

نسخه بی دی اف کتاب فیزیک عمومی دیباگاران چاپ قدیم

جلد دوم الکتروسیتی و مغناطیس

ارائه شده توسط وبسایت تخصصی فیزیک پزشکی
(تنها وبسایت ارائه دهنده این کتاب)

با توجه به اهمیت زیاد تست های این مجموعه کتب در این فقط تست ها و پاسخ های تشریحی آن قرارا گرفته و به دلیل مفید نبودن درسنامه از قرار دادن آن پرهیز شده است.

توصیه شده برای ارشد رشته های فیزیک پزشکی،
تصویب بوداری پزشکی رادیوبیولوژی و بهداشت حرفه ای

کپی برداری از این فایل ممنوع می باشد.

فیزیک عمومی

(الکتروسیتی و مغناطیس)

Electromagnetic
Photon

Electron

خلاصه درس، پرسش های چند کزینه ای، پاسخنامه تشریحی
(ویژه آزمون های کارشناسی به کارشناسی ارشد)

در این کتاب می خوانید:

- خلاصه ای از مباحث دروس الکتروسیتی و مغناطیس
- پرسش های چهار کزینه ای آزمون کارشناسی ارشد رشته های فیزیک.
- فیزیک پزشکی، هواشناسی، فیزیک دریا، مهندسی هسته ای و ...

پرسش های آزمون GRE

پاسخنامه تشریحی

مؤلفان:

حسین محسنی پور - سعید آراء
فرنار محمدی - ناصر زارع دهنوی

- ۳- متر بر فاراد $N\cdot m^2/C^2 - 1$
- ۴- فاراد بر متر $N\cdot C^2/m^2 - 2$
- ۷- بار نقطه‌ای $+q$ در مبدأ و بار $+4q$ به فاصله 9 سانتی‌متری آن قرار دارد بار سوم را طوری قرار داده‌ایم که کل دستگاه در حال تعادل پایدار باشد. فاصله از مبدأ و بزرگی این بار چقدر است؟
- ۶ سانتی‌متر $5q - 2$
- ۱- سانتی‌متر $\frac{-36}{q} - 3$
- ۳ سانتی‌متر $\frac{+4}{9} - 4$
- ۸- سه بار نقطه‌ای $4 \times 10^{-6} C$ در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $10 cm$ قرار گرفته‌اند. بزرگی (بر حسب نیوتن) و راستای نیروی وارد بر هر یک از سه بار عبارت است از:
- ۲- تیمسار زاویه هر رأس $24/94 - 1$
- ۴- تیمسار زاویه هر رأس $14/67 - 3$
- ۹- سه ذره باردار روی خط راستی قرار دارند و فاصله آن‌ها از یکدیگر d است. بارهای q_1 و q_2 ثابت نگه داشته شده‌اند بار q_3 می‌تواند حرکت کند اما در عمل ساکن باقی می‌ماند $\overline{AB} = 2r$ بار همنام و نقطه‌ای $(Q, -q)$ به ترتیب در نقاط A و B قرار دارند به‌طوری که قرار داشته و در تعادل است اگر $\overline{CA} = 2r$ و $\overline{CB} = r$ باشد:
- $q_1 = -4q_2 - 2$
- $2q_1 = q_2 - 1$
- $q_1 = -2q_2 - 3$
- ۱۰- دو ذره باردار را که جرم هر یک m و بار الکتریکی آن‌ها به ترتیب q و $-q$ فرض می‌شود، در نظر می‌گیریم، شدت نیروی جاذبه گرانشی و کولنی میان آن‌ها را با F_g و F_e نمایش می‌دهیم. در این صورت نسبت $\frac{F_e}{F_g}$ در حدود یکی از اعداد زیر خواهد بود:
- ۱- $1.10 - 4$
- ۲- $\frac{1}{128} - 3$
- ۳- $10.5 - 2$
- ۴- $10^{40} - 1$
- ۱۱- گلوله کوچک با بار q به دور بار کوچک دیگری که اندازه آن نیز q است درمداری به شعاع R در حال چرخیدن است. اگر جرم گلوله m باشد اندازه سرعت دورانی گلوله کدام است؟
- (آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

$$\left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m R} \right)^{\frac{1}{2}} - 4 \quad \left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m R^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 3 \quad \left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m^2 R} \right)^{\frac{1}{2}} - 2 \quad \left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m^2 R^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1$$

۱-۲ پرسش‌های چند گزینه‌ای

- ۱- بار نقطه‌ای $20 \mu C$ در نقطه $(0, 1, 2) m$ و بار دیگری معادل $300 \mu C$ در نقطه $(2, 0, 0) m$ قرار گرفته است. کدام یک از گزینه‌های زیر اندازه نیروی وارد از طرف یکی بر دیگری است؟
- (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۷۹)

$$20 N - 4 \quad 2 N - 3 \quad 6 N - 1$$

- ۲- در لوله تصویر یک تلویزیون (رنگی) میدان الکتریکی موجود، نیروی خالص برابر $1/6 \times 10^{-13} N$ است. کترون با جرم $9/11 \times 10^{-31} kg = m$ اعمال می‌نماید. شتاب الکترون برابر خواهد بود با:

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریابی و اقیانوسی - فیزیک دریا دانشگاه آزاد اسلامی ۸۰)

$$2/52 \times 10^{11} ms^{-2} - 1 \quad 2 \times 10^{25} ms^{-2} - 3$$

$$1/76 \times 10^{17} ms^{-2} - 4$$

- ۳- دو بار همنام و نقطه‌ای $(Q, -q)$ به ترتیب در نقاط A و B قرار دارند به‌طوری که بار همنام و نقطه دیگری برابر با q در نقطه C واقع بر راستای AB بین B و A قرار داشته و در تعادل است اگر $\overline{CA} = 2r$ و $\overline{CB} = r$ باشد:

$$Q = \frac{1}{2}q - 4 \quad q = \frac{3}{4}Q - 3 \quad q = \frac{3}{4}q - 2 \quad q = \frac{1}{2}Q - 1$$

- ۴- بار Q را به دو قسمت q و $(Q - q)$ تقسیم می‌کنیم. اگر این دو قسمت را به فاصله معینی از یکدیگر قرار دهیم اندازه بار q چقدر باشد تا حداکثر نیروی دافعه را این دو بار بر یکدیگر وارد کنند؟
- (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۰)

$$\frac{Q}{3} - 4 \quad \frac{Q}{4} - 3 \quad \frac{2Q}{3} - 2 \quad \frac{Q}{2} - 1$$

- ۵- ذره A با بار الکتریکی q و ذره همنوع B با بار الکتریکی $4q$ در دو سر قطعه خط AB قرار دارند. بار همنوع C با بار q در نقطه AB از قطعه خط AB واقع است. اگر برآیند نیروهای وارد بر ذره C برابر با صفر باشد، نتیجه می‌گیریم که $\overline{BC} = \overline{AC}$ است.
- (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواسناستی ۷۸)

- ۱- سه چهار دو واحد کدام است؟
- (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۰)

- ۱۶- بار نقطه‌ای q در فاصله d از یک رسانای متصل به زمین قرار دارد. چگالی سطحی بار σ را بر حسب شاعع r به دست آورید.

$$\frac{2kqd}{(r^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} - 2$$

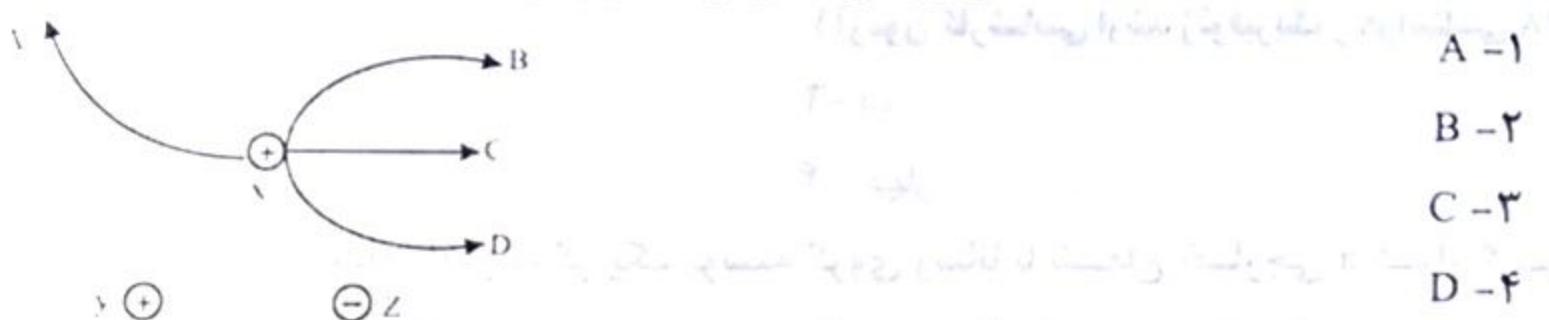
$$\frac{kq}{r^2 + d^2} - 1$$

$$\frac{qd}{\pi(r^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} - 4$$

$$\frac{2kq}{r^2 + d^2} - 3$$

- ۱۷- مطابق شکل سه کره کوچک x, y و z حامل بارهای مساوی بر روی رئوس یک مثلث متساوی الساقین قرار گرفته‌اند. کره‌های y و z بر جای خود ثابت هستند. اما کره x می‌تواند حرکت کند. مسیر حرکت کره x پس از رها شدن چگونه است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۲)



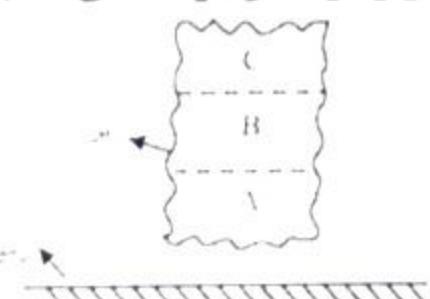
- ۱۸- یک رسانای بزرگ عایق‌بندی شده و تو خالی حامل بار $+q$ است. گلوله فلزی کوچکی را که حامل بار $-q$ است به وسیله نخی از راه سوراخ کوچک در بالای رسانا، پایین می‌بریم تا با سطح رسانا تماس پیدا کند و سپس گلوله را بالا می‌کشیم (مطابق شکل). بار روی رسانا و گلوله چقدر است؟

- (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)
- ۱- رسانا بار و گلوله هم بی‌بار است.
۲- رسانا دارای بار $+q$ و گلوله بی‌بار است.
۳- رسانا دارای بار $-q$ و گلوله هم دارای بار $+q$ است.
۴- رسانا دارای بار $-q$ و گلوله بی‌بار است.

- ۱۹- توزیع بار در یک ابر بارانزا، به طور تقریبی کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۵)

- ۱- در ناحیه B بار منفی و در نواحی A و C بار مثبت وجود دارد
۲- در ناحیه C بار مثبت و در نواحی A و B بار منفی وجود دارد
۳- در ناحیه A بار منفی و در نواحی B و C بار مثبت وجود دارد.



- ۲۰- دو بار Q بر روی دو گوشه متقابل یک مربع قرار دارد. دو بار q بر روی دو گوشه دیگر مربع واقع شده‌اند. اگر نیروی وارد بر Q صفر باشد کدام پاسخ اندازه صحیح نسبت بار $\frac{Q}{q}$ است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

$$-2\sqrt{2} - 4 \quad -\sqrt{2} - 3 \quad +2 - 2 \quad +4 - 1$$

- ۲۱- بر روی چهارگوش مربعی به ضلع a ، چهار واحد بار الکتریکی قرار گرفته‌اند. اندازه نیرویی که هر بار از طرف سایر بارها احساس می‌کند برابر است با:

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۲)

$$\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \frac{k}{a^2} \text{ نیوتون}$$

$$\left(\sqrt{2} + 1\right) \frac{k}{2a^2} \text{ نیوتون}$$

$$\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) \frac{k}{a^2} \text{ نیوتون}$$

$$\left(\sqrt{2} + 1\right) \frac{k}{a^2} \text{ نیوتون}$$

- ۲۲- روی میله نازک AB به طول L، بار Q به طور یکنواخت توزیع شده است. بار نقطه‌ای q در

- نقطه C در امتداد میله قرار می‌گیرد به طوری که $BC = \frac{L}{2}$ اندازه نیروی وارد بر بار q کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)



$$\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{L^2} - 2 \quad \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{L^2} - 1$$

$$\frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{L^2} - 4 \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{L^2} - 3$$

- ۲۳- پروتونی با انرژی جنبشی 1 MeV در فاصله‌ای بسیار دور مستقیماً به سوی یک هسته سیگین ثابت با بار الکتریکی $-90e$ پرتاپ می‌شود. نزدیک‌ترین فاصله پروتون از هسته

تقریباً چند فرمی است؟ (از پس‌زنی هسته چشم پوشی می‌شود.) ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$)

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)

$$129 - 4 \quad 81 - 3 \quad 1/3 \times 10^{-4} - 1$$

۱-۳ پاسخنامه تشریحی

(۴-۱)

$$\begin{aligned} q_1 &= 2 \cdot \mu C \cdot r_1 = (0, 1, 2) \\ q_2 &= 3 \cdot \mu C \cdot r_2 = (2, 0, 0) \end{aligned}$$

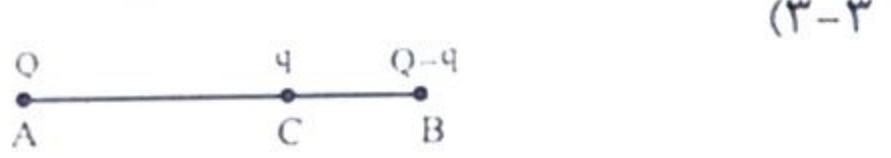
$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} = 9 \times 10^{-9} \times \frac{20 \times 10^{-6} \times 300 \times 10^{-6}}{9} = 6 N$$

$$m = 9/11 \times 10^{-21} kg, F = 1/6 \times 10^{-12} N$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{1/6 \times 10^{-12}}{9/11 \times 10^{-21}} = 1/76 \times 10^{17} ms^{-2}$$

$$\overline{AC} = 2r$$

$$\overline{CB} = r$$



(۳-۳)

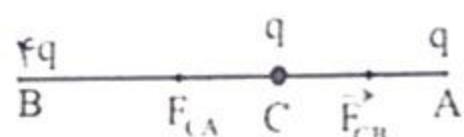
$$\left. \begin{aligned} F_{AC} &= \frac{q_A q_C}{r_{AC}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{4r^2} \\ F_{CB} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_C q_B}{r_{CB}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(Q-q)}{r^2} \\ F_{AC} &= F_{CB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{qQ}{4r^2} = \frac{q(Q-q)}{r^2} \Rightarrow Q = 4(Q-q) \Rightarrow q = \frac{3}{4} Q$$

۱-۴) اگر دو بار را در فاصله معین r از همدیگر قرار دهیم، نیروی دافعه به صورت زیر درمی‌آید که برای حداکثر نیروی دافعه، باید $\theta = 0^\circ$ باشد پس:

$$F = k \frac{q(Q-q)}{r^2} \Rightarrow \frac{dF}{dq} = \frac{k}{r^2} [Q - q - q] = \frac{k}{r^2} (Q - 2q) = 0 \Rightarrow Q - 2q = 0 \Rightarrow q = \frac{Q}{2}$$

(۲-۵)

$$\vec{F}_{CA} + \vec{F}_{CB} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{CA} = \vec{F}_{CB}$$



۴- در ناحیه A بار مثبت و در نواحی B و C بار منفی وجود دارد.

