text{Cos}\omega \Rightarrow \omega=\text{Cos}^{-۱}\frac{x_۱+x_۳}{۲x_۲}=\frac{۲\pi}{T}$$

$$\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{\text{Cos}^{-۱}\frac{x_۱+x_۳}{۲x_۲}}$$

۲۸-۱)

$x_۱=۵ \quad x_۲=۵ \quad x_۳=۱$

همان‌گونه که در تست قبل اثبات شد.

$$T=\frac{۲\pi}{\text{ArcCos}\frac{x_۱+x_۳}{۲x_۲}}=\frac{۲\pi}{\text{ArcCos}\frac{۵+۱}{۲(۵)}}=\frac{۲\pi}{\text{ArcCos}\frac{۳}{۵}}$$

۲۹-۴)

$$m\ddot{x}=-kx \Rightarrow \ddot{x}+\frac{k}{m}x=۰ \Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{۲\pi}{T}$$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

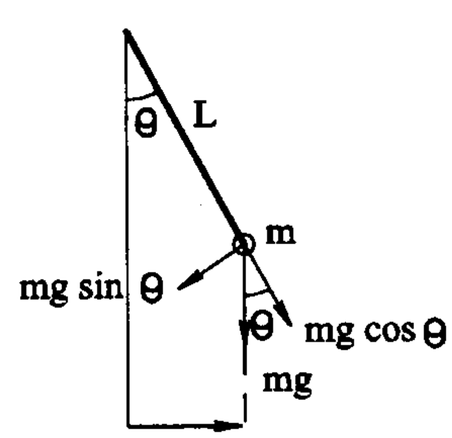
۳۰-۱)

$$\text{کوچک}\,\theta \Rightarrow \text{Sin}\cong\theta\cong\frac{x}{L}$$

$$\Rightarrow mg\text{Sin}\theta=-mg\theta=-mg\frac{x}{L}=F=\text{نیروی بازگرداننده}$$

$$F=m\ddot{x}=-mg\frac{x}{L}\Rightarrow \ddot{x}+\frac{g}{L}x=۰$$

$$\omega^۲=\frac{g}{L}\Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{T}=\sqrt{\frac{g}{L}}\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$



نیروی $-mg\text{Sin}\theta$ مانند نیروی $-kx$ یک نیروی بازگرداننده است که سبب نوسان آونگ می‌شود.

(۲-۳۱

$$\begin{cases}\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=۲(۳/۱۴)\sqrt{\frac{۱}{۹/۸}}\cong ۱/۹۸ \text{ ثانیه}\\ L=۱m\ \ ,g=۹/۸\end{cases}$$

(۲-۳۲

$$F=k(\Delta x)\Rightarrow mg=k\delta\Rightarrow k=\frac{mg}{\delta}$$

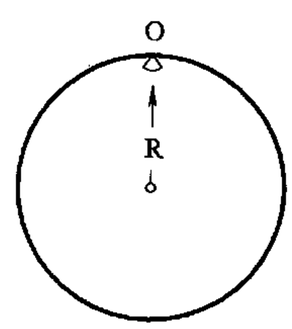
$$\omega^{۲}=\frac{k}{m}=\frac{(\frac{mg}{\delta})}{m}=\frac{g}{\delta}$$

(۴-۳۳

$$\omega=\sqrt{\frac{I_{\circ}}{mgd}}$$ فاصله مرکز ثقل تا مرکز نوسان $d=R$

$$I_{\circ}=I_{cm}+Mh^{۲}=MR^{۲}+M(R)^{۲}=۲MR^{۲}$$

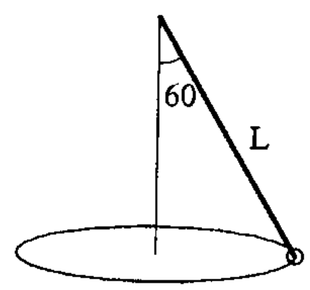
$$\omega=\sqrt{\frac{۲MR^{۲}}{MgR}}=\sqrt{\frac{۲R}{g}}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۲\pi\sqrt{\frac{g}{۲R}}$$



(۲-۳۴

$$L=۱/۴۴m\ \ ,\theta=۶۰^{\circ}$$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{LCos\theta}{g}}=۲\pi\sqrt{\frac{۱/۴۴(\frac{۱}{۲})}{۹/۸}}=۱/۷S$$



۳۵-۴) به علت بی‌وزنی $g=\circ$ و آونگ اصلاً نوسان نمی‌کند چون نیروی برگرداننده‌ای وجود ندارد.

۳۶-۲) وقتی با شتاب کند شونده a بالا می‌رود $g'=g-a$

$g'=g$ هنگامی که سرعت ثابت است $\Rightarrow$ پریود $T=۲S$

$$T'=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}=۴\ \ ,T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=۲$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{g-a}{g}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۴(g-a) = g \Rightarrow a = \frac{۳g}{۴}$$

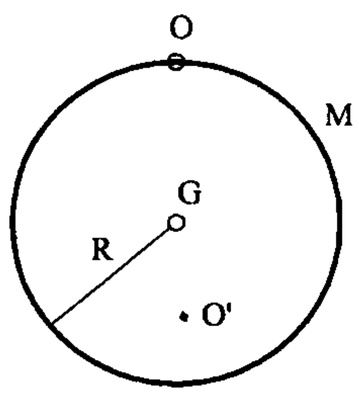
۳۷-۲)

با شتاب تند شونده a بالا رود. $\Rightarrow g' = g + a \rightarrow T_۱ = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}}$

با شتاب کند شونده a بالا رود. $\Rightarrow g' = g - a \rightarrow T_۲ = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}$

$$\frac{T_۱}{T_۲} = \sqrt{\frac{g-a}{g+a}}$$

۳۸-۳)



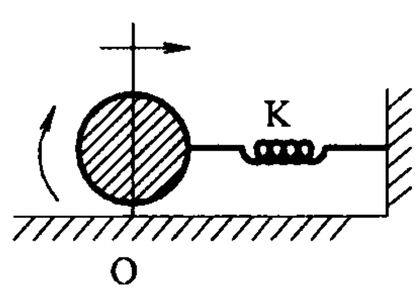
$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{I}{Md}$$

$\frac{۱}{۲}MR^۲$ ممان اینرسی نسبت به مرکز G است .

$$I = \frac{۱}{۲}MR^۲ + MR^۲ = \frac{۳}{۲}MR^۲ \Leftarrow (h = R)$$

$$L = \frac{I}{Md} = \frac{(\frac{۳}{۲})MR^۲}{MR} = \frac{۳}{۲}R$$

۳۹-۱) بنابر قانون بقای انرژی داریم :



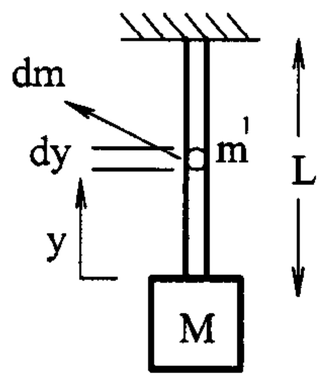
$$E = \frac{۱}{۲}MV^۲ + \frac{۱}{۲}I\omega^۲ + \frac{۱}{۲}kx^۲ \quad ①$$

و با توجه به ثابت بودن انرژی E داریم : $\frac{dE}{dt} = ۰ \quad ②$

$$E = \frac{۱}{۲}MV^۲ + \frac{۱}{۲}(\frac{MR^۲}{۲})(\frac{V}{R})^۲ + \frac{۱}{۲}kx^۲ = \frac{۳}{۴}MV^۲ + \frac{۱}{۲}kx^۲$$

با توجه به رابطه ۲ و مشتق گیری نسبت به زمان داریم :

$$\frac{dE}{dt} = ۰ \Rightarrow \frac{d^۲x}{dt^۲} + \frac{۲k}{۳M}x = ۰ \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{۳M}{۲k}}$$



۴۰-۲) انرژی جنبشی فنر $E_{k۲}: m'$ و انرژی جنبشی جرم $E_{k۱}: m$

$$E = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + E_{k۲} + \frac{۱}{۲}kx^{۲}$$

برای محاسبه انرژی جنبشی کل طول L از فنر لاستیکی‌انرژی جنبشی هر المان dM از آن را حساب می‌کنیم ، اگر انتهای فنر را به اندازه x کشیده شود وسط ریسمان $(y = \frac{L}{۲})$ به اندازه $\frac{x}{۲}$ و نقطه $y = \frac{L}{۳}$ به اندازه $\frac{x}{۳}$ کشیده می‌شود در حالی که نقطه متصل به سقف $(y = L)$ کشیده نمی‌شود.

پس هر المان dy به فاصله y از جسم M ، به اندازه $\frac{(L-y)x}{L}$ کشیده می‌شود بنابراین $\frac{V_y}{V} = \frac{L-y}{L}$ و $dE_{k۲} = \frac{۱}{۲}(dM)V_y^{۲}$ انرژی جنبشی المان dM فنر و V سرعت انتهای فنر یعنی نقطه چسبیده بـه جسم است $(y = ۰)$ که همان سرعت جسم است .

$$dE_{k۲} = \frac{۱}{۲}(\frac{m'}{L}dy)(\frac{L-y}{L}v)^{۲} = \frac{m'V^{۲}}{۲L^{۳}}(L-y)^{۲}dy$$

$$E_{k۲} = \int_{۰}^{L}\frac{m'V^{۲}}{۲L^{۳}}(L-y)^{۲}dy = \frac{۱}{۶}m'V^{۲}$$

$$\text{انرژی کل}\ E = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + \frac{۱}{۶}m'V^{۲} + \frac{۱}{۲}kx^{۲} = \frac{۱}{۲}(m + \frac{m'}{۳})(\frac{dx}{dt})^{۲} + \frac{۱}{۲}kx^{۲}$$

$$\frac{dE}{dt} = ۰ \Rightarrow (m + \frac{m'}{۳})\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}} + kx = ۰ \Rightarrow \frac{d^{۲}x}{dt^{۲}} + (\frac{k}{m + \frac{m'}{۳}})x = ۰$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{m'}{۳}}} = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m'}{۳}}{k}}$$

۴۱-۴) همان‌گونه که در تست قبل اثبات شد $(\mu = m')$.

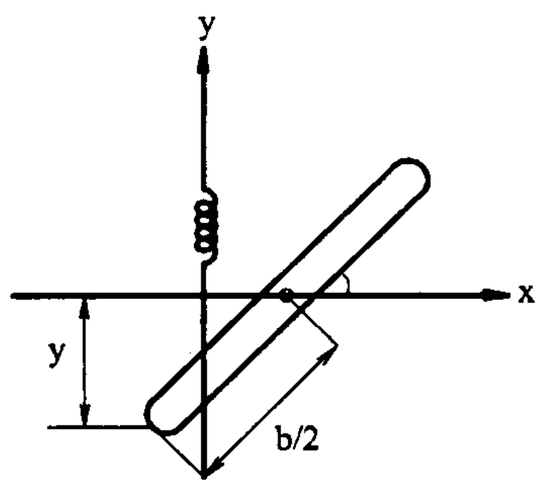
$$\frac{d^{۲}x}{dt^{۲}} + \left(\frac{k}{m + \frac{\mu}{۳}}\right)x = ۰ \Rightarrow \omega^{۲} = \frac{k}{\frac{\mu}{۳} + m}$$

۴۲-۳) پاسخ مانند تست (۴۰) می‌باشد با $m' = M$.

۴۳-۳) همان گونه که در تست (۴۰) آمده است.

$$E = \frac{1}{2}mV^2 + E_{k2} + \frac{1}{2}kx^2 \quad , E_k = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}(\frac{M}{3})V^3$$

۴۴-۴) با توجه به کم دامنه بودن زمان تناوب نوسانات خواهیم داشت :



$$|\vec{\tau}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = rFSin\theta$$

$$\tau = (\frac{b}{2})FSin90^\circ = (\frac{b}{2})(-ky) \quad ①$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2}(-ky) = I\alpha \quad ②$$

ممان اینرسی میله نسبت به مرکزش برابر با $I_\circ = \frac{1}{12}mb^2$

و مقدار yهم برابر با :

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} \; ⑤ \; , y = (\frac{b}{2})\theta \quad ③$$

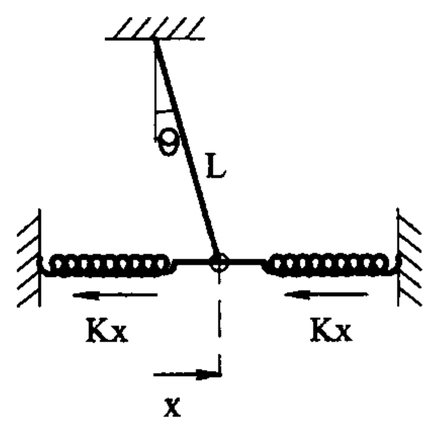
از ترکیب معادلات فوق خواهیم داشت :

$$k\frac{b}{2}(-\frac{b}{2}\theta) = \frac{1}{12}mb^2(\frac{d^2\theta}{dt^2})$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3k}{m}\theta = \circ \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$$

۴۵-۴) هنگامی که جرم m به یک سمت کشیده شود .

مجموع نیروهای وارده از طرف دو فنـر $2kx$ است .



نیروی ناشی از وزن $F = -mgSin\theta \cong -mg\theta = -mg\frac{x}{L}$

$$\Rightarrow F = m\ddot{x} = -2kx - mg\frac{x}{L} \Rightarrow \ddot{x} + (\frac{2k}{m} + \frac{g}{L})x = \circ$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{m} + \frac{g}{L}}$$

(۲-۴۶

$$\vec{F} = -kx\vec{i} - ۴ky\vec{j} \Rightarrow F_x = kx, F_y = ۴ky$$

$$\omega_x = \sqrt{\frac{k_x}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}, \omega_y = \sqrt{\frac{k_y}{m}} = \sqrt{\frac{۴k}{m}} = ۲\omega_x$$

بنابراین فرکانس نوسان در امتداد محور y ، ۲ برابر فرکانس نوسان در امتداد x است ($\nu_y = ۲\nu_x$). از میان اشکال ، شکل (۲) چنین است .

(۱-۴۷

$$F(x) = kx \Rightarrow m\dot{x} = kx \Rightarrow \ddot{x} - \frac{k}{m}x = ۰$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \ddot{x} - \alpha^۲ x = ۰ \ , \ x = Ae^{pt} \Rightarrow AP^۲e^{pt} - \alpha^۲ Ae^{pt} = ۰$$

$$\Rightarrow p^۲ - \alpha^۲ = ۰ \Rightarrow p = \pm\alpha \Rightarrow x = A_۱e^{\alpha t} + A_۲e^{-\alpha t} \Rightarrow \dot{x} = A_۱\alpha e^{\alpha t} - A_۲\alpha e^{-\alpha t}$$

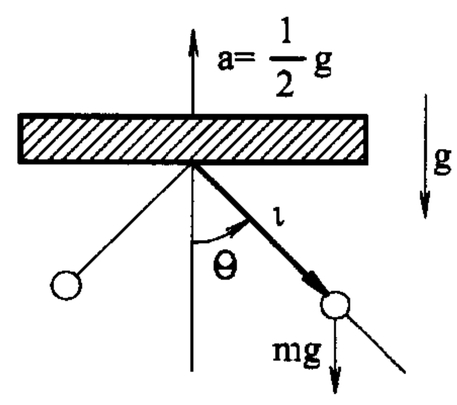
$$t = ۰ \begin{cases} x_۰ = A_۱ + A_۲ \\ \dot{x} = ۰ = A_۱\alpha - A_۲\alpha \Rightarrow A_۱ = A_۲ \end{cases} \Rightarrow ۲A_۱ = x_۰ \Rightarrow A_۱ = A_۲ = \frac{x_۰}{۲}$$

$$x(t) = \frac{x_۰}{۲}(e^{\alpha t} + e^{-\alpha t})$$

البته بدون حل ، سریعاً گزینه صحیح (۱) قابل تشخیص است چرا که تنها در گزینه (۱) به ازای $x = ۰$ داریم $x = x_۰$

(۱-۴۸

$$g_e = g + \frac{۱}{۲}g = \frac{۳}{۲}g$$



$$\sum \tau = I\alpha \qquad -mg_e I\sin\theta = I\theta''$$

$$= mL^۲\theta''$$

$$\theta'' + \frac{g_e}{I}\sin\theta = ۰ \quad \text{معادله حرکت} \quad \theta << ۱ \quad , \sin\theta \cong \theta$$

$$\theta'' + \omega_۰^۲\theta = ۰ \rightarrow \omega_۰ = \sqrt{\frac{۳g}{۲L}}$$

$$u_\circ = \frac{\omega_\circ}{۲\pi} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۳g}{۲L}}$$

(۲-۴۹

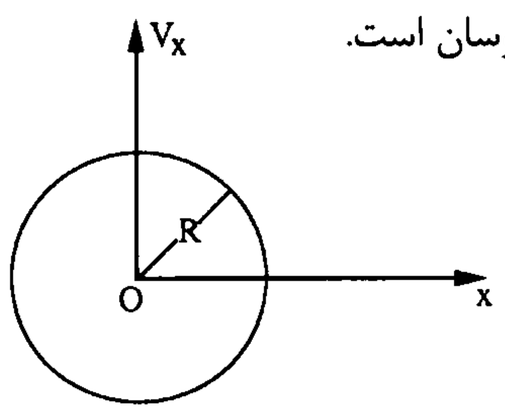
$$(V_x - \circ)^۲ + (x - \circ)^۲ = R^۲$$

اگر حرکت ذره یک حرکت نوسانی با $\omega = ۱\frac{rad}{s}$ باشد، داریم :

$$x = RSin\omega t \Rightarrow \dot{x} = R\omega Cos\omega t = V_x$$

$$\Rightarrow V_x^۲ + x^۲ = R^۲\omega^۲Cos^۲\omega t + R^۲Sin^۲\omega t = R^۲Cos^۲t + R^۲Sin^۲t = R^۲$$

بنابراین ذره با فرکانس زاویه‌ای $\omega = ۱\frac{rad}{s}$ در یک بعد در نوسان است.