۲۰- بار الکتریکی معین q را به دو قسمت Q و $-Q$ - تقسیم کرده‌ایم. در صورتی که نیروی دافعه کولنی میان دو قسمت که به فاصله معینی از هم قرار می‌گیرند، اکسترمم (ماکزیمم یا مینیمم) باشد، رابطه بین Q و q و نوع نیرو چگونه است؟

$$-1 \quad Q = \frac{q}{3} \text{ و نیرو مینیمم است.}$$

$$-2 \quad Q = \frac{q}{2} \text{ و نیرو مینیمم است.}$$

۲۱- ذره A با بار الکتریکی q و ذره همنوع B با بار الکتریکی $4q$ در دو سر قطعه خط AB قرار دارند. بار همنوع C با بار q در نقطه C از قطعه خط AB است. اگر برآیند نیروهای وارد بر ذره C برابر صفر باشد، نتیجه می‌گیریم که BC چند برابر AC است؟

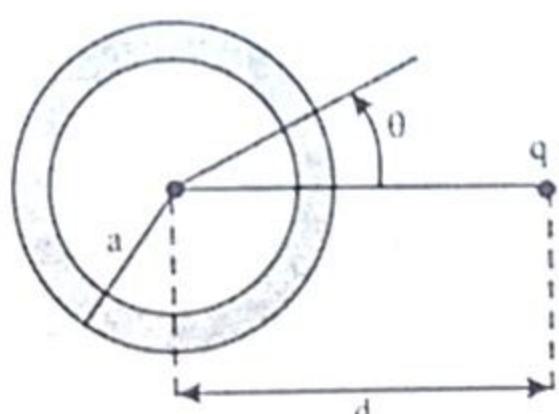
(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

۱- نیم
۲- دو
۳- سه
۴- چهار

۲۲- اگر بار q در فاصله d از مرکز یک پوسته کروی رسانا با شعاع خارجی a قرار گیرد چگالی بارهای سطحی روی جدار خارجی و داخلی پوسته به ترتیب:

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۵)

- ۱- ثابت است، متناسب است با θ
۲- متناسب است با θ ، ثابت است.
۳- متناسب است با θ ، صفر است.
۴- صفر است، متناسب است با θ



(۲-۶)

فصل اول: قانون کولن

۲۱

مولعه F_y صفر است زیرا اندازه دو نیروی F_{12y} و F_{13y} با هم برابر و در دو راستای محالف هم هستند و مؤلفه افقی به این صورت محاسبه می‌شود:

$$F_{1x} = \sum F_x = F_{11} \cos 30^\circ + F_{12} \cos 30^\circ = 2 \times q \times 1 \cdot 9 \times \frac{(4 \times 1 \cdot 6)^2}{(1 \cdot 0 \times 1 \cdot 2)^2} = 24/94 \text{ N}$$

بیرو در امتداد x و در راستای نیمساز زاویه هر رأس است.

(۲-۹) چون بار q_2 در عمل ثابت است یعنی مجموع نیروهای وارد بر آن صفر است که آن مستلزم این است که $F_{21} = F_{22}$ پس:

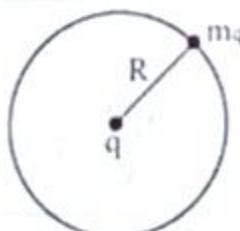
$$\left. \begin{aligned} F_{21} &= k \frac{q_2 q_1}{(2d)^2} = \frac{k q_2 q_1}{4d^2} \\ F_{22} &= k \frac{q_2 q_2}{d^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow k \frac{q_2 q_1}{4d^2} = k \frac{q_2 q_2}{d^2} \rightarrow q_1 = 4q_2$$

با توجه به اینکه برآیند نیروها صفر است علامت بار q_2 محالف دو بار دیگر است پس:

$$q_1 = -4q_2 \quad (4-10)$$

$$\left. \begin{aligned} F_g &= G \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \frac{m^2}{r^2} \\ F_C &= k \frac{q_1 q_2}{r^2} = -k \frac{q^2}{r^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{F_C}{F_g} = \frac{-k \frac{q^2}{r^2}}{-G \frac{m^2}{r^2}} = \frac{kq^2}{Gm^2}$$

اگر q بار الکترون و m حرم آن باشد، این نسبت تقریباً از مرتبه 10^{-40} خواهد شد. (۳-۱۱)



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R^2} \quad \text{نیروی کولنی}$$

$$F = mr\omega^2 \quad \text{نیروی مرکزگرا}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R^2} = mR\omega^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{mR^2} \rightarrow \omega = \left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2 m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

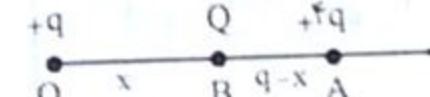
(۴-۱۲) با توجه به اینکه نیروی وارد بر بار Q از جانب بار مقابل آن (Q) دافعه است و چون نیروی برآیند وارد بر بار Q صفر است، از اینرو دو بار q باید محالف بار Q باشند تا نیروی دافعه وارد شود لذا شرط تعادل $q_1 = Q$ این است که مجموع مؤلفه‌های x و y وارد بر آن صفر باشد.

$$\left. \begin{aligned} F_{CA} &= k \frac{q_C q_A}{r_{CA}^2} = \frac{kq^2}{(CA)^2} \\ F_{CB} &= k \frac{q_C q_B}{r_{CB}^2} = k \frac{q(q)}{(\overline{CB})^2} = \frac{kq^2}{(\overline{CB})^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{kq^2}{CA^2} = \frac{kq^2}{CB^2} \Rightarrow \overline{CB}^2 = \overline{CA}^2 \Rightarrow \overline{CB} = \overline{CA}$$
(۴-۶)

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \rightarrow \frac{1}{\text{ولت}} = \frac{1}{(\epsilon_0)} \times \frac{1\text{C}}{(1\text{m})^2} \\ \Rightarrow \epsilon_0 &= \left(\frac{1\text{C}}{1\text{ولت}} \right) / \left(\frac{1\text{فاراد}}{1\text{متر}} \right) = \frac{1}{1\text{متر}} \end{aligned}$$

(۱-۷) با توجه به هم علامت بودن بارهای $+q$ و $+4q$ ، بار نقطه‌ای Q با علامت محالف باید بین این دو بار باشد که تعادل برقرار شود تا اگر فرض کنیم بار Q در فاصله x سانتی‌متر از مبدأ باشد حواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} F_{BO} &= k \frac{q_B q_O}{x^2} \\ F_{BA} &= k \frac{q_B q_A}{(q-x)^2} \\ F_{BO} &= F_{BA} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k \frac{q_B q_O}{x^2} = k \frac{q_B q_A}{(q-x)^2} \Rightarrow \frac{q_O}{x^2} = \frac{q_A}{(q-x)^2} \Rightarrow \frac{q}{x^2} = \frac{4q}{(q-x)^2}$$



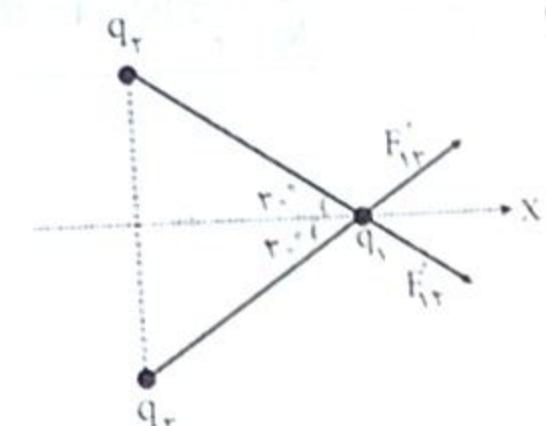
$$\Rightarrow (q-x)^2 = 4x^2 \Rightarrow x = 3\text{ cm}$$

تعادل تها وقتی برقرار است که بار سوم دارای علامت منفی باشد و برآیند نیروی وارد بر بار $+q$ و $+4q$ برابر صفر است مثلاً برای بار $+q$:

$$k \frac{q \times 4q}{q^2} = -k \frac{qQ}{3^2} \Rightarrow Q = -\frac{4}{9} \times 9 \Rightarrow Q = -\frac{-36}{9} \quad (۴-۸)$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = 4 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$q = 1\text{ cm}$$



۳-۲۰) بزرگی نیروی وارد از طرف هر یک از بارها چنین است

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q(q - Q)$$

در عمل ما به دنبال آن q ای هستیم کهتابع $f(q) = Q(q - Q)$ را ماکریم کند یعنی:

$$\frac{df}{dq} = 0 \Rightarrow q - 2Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{q}{2}$$

۲-۲۱) چون q_2 در حد فاصل بین q_A و q_B قرار دارد، لذا باید برآیند نیروهای وارد بر q_C از طرف

q_B و q_A صفر باشد. یعنی:

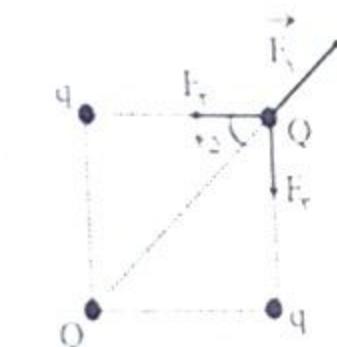
$$F_{AC} = F_{BC} \Rightarrow \frac{kq^r}{(AC)^r} = \frac{4kq^r}{(BC)^r} \Rightarrow 4(AC)^r = (BC)^r \Rightarrow BC = 2AC$$

(۲-۲۲)

$$F_r = F_T = \frac{kqQ}{a^r} \quad (1)$$

$$F_V = \frac{kQ^r}{(\sqrt{2}a)^r} = \frac{kQ^r}{2a^r} \cos 45^\circ \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{kqQ}{a^r} = \frac{kQ^r}{2a^r} \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow q = \frac{Q\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \frac{Q}{q} = 2\sqrt{2}$$



(۳-۱۳)

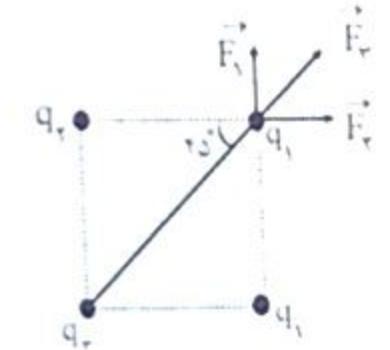
$$F_V = F_T = \frac{kq^r}{a^r}$$

$$F_T = \frac{kq^r}{(a\sqrt{2})^r} = \frac{kq^r}{2a^r}$$

$$F_x = F_T + F_V \cos 45^\circ = \frac{kq^r}{a^r} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$F_y = F_V + F_T \sin 45^\circ = \frac{kq^r}{a^r} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{kq^r}{a^r} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \sqrt{2} = \frac{kq^r}{a^r} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{k}{a^r} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right)$$



(۲-۱۴)

$$F = kq \int_0^L \frac{\lambda dx}{\left(x + \frac{L}{2} \right)^r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{L^r}$$

(۴-۱۵)

$$\frac{1}{r} m V^r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{x} \Rightarrow x = 129 \times 10^{-15} \text{m}$$

(۴-۱۶)

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^r} \frac{1}{R^r}$$

$$\sigma = \epsilon_0 E = \frac{q}{\pi} \frac{d}{(d^r + r^r)^r}$$

(۱-۱۹)

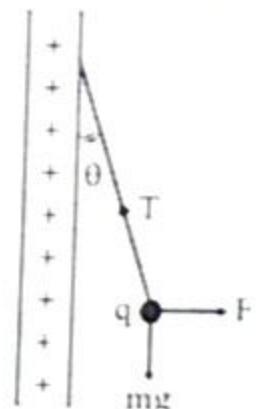
(۱-۱۸)

(۳-۱۷)

۲- پرسش‌های چند گزینه‌ای

- ۱- کره کوچکی به جرم $1 \times 10^{-3} \text{ gr}$ دارای بار الکتریکی $2 \times 10^{-8} \text{ C}$ می‌باشد. این بار الکتریکی به یک نخ ابریشمی آویزان شده است و مطابق شکل با یک ورقه نارسانی باردار بزرگ زاویه 30° می‌سازد. چگالی بار ۵ چند کولن بر متر مربع است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۹)



- ۱- 5×10^{-9}
۲- 2×10^{-9}
۳- 5×10^{-9}
۴- 2×10^{-9}

- ۲- آونگ الکتریکی به وزن W در یک میدان یکنواخت و افقی E آویزان است اگر زاویه بین نخ و آونگ با راستای افق 30° درجه باشد بار الکتریکی آونگ چقدر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۷)

$$\frac{w\sqrt{3}}{4E} - ۲$$

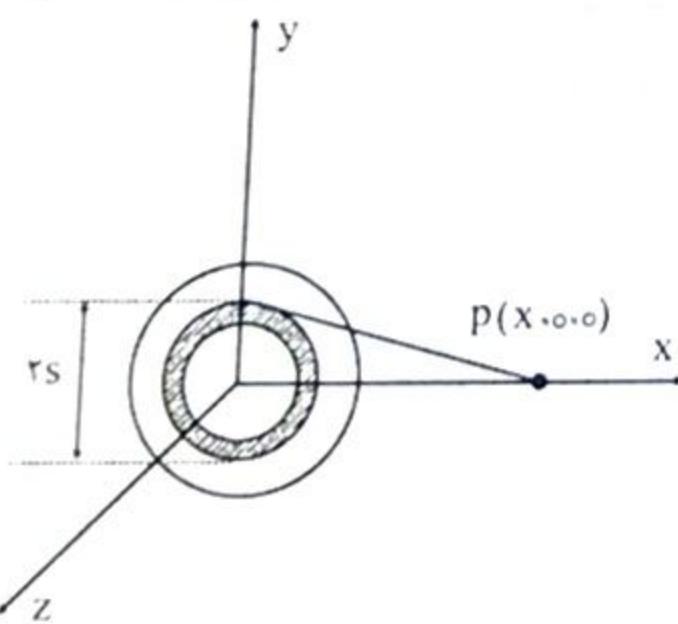
$$\frac{w\sqrt{3}}{2E} - ۴$$

$$\frac{w\sqrt{3}}{2E} - ۱$$

$$\frac{w\sqrt{3}}{E} - ۳$$

- ۳- میدان الکتریکی یک دیسکت به شعاع a را که دارای بار یکنواخت است و در صفحه yz قرار گرفته است در نقطه p در طول محور x پیدا کنید. چگالی بار سطحی دیسک δ است.

(آزمون GRE)



- ۱- $\delta / 2\epsilon_0 \left(x / \sqrt{x^2 + a^2} - 1 \right) \hat{x}$
۲- $\delta / 2\epsilon_0 \hat{x}$
۳- $\frac{\delta}{\sqrt{x^2 + a^2} \hat{x}}$
۴- $\delta a^2 / 4\epsilon_0 \hat{x}$

هنگامی که یک رسانا در مجاورت یک بار الکتریکی قرار می‌گیرد یک توزیع بار سطحی روی آن القا می‌شود تا میدان الکتریکی برآن حتم شود چون که میدان در سطح هم پتانسیل صفر است. این بار الکتریکی خارجی شرکت می‌کند. با توجه به شرایط مرزی، رسانا سطح هم پتانسیلی است که میدان الکتریکی به طور عمود به سطح آن متنه می‌شود عموماً دستیابی به پاسخ مسئله دشوار است زیرا توزیع بار سطحی نمی‌تواند مشخص شود مگر اینکه میدان معلوم باشد به طوری که بتوابیم شرط مرزی معین را اعمال کیم و حواب میدان نیز به دست نمی‌آید مگر اینکه توزیع بار سطحی معلوم باشد.

با وجود این برای بعضی از اشکال ساده، با جایگزین کردن سطح رسانا با بارهای معادل در داخل جسم رسانا (که تصاویر نامیده می‌شوند) می‌توان حواب میدان را به دست آورد به طوری که حصول تمام شرایط مرزی تضمین شود. با مشخص شدن بارهای تصویری، با فرض این که رسانا وجود دارد ولی توزیعی از بار متشکل از بارهای اولیه به اضافه بارهای تصویری داشته باشیم، مسئله حل می‌شود.

۷- یک بار الکتریکی برابر با C^{-9} در مبدأ مختصات و در فضای آزاد قرار گرفته است. چه باری باید در نقطه $(2,0,0)$ قرار گرفته تا E_y را در $(3,1,1)$ برابر با صفر کند؟

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 0 \quad \text{صفر}$$

۸- کدامیک از گزینه‌های زیر واگرایی میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای Q می‌باشد؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک کاربردی دانشگاه آزاد اسلامی ۷۹)

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = -1 \quad \text{صفر}$$

۹- گلوله کوچکی با بار q و جرم m با سرعت اولیه v وارد فضای بین دو جوشن خازنی می‌شود که میدان الکتریکی یکنواخت E بین آن دو برقرار است. اگر جهت سرعت گلوله عمود بر میدان الکتریکی و فاصله گلوله تا دو جوشن در لحظه ورود یکسان باشد کدامیک از پاسخ‌های زیر معادله حرکت گلوله است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک کاربردی دانشگاه آزاد اسلامی ۸۰)

$$Y = \frac{eE}{2mV_0} X - 4 \quad Y = \frac{eE}{2mV_0} X - 3 \quad Y = \frac{eE}{2mV_0} X - 2 \quad Y = \frac{eE}{2mV_0} X - 1$$

۱۰- حلقه بسیار نازکی به شعاع a حامل بار Q است که به طور یکنواخت روی حلقه پخش شده است، اگر حلقه در فضای آزاد قرار گرفته باشد کدام گزینه شدت میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصله a از مرکز حلقه و بر روی محور تقارن آن است؟

$$\frac{Q}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a^2} = -4 \quad \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a^2} = -3 \quad \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 a^2} = -2 \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} = -1$$

۱۱- در شکل مقابل کدام پاسخ اندازه میدان الکتریکی در نقطه P می‌باشد؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

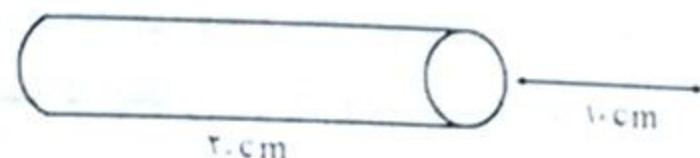
$$\frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2} = -2 \quad \frac{2q}{\pi\epsilon_0 a^2} = -4 \quad \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} = -1 \quad \frac{\sqrt{2}q}{2\pi\epsilon_0 a^2} = -3$$

۱۲- شتاب یک الکترون در یک میدان الکتریکی $1 \times 10^6 \text{ N.C}^{-1}$ چقدر است؟

$$1/5 \times 10^{17} \text{ m.s}^{-2} = -2 \quad 1/8 \times 10^{17} \text{ m.s}^{-2} = -3 \quad 9 \times 10^{-16} \text{ m.s}^{-2} = -4 \quad 1/2 \times 10^{17} \text{ m.s}^{-2} = -1$$

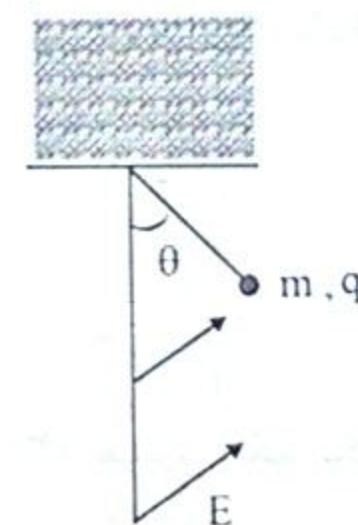
$$\delta/\epsilon_0 (\sqrt{x^2 + a^2} - x) = -5$$

۴- یک میله به طول ۲۰ سانتی‌متر دارای بار کل $-75 \mu\text{C}$ می‌باشد. میدان الکتریکی را در طول محور میله به فاصله ۱۰ سانتی‌متر از یک انتهای آن بیابید؟ (آزمون GRE)



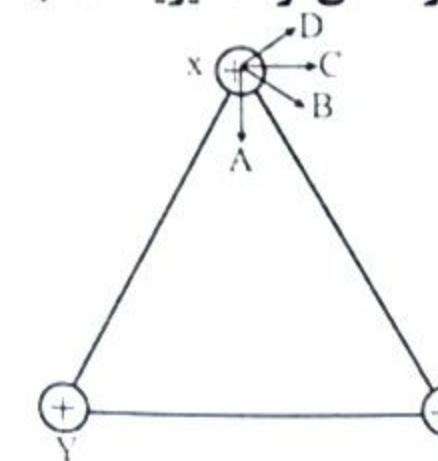
$$-2/25 \times 10^5 \text{ N/C} = -2 \quad -5/50 \times 10^5 \text{ N/C} = -1 \quad N/C = -3 \quad 5/50 \times 10^5 \text{ N/C} = -5$$

۵- توب کوچک باردار به جرم ۲ گرم به وسیله نخ بی‌وزنی در میدان الکتریکی $E = (3x + 4y) \times 10^5 \text{ N/C}$ آویزان است اگر توب تحت زاویه $\theta = 57^\circ$ در حال تعادل باشد کشش نخ را حساب کنید؟ (آزمون GRE)



$$0.050 \text{ N} = -1 \quad 0.250 \text{ N} = -2 \quad 0.125 \text{ N} = -3 \quad 0.062 \text{ N} = -4 \quad 0.032 \text{ N} = -5$$

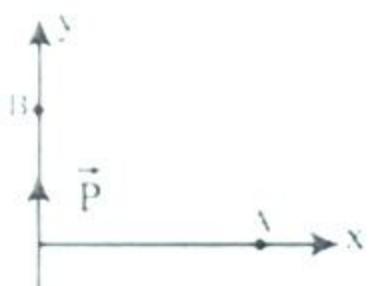
۶- سه کره کوچک x , y و z دارای بارهای مساوی با علامت‌های نشان داده شده در شکل هستند این بارها روی مثلث متساوی‌الساقین می‌باشند کره‌های y و z ثابت هستند و کره x آزادانه می‌تواند حرکت کند کدامیک از مسیرهای نشان داده شده می‌تواند سرعت کره x بعد از رها شدن باشد؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)



- A - ۱
B - ۲
C - ۳
D - ۴

۱۸- مطابق شکل یک دو قطبی الکتریکی \vec{P} در مبدأ قرار دارد. اگر فاصله A و B از مبدأ نکسان باشد نسبت شدت میدان در نقطه B به شدت میدان در نقطه A کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)



۱۹- بار الکتریکی مثبت q_1 و بار الکتریکی منفی q_2 را در نظر بگیرید. یک خط نیرو با

زاویه α نسبت به خط واصل بین دو بار از q_1 خارج و با زاویه β نسبت به خط واصل بین دو بار به q_2 وارد می‌شود. با توجه به اینکه $|q_2| > |q_1|$ است. کدام گزینه صحیح است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)



۱- همواره $\alpha < \beta$

۲- همواره $\alpha > \beta$

۳- همواره $\alpha = \beta$

۴- بسته به فاصله دو بار، راویه α می‌تواند بزرگ‌تر، کوچک‌تر یا برابر β باشد.

۲۰- الکترونی در زمان $t = 0$ پرتاپ می‌شود با زاویه 30° نسبت به محور x-ها و با سرعت $4 \times 10^5 \text{ m/s}$ ، الکترون در میدان یکنواخت $E = 100 \text{ N/C}$ حرکت می‌کند. در چه زمانی بعد

از $t = 0$ الکترون دوباره محور x را قطع می‌کند؟

(آزمون GRE)

۱۸ ns -۴

۱۵ ns -۳

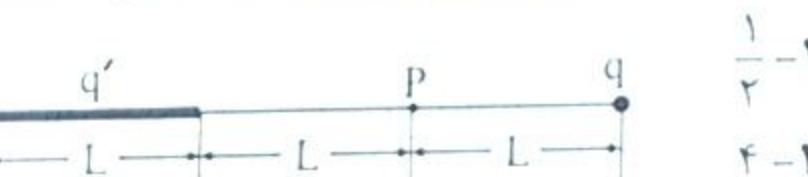
۱۲ ns -۲

۱۰ ns -۱

۲۳ ns -۵

۲۱- بار نقطه‌ای q مطابق شکل در راستای یک خط بار به طول L و بار یکنواخت q' واقع شده است. مطلوب است نسبت q' به q ، طوری که شدت میدان الکتریکی در نقطه P صفر شود؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲)



$\frac{1}{4}$

۲-۳

۱۲- باری برابر با $+10^{-9} \text{ C}$ در مبدأ مختصات و در فضای آزاد قرار گرفته است. چه باری در نقطه (۴,۰,۰) باید قرار گیرد تا E_y در نقطه (۴,۳,۰) برابر صفر گردد؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۸)

$$+0/25 \text{ nc} -4 \quad +0/25 \text{ nc} -3 \quad -0/25 \text{ nc} -2 \quad -0/25 \text{ nc} -1$$

۱۴- حلقه بسیار نازکی به شعاع a حامل بار Q است که به‌طور یکنواخت بر روی حلقه پخش شده است. چنانچه حلقه در فضای آزاد قرار گرفته باشد اندازه شدت میدان الکتریکی در مرکز حلقه کدام است؟

$$1-\text{صفر} \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} -3 \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} -2$$

۱۵- دو بار q_1 و q_2 به فاصله L از یکدیگر قرار گرفته‌اند. در چه نقطه‌ای بر روی خط واصل بین دو بار الکتریکی میدان برابر صفر می‌باشد؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک کاربردی دانشگاه آزاد اسلامی ۸۰)

$$1-\text{به فاصله } \frac{L}{\sqrt{q_1 + q_2}} \text{ از بار } q_2$$

$$2-\text{به فاصله } \frac{L}{\sqrt{q_1 + q_2}} \text{ از بار } q_1$$

۱۶- دو بار نقطه‌ای با علامت و مقدار نامشخص، به فاصله d از هم قرار دارند. میدان الکتریکی بین دو بار و در نقطه P صفر است. در رابطه با بارها هم می‌توان گفت:

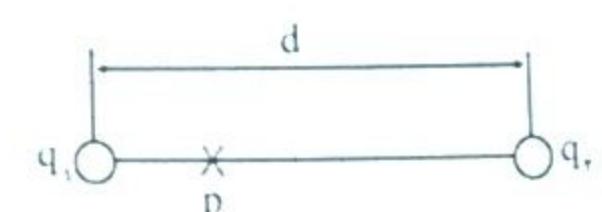
(آزمون کارشناسی ارشد زئو فیزیک و هواشناسی ۸۲)

۱- غیرهمام و مساوی.

۲- غیرهمام بوده مساوی نیستند.

۳- همام و مساوی هستند.

۴- همام بوده و مساوی نیستند.



۱۷- اگر دو بار کوچک و مساوی غیرهمام q به فاصله ۲a از یکدیگر قرار گیرند. شدت میدان الکتریکی بر روی عمود منصف و به فاصله ۲a از بار منفی برابر است با:

$$\left(K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)$$

$$1-\text{صفر} \quad \frac{2kq}{r^3} -4 \quad \frac{2kqa}{r^3} -3 \quad \frac{2kq\sqrt{r^2 - a^2}}{r^3} -2$$

۲۲- میله نازک شیشه‌ای به صورت ربع دایره‌ای به شعاع R خم شده و بار q^+ به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است. اندازه میدان الکتریکی در نقطه O (مرکز ربع) (آزمون کارشناسی ارشد زئو فیزیک و هواشناسی ۸۲) دام است؟

$$\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} - 2$$

$$\frac{\sqrt{2}Q}{\pi\epsilon_0 R^2} - 4$$

$$\frac{Q}{\pi\epsilon_0 R^2} - 3$$

۲۳- اگر یک دو قطبی الکتریکی در میدان الکتریکی غیر یکنواختی قرار داشته باشد آنگاه: (آزمون کارشناسی ارشد علوم دریابی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۴)

- ۱- تسها گشتاور به آن وارد می‌شود.
۲- هم گشتاور و هم نیرو به آن وارد می‌شود.
۳- تسها نیرو به آن وارد می‌شود.
۴- هیچ گشتاور یا نیرویی به آن وارد نمی‌شود.

۲۴- در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه رسانا مطابق شکل یک الکترون معلق است. اندازه و جهت میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه به ترتیب برابر است با: (جرم الکترون $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ و بار الکترون $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریابی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۵)

$$\frac{V}{m} - 2$$

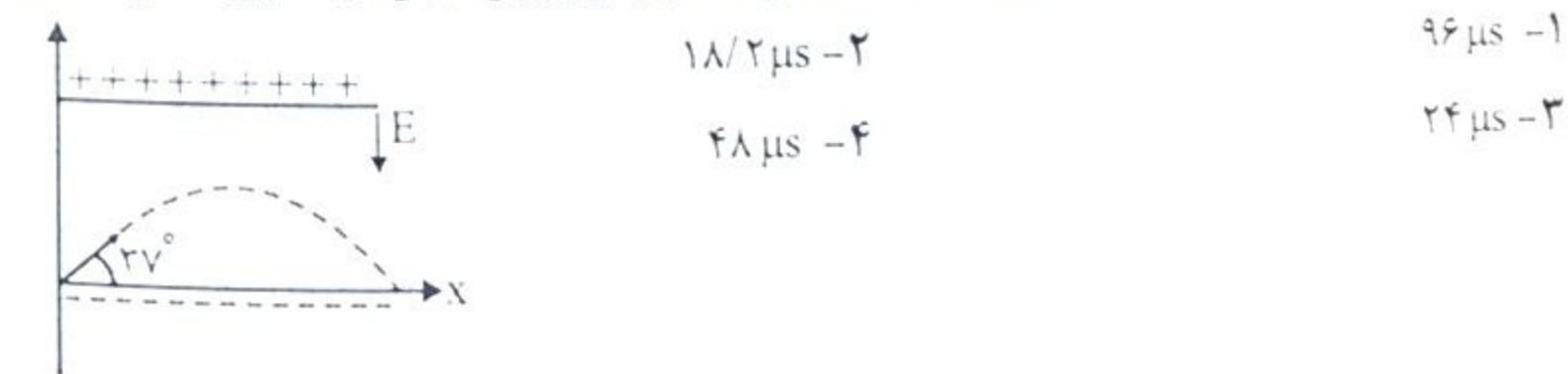
$$\frac{5/6 \times 10^{-12} V}{m} \text{ و بالا} - 1$$

$$\frac{V}{m} - 3$$

$$\frac{5/6 \times 10^{-12} V}{m} \text{ و پایین} - 4$$

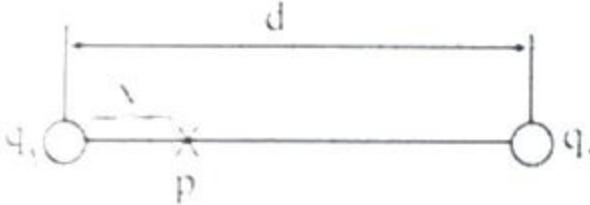
۲۵- یک پروتون در لحظه $t = 0$ تحت زاویه 37° نسبت به محور x ها و با سرعت $\frac{4 \times 10^5 \text{ m}}{\text{s}}$ بین صفحات یک خازن (میدان الکتریکی یکنواخت) پرتاب می‌شود. اگر شدت میدان الکتریکی بین صفحات خازن $E = -100 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ باشد پس از چه مدتی پروتون محور x ها را قطع می‌کند؟ $M_p = 1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریابی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۶)



۲۶- دو بار نقطه‌ای با علامت و مقدار نامشخص، به فاصله d از هم قرار دارند. میدان الکتریکی بین دو بار و در نقطه p صفر است. در رابطه با بارها چه می‌توان گفت؟

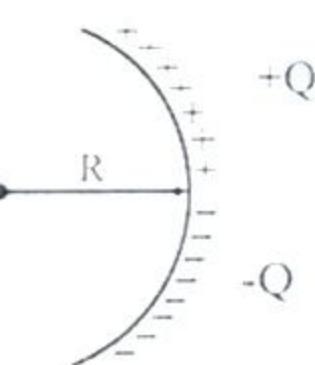
(آزمون کارشناسی ارشد زئو فیزیک و هواشناسی ۸۲)



- ۱- عیرهمنم و مساویست.
۲- غیرهمنم بوده مساوی نیستند.
۳- همنام و مساوی هستند.
۴- همنام بوده مساوی نیستند.

۲۷- میله شیشه‌ای به صورت نیم دایره‌ای به شعاع R خم شده است. بار q^+ در نیمه بالا و

بار $-Q$ در نیمه پایین به صورت یکنواخت توزیع شده است. میدان الکتریکی E در مرکز نیم دایره چقدر است؟



$$\frac{Q}{\pi\epsilon_0 R^2} - 1$$

$$\frac{Q}{\pi\epsilon_0 R^2} - 2$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} - 3$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} - 4$$

$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{-\gamma \Delta \times 10^{-9}}{\pi / 2} = -2 / \gamma \Delta \mu C/m$$

$$E = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} \quad r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\lambda dx}{x^2} (-x) = -2 / \gamma \Delta \times 10^{-9} N/CX$$

$$\epsilon_0 = \lambda / \gamma \Delta \times 10^{-12}$$

(۳-۵)

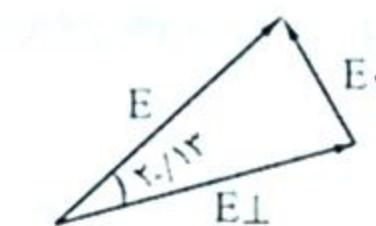
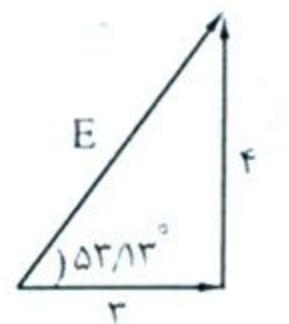
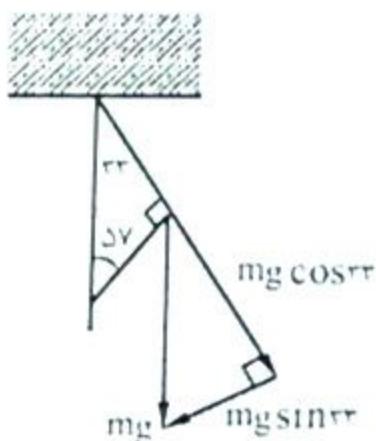
$$m = \gamma g, E = (\gamma x + \gamma y) \times 10^{-9} \frac{N}{C}, \theta = 33^\circ, \tan \theta = \frac{Ey}{Ex_0} = \frac{4}{3}$$

$$\theta = 52/12 E_{11} = 5 \times 10^{-9} \sin 20/12 = 1/72 \times 10^{-9} N/S$$

$$E_\perp = 5 \times 10^{-9} \cos 20/12 = 4/7 \times 10^{-9} N/S \quad qE_\perp = mg \sin \theta$$

$$q = (1/0.2)(9/\lambda) \sin 33/5^\circ \times 10^{-9} \cos(20/12^\circ) = 2 \times 27 \times 10^{-10} C$$

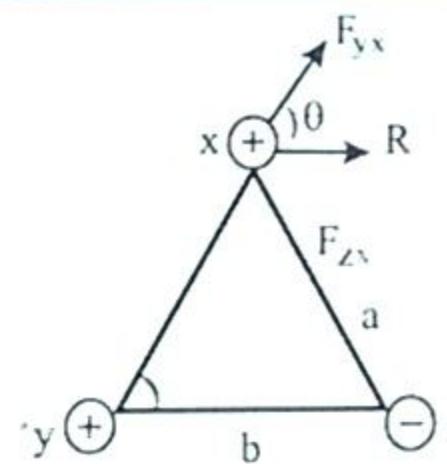
$$T = mg \cos \theta - qE_{11} = (1/0.2)(9/\lambda) \cos(33^\circ) - (2/27 \times 10^{-10})(1/72 \times 10^{-9}) = 0.0125 N$$



(۳-۶)

$$F_{zx} = -\frac{kq^2}{a^2}, F_{yx} = \frac{kq^2}{a^2}$$

$$\sum F_y = 0, R = \sum F_x = 2 \frac{kq^2}{a^2} \cos \theta$$



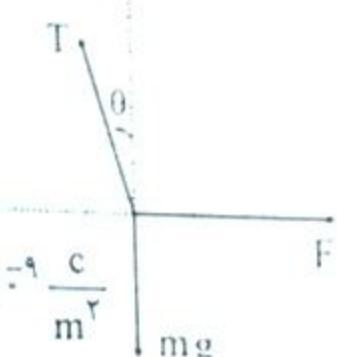
کره x بعد از رهایی در جهت C حرکت خواهد کرد.