(۳-۵۰

$\frac{d^۲x}{dt^۲} + \omega^۲x = \circ$ جواب معادله $x = ASin(\omega t + \theta)$ یا $x = ACos(\omega t + \theta)$

مثلاً در مورد فنر $\omega^۲ = \frac{k}{m}$ و یا در مورد آونگ ساده $\omega^۲ = \frac{g}{L}$:

$$F = m\frac{d^۲x}{dt} = -m\omega^۲x$$

این نیرو پایستار بوده و $U(x) = \frac{۱}{۲}m\omega^۲x^۲$ و $F = -\nabla U(x)$

به عنوان مثال در مورد فنر : $U(x) = \frac{۱}{۲}m\omega^۲x^۲$ و $\omega^۲ = \frac{k}{m}$

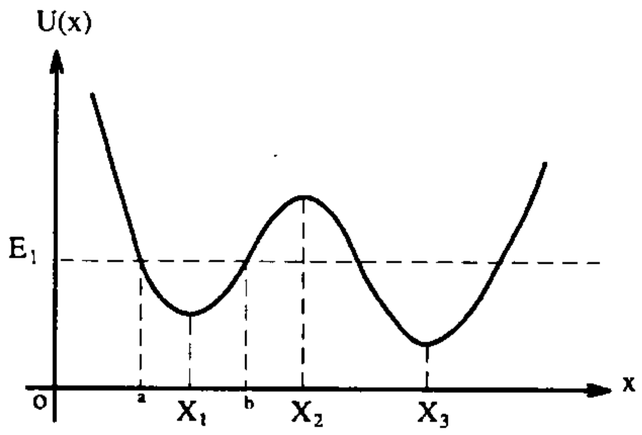
در مورد آونگ ساده $x = LSin\theta \cong L\theta$, $Cos\theta \cong ۱ - \frac{\theta^۲}{۲}$, $Sin\theta \cong \theta$

$$U(x) = \frac{۱}{۲}m\frac{g}{L}L^۲\theta^۲ = \frac{۱}{۲}mgL\theta^۲ = mgL\left(۱ - (۱ - \frac{۱}{۲}\theta^۲)\right) = mgL(۱ - Cos\theta) = mgh$$

(۴-۵۱

$$I = I_{cm} + Md^{۲} = I_{cm} + M(R)^{۲} = MR^{۲} + MR^{۲} = ۲MR^{۲}$$ حول نقطه آویز

$$\sqrt{\frac{Mgd}{I}} = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow L = \frac{I}{Md} = \frac{۲MR^{۲}}{M(R)} = ۲R$$



۵۲-۱) چون در x=b انرژی پتانسیل به حداکثر $U(x) = E_{۱}$ می‌رسد انرژی جنبشی ذره صفر شده و متوقف می‌شود و دوباره برمی‌گردد و در محدوده a<x<b نوسان می‌کند بنابراین به نقطه $x_{۲}$ نخواهد رسید.

(۴-۵۳

$$V_{(x)} = -\frac{a}{x} + \frac{b}{x^{۲}}$$

$$\frac{dv(x)}{dx} = \frac{a}{x^{۲}} - \frac{۲b}{x^{۳}} = ۰ \Rightarrow x = \frac{۲b}{a}$$ نقطه تعادل

$$\omega^{۲} = \frac{۱}{m}\left[\frac{d^{۲}v}{dx^{۲}}\right]_{x=\frac{۲b}{a}} = \frac{۱}{m}\left[\frac{-۲a}{x^{۳}} + \frac{۶b}{x^{۴}}\right]_{x=\frac{۲b}{a}} = \frac{a^{۴}}{۸mb^{۳}} \Rightarrow \omega = \frac{a^{۲}}{۲b\sqrt{۲mb}}$$

(۲-۵۴

$$\frac{dv}{dx} = \frac{c(x^{۲}+a^{۲}) - cx(۲x)}{(x^{۲}+a^{۲})^{۲}} = ۰ \Rightarrow x^{۲} + a^{۲} - ۲x^{۲} = ۰ \Rightarrow x = +a \ , \ x = -a$$

$V(+a) = \frac{ca}{a^{۲}+a^{۲}}$ و $V(-a) = \frac{ca}{a^{۲}+a^{۲}}$ است بنابراین در x=-a ، پتانسیل می‌نیمم و x=-a نقطه تعادل پایدار است.

$$\omega^{۲} = \frac{۱}{m}\frac{d^{۲}v}{dx^{۲}}\bigg|_{x=-a} = \frac{۱}{m}\frac{d}{dx}\frac{c(a^{۲}-x^{۲})}{(x^{۲}-a^{۲})^{۲}}\bigg|_{x=-a}$$

$$= \frac{۱}{m}\frac{c(-۲x)(x^{۲}+a^{۲})^{۲} - c(a^{۲}-x^{۲})۲(x^{۲}+a^{۲})(۲x)}{(x^{۲}+a^{۲})^{۴}}\bigg|_{X=۰} = \frac{c}{۲ma^{۳}} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \sqrt{\frac{c}{۲ma^{۳}}}$$

$$\Rightarrow T = ۲\pi\left(\frac{۲ma^{۳}}{c}\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

فصل پانزدهم

گرانش

مقدمه

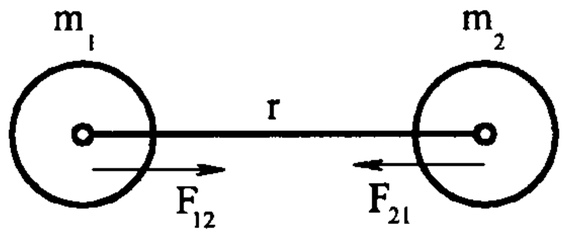
در این فصل به بررسی نیروی گرانش و نکات پیرامون آن به صورت خلاصه می‌پردازیم .نیروی گرانش نیروی جاذبه‌ای است که جرمها به یکدیگر وارد می‌کنند و همین نیرو است که سبب سقوط یک جسم بر روی زمین و یا حرکت ماهواره‌ها و یا ماه به دور مرکز زمین می‌شود.

۱-۱۵ قانون جهانی گرانش

نیروی جاذبه گرانشی بین دو جرم نقطه‌ای (دو ذره) با حاصل ضرب جرم آنها نسبت مستقیم و با مجذور آن نسبت عکس دارد.

$$F_{۲۱} = F_{۱۲} = F = G\frac{m_۱ m_۲}{r^۲} \qquad (۱۵-۱)$$

$$G = (۶/۶۷۳۲)\times ۱۰^{-۱۱}\left(\frac{Nm^۲}{kg^۲}\right)$$



مهم‌ترین خصوصیات قانون گرانش :

الف) نیروهای گرانشی میان دو ذره ، زوج نیروهای کنش ، واکنش‌اند ، که در خلاف جهت یکدیگر نیرو وارد می‌کنند.

ب) معادله $F = G\frac{m_۱ m_۲}{r^۲}$ نیروهای میان ذرات جرم را بیان می‌کند ، یعنی نیروی میان دو جسم بزرگ مثل زمین و ماه را به صورت مجموعه‌ای از ذرات در نظر بگیریم .

ج) نیروی گرانشی میان دو ذره از اجسام دیگر مستقل است و به خواص فضای اطراف آنها بستگی ندارد.

سؤال : چگونه می‌توان جرم زمین را به دست آورد؟

جرم زمین را M_e و جرم هر جسم واقع بر سطح را m می‌گیریم ، نیروهای جاذبه میان این دو از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\begin{cases} F = mg \\ F = G\dfrac{m_1 M_e}{R_e^2} \end{cases} \Rightarrow mg = \frac{GmM_e}{R_e^2} \Rightarrow M_e = \frac{gR_e^2}{G}$$

شتاب ثقل — شعاع — جرم زمین — ثابت کاوندیش

میدان جاذبه ، ناحیه‌ای است که در آن اثر نیروی جاذبه وجود دارد.

۲-۱۵ نیروی جاذبه زمین

جرم کره زمین M_e و فاصله جسمی به جرم m را تا مرکز زمین برابر شعاع زمین یعنی R_e فرض کنیم ، نیروی جاذبه زمین برای جسمی که بر روی کره زمین قراردارد برابر است با :

$$F = G\frac{mM_e}{R_e^2}$$

شدت میدان جاذبه (گرانش) : نیرویی که از طرف زمین بر واحد جرم یک جسم وارد می‌شود.

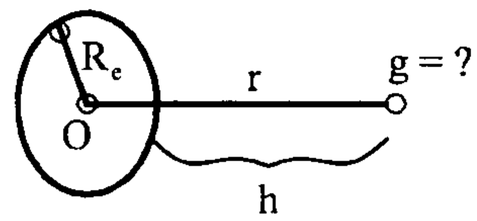
$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{g} = \frac{G\dfrac{M_e m}{R_e^2}}{m} \Rightarrow g = G\frac{M_e}{R_e^2} \qquad (۱۵-۲)$$

توجه: چون اجسام، وقتی به طور آزاد تحت تأثیر نیروی جاذبه زمین سقوط می‌کنند ، با شتاب g سقوط می‌نمایند، پس می‌توان نوشت : شتاب حاصل از نیروی جاذبه زمین ، در هر نقطه با شدت میدان جاذبه در آن نقطه برابر است .

۳- ۱۵ شدت میدان گرانش

در نقاط خارج از سطح زمین (به فاصله h از سطح زمین)

$$g = \frac{GM_e}{r^2} = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \cong \frac{GM_e}{R_e^2}\left(1 - \frac{2h}{R_e}\right) \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad (۱۵-۳)$$



در نقاط واقع بر سطح زمین :

$$\begin{cases} g_\circ = \dfrac{GM_e}{R_e^۲} & \Rightarrow g_\circ = \dfrac{\frac{۴}{۳}\pi R_e^۳ \rho G}{R_e^۲} = \dfrac{۴}{۳}\pi R_e G\rho \\ M_e = \rho V = \dfrac{۴}{۳}\pi R_e^۳ \rho & \Rightarrow g_\circ = \dfrac{۴}{۳}\pi R_e G\rho \\ r < R_e \Rightarrow g = \dfrac{\frac{۴}{۳}\pi r^۳ \rho G}{r^۲} = \left(\dfrac{۴}{۳}\pi\rho G\right) r & \end{cases}$$

توجه : شدت میدان گرانش در نقاط داخل زمین در صفحه بعد نوشته می‌شود.

۱۵-٤ تغییرات شتاب گرانش (جاذبه)

طبق قانون گرانش g با ارتفاع ، یعنی با فاصله از مرکز زمین تغییر می‌کند ، در این حالت تغییرات g را هنگام دور شدن از سطح زمین محاسبه می‌کنیم .

$$F = \frac{Gm_۱m_۲}{r^۲} \Rightarrow dF = -۲\frac{Gm_۱m_۲}{r^۳}dr \Rightarrow \frac{dF}{F} = -۲\frac{dr}{r} \qquad (۱۵\text{-}۴)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که تغییر نسبی F دو برابر تغییر نسبی r است ، علامت منفی نشان می‌دهد که نیرو با افزایش فاصله کاهش می‌یابد.

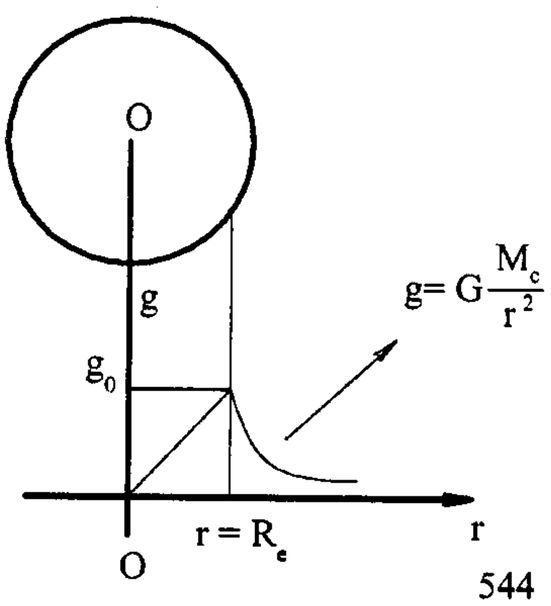
چنان چه جرم زمین را $m_۱$ و جرم جسم را $m_۲$ بگیریم ، نیروی گرانشی وارد از طرف زمین به جسم برابر است با :

$$F = m_۲ g \Rightarrow dF = m_۲ dg \Rightarrow \frac{dF}{F} = \frac{dg}{g} \qquad (۱۵\text{-}۵)$$

با مقایسه رابطه (۵-۱۵) و (۴-۱۵) خواهیم داشت $\Rightarrow \boxed{\dfrac{dF}{F} = \dfrac{dg}{g} = -۲\dfrac{dr}{r}}$

یعنی مقدار شتاب گرانش با افزایش فاصله جسم از زمین کم می‌شود.

۵-۱۵ نمودار تغییرات شدت میدان گرانش بر حسب فاصله از مرکز زمین



۶-۱۵ اثر دوران زمین روی g

می‌دانیم که حرکت اجسام بر روی مدار زمین کاملاً کروی نیست و متمایل به بیضی بوده و شتاب g نسبت به اقطار بیضی متفاوت می‌باشد و همین‌طور در سطح زمین نسبت به قطرهای استوا و قطب نیز متفاوت بوده است.

یک جسم در حال دوران روی کره زمین در حال تعادل نیست زیرا ضمن دوران با زمین تحت تأثیر یک شتاب مرکز گرای a_R قرار می‌گیرد. پس یک نیروی خالص به طرف مرکز زمین به جسم وارد می‌شود و F نیروی جاذبه از W بیشتر است.

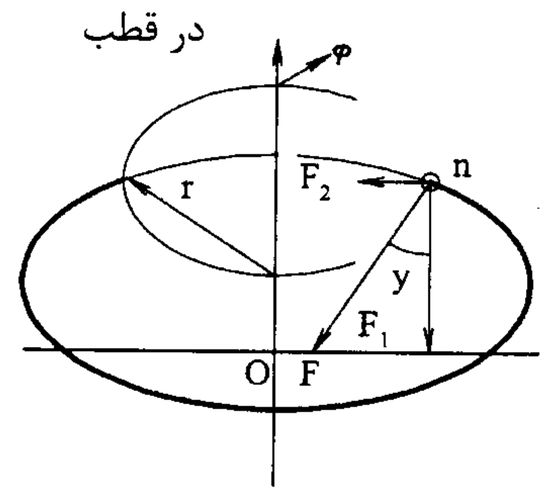
طبق قانون دوم نیوتن داریم :

$$\sum F = ma_R$$

$$F - W = ma_R \Rightarrow \frac{GM_e m}{R_e^۲} - mg = ma_R \quad , a_R = R\omega^۲ \Rightarrow g = \frac{GM_e}{R_e^۲} - a_R$$

$$g = \frac{GM_e}{R_e^۲} - R\omega^۲ \Leftarrow \text{در استوا و } g = \frac{GM_e}{R_e^۲} \Leftarrow a_R = ۰$$

در قطب



$$\begin{cases} F_1 = mr\omega^2 = \dfrac{4\pi m R_e \cos\phi}{T^2} \\ F_1 = F_2 \\ F_2 = mg \end{cases} \Rightarrow g = \frac{4\pi R_e}{T^2}\cos\phi$$

شتاب‌گرانش فوق در هر عرض جغرافیایی معین ، بر محور دوران زمین عمود است و به طرف آن است .

۷-۱۵ جرم گرانش و جرم لختی

برای بررسی این موضوع سه ذره به جرمهای m'_1 و m'_2 و m'_3 را در نظر می‌گیریم به طوری که ذره سوم بر دو ذره دیگر نیرو وارد می‌کند و فرض می‌کنیم فاصله ذره سوم از هر یک از دو ذره دیگر مساوی با r است . در این صورت نیروی گرانشی وارده بر ذره ۱ از طرف جرم ۳ برابر است با :

$$F_{1,3} = G\frac{m'_1 m'_3}{r^2}\ ,\ F_{2,3} = G\frac{m'_2 m'_3}{r^2}$$

نسبت نیروهای گرانشی فوق با نسبت جرمهای گرانشی آن برابر است. یعنی

توجه : m' ***جرم گرانشی زمین است :***

$$\frac{F_{1,3}}{F_{2,3}} = \frac{m'_1}{m'_2}$$

اکنون فرض می‌کنیم که جسم سوم زمین است و در این صورت $F_{1,3}$ و $F_{2,3}$ همان نیروهایی هستند که ما آنها را وزن اجسام ۱و۲ می‌نامیم و در نتیجه خواهیم داشت :

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{m'_1}{m'_2}$$

بنابراین ، قانون گرانش جهانی این نتیجه را در بردارد که وزن اجسام گوناگون در یک نقطه روی سطح زمین دقیقاً با جرم گرانشی آنها متناسب است m جرم لختی است .

$$\begin{matrix} w_1 = m_1 g \\ w_2 = m_2 g \end{matrix} \Rightarrow \left\{ \frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{m'_1}{m'_2} \right. \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{m'_1}{m'_2}$$

به عبارت دیگر وزن اجسام در یک نقطه از سطح زمین نیز دقیقاً با جرم لختی آنها متناسب است .

۸-۱۵ حرکت سیاره‌ها و ماهواره

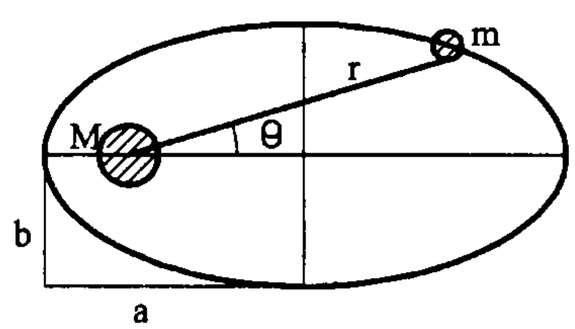
حرکت سیارات و ماهواره‌ها بر پایه قوانین کپلر استوار است که این قانونها عبارتند از :

۱- **قانون اول کپلر (قانون‌مدارها)** : تمامی سیارات در حرکت خود به دور خورشید یک مسیر بیضی را می‌پیمایند که خورشید در محل یکی از کانونهای آن واقع است .

معادله مدار حرکت یک جسم به دور یک سیاره

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b^2}(a + \sqrt{a^2 - b^2}\cos\theta) \qquad (۱۵-۶)$$

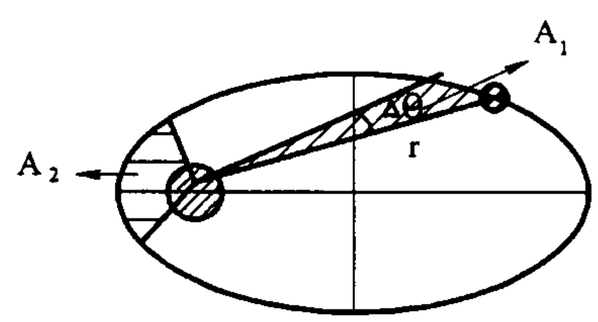
b^2 ← نیم قطر کوچک ، $\sqrt{a^2 - b^2}$ ← نیم قطر بزرگ



۲- **قانون دوم کپلر (قانون مساحتها)**: سطح جاروب شده به وسیله میله بردار حامل هر سیاره در زمانهای مساوی برابر است با :

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow A_1 = A_2$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2\omega = \frac{1}{2}vr \qquad (۱۵-۷)$$



۳- **قانون سوم کپلر (قانون بسامدها)**: برای تمام سیارات منظومه شمسی ، مجذور دوره حرکت یک سیاره به دور خورشید بر مکعب نصف قطر بزرگ مدار سیاره مقداری ثابت است .

$$T^2 \propto a^3 \Rightarrow \frac{T^2}{a^3} = cte \qquad T^2 \alpha a^3 \Rightarrow \frac{T^2}{a^3} = cte \qquad (۱۵-۸)$$

تذکر : با فرض اینکه مدار حرکت سیارات دایره فرض شود ، در این صورت قانون سوم کپلر به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} \Rightarrow T^2 = (\frac{4\pi^2}{GM})r^3 \qquad (۱۵-۹)$$

جرم خورشید شعاع حرکت سیاره

اندازه حرکت زاویه‌ای : مقدار این اندازه حرکت برابر با :

$$L = mr^2\omega \qquad (۱۵-۱۰)$$

بنابراین داریم : $\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m}$

۹-۱۵ تغییرات انرژی پتانسیل ثقلی

الف) در نزدیکی سطح زمین : هرگاه جسمی به جرم m به اندازه b از سطح زمین دور شود و در آن صورت خواهیم داشت.

$$E_P = E = Fr \Rightarrow \Delta E_P = F\Delta r \Rightarrow dE_p = Fdr \qquad , \quad F = mg$$

اگر فاصله جسم از سطح زمین به فاصله R از مرکز زمین به R+h تغییر یابد مقدار تغییر انرژی پتانسیل ثقلی با انتگرال‌گیری از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\int_R^{R+h} dE_p = \int_R^{R+h} Fdr \Rightarrow \Delta E_p = (E_p)_{R+h} - (E_p)_R = \int_R^{R+h} mgdr = mg\int_R^{R+h} dr = mg[(R+h)-R] = mgh$$

(۱۵-۱۱)

یعنی وقتی که جسم به اندازه b از سطح زمین دور شود، انرژی پتانسیل سیستم (جسم +زمین) به اندازه mgh افزایش می‌یابد.