(۱-۷) اگر \vec{E}_1 و \vec{E}_2 به ترتیب میدان‌های باشی از بار $C = 10^{-9}$ و بار q در نقطه $(1, 1, 1)$ باشد، داریم.

۳-۲ پاسخنامه تشریحی

(۳-۱) سیروهای وارد بر بار q به حرم m به صورت زیر است:

$$\begin{cases} F = qE = T \sin \theta \\ mg = T \cos \theta \end{cases} \rightarrow \frac{qE}{mg} = \tan \theta \rightarrow \frac{q \sigma}{mg} = \tan 30^\circ$$



$$\sigma = \epsilon_0 mg \frac{\tan 30^\circ}{q} = (8\pi \times 10^{-9})(1 \times 10^{-9})(9/\lambda) \times \frac{9/8 \times \sqrt{3}}{2 \times 10^{-8}} = 5.4 \times 10^{-10} \frac{C}{m^2}$$

(۳-۲)

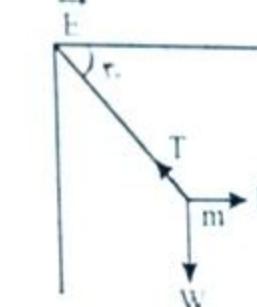
$$T \sin 30^\circ = W$$

$$T \cos 30^\circ = F_c = qE$$

را حاصل تقسیم دو عبارت فوق بر هم حواهیم داشت:

$$\tan 30^\circ = \frac{W}{qE}$$

$$q = \frac{W}{E \tan 30^\circ} = \frac{W \sqrt{3}}{E}$$



(۱-۳) عصر دیفرانسیلی بار به صورت زیر تعریف می‌شود:

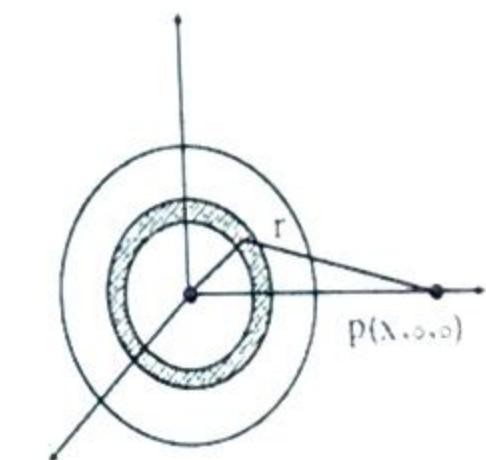
$$dq = \sigma ds = 2\pi\sigma s ds$$

که پتانسیل الکتروستاتیکی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V(x) = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \int_{s=0}^{s=a} \frac{2\pi\sigma s ds}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{s^2 + x^2}}$$

$$\left. \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\pi\sigma \sqrt{x^2 + s^2} \right|_0^a = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} (\sqrt{x^2 + a^2} - x)$$

$$\hat{E} = -\nabla V = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial x} (\sqrt{x^2 + a^2} - x) \hat{x} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} - 1 \right) \hat{x}$$



(۲-۴)

$$q = -\gamma \Delta \mu c$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{\lambda\pi\epsilon_0 a^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{Q}{\lambda\pi\epsilon_0 a^2 \sqrt{2}}$$

۲-۱۱) میدان‌های ناشی از دو بار $+q$ هم‌دیگر را خنثی می‌کنند زیرا که دو میدان به‌علت مساوی بودن بار هر دو با هم برابر هستند و به‌علت جهت مخالف این دو میدان، میدان برآیند آن دو صفر می‌شود و این‌رو میدان برآیند سیستم تنها ناشی از بار $+2q$ است:

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{+2q}{\left(\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} \right)^2} = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2}$$

(۲-۱۲)

$$\begin{cases} |F| = |-eE| \\ F = ma \end{cases} \Rightarrow eE = ma \Rightarrow a = \frac{eE}{m} = \frac{1/9 \times 1^{-19} \times 1 \times 1.6}{9/1 \times 10^{-21}} = 1/8 \times 10^{17} \text{ ms}^{-2}$$

۴-۱۳) به‌علت صفر بودن E_y در نقطه (۴, ۰, ۰)، باید مؤلفه y ناشی از بار $-c^{-9}$ و بار q در نقطه (۴, ۰, ۰) یکدیگر را در نقطه (۴, ۰, ۰) خنثی کنند یعنی مؤلفه y برآیند میدان‌ها در آن نقطه صفر شود.

$$E_1 = \frac{1^{-9}((4-0)\hat{a}_x + (3-0)\hat{a}_y + (2-0)\hat{a}_z)}{(4-0)^2 + (3-0)^2 + (2-0)^2}^2$$

$$E_2 = \frac{q((4-4)\hat{a}_x + (3-0)\hat{a}_y + (2-0)\hat{a}_z)}{(4-4)^2 + (3-0)^2 + (2-0)^2}^2$$

$$E_{1y} = E_{2y} \Rightarrow \frac{1^{-9} \times 3}{2} = \frac{3q}{2} \rightarrow q = \left(\frac{13}{29}\right)^2 \times 10^{-9} = 0.25 \text{ nc}$$

۴-۱۴) با توجه به متقارن بودن حلقه، میدان‌های ناشی از مؤلفه‌های دیفرانسیلی بار، هم‌دیگر را خنثی کرده و میدان ناشی از حلقه صفر می‌شود.

۴-۱۵) با فرض مثبت بودن هر دو بار شکل را رسم کرده‌ایم

$$\vec{E}_1 = \frac{-1^{-9}((3-0)\hat{a}_x + (1-0)\hat{a}_y + (1-0)\hat{a}_z)}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{(3-0)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2})^2}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{((3-2)\hat{a}_x + (1-0)\hat{a}_y + (1-0)\hat{a}_z)}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{(3-2)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2})^2}$$

از آنجایی که E_y صفر است پس:

$$\frac{-1^{-9}a_y}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{11})^2} = \frac{a_y}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow q = -\left(\frac{\sqrt{3}}{11}\right)^2 \times 1^{-9} = -142 \times 1^{-9} = -142 \times 1^{-9} = -142 \mu C$$

(۳-۸)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{a}_r \Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{a}_r \right) = \frac{1}{r^2} \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qd}{dr} \left(\frac{1}{r^2} \right) = 0$$

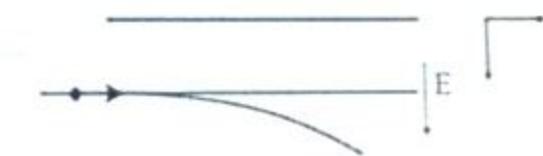
(۳-۹)

$$F = F_y = qE \Rightarrow ma_y = qE \Rightarrow a_y = \frac{qE}{m}$$

ما فرض $x_0 = 0$ و $y_0 = 0$ بودن داریم:

$$\vec{V} = \begin{cases} V_{x_0} = V_0 \\ V_{y_0} = 0 \end{cases}, \vec{a} = \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{qE}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{1}{2} \left(\frac{qE}{m} \right) t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \left(\frac{qE}{m} \right) \left(\frac{x}{V_0} \right)^2 = \frac{qE}{2mV_0^2} x^2$$

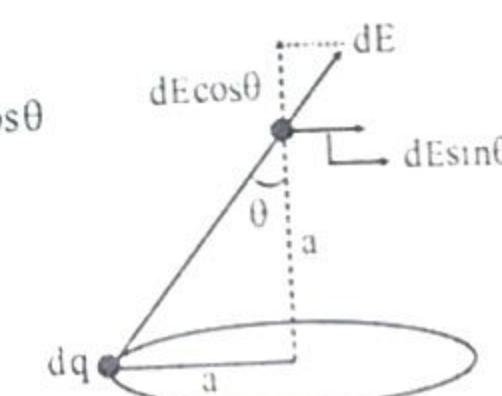


۴-۱۰) با به تقارن مؤلفه‌های عمود بر محور تقارن هم‌دیگر را خنثی می‌کنند و از این‌رو برای محاسبه میدان الکتریکی ناشی از حلقه کافی است میدان ناشی از مؤلفه‌های موازی محور تقارن را محاسبه کرد.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{(a^2 + r^2)}$$

$$E = \int dE \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{2a^2} \cos\theta = \frac{\cos\theta}{8\pi\epsilon_0 a^2} \int dq = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 a^2} \cos\theta$$

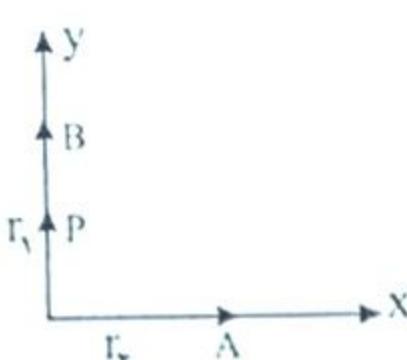
$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\vec{E}(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ 0 - \frac{p\hat{g}}{a^2} \right\} = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{a^2} \hat{g}$$

$$\frac{|\vec{E}(B)|}{|\vec{E}(A)|} = \frac{\frac{p}{r^2}}{\frac{p}{a^2}} = 2$$

۱-۱۹) چون $|q_2| > |q_1|$ است از اینرو میدان در نزدیکی بار q_1 بزرگ‌تر از q_2 است. از اینرو چگالی خطوط در نزدیکی بار q_1 بیشتر از بار q_2 است از اینرو $\alpha < \beta$.



(۱-۲۰)

$$F = qE = eE = ma \rightarrow a = \frac{-eE}{m} = \frac{-1/6 \times 10^{-19} \times 100}{9/1 \times 10^{-21}} = -1/76 \times 10^7 \text{ ms}^{-2}$$

$$V_y = V_{oy} + at \rightarrow 0 = V_{oy} \sin \theta + at \rightarrow t = \frac{V_{oy} \sin \theta}{a}$$

$$T = \frac{-2V_{oy} \sin \theta}{a} = \frac{-2(4 \times 10^5) \sin 30^\circ}{-1/76 \times 10^7} = 2/3 \times 10^{-8} \text{ s} = 22 \text{ ns}$$

$$E_1 = k \int_L^{2L} \frac{dq'}{x^2} = k \lambda \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2L} \right) = \frac{kq'}{2L^2}$$

$$E_t = E_1 - E_2 = \frac{kq'}{2L^2} - \frac{kq}{L^2} = 0 \Rightarrow \frac{q}{q'} = 2$$

(۱-۲۲)

$$E_X = \frac{k}{R^2} \int \lambda R d\theta \cos \theta = \frac{Q}{2\pi^2 \epsilon_0 R^2} = E_Y$$

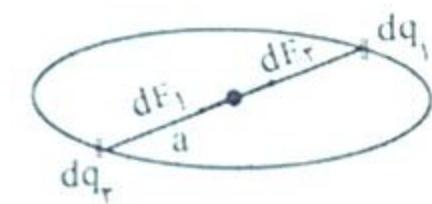
$$E = (E_X^2 + E_Y^2)^{1/2} = \frac{\sqrt{2}Q}{\pi^2 \epsilon_0 R^2}$$

۲-۲۳) چون میدان غیریکنواخت است لذا هم نیرو و هم گستاور به دره وارد می‌شود.

۳-۲۴) نیرویی که بر یک دره به جرم m در یک میدان الکتریکی وارد می‌شود برابر با وزن آن دره است.

$$E_p = 0 \rightarrow |E_1| = |E_2| \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(L-x)^2}$$

$$\rightarrow L-x = \pm \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} x \rightarrow x = \frac{L}{1 \pm \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}$$



پاسخ قابل قبول $x = \frac{L}{1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}$ است چون x مقدار ثابتی است.

۴-۱۶) فرض کنید بار q_1 در مبدأ مختصات واقع و بار q_2 روی محور x باشد:

$$E_1 = \frac{kq_1}{x^2}, E_2 = \frac{kq}{(d-x)^2}$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{kq_1}{x^2} = \frac{kq_2}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{(d-x)^2}{x^2}$$

با توجه به رابطه فوق لزومی ندارد که بارها با هم برابر باشند تا برآیند میدان‌ها در نقطه P صفر باشد و چون میدان‌ها در فاصله بین دو بار همیگر را خنثی می‌کنند از اینرو بارها باید هم علامت باشند چون در غیر اینصورت میدانها هم جهت می‌شوند و امکان ندارد که در فاصله بین دو بار میدان صفر شود.

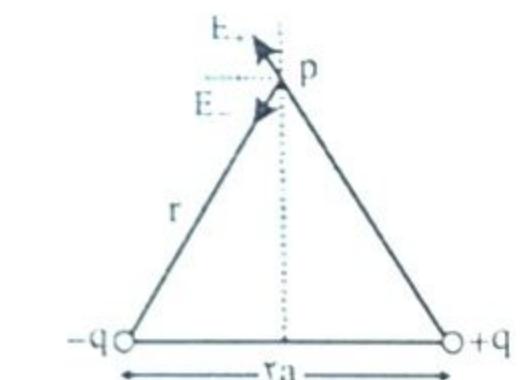
۳-۱۷) به علت تقارن مؤلفه‌های عمودی، میدان‌ها همیگر را خنثی می‌کنند.

$$E_+ = \frac{kq}{r^2}$$

$$E_- = \frac{kq}{r^2}$$

$$E = E_+ \cos \theta + E_- \cos \theta = \frac{2kq}{r^2} \cos \theta \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow E = \frac{2kq}{r^2} \times \frac{a}{r} = \frac{2kqa}{r^3}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{r}$$

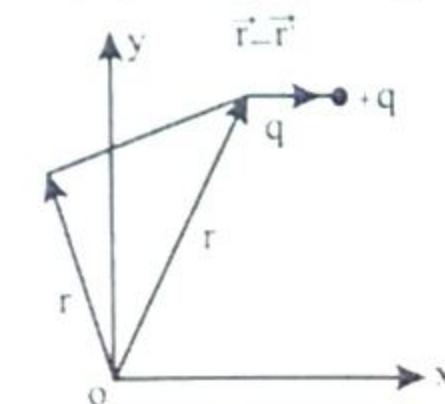


۳-۱۸) میدان الکتریکی حاصل از یک دوقطبی در نقطه r برابر است با:

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{2(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{p}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^5} (\vec{r} - \vec{r}') - \frac{\vec{p}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right\}$$

$$\vec{r}' = 0, \vec{r}_1 = a\hat{i}, \vec{r}_2 = a\hat{j}, \vec{p} = p\hat{j}$$

$$\vec{E}(B) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2ap}{a^5} \hat{aj} - \frac{pj}{a^3} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{a^2} \hat{j}$$

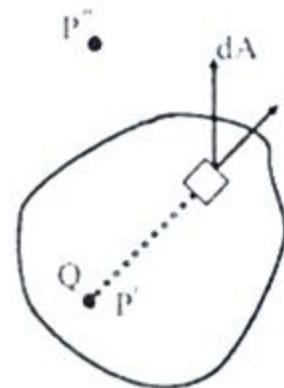


فصل سوم

قانون گاوس

۱-۳ خلاصه درس

قانون گاوس، شار \vec{E} از یک سطح سته را به کل بار محصور در آن سطح مربوط می‌سارد. در شکل ریز، حجم متناهی V ، با مساحت رویه A ، بار Q را در بر می‌گیرد. شار خروجی \vec{E} از A به روش ریز محاسبه می‌شود.



$$\vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} dA}{r^2}$$

حال $\hat{r} \cdot d\vec{A}$ تصویر dA بر یک صفحه عمود بر \hat{r} است. بنابراین:

$$\vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

که در آن $d\Omega$ راویه فضایی ناشی از dA در نقطه P' است.