ب) تغییر انرژی پتانسیل درحالت کلی : در حالت کلی نیرویی که دو جسم بر هم وارد می‌کنند برابر با $F = G\frac{mM}{r^2}$ یعنی اگر جسمی از فاصله بسیار دور به زمین نزدیک شود، یا از زمین به نقطه دوری از فضا منتقل گردد ، دیگر انرژی پتانسیل را نمی‌توان از رابطه $E_p = mgh$ به دست آورد.

اگر فاصله دو جسم از r' به r تغییر یابد هر چه فاصله r' و r کوچک‌تر شود تغییرات نیرو کمتر می‌شود، در حالت حدی که r' به سمت r میل می‌کند، می‌توان نیرو را ثابت فرض کرد ، در این صورت رابطه $dE_p = \frac{GmM}{r^2}dr$ صادق خواهد بود.

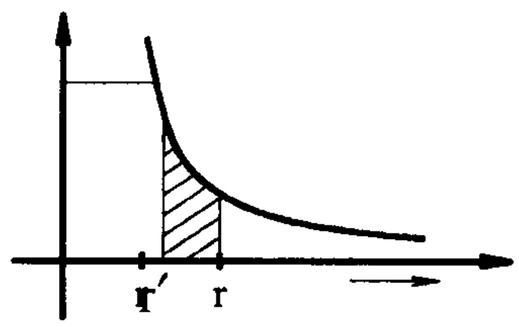
تغییر انرژی پتانسیل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta E_p = \int_{r'}^{r} G\frac{mM}{r^2} = GmM\int_{r'}^{r}\frac{1}{r^2}dr = GmM\left[\frac{-1}{r}\right]_{r'}^{r} = GmM\left[\frac{-1}{r}-\left(\frac{-1}{r'}\right)\right] = GMm\left[\frac{1}{r'}-\frac{1}{r}\right]$$

$$\boxed{= GmM\left(\frac{-1}{r'}\right)\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r}\right)} \qquad (۱۵-۱۲)$$

در رابطه فوق اگر $r > r'$ باشد، $\frac{1}{r'}-\frac{1}{r} > 0$ است یعنی با دور شدن جسم صفر از زمین، انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد و اگر نزدیک شود ، انرژی پتانسیل کاسته می‌شود.

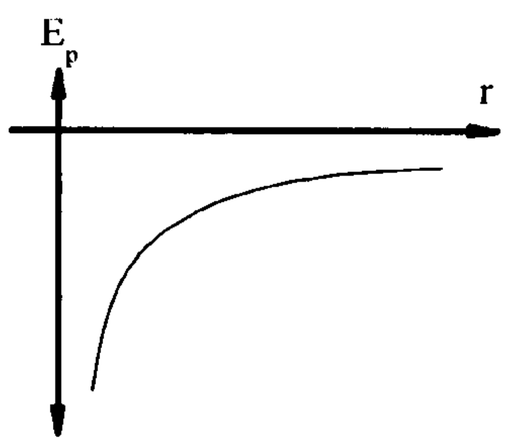
نمودار تغییرات نیرویی که دو جرم بر هم وارد می‌کنند برحسب فاصله آنها .



ج) تغییر انرژی پتانسیل ثقلی جسمی که از فاصله بی‌نهایت به فاصله r منتقل می‌شود.

مقدار این انرژی برابر با : (اگر بی نهایت را به عنوان مبنا بگیریم، انرژی پتانسیل ثقلی جرم m را در فاصله r از جرم M به دست می‌آوریم).

$$E_p = GmM\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{r}\right) = \frac{-GmM}{r} \qquad (۱۵-۱۳)$$



تغییرات انرژی پتانسیل ثقلی برحسب فاصله در شکل روبه‌رو نشان داده شده اسـت .شکل روبه رو بیانگر آن است که مقدار انرژی ثقلی در بی‌نهایت برابر با صفر و در صفر برابر با بی‌نهایت است و برای هر فاصله معین r مقدار آن منفی است، برای سطح زمین $r = R$ است داریم :

$$E_p = -G\frac{mM}{R}$$

توجه : از رابطه (۱۲-۱۵) یعنی $\Delta E_p = GmM\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r}\right)$ ***نتایج مهمی به دست می‌آید .***

۱- مقدار انرژی که از جسمی به جرم m می‌گیریم تا از فاصله r' به فاصله r منتقل می‌شود ، فقط به فواصل r', r بستگی دارد و به مسیری که جسم در این حرکت می‌پیماید وابسته نیست.

۲- تغییرات کلی انرژی پتانسیل جسمی که در میدان نیروی جاذبه ثقلی روی یک مسیر بسته حرکت می‌کند، در هر بار پیمودن مسیر برابر صفر است، زیرا در مسیر بسته متحرکت پس از پیمودن مسیر به نقطه شروع حرکت باز می‌گردد یعنی $r' = r$

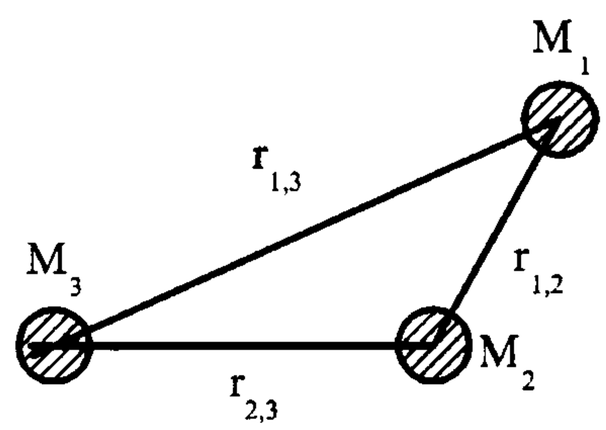
۱۰-۱۵ انرژی پتانسیل برای دستگاهی از ذرات

انرژی پتانسیل یک دستگاه ذرات برابر است با کاری که باید عامل خارجی انجام دهد تا ذرات دستگاه را از یک پیکربندی مرجع استاندارد به حالت کنونی گردآوری کند ، که مقدار آن منفی است و برابر با :

$$U(r) = -\left(\frac{Gm_1m_2}{r_{12}} + \frac{Gm_1m_3}{r_{13}} + \frac{Gm_2m_3}{r_{23}}\right) \qquad (۱۵-۱۴)$$

توجه (۱) : اگر بخواهیم دستگاه را دوباره به سه جرم منزوی تبدیل کنیم .

$$U(r) = +\left(\frac{Gm_1m_2}{r_{12}} + \frac{Gm_1m_3}{r_{13}} + \frac{Gm_2m_3}{r_{23}}\right)$$ ***باید به اندازه***



انرژی صرف کنیم که همان انرژی بستگی است که در بیشتر مباحث اتمی و هسته‌ای مطرح می‌شود.

توجه(۲) : برای ۴ ذره ، ۶ پتانسیل گرانشی متفاوت وجود دارد.

توجه (۳) : برای ۵ ذره ، ۱۰ پتانسیل گرانشی متفاوت وجود دارد.

توجه (۴) : برای n ذره ، $(\frac{1}{2})(n-1)n$ ***پتانسیل گرانشی متفاوت وجود دارد.***

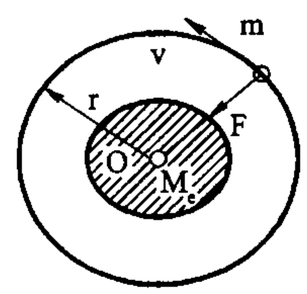
۱۱-۱۵ حرکت ماهواره به دور زمین

سرعت ماهواره : نیرویی است که ماهواره را در مدار خود نگه می‌دارد ، نیروی گرانش زمین

(وزن) ماهواره است که با نیروی جانب به مرکز ماهواره برابر است .

$$\begin{cases} F = G\dfrac{M_e m}{r^2} \rightarrow \text{نیروی جاذبه زمین} \quad \Rightarrow G\dfrac{M_e m}{r^2} = m\dfrac{V^2}{r} \Rightarrow V^2 = \dfrac{GM_e}{r} \\ F = m\dfrac{V^2}{r} \rightarrow \text{نیروی جانب مرکز} \quad V = \sqrt{\dfrac{GM_e}{r}} \end{cases} \qquad (۱۵-۱۵)$$

$$V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Leftarrow gR_e^2 = GM_e \Leftarrow g = \frac{GM_e}{R_e^2} \leftarrow \text{که اگر}$$



$$V = R_e\sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$$

برای به دست آوردن پریود حرکت ماهواره ،محیط دایره‌ای را که دور می‌زند بر سرعت ماهواره تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} t = \dfrac{l}{V} \\ v = R_e\sqrt{\dfrac{g}{r}} \end{cases} \qquad l = 2\pi r \quad \text{محیط دایره}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi r}{R_e\sqrt{\frac{g}{r}}} = \frac{2\pi}{R_e}\sqrt{\frac{r^3}{g}} \quad , gR_e^2 = GM_e \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \Rightarrow \left\{\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3}\right.$$

(۱۵-۱۶)

تذکر: در رابطه‌های فوق : V سرعت خطی ماهواره و r شعاع مسیر ماهواره و T پریود حرکت ماهواره و F در شکل نشان داده شده نیروی گرانش وارد بر ماهواره از طرف زمین که نیروی جانب به مرکز لازم جهت دوران ماهواره به دور زمین را تأمین می‌کند و M_e جرم زمین و R_e شعاع زمین

نکات مربوط به انرژی در مورد حرکت سیارات و ماهواره‌ها :

فرض کنیم جسمی به جرم m (مثلاً سیاره یا ماهواره) اطراف جسم سنگینی به جرم M مثلاً خورشید یا زمین در حال گردش می‌باشد و جسم m روی یک مدار دایره‌ای حول جسم بزرگ حرکت می‌کند . انرژی پتانسیل دستگاه در این حالت برابر است با :

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} \qquad (۱۵-۱۷)$$

از طرفی انرژی جنبشی دستگاه برابر است با :

$$k = \frac{۱}{۲} m\omega^{۲} r^{۲}$$

با توجه به رابطه $GM_s = \frac{۴\pi^{۲} r^{۳}}{T^{۲}}$ داریم $\omega^{۲} r^{۲} = \frac{GM}{r}$ در نتیجه مقدار انرژی جنبشی برابر است با :

$$k = \frac{۱}{۲} \frac{GMm}{r} \qquad (۱۵\text{-}۱۸)$$

و انرژی کل دستگاه برابر است با :

$$E = k + U = \frac{۱}{۲} \frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} \Rightarrow E = -\frac{GMm}{۲r} \qquad (۱۵\text{-}۱۹)$$

توجه : معنی منفی بودن انرژی کل آن است که دستگاه یک دستگاه مقید است و جسم m همواره به مرکز جذب کننده M مقید است و هرگز از آن فرار نمی‌کند.

۱۲- ۱۵ پرسشهای چند گزینه‌ای

۱- قانون جاذبه نیوتن عبارت است از: (کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک دریا ۸۰)

۱- $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ ۲- $p = mgh$

۳- $F = \frac{m_1 m_2^2}{r^2}$ ۴- $F = G\frac{m_1^2 m_2^2}{r^2}$

۲- طبق قانون گرانش نیوتن هرگاه دو جسم با جرمهای m_1, m_2 در فاصله d از یکدیگر قرار گیرند ، نیروی جاذبه به صورت $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ و دیمانسیون G به صورت :

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک زمین‌شناسی و معدن ۷۷)

۱- $M^{-1}L^2T^{-2}$ ۲- $M^{-1}L^2T^{-2}$

۳- $M^{-1}L^3T^{-1}$ ۴- $M^1L^2T^{-2}$

۳- دیمانسیون شدت میدان گرانش کدام است ؟

(کنکورکارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی فیزیک دریا۸۰)

۱- LT^{-1} ۲- LT^{-2} ۳- MLT^{-2} ۴- $M^{-1}LT$

۴- نیرویی که زمین به جسمی به جرم یک کیلوگرم در فاصله km ۶۳۷۰ نسبت به مرکز زمین وارد می‌کند ۹/۸N است جرم کره زمین را حساب کنید .

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک ۷۸)

۱- $۴/۲۲ \times ۱۰^{۲۶}$ kg ۲- $۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴}$ kg

۳- $۲/۲۵ \times ۱۰^{۲۲}$ kg ۴- $۴/۹۶ \times ۱۰^{۲۳}$ kg

۵- در چه فاصله‌ای از سطح کره زمین (برحسب Rشعاع زمین)شدت میدان جاذبه زمین $\frac{۱}{۲۵}$ مقدار آن در سطح کره زمین است ؟

(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی مهندسی نساجی۷۷)

۱- ۵R ۲- ۱۰۰ R ۳- $R\sqrt{۵}$ ۴- ۴R

۶- در چه فاصله از سطح زمین شتاب گرانش در آن نقطه ۱۶٪ مقدار شتاب گرانش از سطح زمین است؟**(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «بازمینه زمین‌شناسی و معدن» ۷۷)**

۱- ۱۰۵۵ km　　۲- ۸۰۵۰ km

۳- ۹۵۵۵ km　　۴- ۹۰۰۰ km

۷- جرم زمین تقریباً ۸۰ برابر جرم ماه و شعاع ماه ۰/۲۷ شعاع زمین است شتاب گرانش در سطح ماه چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه علوم فیزیک و ریاضی»۷۹)

۱- $\frac{۱}{۶}$　　۲- $\frac{۱}{۵}$　　۳- ۵　　۴- ۶

۸- فضانوردی روی سطح زمین $۹۰kg$ جرم دارد وزن این فضانورد در سطح مریخ که شعاع آن نصف شعاع زمین و جرم آن $\frac{۱}{۹}$ جرم زمین است چقدر است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک «با زمینه زمین‌شناسی»۸۰)

۱- ۱۸۵ N　　۲- ۳۹۲ N　　۳- ۴۲۰ N　　۴- ۳۲۰ N

۹- یک سفینه فضایی بر مداری که شعاع آن دو برابر شعاع کره زمین است به دور زمین می‌گردد . نیروی جانب مرکز وارد بر سفینه چه کسری از وزن آن در سطح زمین است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی علوم دریایی و اقیانوسی فیزیک دریا۷۷)

۱- $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$　　۲- $\frac{۱}{۲}$　　۳- $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$　　۴- $\frac{۱}{۴}$

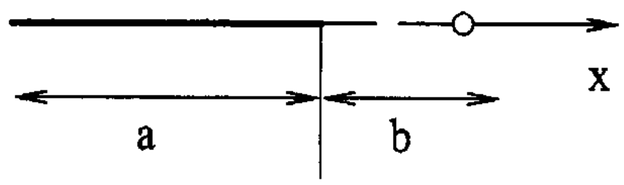
۱۰- میله راستی به طول L از $x = a$ تا $x = L + a$ کشیده شده است . نیروی گرانشی که میله به جرم نقطه‌ای m در $x = ۰$ وارد می‌کند ، کدام است. جرم میله M است .

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی ۸۰)

۱- $\frac{GmM}{L(a+L)}$　　۲- $\frac{GmM}{aL}$

۳- $\frac{GmM}{a(a+L)}$　　۴- $\frac{GmM}{a^۲}$

۱۱- ذره‌ای به جرم m بر روی محور میله نازک یکنواختی به طول a و چگالی جرمی λ و در خارج آن قراردارد. اگر فاصله ذره تا انتهای نزدیک به میله b باشد، نیروی گرانش وارد بر ذره از طرف میله کدام است ؟ **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۶)**



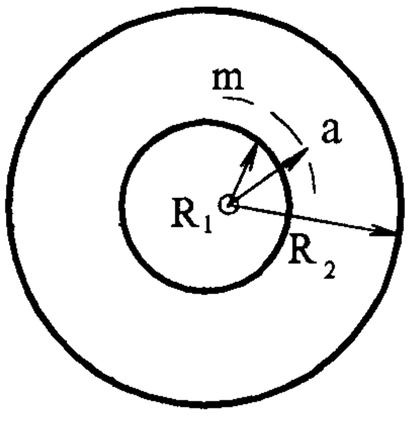
۱- $-\frac{Gm\lambda a}{b(b+a)}$

۲- $-\frac{Gm\lambda}{a}$

۳- $-\frac{Gm\lambda b}{a(a+b)}$

۴- $-\frac{Gm\lambda a}{b^{2}}$

۱۲- دو پوسته کروی نازک هم مرکز و با چگالی یکنواخت به جرمهای M_1 و M_2 و شعاع R_1, R_2 در نظر بگیرید $(R_2 > R_1, M_2 > M_1)$ ذره‌ای به جرم m در فضای خالی بین دو پوسته و به فاصله a از مرکز آنها قرار دارد. نیروی گرانشی که به ذره m وارد می‌شود کدام است ؟ **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)**



۱- به سمت M_1 و مقدار آن $\frac{GM_1m}{a^2}$

۲- به سمت M_1 و مقدار آن $\frac{GM_1m}{a^2} - \frac{GM_2m}{(R_2-a)^2}$

۳- به سمت M_2 و مقدار آن $\frac{GM_2m}{(R_2-a)^2}$

۴- به سمت M_2 و مقدار آن $\frac{GM_1m}{a^2} - \frac{GM_2m}{(R_2-a)^2}$

۱۳- دو ذره به جرمهای m_1 و m_2 که به فاصله بسیار دوری از یکدیگر قرار دارند در حال سکونند. این دو ذره در اثر جاذبه گرانشی در لحظه $t = 0$ به سمت یکدیگر شروع به حرکت می‌کنند. اندازه سرعت نسبی (V_{reL}) دو ذره بر حسب X فاصله آن دو از یکدیگر، در هر لحظه چقدر است ؟ **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)**

۱- $V_{rel} = 0$

۲- $V_{rel} = \sqrt{\frac{2G(m_1+m_2)}{X}}$

۳- $V_{rel} = \sqrt{\frac{2G(m_1-m_2)}{X(m_1+m_2)}}$

۴- $V_{rel} = \sqrt{\frac{2G|m_1-m_2|}{X}}$

۱۴- قرص یکنواختی به جرم M و شعاع a را در نظر بگیرید . نیروی وارد بر جرم m واقع در امتداد محور این قرص برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی فیزیک کاربردی اتمی– حالت جامد ۷۸)

۱- $2\pi m\rho G\left[\frac{z}{(a^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}-1\right]$

۲- $2\pi m\rho G\left[\frac{z}{(a^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}-1\right]^2$

۳- $2\pi m\rho G\left[\frac{z}{(a^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}-1\right]$

۴- $2\pi m\rho G\left[\frac{z}{(a^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}-1\right]^2$

۱۵- اگر شتاب ثقل را در سطح زمین و سطح ماه مقایسه کنیم می‌بینیم که شتاب ثقل در سطح ماه $\frac{1}{6}$ شتاب ثقل در سطح زمین است . این نسبت ناشی از این است که :

(کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۰)

۱- جرم ماه کوچک‌تر از جرم زمین است.

۲- اندازه ماه کوچک‌تر از زمین است .

۳- ماده موجود در ماه رقیق‌تر است .

۴-گزینه‌های ۱و۲ صحیح‌اند.

۱۶- در یک ایستگاه فضایی که به دور زمین در حال گردش است بی‌وزنی حاکم است زیرا:

(کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۰)

۱- ایستگاه فضایی سیار دور از زمین قرار دارد.

۲- ایستگاه فضایی تحت تأثیر متقابل بر روی جاذبه زمین ، ماه و خورشید و دیگر سیارات است .

۳- ایستگاه فضایی در حال سقوط آزاد است.

۴- هیچ‌کدام

۱۷- ماهواره‌ای به جرم m در یک مدار دایره‌ای‌شکل به شعاع r به دور زمین در گردش است. اگر انرژی پتانسیل ماهواره $U=-\frac{GmM}{r}$ باشد ، می‌توان نشان داد که انرژی مکانیکی ماهواره مساوی است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

۱- $-2U$

۲- $2U$

۳- $-\frac{U}{2}$

۴- $\frac{U}{2}$

۱۸- جسمی به جرم M از سطح زمین با سرعت $V_\circ$ در راستای قائم پرتاب می‌شود اگر جرم زمین m و شعاع آن R باشد. این جرم تا ارتفاع ..... از سطح زمین بالا می‌رود.

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۹)

۱- $\frac{RV_\circ^2}{\frac{2GM}{R}-V_\circ^2}$

۲- $\frac{RV_\circ^2}{\frac{GM}{R}-V_\circ^2}$

۳- $\frac{RV_\circ^{-2}}{\frac{2GM}{R}-V_\circ^{-2}}$

۴- $\frac{V_\circ^2}{V_\circ^2-\frac{GM}{R}}$

۱۹- یک دستگاه منزوی از دو ذره با جرمهای مساوی تشکیل شده است . اگر این دو ذره در فاصله بسیار دور از یکدیگر باشند، در لحظه‌ای ذره اول ساکن و ذره دوم با سرعت به ذره اول نزدیک می‌شود ، در این صورت انرژی مکانیکی دستگاه :

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۴)

۱- ثابت نیست .

۲- صفر و ثابت نیست.

۳- منفی و ثابت است .

۴- مثبت و ثابت است .

۲۰- انرژی زمین به جرم m در گردش به دور خورشید به جرم M برابر با E فرض می‌شود . سرعت حرکت زمین بر حسب فاصله‌اش(r) از خورشید از کدام رابطه به دست می‌آید؟

(کنکور کارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۸۰)

۱- $\sqrt{E-\frac{GMm}{r}}$

۲- $\sqrt{\frac{2E}{m}+\frac{2GM}{r}}$

۳- $\sqrt{\frac{2E}{m}-\frac{2GM}{r}}$

۴- $\sqrt{E+\frac{GMm}{r}}$

۲۱- فرض می‌کنیم که کره ماه تحت تأثیر نیروی جاذبه زمین ، بر روی یک مدار دایره‌ای در گردش است. اگرانرژی جنبشی ماه را با K و انرژی پتانسیل آن را با U نمایش دهیم، کدام رابطه صحیح است؟ (کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری– نقشه‌برداری ۷۹)

۱- $K+U=0$

۲- $K=\frac{U}{2}$

۳- $K-U=0$

۴- $K=-\frac{U}{2}$

۲۲- ماهواره‌ای به جرم m در یک مدار دایره‌ای به شعاع R به دور زمین در گردش است. انرژی مکانیکی این ماهواره برابر چند $\frac{GmM}{R}$ است ؟

(کنکورکارشناسی ارشدژئوفیزیک و هواشناسی ۷۷)

۱- ۴- ۲- ۲- ۳- $-\frac{۱}{۲}$ ۴- $\frac{-۱}{۴}$

۲۳- در حرکت سیاره‌ای به جرم m به دور خورشید فرض می‌کنیم که مدارآن دایره‌ای به شعاع r باشد . انرژی کل مکانیکی این دستگاه برابر است با :

(کنکورکارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۵)

۱- $-\frac{GMm}{۲r}$ ۲- $-\frac{GMm}{r}$ ۳- $\frac{GMm}{۲r}$ ۴- $\frac{GMm}{r}$

۲۴- ماهواره‌ای به جرم m بر روی یک مدار دایره‌ای به شعاع r از مرکز زمین تحت تأثیر نیروی جاذبه f با سرعت ثابت به دور زمین در گردش است . انرژی کل این ماهواره کدام است؟ (کنکورکارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری– نقشه‌برداری ۷۷)

۱- $-\frac{۱}{۲}fr$ ۲- $\frac{۱}{۲}fr$ ۳- $-fr$ ۴- fr

۲۵- انرژی پتانسیل زمین در گردش به دور خورشید ، عبارت است از کاری که باید نیروی ..... انجام دهد تا زمین را .....

(کنکورکارشناسی ارشدمهندسی عمران فتوگرامتری– نقشه‌برداری۷۹)

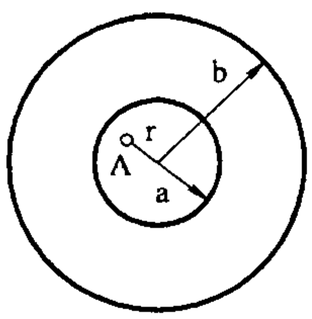
۱- خارجی ، به دور خورشید به گردش درآورد.

۲- جاذبه خورشید، به میدان جاذبه خود واردکند.

۳- جاذبه خورشید ، ازمیدان جاذبه خودخارج سازد.

۴- خارجی ، از میدان جاذبه خورشید خارج سازد.

۲۶- پوسته کروی همگنی با چگالی ثابت $\rho_\circ$ و شعاع داخلی a و شعاع خارجی b مفروض است. پتانسیل گرانشی در نقطه A داخل پوسته و به فاصله r از مرکز آن $(r < a)$ کدام است ؟(G ثابت جهانی گرانش است) (کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)



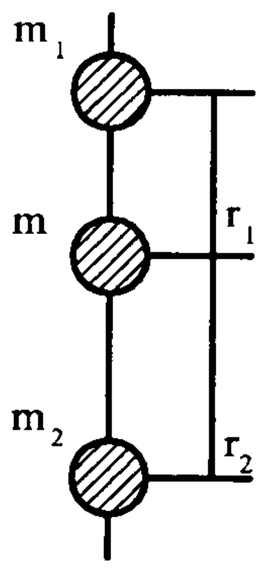
۱- $2\pi\rho.G(b^2 - a^2)$

۲- $2\pi\rho.G(a^2 - r^2)$

۳- $\frac{4\pi(b^3 - a^3)\rho_\circ G}{3r}$

۴- $\frac{4\pi(b^3 - a^3)\rho_\circ G}{3a}$

۲۷- سه نقطه مادی به جرمهای m_2, m_1, m در راستای یک محور قائم قرار دارند ، اگر انرژی پتانسیل m حاصل از نیروی گرانشی دو جرم m_2, m_1 با هم برابر باشند ، می‌توان نشان داد که : **(کنکورکارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری– نقشه‌برداری۷۷)**



۱- $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$

۲- $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_1}{r_2}$

۳- $\frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{r_2}{r_1 + r_2}$

۴- $\frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{r_2}{r_1 + r_2}$

۲۸- ماهواره‌ای روی یک مدار به جرم m از ارتفاع h در شرایط خلا رها می‌شود .سرعت جسم را هنگام برخورد با زمین حساب کنید ؟

(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه آزاداسلامی ژئوفیزیک«با زمینه زمین‌شناسی و علوم فیزیک و ریاضی»۷۸)

۱- ۳۱۵۰ m/s

۲- ۲۱۲۰ m/s

۳- ۴۱۲۰ m/s

۴- ۳۱۱۹ m/s

۲۹- جسمی به جرم m با سرعتی برابر سرعت فرار از سطح زمین در راستای قائم پرتاب می‌شود . جرم زمین M و شعاع آن R می‌باشد . با فرض ناچیز بودن مقاومت هوا و قراردادن مبدأ مختصات د رمرکز زمین، تابعیت زمانی ذره از مرکز زمین کدام گزینه است ؟ **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)**

۱- $r = (R^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}\sqrt{2GM}t)^{\frac{3}{2}}$

۲- $r = (R^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}\sqrt{2GM}t)^{\frac{2}{3}}$

۳- $r = R + \sqrt{\frac{2GM}{R}}t - \frac{GM}{R^2}t^2$

۴- $r = (R^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}\sqrt{2GM}t)^{\frac{3}{2}}$

۳۰- جسمی به جرم m با سرعت نصف سرعت فرار از سطح زمین در راستای قائم به هوا پرتاب می‌شود. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا این جسم حداکثر از سطح زمین تا چه ارتفاعی بالا می‌رود ؟(R_e شعاع زمین چقدر است). **(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)**

۱- R_e ۲- $\frac{۱}{۳}R_e$ ۳- $\frac{۱}{۷}R_e$ ۴- $\frac{۱}{۲}R_e$

۳۱- جرم زمین $۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴}$ وشعاع آن ۶۳۷۰ km است سرعت فرار از سطح زمین را حساب کنید ؟ **(کنکورکارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک زمین‌شناسی و معدن۷۷)**

۱- ۲۲ km/s ۲- ۱۱/۲km/s
۳- ۶/۵۲ km/s ۴- ۲۰/۱۷ km/s

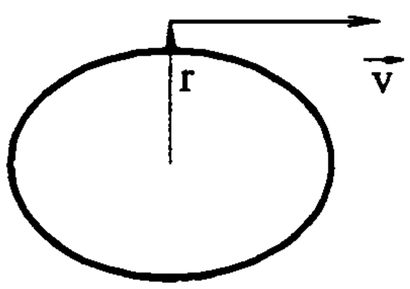
۳۲- ماهواره‌ای را در فاصله R از کره زمین طوری به فضا پرتاب می‌کنیم که انرژی مکانیکی آن برابر با صفر باشد . سرعت پرتاب v را چگونه می‌توان نشان داد؟
(کنکورکارشناسی ارشد ژئو فیزیک و هواشناسی ۷۷)

۱- $V = \sqrt{gR}$ ۲- $V = \sqrt{۲gR}$
۳- $V > \sqrt{gR}$ ۴- $V > \sqrt{۲gR}$

۳۳- جرم زمین $۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴}$ kg و شعاع آن ۶۳۷۰ km است سرعت فرار از سطح زمین را حساب کنید ؟
(کنکورکارشناسی‌ارشد دانشگاه‌آزاداسلامی‌ژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک و ریاضی» ۷۸)

۱- ۱۷/۲km/s ۲- ۳۶ km/s ۳- ۲۲/۴km/s ۴- ۱۱/۲km/s

۳۴- امکان شلیک گلوله به دور زمین را در نظر می‌گیرید هرگاه جسمی به طور افقی در شعاع r به دور زمین گردش کند (با فرض کروی بودن زمین)دوره تناوب آن را بیابید.
(کنکورکارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۶)



۱- $\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{GM_E}{r^۳}}$ ۲- $\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{r^۳}{GM_E}}$
۳- $۲\pi\sqrt{\frac{r^۳}{GM_E}}$ ۴- $۲\pi\sqrt{\frac{GM_E}{r^۳}}$

۳۵- ماهواره‌ای به جرم m و با انرژی پتانسیل u بر روی یک مدار دایره‌ای به دور زمین در گردش است. در این حالت، سرعت ماهواره‌ای (V) کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری– نقشه‌برداری ۷۹)

۱- $\sqrt{-\frac{u}{m}}$ ۲- $\sqrt{\frac{u}{m}}$ ۳- $\sqrt{-\frac{2u}{m}}$ ۴- $\sqrt{\frac{2u}{m}}$

۳۶- با توجه به قانون سوم کپلر، زمان تناوب یک ماهواره روی مدار بیضی به کدام یک از کمیات زیر بستگی دارد؟ (کنکور کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۴)

۱- فقط نیم محور بزرگ مدار نسبی
۲- فقط مجموع ماهواره و زمین
۳- نیم محور مدار و جرم زمین
۴- نیم محور بزرگ نسبی جرم ماهواره و زمین

۳۷- ماهواره‌ای بر روی یک مدار دایره‌ای به شعاع r به دور زمین در گردش است. شعاع r طوری انتخاب شده است که ماهواره همواره در بالای نقطه مشخصی از کره زمین قرار دارد. شعاع r بر حسب شعاع کره زمین (R) شتاب ثقل (g) و سرعت زاویه‌ای زمین (ω) کدام است ؟ (کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران فتوگرامتری – نقشه‌برداری۷۸)

۱- $r = (\frac{\omega^2}{gR^2})^{\frac{1}{2}}$
۲- $r = (\frac{\omega^2}{g^2R})^{\frac{1}{2}}$
۳- $r = (\frac{\omega^2}{gR^2})^{\frac{-1}{3}}$
۴- $r = (\frac{\omega^2}{g^2R})^{\frac{1}{3}}$

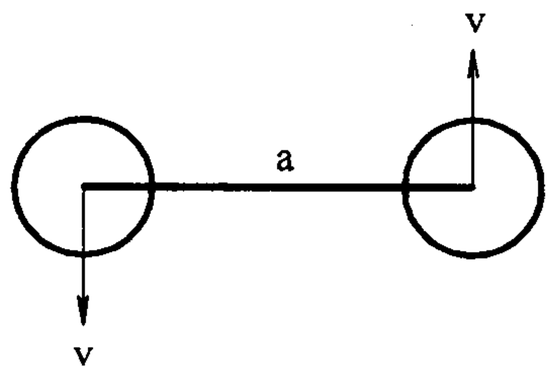
۳۸- اگر شعاع زمین ۰/۵درصد کاهش یابد شبانه روز چقدر تغییر خواهد کرد. زمین را کره کامل و یکنواخت فرض می‌کنیم .

(کنکور کارشناسی‌ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئوفیزیک «با زمینه زمین شناسی و علوم فیزیک و ریاضی»۷۸)

۱- $T_2 - T_1 = 21/8$ دقیقه
۲- $T_2 - T_1 = 28/4$ دقیقه
۳- $T_2 - T_1 = 14/28$ دقیقه
۴- $T_2 - T_1 = 7/4$ دقیقه

۳۹- دو ستاره هم جرم مطابق شکل به دور یکدیگر می‌چرخند. جرم هر یک از ستاره‌ها بر حسب زمان تناوب T ، فاصله بین آن دو a و ثابت جهانی گرانش G کدام است ؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)



۱- $\frac{4\pi^2 T^2}{Ga^3}$

۲- $\frac{4\pi^2 a^2}{GT^2}$

۳- $\frac{\pi^2 a^3}{GT^3}$

۴- $\frac{2\pi^2 a^3}{GT^2}$

۴۰- ماه طوری به دور زمین می‌چرخد که همیشه یک طرف آن را می‌بینیم. نسبت اندازه حرکت وضعی (چرخشی به دور خود) به اندازه حرکت زاویه‌ای ماه چقدر است ؟(شعاع کره ماه R_1 و تا فاصله ماه تا مرکز زمین R_2 است) (کنکورکارشناسی ارشد فیزیک۷۷)

۱- $(\frac{R_1}{R_2})^2$

۲- $\frac{2}{5}(\frac{R_1}{R_2})^2$

۳- $\frac{1}{5}(\frac{R_1}{R_2})^2$

۴- $\frac{1}{2}(\frac{R_1}{R_2})^2$

۴۱- ماهواره‌ای با سرعت V روی مدار دایره‌ای به شعاع R دور زمین می‌گردد . اگر بر روی مسیری به شعاع ۰/۸۱R قرار گیرد تغییرات نسبی سرعت آن چقدر خواهد بود ؟
(کنکورکارشناسی‌ارشددانشگاه آزاد اسلامی ژئو فیزیک«با زمینه زمین شناسی» ۷۹)

۱- $\frac{1}{8}$

۲- $\frac{1}{9}$

۳- $\frac{1}{10}$

۴- $\frac{1}{12}$

۴۲- نیرو کوریولیس در اثر چه عواملی به وجود می‌آید؟
(کنکورکارشناسی‌ارشدژئو فیزیک «با زمینه زمین شناسی معدن»۸۰)

۱- وجود اقیانوسها

۲-گردش زمین حول محورش

۳- کروی بودن زمین

۴- تغییرات طولی جغرافیایی

۴۳- (GRE)

به ازای چه مقدار از R میدان نیروی مقابل جاذبه‌ای خواهد بود ؟ $\vec{F} = \frac{r(r-1)}{(r^2+1)}\hat{r}$

۱- $0 < r < 1$

۲- $r > 1$

۳- $r \leq 1$

۴- $r > 1$ یا $r < 0$

(GRE) -۴۴

با توجه به مسأله قبل فرض کنید یک لوله بسیار باریک در کره زمین وجود دارد طوری که بتوان جرم نقطه‌ای را در فاصله $\frac{R}{۲}$ از مرکز زمین قرار داد . نسبت $\frac{F(R)}{F(\frac{R}{۲})}$ چقدر خواهد بود؟

۱-۸ ۲- ۴ ۳-۲ ۴-۱/۲

۵-۱/۴

(GRE) -۴۵

اندازه نیروی گرانشی زمین روی یک جرم نقطه‌ای $F(r)$ است، که r فاصله مرکز زمین تا مکان جرم نقطه‌ای مورد نظر می‌باشد. زمین را یک کره همگن با شعاع R در نظر بگیرید. در این صورت نسبت $\frac{F(R)}{F(۲R)}$ عبارت خواهد بود با :

۱-۳۲ ۲- ۸ ۳-۴ ۴-۲

۵-۱

(GRE) -۴۶

بزرگی میدان گرانش را نزدیک سطح سیاره به شعاع R در ارتفاع h تا مرتبه دوم حساب کنید و نیز فرض کنید که $g(h=۰)=g$ باشد ؟

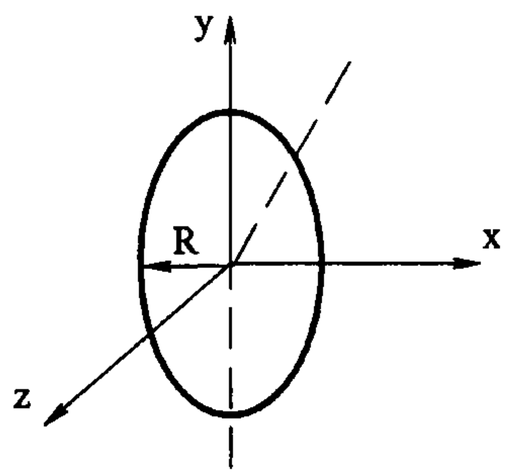
۱- $g_۰[۱-۲h/R]$ ۲- $g_۰[۱-h/R+۰/۵(h/R)^۲]$

۳- $g_۰[۱-h/R+(h/R)^۲]$ ۴- $g_۰[۱+h/R+(h/R)^۲]$

۵- $g_۰[۱-۲h/R+۳(h/R)^۲]$

(GRE) -۴۷

دیسکی همانند شکل زیر در صفحه YZ قرار گرفته است و دارای جرم یکنواخت با چگالی σ می‌باشد میدان گرانش را در نقطه $P(x,۰,۰)$ در طول محور x به دست آورید. R شعاع دیسک می‌باشد.