برای پیدا کردن شار خروجی \vec{E} ، بر روی مساحت A یا بر روی راویه فضایی 4π انتگرال می‌گیریم

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

اگر Q خارج از سطح، مثلاً در نقطه P'' باشد، انتگرال مساوی صفر است. زاویه فضایی ناشی از هر سطح سته (یا مجموعه‌ای از سطوح سته) در نقطه P' که داخل سطح است، مساوی 4π و در نقطه خارجی P'' مساوی صفر است. اگر بیش از یک بار در داخل V قرار داشته باشد، شارها به طور حریز با هم جمع می‌شوند و شار کل E که حجم V را ترک می‌کند، برابر کل بار محصور Q تقسیم بر ϵ_0 است.

$$F_E = |q|E = eE \Rightarrow F_E = W \Rightarrow eE = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{e} = \frac{(9/1 \times 10^{-19})(9/8)}{1/8 \times 10^{-19}} = 5/8 \times 10^{11} \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$

(۴-۲۵)

$$\begin{cases} t_0 = 0 \\ \alpha = 37^\circ \\ V_x = 4 \times 10^5 \frac{m}{s} \\ E = -100 \frac{N}{C} \end{cases} \quad y = V_0 t + \left(\frac{1}{2}\right) a t^2 \quad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{x} = \frac{y}{V_x t} \Rightarrow y = \sin 37^\circ \times V_x t = 0.6 \times 4 \times 10^5 \times t \quad (2)$$

$$\sin 37^\circ = 0.6$$

$$M_p = 1/8 \times 10^{-19} kg$$

$$F = ma \Rightarrow Eq = ma \Rightarrow a = \frac{Eq}{m} = \frac{E(-e)}{m_p} = \frac{-100(-1/8 \times 10^{-19})}{1/8 \times 10^{-19}} = 100 \frac{m}{s^2} \quad (3)$$

حال با قرار دادن رابطه ۳ و ۲ در رابطه ۱ خواهیم داشت:

$$0.6 \times 4 \times 10^5 \times t = 0 + \left(\frac{1}{2}\right) \times 100 \times t^2 \Rightarrow t = \frac{24 \times 10^4}{100} = 24 \times 10^{-4} s \Rightarrow t = 24 \mu s$$

(۴-۲۶)

$$dE + \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\lambda d\theta}{4\pi\epsilon_0 R}$$

چون چگالی بار مثبت و منفی یکسان است و شعاع انحنای دو توریع بار نیز یکسان است لذا:

$$|dE_+| = |dE_-|$$

و مؤلفه‌های y یکدیگر را حذف می‌کنند. لذا

$$dE_{tot} = 2dE_1 \sin \theta = \frac{2\lambda d\theta}{4\pi\epsilon_0 R} \sin \theta$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} (-\cos \theta) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

$$E = \frac{Q}{\pi \epsilon_0 R^2}$$

با توجه به اینکه $Q = \lambda \left(\frac{2\pi R}{4} \right)$ لذا مقدار E برابر است با:

۳-۳ پرسش‌های چندگزینه‌ای

۱- کدام گزینه برای میدان الکتریکی اجسام باردار صحیح است؟
(آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۲۸)

۱- میدان الکتریکی حاصل از میله باریک نامحدود با بار λ در واحد طول در راستای عمود بر میله بوده و بزرگی اش برابر است با $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2}$

۲- میدان الکتریکی در داخل یک کره به شعاع R با بار یکنواخت q در راستای شعاع کره و بزرگی اش برابر است با $\left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3}\right)r$

۳- میدان الکتریکی در خارج یک پوسته متقارن کروی به شعاع R و بار کل q در راستای شعاع کره بوده و بزرگی اش برابر است با $\left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}\right)^2$

۴- میدان الکتریکی حاصل از یک ورقه نامحدود باردار در راستای صفحه بوده و بزرگی اش برابر است با $\left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)$

۵- کره‌ای به شعاع R حامل توزیع یکنواخت باری به چگالی حجمی ρ است. کدام پاسخ اندازه شدت میدان الکتریکی بر روی پوسته‌ای به شعاع $2R$ است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

$$\frac{4R\rho}{3\epsilon_0} - 4 \quad \frac{\rho}{2\epsilon_0 R} - 3 \quad \frac{\rho R}{4\pi\epsilon_0} - 2 \quad \frac{R\rho}{12\epsilon_0} - 1$$

۶- یک دو قطبی الکتریکی که می‌تواند بدون اصطکاک حول محورش دوران کند همانند شکل در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} قرار گرفته است. اگر جرم کل دو قطبی m بوده و زاویه اولیه دو قطبی با خطوط \vec{E} بسیار کوچک باشد، دو قطبی با کدام فرکانس حول محورش نوسان می‌کند؟ (حوالها بر حسب هرتز هستند).

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۸۰)

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

که به شکل انتگرال قانون گاوس معروف است. اگر بار یک حجم متناهی را اشغال کند، در آن صورت

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv$$

که در آن A ، مساحت رویه حجم V و ρ چگالی بار الکتریکی است. فرض کردہ‌ایم که هیچ بار سطحی بر رویه حجم وجود ندارد. با توجه به قضیه واگرایی داریم:

$$\oint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dv = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv$$

چون این تساوی برای هر حجم متناهی V صادق است، مقادیر زیر انتگرال با هم برابرند و در هر نقطه از فضا خواهیم داشت:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

که به شکل دیفرانسیلی قانون گاوس معروف است.

کسر نکته: قانون گاوس در دیالکتریک‌ها به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{k\epsilon_0}$$

بار آزاد درون سطح گاوس است و بارهای مقید درون دیالکتریک، در نظر گرفته نمی‌شوند.

-۸ بار الکتریکی q بر روی یک پوسته کروی به شعاع R . به طور یکنواخت توزیع شده است. میدان الکتریکی حاصل از این پوسته در فواصل $R > r' > R$ کدام است؟

$$E' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r'^2}, \text{ زیرا مثل آن است که تمام بار در مرکز پوسته متتمرکز شده است}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}, \text{ زیرا هیچ باری در داخل پوسته وجود ندارد.}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}, \text{ زیرا هیچ باری در داخل پوسته وجود ندارد.}$$

$$E' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r'^2}, \text{ ریرا مثل آن است که تمام بار در مرکز پوسته متتمرکز شده است.}$$

-۹ برای به دست آوردن قانون کولمب ممکن است از قانون گوس استفاده کرد. k_E ثابت قانون کولمب است علاوه بر آن، قانون آمپر را ممکن است برای به دست آوردن نیروی وارد بر واحد طول بین دو جریان استفاده کرد. k_B ثابت قانون کولمب مغناطیسی است.

(GRE)

$$\text{نسبت } \frac{k_B}{k_E} \text{ چقدر است؟}$$

$$\mu_0\epsilon_0 - 4$$

$$2C - 3$$

$$2\mu_0\epsilon_0 - 2$$

$$C - 1$$

$$C^2 - 5$$

-۱۰ دو صفحه غیرمتناهی از بار به طور موازی با هم قرار دارند. هر صفحه دارای بار یکنواختی با چگالی بار σ است مقدار میدان الکتریکی را در سمت راست صفحات بیابید. (GRE)

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{x} - 4 \quad \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \hat{x} - 3 \quad \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{x} - 2 \quad 1 - \text{صفر}$$

$$\frac{3\sigma}{2\epsilon_0} \hat{x} - 5$$

-۱۱ چهار صفحه باردار نامحدود را مطابق شکل در نظر بگیرید. میدان الکتریکی را در ناحیه

(GRE)

$$\frac{a}{2} < |x| \text{ بیابید.}$$

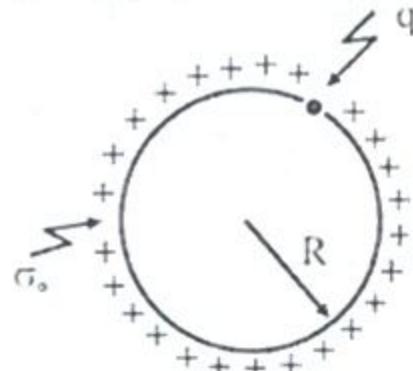
$$\begin{aligned} & \sigma & -\frac{\sigma}{2\epsilon_0 x} - 2 & \frac{\sigma}{2\epsilon_0 x} - 1 \\ & \sigma & -\frac{2\sigma}{\epsilon_0 x} - 4 & \frac{2\sigma}{\epsilon_0 x} - 3 \\ & -\sigma & & 0 - 5 \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{q|\vec{E}_0|}{\pi ma}} - 2 \quad \sqrt{\frac{q|\vec{E}_0|}{2\pi ma}} - 1$$

$$2\sqrt{\frac{q|\vec{E}_0|}{\pi ma}} - 4 \quad \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{q|\vec{E}_0|}{ma}} - 3$$

-۱۲ یک پوسته کروی از جنس عایق به شعاع $R=10\text{cm}$ به طور یکنواخت حامل بار سطحی به چگالی $\sigma = \frac{10^{-3}}{36\pi} \text{ A/m}^2$ است. روی این پوسته سوراخ بینهایت کوچکی همانند شکل ایجاد شده و در محل سوراخ بار نقطه‌ای $q = 1\mu\text{C}$ قرار داده می‌شود. با صرفنظر کردن از نیروی وزن، اندازه نیروی وارد به بار q چقدر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۹)



$$\vec{E} = \frac{1}{2} \alpha \left(\rho - \frac{a^2}{\rho} \right) \hat{ap} \text{ را تولید می‌کند برابر است با:}$$

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۷۹)

$$\frac{1}{2} \alpha^2 \rho^2 \epsilon_0 - 4 \quad \frac{1}{2} \alpha \rho^2 \epsilon_0 - 3 \quad \frac{1}{2} \alpha \epsilon_0 - 2 \quad \alpha \epsilon_0 - 1$$

-۱۳ مربعی از جنس پلکسی گلاس به ابعاد $L \times L$ دارای چگالی بار یکنواخت به مقدار λ کولن در متر در امتداد لبه‌های آن است. دو لبه مثبت و دو لبه دیگر منفی هستند. میدان الکتریکی مرکز مربع کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۷۸)

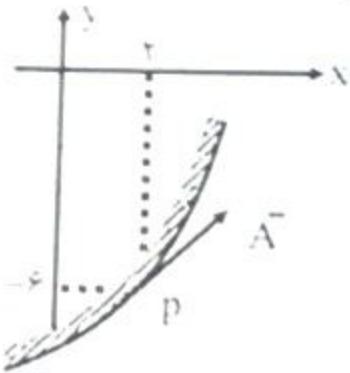
$$\frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 L} - 4 \quad \frac{2\lambda}{\pi\epsilon_0 L} - 3 \quad \frac{2\sqrt{2}\lambda}{\pi\epsilon_0 L} - 2 \quad \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 L} - 1$$

-۱۴ مقدارباری که به طور یکنواخت با چگالی ρ در فضای داخل استوانه طویلی به شعاع R توزیع شده است کدام است؟

$$\frac{\rho}{4\epsilon_0 R} - 4 \quad \frac{\rho}{2\epsilon_0 R} - 3 \quad \frac{\rho R}{4\epsilon_0} - 2 \quad \frac{4\rho R}{\epsilon_0} - 1$$

۱۲- توده‌ای کروی به شعاع R حامل توزیع یکنواخت باری است به چگالی حجمی ρ . اندازه شدت میدان الکتریکی بر روی پوسته‌ای به شعاع $\frac{R}{2}$ داخل توده کدام است؟

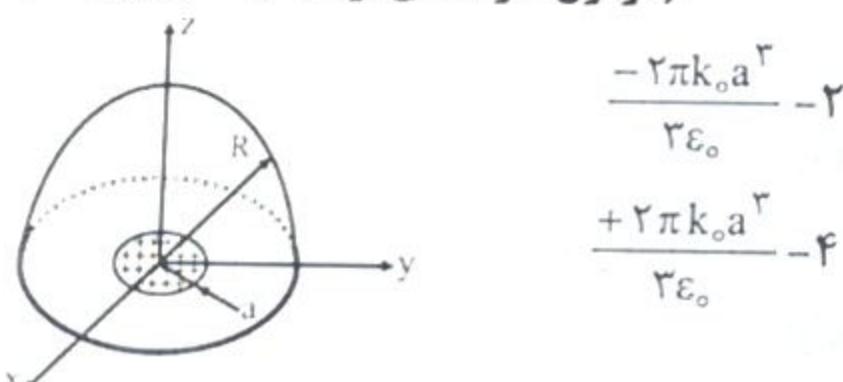
(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق) (۷۷)



$$\begin{aligned}\bar{E} &= \hat{a}_x - 2\hat{a}_y - 1 \\ \bar{E} &= -\hat{a}_x + \hat{a}_y - 2 \\ \bar{E} &= \sqrt{1} \cdot (\hat{a}_x - 2\hat{a}_y) - 3 \\ \bar{E} &= \sqrt{1} \cdot (-\hat{a}_x + 2\hat{a}_y) - 4\end{aligned}$$

۱۷- روی سطح دایره‌ای به شعاع a ، هم مرکز با مبدأ مختصات و واقع در صفحه $z = 0$ بار الکتریکی با چگالی سطحی $\rho_s = k_0 r$ (در مختصات استوانه‌ای و k_0 مقدار ثابت) توزیع شده است. مطلوب است محاسبه فلکوی الکتریکی (توسط میدان \bar{E}) که از نصف سطح کروی به شعاع R هم مرکز با مبدأ مختصات و واقع در ناحیه $z > 0$ از داخل به طرف خارج آن می‌گذرد به طوری که $a < R$ باشد.

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق) (۷۸)



$$\begin{aligned}-\frac{2\pi k_0 a^3}{3\epsilon_0} &- 2 \\ -\frac{\pi k_0 a^3}{3\epsilon_0} &- 1 \\ +\frac{2\pi k_0 a^3}{3\epsilon_0} &- 4 \\ \frac{\pi k_0 a^3}{3\epsilon_0} &- 3\end{aligned}$$

۱۸- بسامد نوسانی یک دوقطبی الکتریکی را که گشتاور آن P و لختی آن I است برای دامنه‌های کوچک نوسان حول وضعیت تعادل در یک میدان الکتریکی یکنواخت پیدا کنید.

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی) (۷۹)

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{PE}{I}} &- 4 \\ \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{PE}{I}} &- 3 \\ \sqrt{\frac{PE}{2\pi I}} &- 2 \\ \frac{1}{2\pi} \left(\frac{PE}{I} \right) &- 1\end{aligned}$$

۱۹- باری به طور یکنواخت در سراسر یک استوانه دراز به شعاع R توزیع شده است چگالی بار ρ است. میدان در فاصله r از محور استوانه ($r > R$) کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی) (۷۸)

$$\begin{aligned}\frac{\rho R^2}{3\epsilon_0} &- 4 \\ \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} &- 3 \\ \frac{\rho r}{3\epsilon_0} &- 2 \\ \frac{\rho r}{2\epsilon_0} &- 1\end{aligned}$$

۱۲- توده‌ای کروی به شعاع R حامل توزیع یکنواخت باری است به چگالی حجمی ρ . اندازه شدت میدان الکتریکی بر روی پوسته‌ای به شعاع $\frac{R}{2}$ داخل توده کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای) (۷۸)

$$\begin{aligned}\frac{\rho_0 R}{6\epsilon_0} &- 4 \\ \frac{\rho_0 R}{8\epsilon_0} &- 3 \\ \frac{\rho_0 R}{2\epsilon_0} &- 2 \\ \frac{\rho_0 R}{2\epsilon_0} &- 1\end{aligned}$$

۱۳- پوسته نیم کروی شکل مقابل دارای بار سطحی یکنواخت با چگالی $\frac{c}{m^2}$ ρ_s می‌باشد. یک ذره باردار با جرم m و بار Q همنام با ρ را در مرکز این نیم کروه قرار می‌دهیم. جرم m باید چقدر باشد تا ذره سقوط نکند؟ (ضریب دی الکتریک فضای آزاد و g شتاب ثقل زمین است).



۱۴- میله عایق باریک را خم کرده و به شکل کمان به شعاع a که از مرکز کمان دو سر آن تحت زاویه θ دیده می‌شود بیرون می‌آوریم. اگر بار q را بطور یکنواخت بر روی طول میله پخش کنیم کدام گزینه اندازه میدان الکتریکی در مرکز کمان می‌باشد؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای) (۸۰)

$$\begin{aligned}\frac{q}{4\pi\epsilon_0\theta a^2} \cos\frac{\theta}{2} &- 4 \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0\theta a^2} \sin\theta &- 3 \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0\theta a^2} \cos\theta &- 2 \\ \frac{q}{2\pi\epsilon_0\theta a^2} \sin\frac{\theta}{2} &- 1\end{aligned}$$

۱۵- یک دوقطبی الکتریکی از دو بار مخالف به اندازه‌های $10^{-6} C$ و $2 cm$ که فاصله آن‌ها $10^{-6} m$ است. اگر این دوقطبی در میدانی به شدت $\frac{N}{C} = 10^{-5}$ قرار گیرد کدام گزینه تشکیل شده است. اگر این دوقطبی در میدانی به شدت $\frac{N}{C} = 10^{-5}$ قرار گیرد کدام گزینه حداقل گشتاور وارد بر دوقطبی است؟

$$\begin{aligned}1 \times 10^{-3} N.m &- 2 \\ 4 \times 10^{-3} N.m &- 3 \\ 2 \times 10^{-3} N.m &- 4 \\ \frac{1}{2} \times 10^{-3} N.m &- 1\end{aligned}$$

۱۶- شکل داده شده قسمتی از سطح مقطع یک رسانای کامل را که در امتداد z بینهایت فرض می‌شود، نشان می‌دهد. در نقطه $(2, 0, 0)$ روی مرز رسانا و هوا چگالی بار سطحی

۲۶- بار نقطه‌ای Q در بالای یک سطح دایره‌ای به شعاع ۳ متر واقع است. فاصله بار مذکور از مرکز دایره ۴ متر است. مطلوبست محاسبه شار الکتریکی گذرنده از سطح فوق.

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۸)

$$\frac{\sqrt{2}Q}{20} - 4 \quad \frac{Q}{20} - 3 \quad \frac{Q}{10} - 2 \quad \frac{Q}{5} - 1$$

۲۷- دو صفحه بینهایت گستردۀ که ضخامت آن‌ها قابل چشم‌پوشی است حامل توزیع بار یکنواختی هستند که اندازه چگالی آن برابر ρ_s است. یکی از صفحات در $x = -1$ واقع شده و توزیع بار آن $\rho_s + p_0$ و دیگری در $x = 1$ قرار گرفته که حامل توزیع بار $\rho_s - p_0$ است. کدام یک از گزینه‌های زیر میدان الکتریکی در تمام فضا را بیان می‌کند؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۸)

$$\vec{E} = \begin{cases} -\frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{a}_s & x < 1 \\ 0 & -1 < x < 1 \\ \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{a}_x & x > 1 \end{cases}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{a}_x & -1 < x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{2\rho_s}{\epsilon_0} \hat{a}_x & -1 < x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} -\frac{2\rho_s}{\epsilon_0} \hat{a}_x & x < -1 \\ 0 & -1 < x < 1 \\ \frac{2\rho_s}{\epsilon_0} \hat{a}_x & x > 1 \end{cases}$$

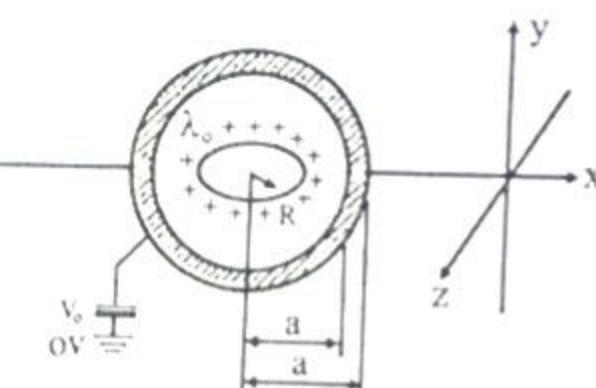
۲۸- در شکل، حلقه‌ای از بارهای الکتریکی به شعاع R و چگالی خطی ثابت λ در مرکز یک

پوسته کروی رسانا قرار گرفته است. مرکز پوسته نقطه $(0, 0, c)$ بوده و پوسته به

پتانسیل V_0 نسبت به نقطه‌ای در بینهایت متصل است. شار $\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$ عبوری از صفحه

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۸۰)

از چپ به راست کدام است؟



$$2\pi b V_0 - 1$$

$$2\pi b V_0 + \frac{\lambda_0 \pi R}{\epsilon_0} - 3$$

$$\pi b V_0 + \frac{\lambda_0 \pi R}{2\epsilon_0} - 3$$

$$4\pi b V_0 - 4$$

۲۰- باری به طور یکنواخت در فضای داخل استوانه بلندی به شعاع R با چگالی ρ توزیع شده است. کدام گزینه برابر با اندازه میدان الکتریکی در فاصله $2R$ از محور استوانه است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

$$\frac{\rho}{2\epsilon_0 R^2} - 4 \quad \frac{\rho}{4\epsilon_0 R} - 3 \quad \frac{\rho R}{4\epsilon_0} - 2 \quad \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} - 1$$

۲۱- در یک روز آفتابی، میدان الکتریکی اتمسفر زمین برابر است با $\frac{N}{C} = 100$ و به طرف پایین جهت دارد. اگر زمین را هادی و مسطح فرض کنیم کدام یک از پاسخ‌ها چگالی توزیع بار بر روی سطح زمین است؟

$$1 - 50 \epsilon_0 - 2 \quad 2 - 200 \epsilon_0 - 4 \quad 3 - \text{صفر} \quad 4 - 100 \epsilon_0 - 4$$

۲۲- توزیع خطی باری به چگالی λ و طول بینهایت زیاد مفروض است کدام گزینه اندازه میدان الکتریکی در فاصله R از این توزیع بار می‌باشد؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

$$\frac{\lambda R^2}{2\pi\epsilon_0} - 4 \quad \frac{\lambda R^2}{4\pi\epsilon_0} - 3 \quad \frac{4\lambda R}{12\pi\epsilon_0} - 2 \quad \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} - 1$$

۲۳- سه بار نقطه‌ای q بر سطح کروی رسانا قرار دارد. فلوی الکتریکی عبوری از سطح S احاطه شده‌اند $Q_1 = 20 \text{ nc}$, $Q_2 = 150 \text{ nc}$, $Q_3 = -70 \text{ nc}$. شار خالصی که از سطح S می‌گذرد توسط کدام یک از گزینه‌های زیر بیان شده است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۷۹)

$$1 - 180 \text{ nc} - 4 \quad 2 - \text{صفر} \quad 3 - 80 \text{ nc} - 3 \quad 4 - 110 \text{ nc} - 4$$

۲۴- بار نقطه‌ای q بر سطح کروی رسانا قرار دارد. فلوی الکتریکی عبوری از سطح کروه کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

$$1 - \frac{q}{\epsilon_0} - 4 \quad 2 - \frac{q}{2\epsilon_0} - 3 \quad 3 - \frac{q}{4\epsilon_0} - 2 \quad 4 - \frac{q}{2\epsilon_0} - 1$$

۲۵- کدام یک از عبارت‌های زیر می‌تواند معرف میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا باشد که فاقد بار الکتریکی است؟ (در این عبارت‌ها A مقدار ثابتی است و \hat{i} , \hat{j} و \hat{k} بردارهایی در راستای محورهای x , y و z هستند).

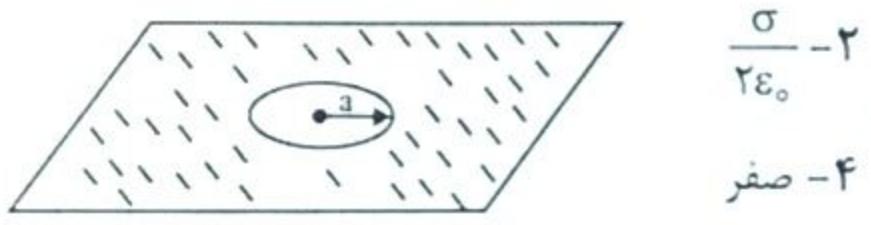
(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)

$$A(2xy\hat{i} - xz\hat{k}) - 2 \quad A(-xy\hat{j} + xz\hat{k}) - 1 \quad Axyz(\hat{i} + \hat{j}) - 4 \quad A(xz\hat{i} + xz\hat{j}) - 3$$

$$E = \begin{cases} \frac{2kQ}{r^2} & a < r < c \\ 0 & r > c \end{cases} \quad -3$$

$$E = \begin{cases} 0 & a < r < b \\ \frac{2kQ}{r^2} & r > c \end{cases} \quad -4$$

۳۲- یک ورقه بسیار بزرگ مسطح کاغذی دارای بار الکتریکی با چگالی سطحی یکنواخت σ است سوراخی به شعاع a در وسط این ورقه ایجاد می‌شود. میدان الکتریکی در مرکز این سوراخ کدام است؟



$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad -2$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad -1$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad -3$$

صفر

۳۳- سطح یک نیم‌دایره در ناحیه بین دو شعاع a و b دارای چگالی بار سطحی یکنواخت σ است. اندازه میدان الکتریکی E در مرکز دایره چقدر است؟

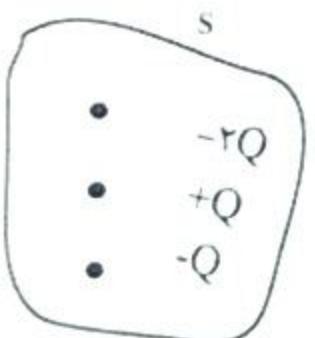
$$2k\sigma \left(\ln \frac{b}{a} \right) \quad -4$$

$$2k\sigma \left(\frac{b}{a} \right) \quad -3$$

$$k\sigma \left(\ln \frac{b}{a} \right) \quad -2$$

$$k\sigma \left(\frac{b}{a} \right) \quad -1$$

۳۴- با توجه به بسته S در شکل که بارهای $-2Q$ ، $+Q$ و $-Q$ را در بردارد، شار الکتریکی عبوری از سطح برابر است با:



$$-\frac{Q}{\epsilon_0} \quad -1$$

$$+\frac{Q}{\epsilon_0} \quad -2$$

$$+\frac{Q}{\epsilon_0} \quad -3$$

۴- به علت عدم تقارن در توزیع بارها، اطلاعات مسئله کافی نیست.

۳۵- میدان الکتریکی یک توزیع بار کروی با چگالی حجمی ρ (یکنواخت) به شعاع R در فاصله $R < r$ برابر است با:

$$\frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} \quad -4$$

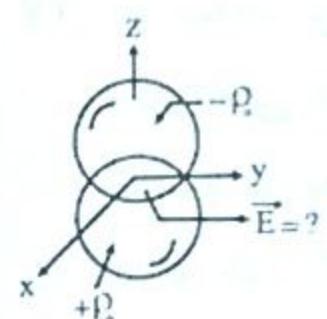
$$\frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R} \quad -3$$

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad -2$$

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad -1$$

۲۹- دو کره به شعاع‌های مساوی a و مرکز $(0, 0, d)$ (در مختصات دکارتی) و $d < a$ دارای بارهای حجمی ثابت به ترتیب با چگالی $+p_0$ و $-p_0$ هستند در ناحیه مشترک بین دو کره میدان الکتریکی (\vec{E}) چقدر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۸۰)



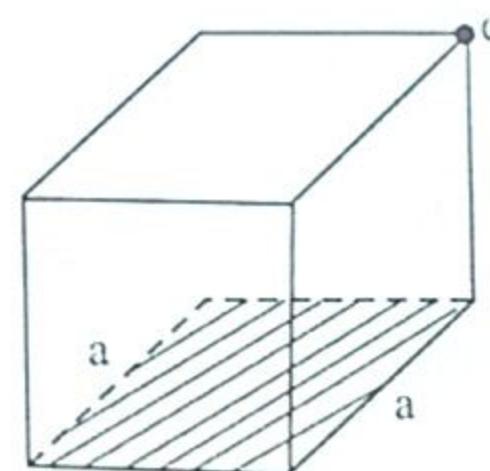
$$\frac{2p_0 d}{2\epsilon_0} \hat{z} \quad -2$$

$$\frac{p_0 d}{2\epsilon_0} (\hat{x} + \hat{y}) \quad -3$$

$$\frac{p_0 d}{2\epsilon_0} (\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}) \quad -4$$

۳۰- بار نقطه‌ای q در گوشی یک مکعب به ضلع a قرار دارد. شار گذرنده از صفحه هاشور زده کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)



$$\frac{q}{6\epsilon_0} \quad -1$$

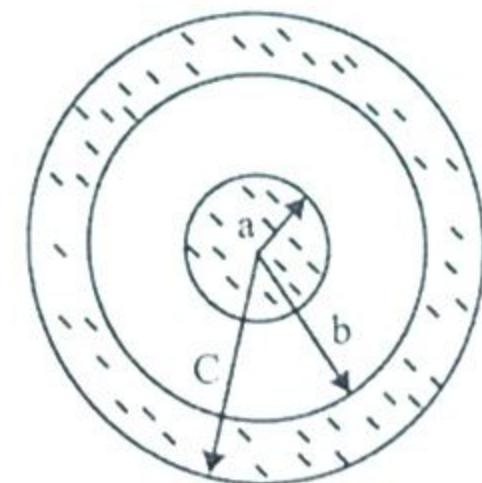
$$\frac{q}{8\epsilon_0} \quad -2$$

$$\frac{q}{24\epsilon_0} \quad -3$$

$$\frac{q}{36\epsilon_0} \quad -4$$

۳۱- کره هادی توپر به شعاع a دارای بار $2Q$ است. یک پوسته کروی هادی با شعاع داخلی b و شعاع خارجی c و هم مرکز با کره توپر آن را فرا گرفته است. بار پوسته کروی $-Q$ است. کدام گزینه درست است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)



$$E = \begin{cases} 0 & r < a \\ \frac{2kQ}{r^2} & a < r < c \end{cases} \quad -1$$

$$E = \begin{cases} \frac{2kQ}{r^2} & a < r < b \\ \frac{kQ}{r^2} & r < b \end{cases} \quad -2$$

$$E = \begin{cases} 0 & r < a \\ \frac{2kQ}{r^2} & a < r < b \\ \frac{kQ}{r^2} & r < b \end{cases} \quad -3$$

۳۶- قانون گاوس برای کدام یک از موارد زیر، همواره صادق است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۵)

- ۱- فقط برای توزیع بار مستقل از زمان و دارای متقارن هندسی
- ۲- فقط برای توزیع بار مستقل از زمان
- ۳- برای هر نوع توزیع بار الکتریکی
- ۴- فقط برای توزیع بار وابسته به زمان

۳-۳ پاسخنامه تشریحی

۱-۴) برای حلقه باردار نامتناهی میدان الکتریکی با توجه به قانون گاوس به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

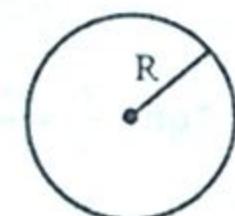


که با توجه به میدان محاسبه شده، گزینه ۱ نادرست است.

برای کره با توزیع بار یکنواخت که بار q به طور یکنواخت در کره پخش شده است، داریم:

- برای داخل کره ($r < R$):

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q'}{\epsilon_0} \rightarrow \vec{E}(4\pi r^2) = \frac{q'}{\epsilon_0}$$



ارایتو گزینه ۲ نادرست است.

- برای خارج کره ($r > R$):

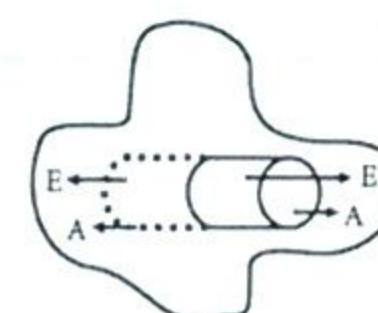
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

گزینه ۳ نیز نادرست است

و برای توزیع بار روی ورق نامحدود داریم:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E(A + A) = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



گزینه ۴ صحیح است.