۱- $g = -2\pi\sigma G\left[1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right]\hat{x}$

۲- $g = \pi\sigma G\frac{R^2}{x^2}x$

۳- $g = -2\pi\sigma G\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right]\hat{x}$

۴- $g = -\pi\sigma G\frac{R^2}{x^2}\hat{x}$

۵- $g = +2\pi\sigma G\left[1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right]x$

(GRE) -۴۸

ناحیه کروی $a < r < b$ با جرم یکنواختی با چگالی ρ پر شده است ، بزرگی میدان گرانشی را در ناحیه فوق برابر با :

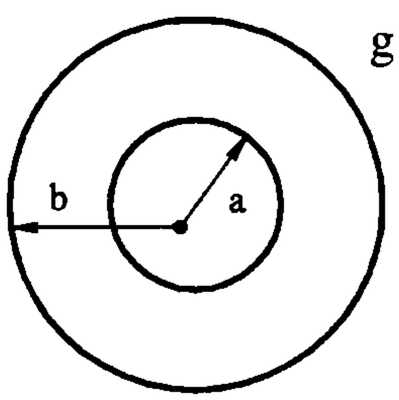
۱- $g = (4/3)\pi G\rho\left[r - \frac{a^3}{r^2}\right]$

۲- $g = (4/3)\pi G\rho\frac{b^3}{r^2}$

۳- $g = (4/3)\pi G\rho\frac{[b^3 - a^3]}{r^2}$

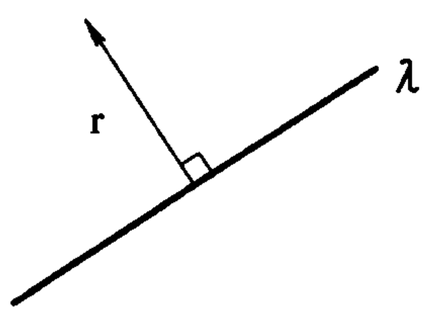
۴- $g = (4/3)\pi G\rho\frac{a^3}{r^2}$

۵- $g = (4/3)\pi G\rho\left[r + \frac{a^3}{r^2}\right]$



(GRE) -۴۹

جرم خطی نامحدودچگالی جرم خطی λ را دارا می‌باشد میدان گرانش آن را بیابید.



۱- $-(\lambda G/r)\vec{r}$

۲- $-(2\lambda G/r^2)\vec{r}$

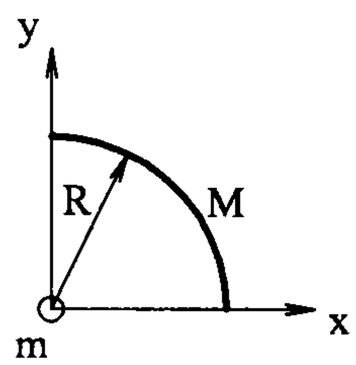
۳- $(2\lambda G/r)\vec{r}$

۴- $-(\lambda G/r^2)\vec{r}$

۵- $-(2\lambda G/r)\vec{r}$

(GRE) -۵۰

یک چهارم از دایره‌ای با جرم کل M نیروی گرانشی بر جرم نقطه‌ای m که در مرکز دایره مانند به شکل زیر واقع شده است وارد می‌کند را بیابید.



۱- $(۲\sqrt{۲}GmM/\pi R^{۲},۴۵^{\circ})$

۲- $(GmM/R^{۲},۴۵^{\circ})$

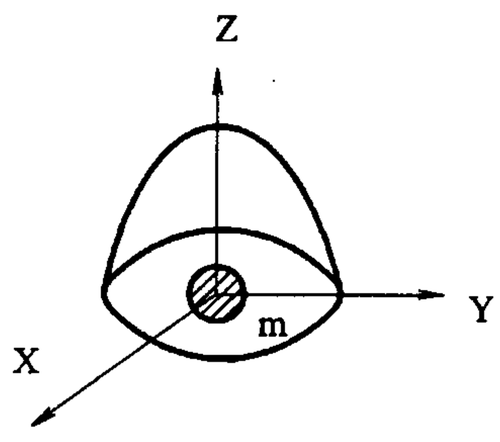
۳- $(GmM/\pi R^{۲},۴۵^{\circ})$

۴- $(۲GmM/\pi R^{۲},۴۵^{\circ})$

۵- $(\sqrt{۲}GmM/\pi R^{۲},۴۵^{\circ})$

(GRE) -۵۱

کره‌ای به شکل لایه نازک به جرم کل M و شعاع a داریم ذره‌ای به جرم m در مرکز این نیم‌کره قرار گرفته مقدار نیروی وارد شده بر روی این ذره توسط نیم کره برابر با :



۱- $\frac{GMm}{۲a^{۲}}$

۲- $\frac{GMm}{a^{۲}}$

۳- $\frac{GMm}{\sqrt{۲}\,a}$

۴- $\frac{GMm}{۲a^{۲}}$

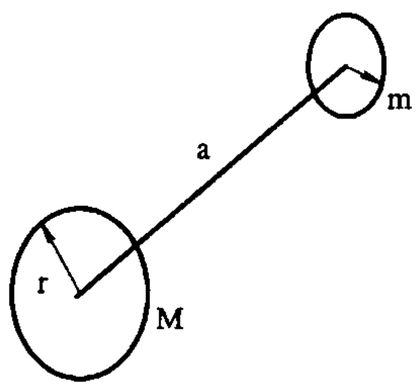
(GRE) -۵۲

نیم کره توپر به جرمM و شعاع a به ذره‌ای به جرمm در مرکزکره فوق نیرو وارد می‌کند. مقدار این نیرو برابر با :

۱- $\frac{۳GmM}{۲a^{۲}}$ ۲- $\frac{۲۴GmM}{۲a^{۲}}$ ۳- $\frac{۳GmM}{\sqrt{۲}a^{۲}}$ ۴- $\frac{۳GMm}{a^{۲}}$

(GRE) -۵۳

ماه یک نیروی جذر و مدی به اقیانوس اعمال می‌کند شتاب جذر و مدی را محاسبه نمایید هرگاه (ماه)m=m و (زمین) M=m و (فاصله ماه تا زمین) a = r زمین r = r .



۱- Gm/a^2

۲- $2Gma/r^3$

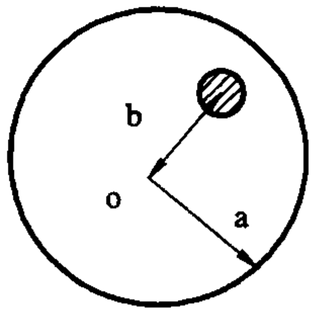
۳- $2GMr/a^3$

۴- GM/r^2

۵- $2Gmr/a^3$

۵۴- (GRE)

از روابط زیر کدام‌یک نیروی جاذبه بین یک کره جامد با شعاع a و ذره‌ای به جرم m و چگالی σ که در فاصله b < a را درست بیان می‌کند؟(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک سال ۸۰)



۱- صفر

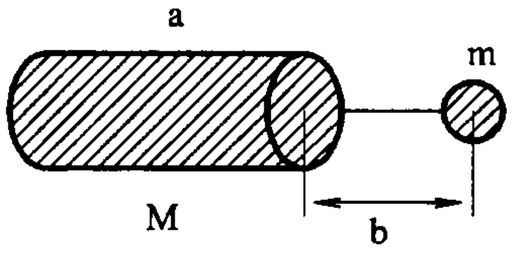
۲- $\frac{4}{3}\pi G\sigma m\frac{a^3}{b^2}$

۳- $\frac{4}{3}\pi G\sigma mb$

۴- $\frac{4}{3}\pi G\sigma m\frac{b^3}{a^2}$

۵۵- (GRE)

اندازه نیروی جاذبه روی جسمی به جرم m توسط یک میله به جرم M و طول a و چگالی طول λ کدام است ؟(جرم m در فاصله b از انتهای میله همانند شکل زیر قرار دارد). (کنکور کارشناسی ارشد رشته فیزیک سال ۷۹)



۱- $\frac{GmM}{b(a+b)}$

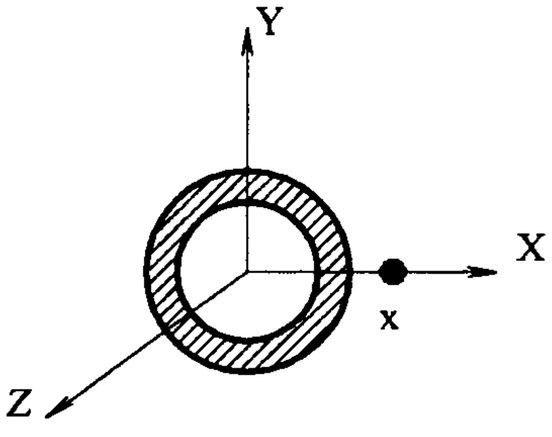
۲- $\frac{Gm\lambda}{a}$

۳- $\frac{Gm\lambda b}{a(a+b)}$

۴- $\frac{GmM}{b^2}$

۵۶- (GRE)

یک حلقه دایره‌ای با شرط a < r < b به چگالی جرمی یکنواخت σ که مرکز آن در مبدأ قرار دارد، مقدار پتانسیل جاذبه را در فاصله x تعیین کنید.



۱- $-2\pi\sigma G\sqrt{b^2+x^2}$

۲- $-2\pi\sigma G\left[\sqrt{b^2-x^2}-\sqrt{b^2+x^2}\right]$

۳- $\pi\sigma\left[b^2-a^2\right]/x$

۴- $-\pi\sigma\left[b^2-a^2\right]/x$

۵- $-2\pi\sigma G\left[\sqrt{b^2-x^2}-\sqrt{a^2+x^2}\right]$

(GRE) -۵۷

شاید تئوری گرانش نیوتن برای بردهای کوتاه نیاز به اصلاح داشته باشد .دراین صورت فرض کنید که انرژی پتانسیل ما بین جرمهای m,m' توسط رابطه زیر داده شود :

$$V(r) = -G\frac{mm'}{r}(1 - ae^{-\frac{r}{\lambda}})$$

برای‌فاصله‌های کوتاه $r << \lambda$ نیرویی که بین دو جرم m,m' وجود دارد را حساب کنید.

۱- $F = -G\frac{mm'}{r^2}$

۲- $F = G\frac{mm'(1-a)}{r^2}$

۳- $F = -G\frac{mm'(1+a)}{r^2}$

۴- $F = -G\frac{mm'a}{\lambda r}$

۵- $F = -G\frac{mm'(1-a)}{r^2}$

(GRE) -۵۸

قانون سوم کپلر با فرض اینکه زمین دریک مداردایره‌ای به دورخورشید به شعاع $r = 1/5\times10^{13}$ سانتی‌مترحرکت می‌کند منشأ گرفته است . با استفاده از این اطلاعات جرم خورشید برابر با :

۱- $2/5\times10^{31}$ g

۲- 5×10^{31} g

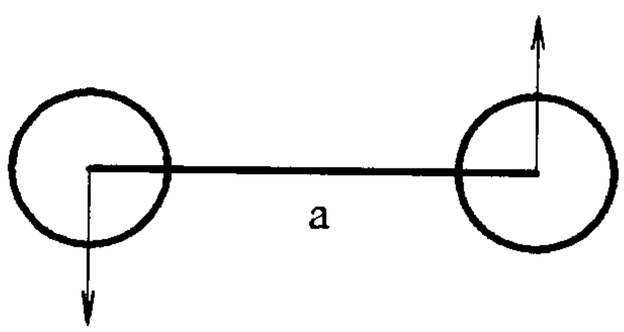
۳- $3/5\times10^{32}$ g

۴- 1×10^{33} g

۵- 2×10^{33} g

(GRE) -۵۹

برای محاسبه جرم یک ستاره معمولاً از روش سیستم ستاره‌های دو قلویی استفاده می‌کنند به طوری که a فاصله بین دو ستاره را از طریق اختلاف منظر و زمان تغییر T را از طریق مشاهده اندازه‌گیری می‌کنند چنان چه اگر فرض کنیم $m_1 = m_2 = m$ جرم m برابر است با :



۱- $\pi^2\frac{a^3}{T^2}$

۲- $2\pi^2\frac{a^3}{T^2}$

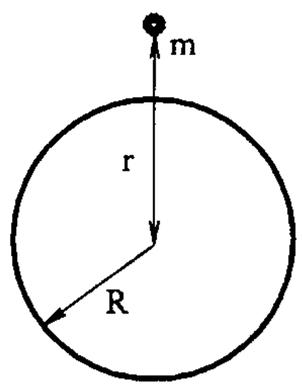
۳- $4\pi^2\frac{a^3}{T^2}$

۴- $8\pi^2\frac{a^3}{T^2}$

۵- $4\pi^2\frac{T^2}{a^3}$

۶۰- (GRE)

از روابط زیر کدام یک نیروی جاذبه بین یک کره توپر به شعاع R (چگالی جرمی σ) و یک جرم نقطه‌ای به جرم m را به درستی بیان می‌کند؟



۱- $\vec{F} = \frac{4\pi G R^2 \sigma m}{r^2}\hat{n}$

۲- $\vec{F} = \frac{4\pi G R \sigma m}{3r^3}\hat{n}$

۳- $\vec{F} = \frac{4\pi G R^3 \sigma m}{3r^2}\hat{n}$

۴- $\vec{F} = \frac{4\pi G r \sigma m}{3R^2}\hat{n}$

۶۱- (GRE)

نیروی جاذبه وارد بر جسمی به جرم m و به چگالی طولی λ در فاصله b از یک میله یکنواخت بی‌نهایت بلند عبارت است از :

۱- $\frac{2G\lambda}{b}$

۲- $\frac{2Gm\lambda}{b}$

۳- $\frac{2G\lambda}{b}$

۴- $\frac{2Gm\lambda}{b}$

۶۲- رابطه قوانین کپلر برای سیارات و قوانین نیوتن را درنظر بگیرید.

(کنکور کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۱)

۱- قوانین کپلر و قوانین نیوتن را باید به طور مستقل پذیرفت.

۲- قوانین کپلر عام‌تر از قوانین نیوتن هستند.

۳- از قانون جاذبه عمومی نیوتن و قانون دوم نیوتن می‌توان قوانین کپلر را به دست آورد.

۴- از سه قانون حرکت نیوتن می‌توان قوانین کپلر را به دست آورد.

۶۳- جسمی را از سطح زمین با سرعت اولیه V_0 به طرف بالا پرتاب می‌کنیم تا به ارتفاع h برسد. اگر شعاع کره زمین R و شتاب ثقل در سطح زمین g فرض شود، V_0 برابر است با :

(کنکور کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۱)

۱- $\sqrt{2gh}$

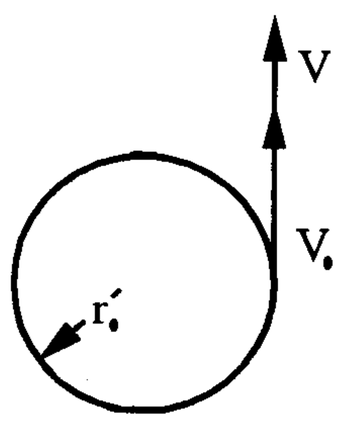
۲- $\sqrt{\frac{2gR(R+h)}{h}}$

۳- $\sqrt{\frac{2gRh}{R+h}}$

۴- $\sqrt{\frac{2gRh}{R-h}}$

۶۴- ذره‌ای به جرم m در یک میدان نیروی مرکزی جاذبه $\frac{k}{r^2}$ در یک مسیر دایره‌ای به شعاع r_0 با تندی V_0 حرکت می‌کند. ناگهان تندی ذره از V_0 به مقدار V که کمینه تندی لازم برای گریز ذره از مرکز نیرو است، افزایش می‌یابد. مقدار $\frac{V}{V_0}$ کدام است؟

(کنکور کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)



۱- $\sqrt{2}$

۲- $\sqrt{3}$

۳- $2\sqrt{2}$

۴- ۲

۱۳-۱۵ پاسخنامه تشریحی

۱-۱)

$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$ نیروی جاذبه میان دو جرم m_1, m_2

۲-۱)

$$F = G\frac{m_1m_2}{r^2} \Rightarrow G = \frac{Fr^2}{m_1m_2}$$

$$[G] = [F][r^2][m_1m_2]^{-1} = [ma][r^2][m_1m_2]^{-1} = M\frac{L}{T^2}L^2M^{-2}$$

$$= M^{-1}L^3T^{-2}$$

۳-۲) می‌دانیم g شتاب و واحد آن m/s^2 است لذا :

$$[g] = \left[\frac{dv}{dt}\right] = \frac{\frac{L}{T}}{T} = LT^{-2}$$

۴-۲)

$$F = \frac{GMm}{R^2} = 9/8 = \frac{(6/67 \times 10^{-11})M(1)}{(6370 \times 10^3)^2}$$

$$\Rightarrow M = 59618233 \times 10^{17}\ kg \cong 5/98 \times 10^{24}\ kg$$

۵-۱)

$g = \frac{GM}{R^2}$ در سطح زمین و $g' = \frac{GM}{r^2}$ در ارتفاع r از مرکز زمین

$$g' = \frac{1}{25}g \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{25}\frac{1}{R^2} \Rightarrow r = 5R$$

۶-۳)

$R = 6370\ km$ شعاع زمین و $g = \frac{GM}{R^2}$ در سطح زمین و $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$

$$\frac{GM}{(R+h)^{۲}}=\frac{۱۶}{۱۰۰}\ \frac{GM}{R^{۲}}\Rightarrow R=\frac{۴}{۱۰}(R+h)\Rightarrow h=۱/۵R=۹۵۵۵\ km$$

۷-۱)

$$g_{۱\,زمین}=\frac{GM}{R^{۲}}$$

$$g_{۲\,ماه}=\frac{GM}{r^{۲}}=\frac{G(\frac{M}{۸۰})}{(۰/۲۷)^{۲}R^{۲}}=\frac{GM}{۵/۸۳R^{۲}}\cong\frac{g_{۱}}{۶}$$

۸-۲)

M جرم زمین و R شعاع زمین و $R'=\frac{R}{۲}$ مریخ و $M'=\frac{M}{۹}$ جرم مریخ

$$g'=\frac{GM'}{R'^{۲}}=\frac{G(\frac{M}{۹})}{(\frac{R}{۲})^{۲}}=\frac{۴}{۹}\frac{GM}{R^{۲}}=\frac{۴}{۹}g$$ شتاب جاذبه در مریخ

$$mg'=m(\frac{۴}{۹}g)=\frac{۴}{۹}(۹۰)(۹/۸)=۳۹۲\ N$$ وزن در مریخ

$m=۹۰kg$ جرم جسم و g شتاب جاذبه زمین است .