۲-۱) با توجه به متقارن بودن میدان الکتریکی و در راستای شعاع بودن آن داریم:

(۲-۶)

$$|\vec{E}_\lambda| = |\vec{E}_\tau| = |\vec{E}_\tau||\vec{E}_\theta| = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\left(\frac{L}{2}\right)} (\sin 45^\circ + \sin 45^\circ) = \frac{\lambda\sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 L}$$

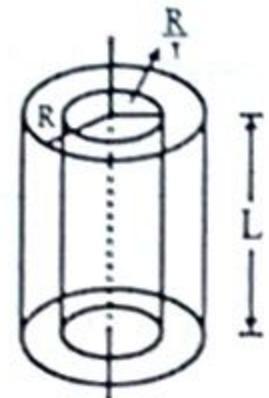
$$E = \sqrt{|\vec{E}_\lambda|^2 + |\vec{E}_\tau|^2} = \sqrt{\left(\frac{\lambda\sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 L}\right)^2 + \left(\frac{\lambda\sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 L}\right)^2} = \frac{\lambda\sqrt{2}}{\pi\epsilon_0 L}$$

(۲-۷)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E 2\pi \left(\frac{R}{2}\right) L = \frac{\rho \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 L}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{\pi \rho \frac{R^2}{4\epsilon_0} L}{2\pi \frac{R}{2} L} = \frac{\rho R}{4\epsilon_0}$$



(۳-۸) در داخل پوسته بار روی سطح پوسته توزیع شده است، از اینرو $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ است در نتیجه $\vec{E} = 0$ می‌شود.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

در خارج پوسته:

(۲-۹)

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \oint \nabla \cdot \vec{E} dV = \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \oint \rho \frac{dV}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$q = q_1$$

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 j$$

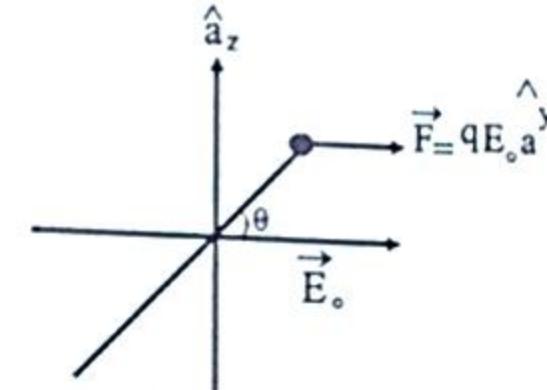
$$\int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \mu_0 \int j \cdot da$$

$$\int \nabla \times \vec{B} \cdot d\vec{a} = \int \vec{B} \cdot d\vec{L}$$

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \mu_0 I \rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(4\pi(2R)^2) = \frac{4\pi R^2 \rho}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{R\rho}{12\epsilon_0}$$

(۳-۳)



نیروی عمود بر هر یک از بارها برابر است با $qE_0 \sin \theta$ از اینرو نیروی وارد بر سیستم با توجه به راستاهای آنان معادل $F = 2qE_0 \sin \theta$ می‌شود.

برای θ های کوچک که در راستای \hat{a}_z نوسان می‌کنند داریم $k = \frac{4\pi q E_0}{a}$ و زمان یک پریود نوسان برابر است با:

$$F = -2qE_0 a = 2qE_0 \frac{z}{a} = \frac{-4\pi q E_0}{a}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{4\pi q E_0}} = \pi \sqrt{\frac{ma}{q E_0}} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{q E_0}{ma}}$$

(۲-۴) شدت میدان الکتریکی دیگر بارها در نقطه‌ای با بار q برابر است با $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ که در آن σ چگالی بار

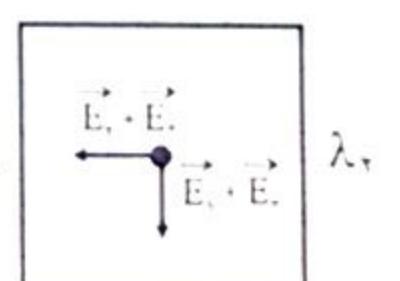
$$F = qE = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}$$

که با قرار دادن مقادیر هر یک از مشخصه‌های فوق خواهیم داشت:

$$F = \cdot / \Delta N$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta}{\Delta \rho} (\rho E(\rho)) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{2} \alpha p \left(\rho - \frac{\alpha}{\rho} \right) \right] = \alpha = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \rho = \alpha \epsilon_0$$



(۱-۵)

$$E = E_z = \int dE_z = \frac{\rho_s r^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_0^\pi \sin\theta \cos\theta d\theta$$

$$E_u = \int dE_u = \sum F_z = Q \rightarrow QE = mg$$

$$\rightarrow Q \frac{\rho_s}{4\epsilon_0} = mg \rightarrow m = \frac{Q\rho_s}{4\epsilon_0 g}$$

$$\lambda = \frac{q}{a\theta}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a d\alpha}{a^2}$$

با به تقارن شکل مسئله صفر است و E_x فقط مؤلفه دارد.

$$E = \int dE_x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dE \cos\alpha = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \cos\alpha d\alpha = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \sin\frac{\theta}{2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a^2 \theta} \sin\frac{\theta}{2}$$

$$p = qa = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-8} \text{ Nc}$$

$$\tau = p \times E \rightarrow \tau = PE \sin\theta, \frac{d\tau}{d\theta} = PE \cos\theta = 0 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

در حالت $\theta = \frac{\pi}{2}$ حداقل مقدار گشتاور را دارد.

$$\tau_{\max} = PE \sin\frac{\pi}{2} = PE = 4 \times 10^{-8} \times 10^{+5} = 4 \times 10^{-3} \text{ Nm}$$

(۱-۱۶) میدان \vec{E} در صفحه $z=0$ قرار دارد.

$$|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{|\vec{D}|}{\epsilon_0} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} = \sqrt{10}$$

و چون \vec{E} عمود بر سطح رسانا و \vec{A} مماس بر آن است، \vec{E} و \vec{A} بر هم عمودند:

$$\vec{E} \cdot \vec{A} = 0 \rightarrow E_x A_x + E_y A_y = 0$$

از حل دو عبارت فوق داریم که $E_x = 1$ و $E_y = -3$ از این رو:

$$\vec{E} = \hat{a}_x - 3\hat{a}_y$$

$$F = q_v V \times B = I_1 L \times B \rightarrow \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = \frac{k_B I_1 I_2}{r}$$

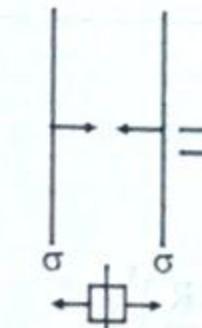
$$\frac{k_B}{k_E} = \frac{\mu_0}{2\pi} 4\pi\epsilon_0 = 2\mu_0\epsilon_0$$

(۴-۱۰) بر اساس اصل بر هم نهی، می‌شود میدان الکتریکی حاصل از هر صفحه را محاسبه و سپس آنها را با هم جمع کنیم چرا که حضور هر صفحه تأثیری در بار صفحات دیگر ندارد بنابراین داریم:

$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

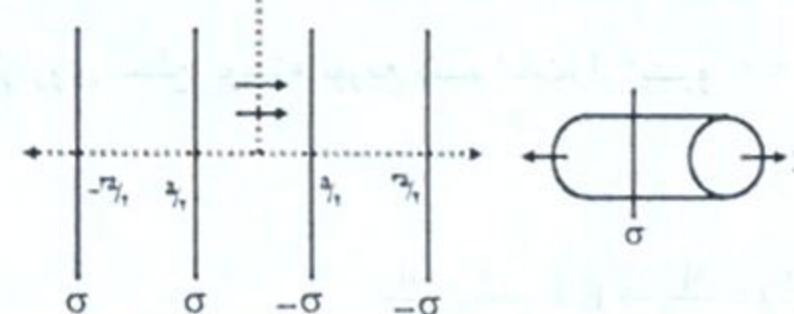
$$\rightarrow 2EA = \frac{\sigma_s}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma_s}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\text{به طرف راست صفحات } \hat{x} \rightarrow \text{کل } E_{\text{کل}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{x}$$



(۳-۱۱)

$$\int E \cdot da = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow EA + EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{4\sigma}{2\epsilon_0 x} = \frac{2\sigma}{\epsilon_0 x}$$



(۴-۱۲) با توجه به قانون گاوس داریم:

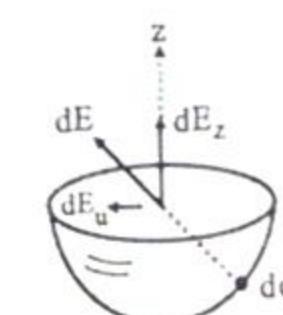
$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{4\pi r^2 \rho_0}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0} = \frac{\rho_0 \left(\frac{R}{2}\right)}{3\epsilon_0} = \frac{\rho_0 R}{6\epsilon_0}$$

(۱-۱۳)

$$dq = \rho_s d\sigma = \rho_s r^2 d\phi \sin\theta d\theta$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_s r^2 d\phi \sin\theta d\theta}{r^2}$$



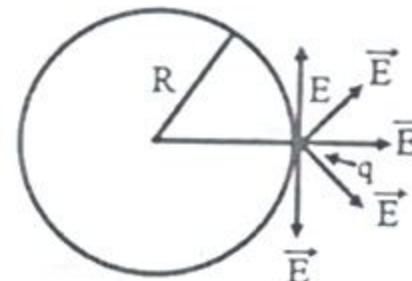
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E 2\pi RL = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

(۱-۲۲)

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{\epsilon_0} = \frac{(20+15+7) \times 10^{-9}}{\epsilon_0} = \lambda \cdot nc$$

(۱-۲۴) می‌توان از بار نقطه‌ای q صفحه‌ای بر کره مماس کرد که کلیه خطوط نیرو به این ترتیب در نیم فضای مماس یا از داخل کره می‌گذرد.



چنان‌چه کره مشابهی را در کار کرده مورد سؤال قرار دهیم در آن صورت شار کل برابر با $\frac{q}{\epsilon_0}$ ، لذا شار

$$\text{هر کره نصف شار کل حواهد بود یعنی } \frac{q}{2\epsilon_0}$$

(۱-۲۵) با توجه به معادله ماکسول $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ است که اگر فاقد بار الکتریکی باشد،

می‌شود، پس:

$$1) \vec{E} = A(-xy\hat{i} - xz\hat{k}) \rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = A(-y + x) = 0$$

$$2) \vec{E} = A(2xy\hat{i} - xz\hat{k}) \rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = A(2y - x) \neq 0$$

$$3) \vec{E} = A(xz\hat{i} + xz\hat{j}) \rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = A(z + 0) \neq 0$$

$$4) \vec{E} = Axzy(\hat{i} + \hat{j}) \rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = A(yz + xz) \neq 0$$

با توجه به موارد فوق تنها ۱ در این شرایط صدق کرده و حاصل صفر می‌شود.

$$q = \int \rho_s ds = \int_0^a (k_0 r) \pi r dr = \frac{2\pi k_0 r^2}{3} \Big|_0^a = \frac{2\pi k_0 a^3}{3}$$

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{2\pi k_0 a^3}{3\epsilon_0}$$

با توجه به اینکه نصف سطح کروی نیم فضای بالایی دیسک را در بردارد، شار عوری بیز نصف شار کل است:

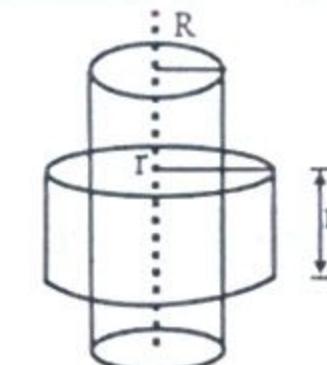
$$\phi = \frac{\pi k_0 a^3}{3\epsilon_0}$$

$$\tau = F \times r \rightarrow \tau = 2Fa \sin \theta = 2qEa \sin \theta = PE \sin \theta$$

کوچک $\theta \rightarrow \tau \approx PE\theta = I\alpha = I\theta$

$$\theta = \frac{PE}{I} \theta = 0 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{PE}{I}} = 2\pi f \rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{PE}{I}}$$

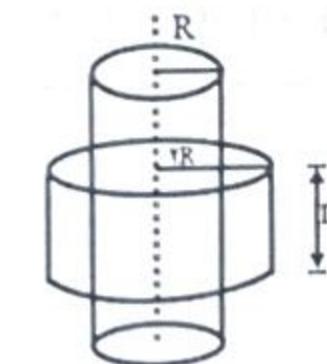
(۳-۱۷)



(۳-۱۹)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E 2\pi r L = \frac{\rho \pi R^2 L}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$$



(۴-۲۰)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E 2\pi(2R)L = \frac{\rho \pi R^2 L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho R}{4\epsilon_0}$$

(۴-۲۱)

$$E = 1 \cdot \frac{N}{C}$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = 1 \cdot \cdot \rightarrow \sigma = 1 \cdot \cdot \epsilon_0$$

میدان الکتریکی برای سطح هادی $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ است از اینرو:

مشخص است $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 \neq 0$ بنا براین گزینه (۱) و (۲) غلط است چون در گزینه ۲ با $z = 0$ (روی محور

(y) پاسخ صفر است از طرفی در گزینه (۳) به ارای هر نقطه روی محور $z = 0$ می شود در حالی که

مثلاً در نقطه $z = b$ داریم $\vec{E}_1 = 0$ و $\vec{E}_2 \neq 0$. اما در مرکز چون \vec{E}_1 و \vec{E}_2 مساوی و حلاف جهت هم

هستند $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$ که در گزینه (۴) به ارای $x, y, z = 0$ داریم $\vec{E} = 0$

(۳-۳۰) کل اطراف بار الکتریکی را می توان با ۸ مکعب پوشش داد لذا کل شار عبوری از این ۸ مکعب

برابر است با $\frac{q}{\epsilon_0}$ ، بنابراین هر مکعب چون سه وجه هاشور خورده دارد پس مقدار شار عبوری از وجه

$$\text{هاشور خورده} \text{ برابر} \frac{q}{24\epsilon_0} \text{ است.}$$

(۴-۳۱)

(۴-۳۲) میدان در مرکز صفر است.

(۴-۳۳)

$$E = k \int \frac{dq}{r^2} \sin \theta = k \sigma \int_a^b \frac{dr}{r} \int_0^\pi d\theta \sin \theta = 2k\sigma \left(\ln \frac{b}{a} \right)$$

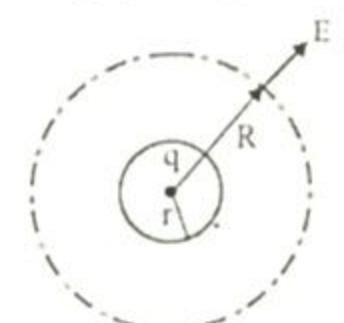
(۱-۳۴)

$$\varphi_t = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = -\frac{Q}{\epsilon_0} + \left(+\frac{Q}{\epsilon_0} \right) + \left(-\frac{Q}{\epsilon_0} \right) \Rightarrow \varphi_t = -\frac{2Q}{\epsilon_0}$$

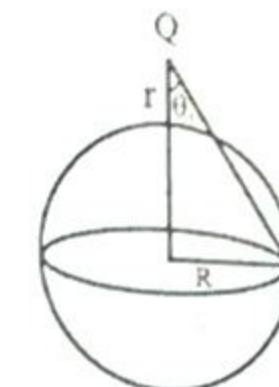
(۴-۳۵) کره ای به شعاع R به وسیله یک سطح گوسی کروی هم مرکز با آن به شعاع $r > R$ احاطه شده

است. بنابراین بزرگی \vec{E} بر روی سطح گوسی قرار دارد که در همه حا بر آن عمود است. بنابراین:

$$\frac{q}{\epsilon_0} = \psi = E(4\pi r^2) \Rightarrow E = \frac{qr}{(4\pi r^2 \epsilon_0)_{R>r}} = \frac{qr}{4\pi R^2 \epsilon_0}$$



(۳-۳۶)



(۲-۲۶)

$$R=3\text{cm} \quad r=4\text{cm}$$

$$\cos \theta = \frac{k}{\sqrt{r^2 + R^2}} = \frac{4}{5}$$

راویه فضایی که تحت آن زاویه، بار نقطه‌ای Q در سطح S دیده می شود برابر است با:

$$\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} \sin \theta d\theta = 2\pi(1 - \cos \theta_1) = \frac{2\pi}{5}$$

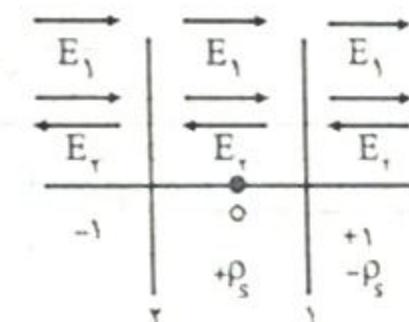
پس شار عبوری از سطح S برابر است با:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi} \times \frac{2\pi}{5} = \frac{Q}{10}$$

(۴-۲۷) ناتوجه به آنکه جهت \vec{E}_1 و \vec{E}_2 برای $x < -1$ و $x > 1$ خلاف یکدیگر

و در $x < -1$ و $x > 1$ داریم $\vec{E} = 0$ و برای $-1 < x < 1$ داریم:

$$\vec{E} = +\frac{2\rho_s}{\epsilon_0} \hat{x}$$



(۱-۲۸)

$$\varphi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_0 + q_1}{\epsilon_0} = \frac{2\pi R \lambda_0 + 4\pi \epsilon_0 b}{\epsilon_0}$$

$q_1 = 4\pi \epsilon_0 v_0 b$ (بار روی کره) و $q_0 = 2\pi R \lambda_0$ (بار حلقه)

$$\varphi_{x=0} = \frac{\varphi_E}{2} = \frac{\pi R \lambda_0}{\epsilon_0} + 2\pi b v_0$$

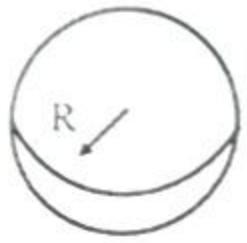
شار عبوری از صفحه $x = 0$ برابر با:

(۴-۲۹) میدان به فاصله ۲ از مرکز کره با چگالی حجم ثابت برابر $\frac{\rho_0}{3\epsilon_0}$ است. اگر به عنوان مثال نقطه‌ای

را روی محور لا در نظر بگیریم فاصله آن نقطه از دو مرکز برابر صفر است.