۹-۴)

$$F=\frac{mV^{۲}}{r}=\frac{GMm}{r^{۲}}=\frac{GMm}{(۲R)^{۲}}$$ نیروی جانب مرکز در $r=R$

$$w=mg=m(\frac{GM}{R^{۲}})$$ وزن روی زمین

$$\frac{F}{W}=\frac{۱}{۴}$$

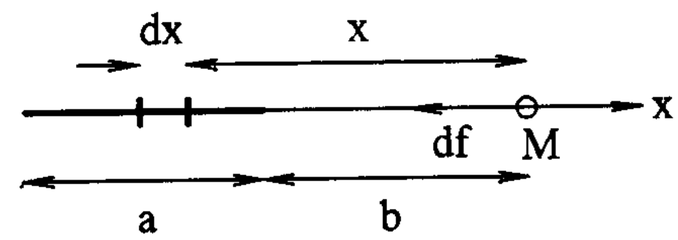
۱۰-۳)

$$dM=\lambda dx\quad ,\lambda=\frac{M}{L}$$

$$dF = \frac{Gm(dM)}{X^{۲}} \Rightarrow \text{اندازه نیروی جاذبه} F = \int_a^{L+a} \frac{GM\lambda dx}{x^{۲}} = Gm\lambda\left[-\frac{۱}{x}\right]_a^{L+a}$$

$$F = -Gm\lambda\left[\frac{۱}{L+a} - \frac{۱}{a}\right] = \frac{Gm\lambda L}{a(L+a)} = \frac{GmM}{a(L+a)}$$

(۱-۱۱



$$dM = \lambda dx$$

$$d\vec{F} = -G\frac{mdM}{x^{۲}}i = -G\frac{m\lambda dx}{x^{۲}}i$$

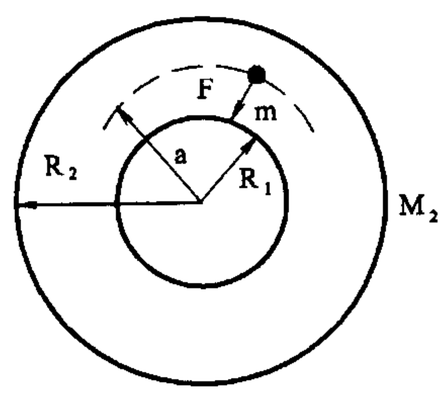
$$\vec{F} = \int d\vec{F} = -Gm\lambda\vec{i}\int_b^{a+b}\frac{dx}{x^{۲}} = +Gm\lambda(\frac{۱}{x})_b^{a+b}\vec{i}$$

$$\vec{F} = +Gm\lambda(\frac{۱}{a+b} - \frac{۱}{b})\vec{i} = -Gm\lambda\left[\frac{a}{b(a+b)}\right]\vec{i} \Rightarrow \vec{F} = -\frac{Gm\lambda a}{b(a+b)}i$$

۱۲-۱) نیروی جاذبه یک لایه کروی روی جرم نقطه‌ای m در داخل آن لایه صفر است.

بنابراین لایه کروی $M_۲$ سهمی روی m ندارد. تنها سهم، نیروی ناشی از $M_۱$ روی m است که طبق قانون گرانش نیوتن (یاگوس گرانشی) داریم :

$$F = \frac{GmM_۱}{a^{۲}}$$



که جهت آن نیز به طرف $M_۱$ است.

(۲-۱۳

$$\text{انرژی کل } E\ (\text{بی‌نهایت}) = K_\infty + U_\infty = ۰ + ۰ = ۰$$

$$E = K + U = \frac{۱}{۲}m_۱V_۱^{۲} + \frac{۱}{۲}m_۲V_۲^{۲} + (-G\frac{m_۱m_۲}{x})\ ,E(x) = E(\infty) = ۰$$

$$\Rightarrow G\frac{m_۱m_۲}{x} = \frac{۱}{۲}m_۱V_۱^{۲} + \frac{۱}{۲}mV_۲^{۲}$$

$$\text{بقای اندازه حرکت خطی } P_\infty = P_x \Rightarrow ۰ = m_۱\vec{V}_۱ + m_۲\vec{V}_۲ \Rightarrow |m_۱\vec{V}_۱| = |m_۲\vec{V}_۲|$$

$$\Rightarrow m_1V_1 = m_2V_2 \Rightarrow m_2 = \frac{m_1V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow G\frac{m_1m_2}{x} = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}(\frac{m_1V_1}{V_2})V_2^2 = \frac{1}{2}m_1V_1(V_1 + V_2)$$

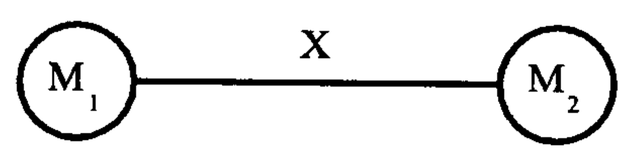
$V_1 + V_2$ سرعت نسبی نزدیک شدن دو جسم است .

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = V \\ m_1V_1 = m_2V_2 \end{cases} \Rightarrow V_1 = \frac{m_2V}{m_1 + m_2} \ , V_2 = \frac{m_1V}{m_1 + m_2}$$

با قرار دادن V_1 , V_2 در رابطه بالا برای $\frac{Gm_1m_2}{x}$ داریم :

$$\Rightarrow G\frac{m_1m_2}{x} = \frac{1}{2}m_1(\frac{m_2V}{m_1 + m_2})\left[(\frac{m_2V}{m_1 + m_2}) + (\frac{m_1V}{m_1 + m_2})\right]$$

$$= \frac{1}{2}(\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2})V\left[(\frac{m_2}{m_1 + m_2}) + (\frac{m_1}{m_1 + m_2})\right]$$



$$\Rightarrow \frac{2G(m_1 + m_2)}{x} = V^2\left[\frac{m_2}{m_1 + m_2} + (\frac{m_1}{m_1+m_2})\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2G(m_1 + m_2)}{x} = V^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2G(m_1 + m_2)}{x}}$$

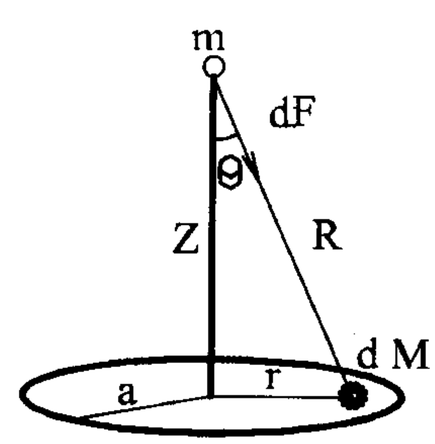
البته می‌توان از ابتدا تشخیص داد که گزینه‌های (۱)و (۳)و(۴) غلط هستند چرا که در صورتی که $m_1 = m_2$ باشد سرعت نسبی صفر می‌شود ولی جواب نمی‌تواند صفر باشد.

(۱-۱۴

$$dF = \frac{-G(dM)m}{R^2}$$

$$R^2 = Z^2 + r^2 \quad , \quad dM = \sigma ds = \sigma r d\phi dr$$

$$\rho = \frac{M}{\pi a^2} \quad , \quad Cos\theta = \frac{z}{(r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}}$$



مؤلفه‌های dF_{11} همدیگر را خنثی می‌کنند ، بنابراین :

$$F = F_z = \int dF_z = \int dF\cos\theta$$

$$F = \int \frac{-G\rho r d\phi dr}{z^۲ + r^۲}\cos\theta = -۲\pi G\rho \int \frac{rdr}{z^۲ + r^۲}\cos\theta$$

$$= -۲\pi G\rho \int_۰^a \frac{zrdr}{(z^۲ + r^۲)^{\frac{۳}{۲}}} = -\pi z G\rho \int_۰^a \frac{dr^۲}{(z^۲ + r^۲)^{\frac{۳}{۲}}}$$

$$(z^۲ + r^۲) = U \Rightarrow \int \frac{dr^۲}{(z^۲ + r^۲)^{\frac{۳}{۲}}} = \int \frac{dU}{U^{\frac{۳}{۲}}} = \int U^{-\frac{۳}{۲}} dU = \frac{۱}{۱ - \frac{۳}{۲}} U^{۱ - \frac{۳}{۲}}$$

$$= -۲U^{-\frac{۱}{۲}} = -۲(z^۲ + r^۲)^{-\frac{۱}{۲}}$$

$$\Rightarrow -\pi z G\rho \int_۰^a \frac{dr^۲}{(z^۲ + r^۲)^{\frac{۳}{۲}}} = -\pi z G\rho \left[-۲(z^۲ + r^۲)^{-\frac{۱}{۲}} \right]_۰^a$$

$$\Rightarrow ۲\pi z G\rho \left[\frac{۱}{\sqrt{z^۲ + a^۲}} - \frac{۱}{\sqrt{z^۲}} \right] = ۲\pi G\rho \left[\frac{z}{\sqrt{z^۲ + a^۲}} - ۱ \right]$$

۱۵-۴) با توجه به رابطه شتاب در سطح کره‌ای به شعاع R و جرم M یعنی $\frac{GM}{R^۲}$ در سطح کره ماه R و M هر دو نسبت به زمین کوچک‌تر هستند و در نتیجه $\frac{۱}{۶}g$، مقدار آن در سطح زمین است .

۱۶-۳) جسم در حال سقوط آزاد است و چون از ابتدا یک سرعت افقی به صورتی به آن داده شده که $M\frac{V^۲}{R} = mg$ می‌باشد در نتیجه یک حرکت دورانی انجام می‌دهد.

۱۷-۴)

$$U = E_k + E_p, \frac{mv^۲}{r} = \frac{GmM}{r^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{GmM}{۲r}$$

$$U = \frac{GmM}{۲r} - \frac{GmM}{r} = -\frac{GmM}{۲r} = \frac{U}{۲}$$

۱۸-۱) بقای انرژی بین سطح زمین $(r = R)$ و ارتفاع $(r = R + h)h$ را می‌نویسیم :

$$\frac{1}{2}mV_0^2 + (-\frac{GmM}{r}) = \frac{1}{2}mV^2 + (\frac{-GmM}{R+h}),$$ در اوج $V = 0$

$$\Rightarrow (R+h) = \frac{GMm}{\frac{GMm}{r} - \frac{1}{2}mV_0^2} \Rightarrow h = \frac{RV_0^2}{\frac{2Gm}{R} - V_0^2}$$

۱۹-۴) در حالت اول وقتی دو ذره در فاصله دور از یکدیگر قرار دارند با توجه به رابطه $V(x) = -\frac{Gm_1m_2}{r_{=\infty}} = 0$ مقدار انرژی پتانسیل صفر بوده و در لحظه بعد چون ذره دوم با سرعت اولیه‌ای به ذره اول نزدیک می‌شود دارای انرژی جنبشی است یعنی انرژی مکانیکی مثبت و ثابت است .

$E_0 = T_2 > 0$

۲۰-۲)

انرژی پتانسیل در فاصله r $E_p = -\frac{GMm}{r}$

انرژی کل $E_k + E_p = \frac{1}{2}mV^2 + (-\frac{GMm}{r}) = E$

$$\Rightarrow V^2 = \frac{2}{m}\left[E + \frac{GMm}{r}\right] = \frac{2E}{m} + \frac{2GM}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m} + \frac{2GM}{r}}$$

۲۱-۴)

جرم ماه $= m$ و جرم زمین $= M$

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r}$$

انرژی پتانسیل $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ $\Rightarrow k = -\frac{U}{2}$

۲۲-۳) انرژی پتانسیل دستگاه برابر با $U(R) = \frac{-GMm}{R}$ و انرژی جنبشی دستگاه برابر با $K = \frac{1}{2}m\omega^2R^2$

و با توجه به قانون سوم کپلر داریم $GM = \frac{4\pi^2R^3}{T^2}$ با قرار دادن این مقدار در فرمول انرژی پتانسیل

خواهیم داشت $\omega^{۲}R^{۲} = \frac{GM}{R}$ و با قرار دادن این مقدار در فرمول انرژی جنبشی مقدار این انرژی برابر با $K = \frac{۱}{۲}\frac{GMm}{R}$ و انرژی کل دستگاه برابر با :

$$E = K + U = \frac{۱}{۲}\frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{R} \Rightarrow E = -\frac{GMm}{۲R}$$

۲۳-۱) انرژی پتانسیل دستگاه برابر است با $U(r) = \frac{-GMm}{r}$ و از طرفی :

$$\frac{GMm}{r^{۲}} = m\frac{v^{۲}}{r} \Rightarrow v^{۲} = \frac{GM}{r}$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{۱}{۲}mv^{۲} = \frac{GMm}{۲r}$$

$$E = E_k + U(r)$$

$$\Rightarrow E = \frac{۱}{۲}G\frac{Mm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{۱}{۲}\frac{GMm}{r}$$

۲۴-۱) همان‌گونه که در تست قبل اثبات شد :

انرژی کل ماهواره $E = -\frac{GMm}{۲r}$

از طرفی $f = \frac{GMm}{r^{۲}}$ بنابراین :

$$E = -\frac{۱}{۲}\left(\frac{GMm}{r^{۲}}\right)r = -\frac{۱}{۲}fr$$

۲۵-۳) انرژی پتانسیل m که در فاصله r از جرم M قرار دارد عبارت است از اثر منفی کاری که باید انجام داد تا جرم m را از بی‌نهایت به فاصله r در آورد.

$$U(r) = -W = -\int \vec{F}.d\vec{L} = -\int fdL$$

$$f = \left|\vec{F}(r)\right| = \left|-\frac{GMm}{r^{۲}}\hat{r}\right| = \frac{GMm}{r^{۲}}, dL = -dr$$ (جهت $d\vec{L}$ از ∞ به نقطه r)

$$\Rightarrow U(r) = \int_{\infty}^{r}\frac{GMm}{r^{۲}}dr = -\frac{GMm}{r}\Big|_{\infty}^{r} = -\frac{GMm}{r}$$

که برابر با کاری است که $\vec{F}$ انجام می‌دهد تا زمین از r تا ∞ برده شود. یعنی از میدان جاذبه خورشید خارج شود.

۲۶-۱)

انرژی پتانسیل گرانشی ناشی از dM بر جرم m $dU(r) = -\frac{G(dM)m}{r}$

پتانسیل گرانشی $= dV(r) = \frac{dU(r)}{m} = -\frac{G(dM)}{r}$

با توجه به آنکه برای $r \le a$ پتانسیل ثابت می‌ماند بنابراین برای $r \le a$

$$V(r) = V(a)$$

$$V(a) = \int_a^b dV(r) = \int_a^b -\frac{GdM}{r} = -G\int_a^b \frac{۴\pi r^۲ \rho dr}{r}$$

$$= -۴\pi\rho G\left[\frac{۱}{۲}r^۲\right]_a^b = -۲\pi\rho G\left[b^۲ - a^۲\right]$$

بنابراین اندازه این پتانسیل $۲\pi\rho G(b^۲ - a^۲)$ است .

۲۷-۲)

انرژی پتانسیل گرانشی ناشی از $m_۱$ $U_۱ = -\frac{Gmm_۱}{r_۱}$

انرژی پتانسیل گرانشی ناشی از $m_۲$ $U_۲ = -\frac{Gmm_۲}{r_۲}$

$$U_۱ = U_۲ \Rightarrow \frac{m_۱}{r_۱} = \frac{m_۲}{r_۲} \Rightarrow \frac{m_۱}{m_۲} = \frac{r_۱}{r_۲}$$

۲۸- ؟) در این مسأله ارتفاع (h) داده نشده است ، لذا نمی‌توان با نوشتن بقای انرژی مسأله را حل کرد.

$$-\frac{GMm}{(R+h)} + \frac{۱}{۲}mV^۲ = -\frac{GMm}{R} + \frac{۱}{۲}mV_۰^۲$$

که $V_۰$ سرعت در برخورد با زمین است .

۲۹-۴) اگر x فاصله از سطح زمین باشد داریم :

$$F_r = -\frac{GMm}{r^۲} = m\ddot{x} \quad , \; r = R + x$$

$$\frac{-GMm}{(R+x)^۲} = m\ddot{x}, \ddot{x} = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx} = v\frac{dv}{dx} \Rightarrow \int_{x_\circ}^{x} \frac{-GM}{(R+x)^۲} = \int_{V_\circ}^{V} V\frac{dv}{dx}$$

$$\Rightarrow GM\left[\frac{۱}{(R+x)} - \frac{۱}{(R+x_\circ)}\right] = \frac{V^۲}{۲} - \frac{V_\circ^۲}{۲}$$

$$t = \circ \Rightarrow x_\circ = \circ \, , V_\circ = V_{escape} = \sqrt{\frac{۲Gm}{R}}$$

$$GM\left[\frac{۱}{R+x} - \frac{۱}{R}\right] = \frac{V^۲}{۲} - \frac{GM}{R} \Rightarrow \frac{V^۲}{۲} = \frac{GM}{R+x} \Rightarrow V = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{۲GM}{R+x}}$$

$$\int_{x_\circ}^{x} \sqrt{R+x}\, dx = \int_{t_\circ}^{t} \sqrt{۲GM} dt, \int \sqrt{ax+b}\, dx = \frac{\sqrt[۲]{(ax+b)^۳}}{۳a}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[۲]{(x+R)^۳}}{۳}\Bigg|_{\circ}^{x} = \sqrt{۲GM}\, t \Rightarrow \frac{۲}{۳}\sqrt{(x+R)^۳} - \frac{۲}{۳}\sqrt{R^۳} = \sqrt{۲GM}t$$

$$(x+R)^{\frac{۳}{۲}} - R^{\frac{۳}{۲}} = \frac{۳}{۲}\sqrt{۲GM}t$$

$$x + R = \left[R^{\frac{۳}{۲}} + R^{\frac{۳}{۲}}\sqrt{۲GM}t\right]^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow r = x + R = \left[R^{\frac{۳}{۲}} + \frac{۳}{۲}\sqrt{۲GM}t\right]^{\frac{۲}{۳}}$$

۳۰-۲) سرعت فرار (escape speed) عبارت است از حداقل سرعتی که با آن جسم را به طرف بالا پرتاب کنیم که هرگز به سطح زمین برنگردد.

مقدار این سرعت عبارت است از : $v = \frac{v_{\text{فرار}}}{۲}$ و $v_e = \sqrt{\frac{۲GM}{Re}}$

$$\frac{۱}{۲}mV^۲ - \frac{GMm}{Re} = -G\frac{mM}{r} = -\frac{۳}{۴}\frac{GmM}{Re} \Rightarrow r = \frac{۴}{۳}Re \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{۴}{۳}Re - Re = \frac{۱}{۳}Re$$ (r فاصله جسم تا مرکز زمین است)

۳۱-۲)

$$M = ۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴}\, kg \;, R = ۶۳۷۰\; km$$

پرتابه‌ای که از سطح زمین فرار می‌کند و به بی‌نهایت می‌رسد متوقف شده و انرژی جنبشی ندارد و از طرفی انرژی پتانسیل ندارد بنابراین بنابر اصل بقای انرژی داریم :

$$\circ = \frac{۱}{۲}mV^{۲} + (-\frac{GMm}{R}) \Rightarrow V = \sqrt{\frac{۲GM}{R}} = \sqrt{\frac{۲(۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱})(۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴})}{۶۳۷۰ \times ۱۰^{۳}}}$$

$$V = ۱/۱۱۹ \times ۱۰^{۴} m/s = ۱۱/۲km/s$$

۲-۳۲) اندازه شتاب جاذبه در فاصله R از مرکز زمین برابر $\frac{GM}{R^{۲}}$ است .

انرژی پتانسیل ماهواره از مرکز زمین به فاصله R برابر با : $V = \frac{-GMm}{R}$

$$E = \circ = \frac{۱}{۲}mV^{۲} - \frac{GMm}{R} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^{۲} = \frac{GMmR}{R^{۲}} = gmR$$

انرژی مکانیکی کل برابر $\leftarrow E = \circ \Rightarrow E_k = U \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^{۲} = mgR \Rightarrow v = \sqrt{۲gR}$

توجه : اگر $v > \sqrt{۲gR}$ باشد ماهواره از مدار خارج می‌شود.

۴-۳۳)

$$\frac{۱}{۲}mv_{\circ}^{۲} = \frac{GMm}{R}$$

$$v^{۲} = \frac{۲GM}{R} \Rightarrow \frac{۲GM}{R^{۲}}R = ۲gR$$ در سطح زمین $g = ۹/۸$

سرعت فرار $= v = \sqrt{۲gR} = \sqrt{۲ \times ۹/۸ \times ۶۳۷۰ \times ۱۰^{۳}} = ۱۱۱۷۳ \ m/s$

$\cong ۱۱/۲km/s$

۳-۳۴)

$$\omega = ۲\pi\nu \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{۲\pi} = \frac{۱}{T} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} \quad (۱)$$

برای به دست آوردن سرعت زاویه‌ای از برابری نیروی گرانش با نیروی جانب به مرکز استفاده می‌کنیم .

$$F_G = F_r \Rightarrow \frac{GmM}{r^{۲}} = \frac{mV^{۲}}{r} \Rightarrow V^{۲} = \frac{GM}{r}, V = \sqrt{\frac{GM}{r}} = r\omega \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^{۳}}} \quad (۲)$$

با قرار دادن رابطه (۲) در (۱) خواهیم داشت .

$$T = \frac{۲\pi}{\omega} \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{r^{۳}}{GM_E}}$$

۳۵-۱)

$$\begin{cases} U = -\dfrac{GMm}{r}, \quad \text{جرم کره زمین} = M \\ \dfrac{GMm}{r^{۲}} = \dfrac{mV^{۲}}{r} \Rightarrow V^{۲} = \dfrac{GM}{r} = \dfrac{-U}{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{سرعت } V = \sqrt{\frac{-U}{m}}$$

۳۶-۴) با توجه به قانون سوم کپلر رابطه بین زمان تناوب بر حسب قطر بزرگ عبارت است از :

$$T = ۲\pi(Gm_{۲})^{\frac{-۱}{۲}} a^{\frac{۳}{۲}} \qquad \Leftarrow T = \frac{۲\pi a}{v} \quad , v = (\frac{GM}{a})^{\frac{۱}{۲}} \Leftarrow \frac{mV^{۲}}{a} = \frac{GMm}{a^{۲}}$$

با در نظر گرفتن نیم مرکز جرم خواهیم داشت.

$$T = ۲\pi[G(m_{۱} + m_{۲})]^{-\frac{۱}{۲}} a^{\frac{۳}{۲}}$$

۳۷-۳) برای آنکه ماهواره همواره درنقطه‌ای مشخص بالای زمین باشد باید سرعت زاویه‌ای دوران آن با زمین برابر باشد.

$$\frac{GMm}{r^{۲}} = \frac{mV^{۲}}{r} \Rightarrow V^{۲} = \frac{GM}{r} = (r\omega_{۱})^{۲} \Rightarrow \omega_{۱}^{۲} = \frac{GM}{r^{۳}}$$

$\omega_{۱}$ سرعت زاویه‌ای دوران ماهواره به دور زمین است . اگر ω سرعت زاویه‌ای دوران زمین به دور خود باشد :

$$\omega = \omega_{۱} \Rightarrow \frac{GM}{r^{۳}} = \omega^{۲} \Rightarrow r = (\frac{GM}{\omega^{۲}})^{\frac{۱}{۳}}$$

$$r = (\frac{GMR^{۲}}{R^{۲}\omega^{۲}})^{\frac{۱}{۳}}, g = \frac{GM}{R^{۲}} \Rightarrow r = (\frac{gR^{۲}}{\omega^{۲}})^{\frac{۱}{۳}}$$

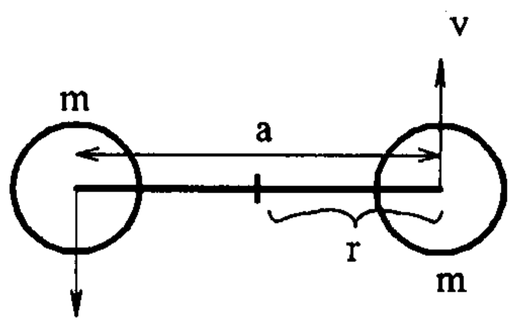
۳۸-۳)

$$I_{۱}\omega_{۱} = I_{۲}\omega_{۲} \Rightarrow \frac{۲}{۵} m r_{۱}^{۲}\omega_{۱} = \frac{۲}{۵} r_{۲}^{۲}\omega_{۲} \quad , \omega = \frac{۲\pi}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_{۲}}{\omega_{۱}} = \frac{T_{۲}}{T_{۱}} = (\frac{r_{۱}}{r_{۲}})^{۲} = (\frac{r_{۱}}{۰/۹۹۵\, r_{۱}})^{۲} \Rightarrow T_{۲} = (\frac{۱}{۰/۹۹۵})^{۲} T_{۱}$$

$$T_{۲} - T_{۱} = \left[(\frac{۱}{۰/۹۹۵})^{۲} - ۱\right] T_{۱} = \left[(\frac{۱}{۰/۹۹۵})^{۲} - ۱\right] \times ۲۴ \times ۶۰ = ۱۴/۵ \text{ دقیقه}$$

(۴-۳۹



$$\frac{Gmm}{a^{۲}} = m\frac{V^{۲}}{r} \quad ,V = \frac{۲\pi r}{T}, r = \frac{a}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{Gmr}{a^{۲}} = V^{۲} = \frac{۴\pi^{۲}(\frac{a}{۲})^{۲}}{T^{۲}} \Rightarrow m = \frac{۲\pi^{۲}a^{۳}}{GT^{۲}}$$

۴۰-۲) در صورتی می‌توانیم یک طرف ماه را همواره ببینیم که پریود حرکت ماه به دور خودش با پریود حرکت آن به دور زمین برابر باشد ، یعنی :

$$T_{۱} = T_{۲} \Rightarrow \omega_{۱} = \omega_{۲} \quad ,L = I\omega$$

$L_S =$ اندازه حرکت زاویه‌ای حرکت وضعی ماه $= I_S\omega_S$

$L =$ اندازه حرکت زاویه‌ای مداری ماه $= I\omega$

اگر m جرم ماه باشد :

$$\frac{L_S}{L} = \frac{I_S}{I} = \frac{(۲/۵)mR_{۱}^{۲}}{mR_{۲}^{۲}} = \frac{۲}{۵}(\frac{R_{۱}}{R_{۲}})^{۲}$$

$I_S = \frac{۲}{۵}mR^{۲}$ (ممان اینرسی برای حرکت کل کره به دور قطر خودش)

$$I = mR^{۲}$$

که I ممان اینرسی برای حرکت یک ذره به جرم m به دور نقطه‌ای به فاصله R از آن می‌باشد.

(۲-۴۱

$$\frac{GmM}{R^{۲}} = \frac{mV^{۲}}{R} \Rightarrow GM = RV^{۲}$$

هنگامی که ماهواره در شعاع R دوران می‌کند. سرعت آن V و هنگامی که شعاع دوران به ۰/۸۱R می‌رسد سرعت V' است .

$$GM = RV^{۲}, GM = (۰/۸۱R)V'^{۲} \Rightarrow (\frac{V'}{V})^{۲} = \frac{۱}{۰/۸۱}$$

$$\Rightarrow = V' = \frac{V}{۰/۹} = \frac{۱۰}{۹}V \Rightarrow \Delta V = V' - V = \frac{V}{۹}$$

تغییر نسبی سرعت $\frac{\Delta V}{V} = \frac{۱}{۹}$

۴۲-۲) به علت گردش زمین حول محورش ، هنگامی که حرکت یک ذره در یک دستگاه متحرک زمین را بررسی می‌کنیم شاهد نیروی نالخت $-۲m\vec{\omega}\times\vec{v}'$ هستیم که $\vec{\omega}$ سرعت زاویه دوران زمین و $\vec{V}'$ سرعت ذره متحرک است .

۴۳-۱) چنان چه جهت نیرو در راستای شعاعی به سمت داخل مرکز نیرو یعنی $-\vec{r}$ باشد در آن صورت $\vec{F}$ جاذبه‌ای خواهد بود و همواره مخرج $[r^۲+۱]>۰$ است با تعیین علامت صورت خواهیم داشت .

$$\begin{cases} r=۰ \\ r-۱=۰ \Rightarrow r=۱ \end{cases}$$

r	0	1	
r	-	+	+
r-1	-	-	+
r(r-1)	+	-	+

۴۴-۲)

$$\begin{cases} F_{(R)}=G\dfrac{Mm}{R^۲} \\ F_{R/۲}=G\dfrac{Mm}{(R/۲)^۲}=G\dfrac{Mm}{\frac{R^۲}{۴}} \Rightarrow \dfrac{F_{(R)}}{F_{(R/۲)}}=۴ \end{cases}$$

۴۵-۳)

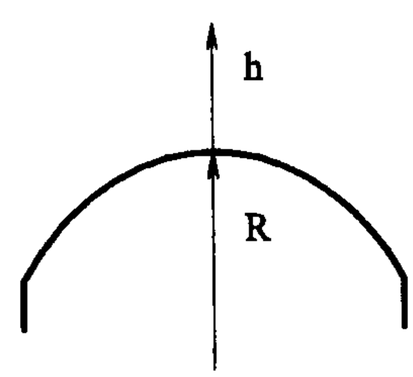
$$\begin{cases} F(R)=G\dfrac{Mm}{R^۲} \\ F(۲R)=G\dfrac{Mm}{(۲R)^۲}=G\dfrac{Mm}{۴R^۲} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{F(R)}{F(۲R)}=۴ \quad \text{یا} \quad \dfrac{F(۲R)}{F(R)}=۴$$

۴۶-۵)

$$g=g_۰\left[۱-۲\frac{h}{R}+۳(\frac{h}{R})^۲\right]$$

$$g=\frac{GM}{(R+h)^۲}=\frac{GM}{R^۲(۱+\frac{h}{R})^۲}=\frac{GM}{R^۲}(۱+\frac{h}{R})^{-۲}$$

$$=g_۰\left[(۱)^{-۲}-۲(۱)^{-۳}(\frac{h}{R})-\frac{۲(-۳)(۱)^{-۴}}{۲!}(\frac{h}{R})^۲+.....\right]^{-۲}$$



$g = -G\int \frac{dm}{r^{۲}} r$ هرگاه $dm = \sigma da = ۲\pi\sigma sds.$ (۳-۴۷

$$g = -G\int \frac{\sigma \hat{r} da}{r^{۲}} = -۲\pi\sigma G\int (sds/r^{۲})(\frac{x}{۲})\hat{x}$$

$$g = -۲\pi\sigma Gx\int_{۰}^{R} \frac{sds}{(x^{۲}+s^{۲})^{\frac{۳}{۲}}}\hat{x} = -۲\pi\sigma G\left[۱ - \frac{x}{\sqrt{x^{۲}+R^{۲}}}\right]\hat{x}$$

۴۸-۱) طبق شکل انتگرالی قانون گاوس برای گرانش $\oint g ds = -۴\pi G m_{in}$

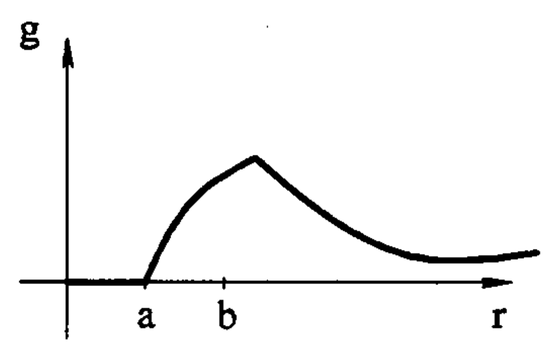
$r > a \Rightarrow \oint \vec{g}.\vec{ds} = ۰ \Rightarrow g = ۰$ این انتگرال را برای مناطق مختلف محاسبه می‌کنیم .

$$r > b \Rightarrow \oint \vec{g} d\vec{s} = -۴\pi GM = -g۴\pi r^{۲}$$

بنابراین : $g = \frac{GM}{r^{۲}}$

$a<r<b \qquad \oint \vec{g}.d\vec{s} = -۴\pi r^{۲} g = -۴\pi G\rho \frac{۴\pi}{۳}(r^{۳} - a^{۳})$

$$\Rightarrow g = \frac{۴}{۳}\pi g\rho(r - \frac{a^{۳}}{r^{۲}})$$

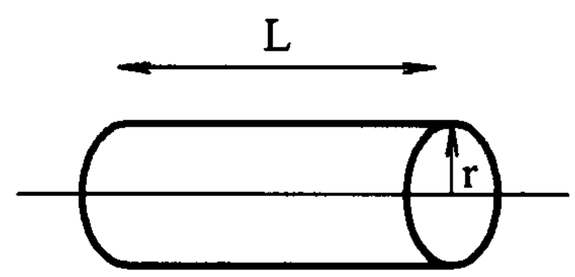


(۵ -۴۹

$$\vec{\nabla}.\vec{g} = -۴\pi G\rho$$

$$\oint \vec{g}.d\vec{s} = -۴\pi G m_{in} \Rightarrow \oint g ds = -۴\pi G\lambda L$$

$$g۲\pi rL = -۴\pi G\lambda L \qquad g = -(۲\lambda G/r)\vec{r}$$



۵۰-۱) مقدار چگالی داده شده برابر است با :

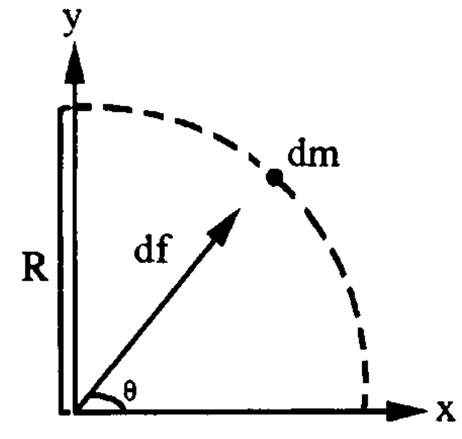
$$\lambda = M/(\pi R/۲)$$

$$dM = \lambda ds = \lambda R d\theta \quad dF_x = \frac{GmdM}{R^{۲}}\cos\theta \,,\, dF_y = \frac{GmdM}{R^{۲}}\mathrm{Sin}\theta$$

پس: $F_x = \frac{Gm}{R^2}\lambda R\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta = Gm\frac{\lambda}{R} = \frac{2GmM}{\pi R^2}$, $F_y = \frac{Gm}{R^2}\lambda R\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta d\theta$

و نهایتاً $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{2\sqrt{2}GmM^2}{\pi R^2}$

و در مختصات قطبی $F = ((\frac{2\sqrt{2}GmM}{\pi R^2}), 45^\circ)$



(۲-۵۱

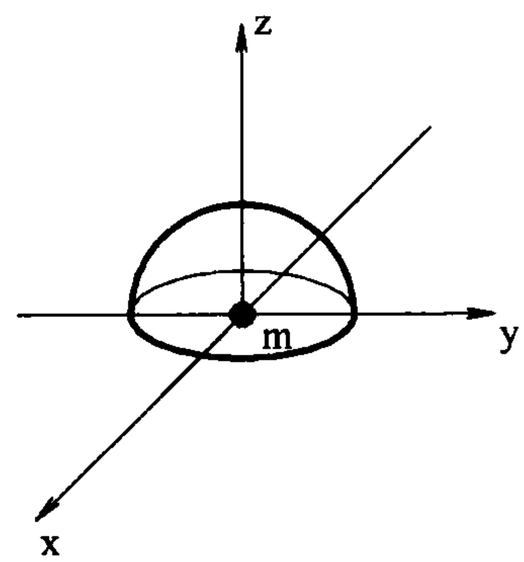
$$n = \mathrm{Sin}\theta\mathrm{Cos}\phi i + \mathrm{Sin}\theta\mathrm{Sin}\phi j + \mathrm{Cos}\theta k$$

$$dF = \frac{G\sigma m(a^2\mathrm{Sin}\theta d\theta\phi}{a^2}(\mathrm{Sin}\theta\mathrm{Cos}\phi i + ...)$$

به علت تقارن فقط مؤلفه k وجود دارد.

$$F = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\pi} G\sigma m\mathrm{Sin}\theta\mathrm{Cos}\theta d\theta d\phi k$$

$= \frac{GmM}{a^2}$ چون که $M = (2\pi a^2\sigma)$



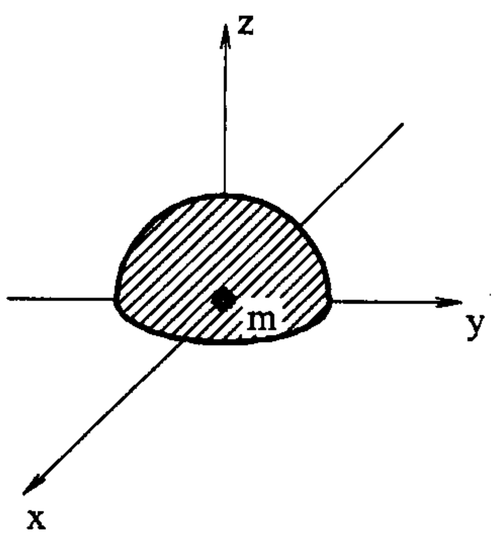
σ چگالی جرمی سطحی است .

(۴-۵۲

$$F = \frac{GmM}{r^2}\hat{n} \quad dF = Gm\frac{\sigma r^2\sin\theta dr d\theta d\phi}{r^2}(\mathrm{Sin}\theta\mathrm{Cos}\phi i + ...)$$

که به دلیل $\hat{n} = (\mathrm{Sin}\theta\mathrm{Cos}\phi i + \mathrm{Sin}\theta\mathrm{Sin}\phi j + \mathrm{Cos}\theta k)$

به دلیل تقارن فقط مؤلفه k داریم :



$$F = ۲Gm\sigma\pi a = \frac{۳GmM}{a^{۲}}$$

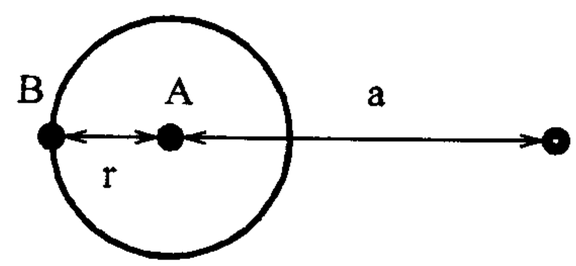
σ چگالی جرمی حجمی می‌باشد.

(۵-۵۳

$$\Delta g = g_A - g_B \qquad \Rightarrow \frac{Gm}{a^{۲}} - \frac{Gm}{(a+r)^{۲}} = \frac{Gm}{a^{۲}}\left[۱ - \frac{۱}{(۱+\frac{r}{a})^{۲}}\right]$$

$$= \frac{Gm}{a^{۲}}(۱-(۱-\frac{۲r}{a}))$$

با کمک بسط سریها خواهیم داشت $\Rightarrow \Delta g = ۲\frac{Gmr}{a^{۳}}$



۵۴-۳) بنابرقانون گاوس در گرانش جاذبه روی جرم m روی کره‌ای به شعاع $b < a$ و با مرکز o برابر با :

$$F = G(\frac{۴}{۳}\pi b^{۳})\frac{\sigma m}{b^{۲}} = (\frac{۴}{۳}\pi G\sigma m)b$$

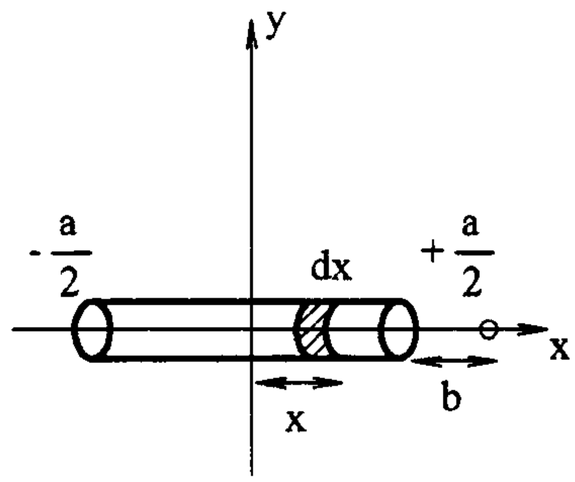
(۱-۵۵

$$(\frac{a}{۲}+b) - x = u \ , -dx = du$$

$$d\vec{F} = \frac{Gm\lambda dx}{\left[(\frac{a}{۲}+b)-x\right]^{۲}}(-i)$$

$$dF = \frac{Gm\lambda(-du)}{u^{۲}}(-i) = Gm\lambda i\int_{-a/۲}^{+a/۲}\frac{du}{u^{۲}} = -Gm\lambda i\left[\frac{۱}{b} - \frac{۱}{(a+b)}\right]$$

$$= Gm\lambda\left[\frac{a+b-b}{b(a+b)}\right](-i) = Gm\lambda\left[\frac{a}{b(a+b)}\right](-i) = \frac{GmM}{b(a+b)}(-i)$$



[چون $M = \lambda a$]

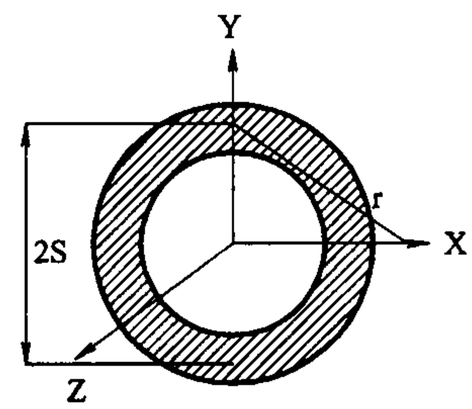
(۵-۵۶

$$\phi = -G\int \frac{dm}{r} = -G\int_a^b \frac{۲\pi\sigma s ds}{r}$$

$$dm = ۲\pi\sigma s ds = -۲\pi\sigma G\int_a^b \frac{s ds}{\sqrt{s^۲ + x^۲}}$$

$$\phi = -۲\pi\sigma G\sqrt{S^۲ + x^۲}\Big|_a^b = -۲\pi\sigma G\left[\sqrt{b^۲ + x^۲} - \sqrt{a^۲ + x^۲}\right]$$

$$g = -\nabla\phi = -\frac{d\phi}{dx}x$$



۵۷-۲) با استفاده از مشتق‌گیری از پتانسیل می‌توانید نیرو را به دست آورید. لذا داریم :

$$V = \frac{-Gmm'}{r}(۱ - ae^{\frac{-r}{\lambda}}) \qquad \frac{dv}{dr} = \frac{Gmm'}{r^۲}(۱ - ae^{\frac{-r}{\lambda}}) + \frac{Gmm'}{r}\frac{a}{\lambda}e^{-\frac{r}{\lambda}}$$

$$= \frac{Gmm'}{r^۲}(۱ - ae^{-\frac{r}{\lambda}}(۱ + \frac{r}{\lambda})) \qquad \frac{r}{\lambda} << ۱$$

$$F = \frac{dv}{dr}\Big|_{r<<\lambda} = \frac{Gmm'}{r^۲}(۱ - a)$$

(۵-۵۸

$$F = m\frac{v^۲}{r} \qquad Gmm_s / r^۲ = m\omega^۲ r = ۴\pi^۲ mr / T^۲$$

$$\sum F = ma \qquad = ۴\pi^۲ mr / T^۲$$

$$Gmm_s / r^۲ = ۴\pi^۲ mr / T^۲ \Rightarrow T^۲ = (۴\pi^۲ / Gm_s)r^۳$$

$$m_s = (۴\pi^۲ / G)r^۳ / T^۲ = (۴\pi^۲ / ۶٫۶۷۳ \times ۱۰^{-۸})(۱/۵۰ \times ۱۰^{۱۳})^۳ / (\pi \times ۱۰^۷)^۲$$

$$m_s = ۲/۰ \times ۱۰^{۳۳}\ g$$

۵۹-۲) بنابر قانون سوم کپلر داریم :

$$T^{۲} = \frac{۴\pi^{۲}a^{۳}}{m_{۱} + m_{۲}}$$

ستاره $m_{۱} = m_{\circ}$, $m_{۲} = m$ برای منظومه شمسی

پس $m_T = (m_{۱} + m_{۲}) = ۴\pi^{۲}\frac{a^{۳}}{T^{۲}}$

اگر $m_{۱} = m_{۲} = m \Rightarrow m = ۲\pi^{۲}\frac{a^{۳}}{T^{۲}}$

که جرم یک ستاره را مشخص می‌کند.

۶۰-۳)

$$\vec{F} = G\frac{mM}{r^{۲}}\hat{n} \quad , M = \frac{۴}{۳}\pi R^{۳}\sigma$$

n بردار یکانی به طرف جرم σ, M چگالی جسم می‌باشد.

$$\vec{F} = \frac{Gm((۴/۳)\pi R^{۳}\sigma)}{r^{۲}}\hat{n} = \frac{۴\pi G r^{۳}\sigma M}{۳r^{۲}}\hat{n}$$

۶۱-۲)

$$\oint \vec{g}.d\vec{s} = -۴\pi G m = -g(۲\pi b L) = -۴\pi G\lambda L$$

$$\Rightarrow g = \frac{۲G\lambda}{b} \text{ (شدت میدان اطراف میله)} \Rightarrow F = mg = \frac{۲G\lambda m}{b}$$

۶۲-۳)

از قانون جاذبه عمومی $F = \frac{GMm}{r^{۲}}$

از قانون دوم نیوتن $F_r = ma_r = m\frac{V^{۲}}{r} \quad \Rightarrow V^{۲} = \frac{GM}{r}$

$$\omega = \frac{۲\pi r}{V} = \frac{۲\pi r}{\left(\frac{GM}{r}\right)^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۲\pi}{\sqrt{GM}}r^{\frac{۳}{۲}}$$

۶۳-۳)

$$\Delta k = \circ - \frac{۱}{۲}mV_{\circ}^{۲} = \int \vec{F}.\vec{dr} = \int F dr \cos ۱۸۰^{\circ} = -\int F dr = -\int_{R}^{R+h} \frac{GMm}{r^{۲}}dr$$

$$=\left[\frac{GMm}{r}\right]_R^{R+h}=GMm\left[\frac{1}{R+h}-\frac{1}{R}\right]=-\frac{GMmh}{R(R+h)}=-\frac{1}{2}mV_0^2$$

$$\Rightarrow V_0=\sqrt{\frac{2GMh}{R(R+h)}}=\sqrt{\frac{2GMm}{R^2(R+h)}}=\sqrt{\frac{2gRh}{R+h}}$$

البته می‌توان گزینه صحیح (۳) را سریعاً تشخیص داد چرا که اگر $h<<R$ باشد، چون در نزدیک سطح زمین g تقریباً ثابت است باید $V=\sqrt{2gh}$ باشد که در گزینه (۳) چنین خواهد شد. از طرفی در گزینه (۴) اگرچه در $h<<R$ جواب $\sqrt{2gh}$ به دست می‌آید ولی به ازای $h=R$ سرعت بی‌نهایت می‌شود که غلط است.

۶۴-۱)

$$\frac{mV_0^2}{r_0}=\frac{GMm}{r_0^2}\Rightarrow V_0=\sqrt{\frac{GM}{r_0}}$$ حرکت دورانی با سرعت V_0 در $r=r_0$

$$V=\sqrt{\frac{2GM}{r_0}}\Rightarrow\frac{V}{V_0}=\sqrt{2}$$ سرعت فرار در $r=r_0$

منابع و مآخذ

1-Mathematical Methods For Physicsts (Third Edition)

2-Vector
Parrymoon& Spencer &Van Nostrand McGraw-Hill 1965

3-Physics:David Halliday &Robert Resnik
John willey&Sons,1978

4-Fundamental University ,Vol.1.,Mechanics
Marcelo Alonso &Edward J.Finn
Addison-Weseley Publiahing.1967.

5-3000 Solved Problems in PhysicsInternational Edition
Mc Graw-Hill Book co By:Alvin Halpern,ph.D

6-Phisics For Sciense Alan H.Cromer
McGraw-Hill Book Company,1997

7-Physics For Scientists And Engineers
By :Douglasc.Giancoli

فهرست انتشارات مؤسسه فرهنگی هنری دیباگران تهران (مجتمع فنی تهران)

فهرست کتابهای ویژه آزمونهای کاردانی پیوسته، کاردانی به کارشناسی ، کارشناسی ارشد و دکتری (Ph.D)

دانشگاههای آزاد و دولتی

کاردانی به کارشناسی و کارشناسی به کارشناسی ارشد			
۱	کتابداری و اطلاع رسانی	۳۷	مهندسی فاضلاب
۲	علوم سیاسی و روابط بین الملل	۳۸	آلودگی هوا
۳	ادبیات فارسی(باتجدید نظر)	۳۹	مواد زاید جامد
۴	معارف اسلامی (باتجدید نظر)	۴۰	عوامل زیان آور محیط کار
۵	زبان انگلیسی (با تجدید نظر)	۴۱	بیماریهای شغلی
۶	ریاضی (با تجدید نظر)	۴۲	تغذیه
۷	حل تشریحی مسائل ریاضی	۴۳	بهداشت مواد غذایی
۸	پرسشهای چهارگزینه‌ای ریاضی (باتجدید نظر)	۴۴	بهداشت عمومی
۹	پاسخ پرسشهای چهارگزینه‌ای ریاضی	۴۵	بهداشت خانواده
۱۰	فیزیک	۴۶	آموزش بهداشت
۱۱	شیمی	۴۷	سم شناسی
۱۲	بیوشیمی	۴۸	ریاضی کاربردی تصفیه خانه آب
۱۳	فیزیولوژی	۴۹	ریاضی کاربردی تصفیه خانه فاضلاب
۱۴	الکترومغناطیس	۵۰	تصفیه آب
۱۵	مکانیک کوانتومی	۵۱	پرستاری بیماریهای داخلی جراحی
۱۶	مکانیک تحلیلی	۵۲	پرستاری بهداشت مادران و نوزادان
۱۷	فیزیک GRE	۵۳	پرستاری بیماریهای کودکان
۱۸	زیست سلولی	۵۴	پرستاری بهداشت جامعه
۱۹	زیست مولکولی	۵۵	پرستاری بیماریهای روانی
۲۰	زبان تخصصی پزشکی (جلد اول)	۵۶	نوزادان
۲۱	زبان تخصصی پزشکی (جلد دوم)	۵۷	بیماریهای داخلی جراحی در مامایی
۲۲	فیزیولوژی انسانی	۵۸	بهداشت مادر و کودک
۲۳	ایمنی شناسی تخصصی	۵۹	بیماریهای زنان و زایمان
۲۴	میکروب شناسی	۶۰	جنین شناسی
۲۵	قارچ شناسی پزشکی	۶۱	بارداری و زایمان (عادی و غیرعادی)
۲۶	انگل شناسی	۶۲	کلیات خدمات بهداشتی جلد ۱ ـ بهداشت محیط
۲۷	ویروس شناسی	۶۳	کلیات خدمات بهداشتی جلد۲ ـ بهداشت عمومی
۲۸	بافت شناسی	۶۴	کلیات خدمات بهداشتی جلد ۳ ـ بهداشت حرفه‌ای
۲۹	خون شناسی	۶۵	علوم و صنایع غذایی
۳۰	ایمنی شناسی	۶۶	آمار حیاتی (زیستی)
۳۱	اپیدمیولوژی	۶۷	شیمی محیط زیست
۳۲	حشره شناسی پزشکی و مبارزه با ناقلین	۶۸	مدارک پزشکی
۳۳	زیست شناسی عمومی	۶۹	مصالح ساختمان
۳۴	آناتومی	۷۰	متره و برآورد
۳۵	میکروبیولوژی محیط زیست (جلد اول)	۷۱	نقشه‌برداری
۳۶	میکروبیولوژی محیط زیست (جلد دوم)	۷۲	استاتیک

۷۳	مقاومت مصالح (کاردانی به کارشناسی)	۱۱۴	راه‌سازی
۷۴	هیدرولیک	۱۱۵	مکانیک سیالات و هیدرولیک
۷۵	تحلیل سازه‌ها	۱۱۶	الکترونیک عمومی ۱و۲
۷۶	سازه‌های فولادی	۱۱۷	مدارهای الکتریکی
۷۷	سازه‌های بتونی	۱۱۸	اطلاعات عمومی کامپیوتر و سیستم عامل
۷۸	ترمودینامیک	۱۱۹	ریاضیات گسسته
۷۹	تکنولوژی مواد	۱۲۰	معادلات دیفرانسیل
۸۰	هیدرولوژی	۱۲۱	مکانیک خاک و مهندسی پی
۸۱	مقاومت مصالح (کارشناسی ارشد)	۱۲۲	تغذیه دام و طیور (جلد اول)
۸۲	ریاضی عمومی ۲	۱۲۳	تغذیه دام و طیور (جلد دوم)
۸۳	ریاضیات مهندسی	۱۲۴	قارچ شناسی و بیماریهای گیاهی
۸۴	ماشینهای الکتریکی	۱۲۵	ژنتیک کشاورزی
۸۵	الکترونیک	۱۲۶	موتور و تراکتور
۸۶	زبان برنامه‌نویسی پاسکال	**کاردانی پیوسته**	
۸۷	شناخت اجزای ماشین	۱۲۷	دروس عمومی و پایه کار دانش
۸۸	انتقال حرارت	۱۲۸	زبان انگلیسی
۸۹	زبان تخصصی کشاورزی (جلد اول)	۱۲۹	زبان فارسی
۹۰	زبان تخصصی کشاورزی (جلد دوم)	۱۳۰	ادبیات فارسی
۹۱	خاک شناسی عمومی	۱۳۱	معارف اسلامی
۹۲	خاک شناسی (فیزیک، شیمی و حاصلخیزی خاک)	۱۳۲	عربی
۹۳	خاک شناسی (بیولوژی ، پیدایش و رده‌بندی خاک)	۱۳۳	شیمی (۱)
۹۴	باغبانی عمومی	۱۳۴	آب و خاک (۱)
۹۵	باغبانی (میوه ، گل ، سبزیکاری)	۱۳۵	آب و خاک (۲)
۹۶	باغبانی (ازدیاد نباتات ،فیزیولوژی و ...)	۱۳۶	اصول تغذیه دام
۹۷	گیاه شناسی عمومی	۱۳۷	رنگ شناسی
۹۸	گیاه شناسی تخصصی	۱۳۸	الکترونیک عمومی (۱)
۹۹	گیاه پزشکی	۱۳۹	مفاهیم و روشهای آماری ۱ و ۲
۱۰۰	فیزیولوژی گیاهان زراعی	۱۴۰	فیزیک تخصصی
۱۰۱	حشره شناسی کشاورزی و آفات گیاهی	۱۴۱	ریاضیات (۱)
۱۰۲	آمار و احتمالات کشاورزی	۱۴۲	تجزیه ، تحلیل و طراحی سیستمها
۱۰۳	طرحهای آماری در تحقیقات کشاورزی	۱۴۳	زبانهای نسل چهارم
۱۰۴	ماشینهای کشاورزی	۱۴۴	سیستم عامل ۱
۱۰۵	زراعت	۱۴۵	برنامه‌سازی کامپیوتر (پاسکال)
۱۰۶	آبیاری و زه‌کشی	۱۴۶	سواد کامپیوتری
۱۰۷	آبخیزداری، فرسایش و حفاظت خاک	۱۴۷	تشریح و فیزیولوژی دام، طیور و ماهی
۱۰۸	جانور شناسی	۱۴۸	عکاسی
۱۰۹	پرورش گاو	۱۴۹	مدارهای الکتریکی
۱۱۰	پرورش گوسفند	۱۵۰	ریاضیات ۲
۱۱۱	پرورش طیور	۱۵۱	سخت‌افزار ۱
۱۱۲	تشریح و فیزیولوژی دام	۱۵۲	تغذیه و بهداشت مواد غذایی
۱۱۲	اصلاح دام	۱۵۳	اصول حسابداری

آدرس : سعادت آباد ـ روبه‌روی بیمارستان مدرس ـ انتهای باغستان یکم ـ نبش بلوار بهزاد ـ شماره ۱۰

کدپستی : ۱۹۹۸۶ تلفن ۵- ۲۰۹۰۰۰۱ فکس : ۲۳۵۲۶۲۶

TEH DIBAGARAN
ARTISTIC AND CULTURAL INSTITUTE

RWTÜV
TÜV CERT EN ISO 9001
ISO 9001 Certificated
In Publication & Cover Design

MCQs

Physics
(Mechanics)

By: Naser Zare Dehnavi Hossien Mohsenipour

مؤسسه فرهنگی هنری دیباگران تهران
ساختمان مرکزی: سعادت آباد- بلوار بهزاد - شماره ۱۰
تلفن : ۵ -۲۰۹۰۰۰۱ دورنگار : ۲۳۵۲۶۲۶
E-mail : publishing@mftmail.com
URL: www.mftsite.com

ISBN 964-354-309-9
9789643543099