۴-۲ پرسش‌های چندگزینه‌ای

- ۱- انرژی پتانسیل الکتریکی کل یک جسم کروی تنها با چگالی بار یکنواخت ρ و بار کل Q و (آزمون GRE)
- شعاع R را محاسبه کنید طبق معمول $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ است.



$$\frac{1}{2} \frac{kQ^2}{R} - 2$$

$$\frac{2}{5} \frac{kQ^2}{R} - 4$$

$$\frac{kQ^2}{R} - 3$$

$$\frac{2}{3} \frac{kQ^2}{R} - 5$$

- ۲- پتانسیل الکتریکی یک کره رسانا در میدان الکتریکی یکنواخت از رابطه زیر به دست

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \cos \theta \quad \text{می‌آید. چگالی بار سطحی را برابر روی کره بیابید.}$$

(آزمون GRE)

$$2\epsilon_0 E_0 \cos \theta - 4$$

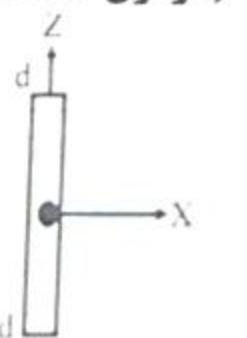
$$2\epsilon_0 E_0 \cos \theta - 3$$

$$\epsilon_0 E_0 \cos \theta - 2$$

$$\epsilon_0 E_0 \sin \theta - 1$$

$$2\epsilon_0 E_0 \sin \theta - 5$$

- ۳- میله نازکی بر روی محور z از $z=d$ تا $z=-d$ مانند شکل قرار گرفته است. فرض کنید که چگالی بار خطی یا میزان بار در واحد طول این میله باشد و نقاط p_1 و p_2 دارای مختصات: $p_2 = (x, 0, 0)$, $p_1 = (0, 0, 2d)$ باشند مختصه x را چنان بیابید که نقاط p_1 و p_2 هم پتانسیل باشند. (آزمون GRE)



$$d - 2$$

$$d\sqrt{2} - 4$$

$$1 - \text{صفر}$$

$$d\sqrt{3} - 3$$

$$2d - 5$$

- ۴- بار نقطه‌ای q به فاصله d از یک ورقه رسانا قرار دارد چه مقدار انرژی برای بردن این بار تا

بی‌نهایت لازم است؟

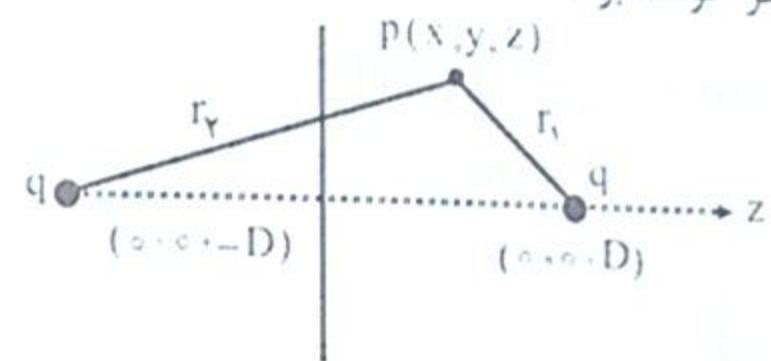
$$\frac{-q}{2d} - 4$$

$$\frac{-q^2}{2d} - 3$$

$$\frac{-q}{d} - 2$$

$$\frac{-q^2}{4d} - 1$$

و اصل میان دو بار هم صفر خواهد بود



$$Q_p = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), r_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}$$

$$\Rightarrow Q_p(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}} \right)$$

در نقطه میدان در جهت z به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_z(x, y, z) = -\frac{\delta\phi(x, y, z)}{\varphi z} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\delta}{\delta z} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}} \right)$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{z-d}{\left[x^2 + y^2 + (z-d)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{z+d}{\left[x^2 + y^2 + (z+d)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right]$$

$$\Rightarrow E_z(x, y, z) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{D-z}{\left[x^2 + y^2 + (z-D)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{D+z}{\left[x^2 + y^2 + (z+D)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right]$$

شدت میدان الکتریکی در سطح رسانا عمود و به ازای $E_Z = (x, y, 0)$ و $r_1 = r_2 = r$ حاصل می‌شود.

$$E_n = E_Z(x, y, 0) = \frac{\delta}{E_0} \Rightarrow \frac{\delta}{E_0} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2D}{r^2} \right), r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{qD}{2\pi r^2}, Q = \int \delta ds = -\frac{qD}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{r' dr'}{r^2} d\theta$$

$$r = \sqrt{r'^2 + D^2}$$

$$Q = \frac{qD}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{2r' dr'}{(D^2 + r'^2)^{\frac{3}{2}}} d\theta = \left(\frac{-qD}{4\pi} \right) (-2) \int_0^{2\pi} d\theta \left(\frac{1}{\sqrt{D^2 + r'^2}} \right)_0^\infty$$

$$Q = -q$$

است. اگر پتانسیل ناشی از این توزیع بار بی‌نهایت صفر باشد پتانسیل در هر نقطه از فضا چقدر است؟

$$\phi(x, y, z) = -\frac{2a}{\epsilon_0} \frac{x^2 y^2 + x^2 z^2 + y^2 z^2}{x^2 y^2 z^2} - 2 \quad \phi(x, y, z) = \frac{2a}{\epsilon_0} \frac{x^2 y^2 + x^2 z^2 + y^2 z^2}{x^2 y^2 z^2} - 1$$

$$\phi(x, y, z) = \frac{a}{\epsilon_0} \frac{xy + xz + yz}{xyz} - 4 \quad \phi(x, y, z) = -\frac{a}{\epsilon_0} \frac{xy + xz + yz}{xyz} - 3$$

۱۰- هادی A بدون بار و هادی B با بار Q را به هم متصل کرده و سپس از هم دور می‌کنیم. نتیجتاً بار q از هادی A به هادی B منتقل می‌شود پس از دور کردن هادی B از A بار هادی B را دوباره به Q رسانیده و سپس به هادی A متصل می‌کنیم. چنانچه این عمل بی‌نهایت بار تکرار شود بار هادی A چقدر خواهد بود؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

$$\frac{qQ}{Q-h} - 4 \quad \frac{q^2 - Q^2}{Q} - 3 \quad \sqrt{Qq} - 2 \quad Q - 1$$

۱۱- بارهای نقطه‌ای q, q' و q'' مطابق شکل قرار گرفته‌اند. کار لازم برای انتقال q' به نقطه B در امتداد مسیر مستقیم AB چقدر است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

$$\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{b^2} - 2 \quad 1 - \text{صفر}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{b^2} - 4 \quad \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{b^2} - 3$$

۱۲- دو کره رسانا که در فاصله دوری از یکدیگر قرار دارند دارای شعاع‌های R و ۲R می‌باشند. بار کره‌ها به ترتیب q' و q'' می‌باشد این دو کره را توسط یک سیم رسانا به یکدیگر متصل می‌کنیم پس از این عمل بار کره‌ها q' و q'' می‌باشد مقدار q' و q'' کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

$$q'_1 = \frac{1}{9}(q_1 + q_2), q'_2 = \frac{\lambda}{9}(q_1 + q_2) - 2 \quad q'_1 = \frac{1}{3}(q_1 + q_2), q'_2 = \frac{2}{3}(q_1 + q_2) - 1$$

$$q'_1 = \frac{1}{2}(q_1 + q_2), q'_2 = \frac{1}{2}(q_1 + q_2) - 4 \quad q'_1 = \frac{\lambda}{9}(q_1 + q_2), q'_2 = \frac{1}{9}(q_1 + q_2) - 3$$

۱۳- دو کره فلزی به شعاع‌های a و b را به وسیله سیم نازکی به هم وصل می‌کنیم پس از باردار کردن دستگاه به اندازه Q-سیم را قطع می‌کنیم. بار هر کره برابر کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۸۰)

$$Q_a = \frac{-a}{|a-b|} Q, Q_b = \frac{-b}{|a-b|} - 2 \quad Q_a = \frac{-b}{|a-b|} Q, Q_b = \frac{-a}{|a-b|} Q - 1$$

۵- مقدار انرژی پتانسیل بر هر یون را برای خط یک بعدی نامتناهی که بارهای e+ و e- روی آن به طور یک درمیان واقع شده‌اند به دست آورید. فاصله بین دو بار را δ بگیرید.

(آزمون GRE)

$$-2e^2 \ln(2) \frac{1}{4\pi\epsilon_0 S} - 1$$

$$-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 S} - 3$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 S} - 5$$

۶- هزار قطره کروی کوچک از مایعی هادی به شعاع‌های مساوی r در فضا به فاصله خیلی دور از یکدیگر قرار دارند. به هر قطره پتانسیل ۱۰ ولت (نسبت به مبدأ بی‌نهایت) اعمال شده است. نهایتاً از به هم پیوستن این قطرات، کره‌ای یکنواخت ساخته می‌شود. پتانسیل این کره چقدر خواهد بود؟

$$-10 \text{ ولت} \quad -3 - 100 \text{ ولت} \quad -2 - 1000 \text{ ولت} \quad -4 - 10 \text{ ولت}$$

۷- چهار بار نقطه‌ای q, -q, 2q, -2q و q مطابق شکل روی محیط دایره‌ای به شعاع r مفروض است. هر یک از این بارها را به ترتیب روی محیط دایره ۴۵ درجه در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخانیم کل کار انجام شده چقدر است؟

$$\frac{(\sqrt{3} + 3)q^2}{\epsilon_0} - 2 \quad \frac{(\sqrt{3} + 4)q^2}{2\epsilon_0} - 1$$

$$\left(\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0} \right) q^2 - 3$$

۸- دو کره رسانای یکسان به شعاع r = ۰/۱۵ m در فاصله a = ۱۰ m از یکدیگر قرار دارند. اگر پتانسیل یکی از آن‌ها V + ۱۵۰۰ و پتانسیل دیگری V - ۱۵۰۰ باشد بار روی هر کره چقدر است؟ (توجه a <> R می‌باشد).

$$\pm 5 \times 10^{-4} C - 4 \quad \pm 2/5 \times 10^{-8} C - 3 \quad \pm 5 \times 10^{-8} C - 2 \quad \pm 2/5 \times 10^{-4} C - 1$$

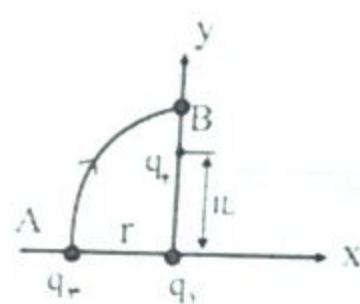
۹- چگالی حجمی یک توزیع بار الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا که شامل مبدأ مختصات نیست از رابطه $p(x,y,z) = -2a \frac{x^2 y^2 - x^2 z^2 + y^2 z^2}{x^2 y^2 z^2}$ به دست می‌آید که در آن a مقدار ثابتی

فصل چهارم: پتانسیل الکتریکی

۱۸- پتانسیل یک میدان الکتروستاتیکی از رابطه $(x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} = v$ به دست می‌آید که در آن x, y و z بر حسب متر بوده و v بر حسب ولت می‌باشد نیروی وارد بر بار واحد در الکترونی به جرم m و بار e - از کاتد خارج شود سرعت آن وقتی به آند می‌رسد برابر کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

$$10^{-15} N - 4 \quad 10^{-14} N - 3 \quad 2 \times 10^{-15} N - 2 \quad 3 \times 10^{-14} N - 1$$

۱۹- در شکل زیر کار لازم باری انتقال بار q_2 از نقطه A به نقطه B روی مسیر نیم دایره‌ای شکل چقدر است؟ (بار q_1 و q_2 همچنان در مکان‌های اولیه خود هستند و $L > r$) (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۰)



$$\begin{aligned} & \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r-L} \right) - 1 \\ & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{L} + \frac{q_1 q_2}{r} + \frac{q_2 q_2}{\sqrt{L^2 + r^2}} \right) - 2 \\ & \frac{q_2 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r-L} - \frac{1}{\sqrt{L^2 + r^2}} \right) - 3 \\ & \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r+L} + \frac{1}{\sqrt{L^2 - r^2}} \right) - 4 \end{aligned}$$

۲۰- الکترونی در یک مدار دایره‌ای به دور هسته اتم در گردش است انرژی مداری الکترون بوده برابر انرژی پتانسیل آن است.

(آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

$$1 - \text{منفی} - \frac{1}{2} \quad 2 - \text{مثبت} - \frac{1}{2} \quad 3 - \text{منفی} - 2 \quad 4 - \text{مثبت} - \frac{1}{2}$$

۲۱- کره‌ای به شعاع R دارای بار Q است که بطور یکنواخت در حجم آن توزیع شده است. پتانسیل الکتروستاتیکی در مرکز کره کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۷۸)

$$\begin{aligned} & \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R} - 4 \quad \frac{2Q}{\pi\epsilon_0 R} - 3 \quad \frac{2Q}{8\pi\epsilon_0 R} - 2 \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} - 1 \end{aligned}$$

۲۲- شدت یک میدان الکتروستاتیکی از رابطه $\vec{E} = -a(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$ به دست می‌آید که در آن a یک ضریب ثابت، x, y و z مختصات نقاط این میدان هستند پتانسیل این میدان از کدام رابطه به دست می‌آید؟ (آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

$$Q_a = -\frac{a}{a+b} Q, Q_b = -\frac{b}{a+b} - 4 \quad Q_a = -\frac{b}{a+b} Q, Q_b = -\frac{-a}{a+b} - 3$$

۱۴- آند یک تفنگ الکترونی نسبت به کاتد آن دارای پتانسیل برابر v_a می‌باشد. چنانچه الکترونی به جرم m و بار e- از کاتد خارج شود سرعت آن وقتی به آند می‌رسد برابر

$$\left(\frac{2mv_a}{e} \right)^{1/2} - 4 \quad \left(\frac{v_a}{2me} \right)^{1/2} - 3 \quad \left(\frac{2ev_a}{m} \right)^{1/2} - 2 \quad \left(\frac{mv_a}{2e} \right)^{1/2} - 1$$

۱۵- صفحه هادی نامحدود xy همه جا در ولتاژ صفر نگه داشته شده به جز درون ناحیه دایره‌ای $S < r$ که در آن ولتاژ v است. ولتاژ در طول محور z به صورت زیر داده شده است. میدان الکتریکی را در طول این محور بیابید.

$$\phi(z) = \frac{v_0 z}{2\pi} \int s ds d\phi (s^2 + z^2)^{1/2}$$

(GRE)

$$\begin{aligned} & \frac{v_0 r^2}{(r^2 + z^2)^{1/2}} - 2 \quad \frac{v_0}{(r+z)} - 1 \\ & \frac{v_0}{z} - 4 \quad \frac{v_0 r^2}{z^2} - 5 \\ & \frac{v_0}{r} - 3 \end{aligned}$$

۱۶- یک قطره کروی آب که حاصل بار $3 \times 10^{21} C$ است دارای پتانسیل ۵۰۰ ولت می‌باشد اگر دو تا از این قطره‌ها که دارای بار و شعاع یکسانند باهم ترکیب شوند و یک قطره کروی $k = 9 \times 10^9$ تشکیل دهنند پتانسیل در سطح قطره جدید چند ولت است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۹)

$$397 - 4 \quad 1000 - 3 \quad 500 - 2 \quad 749 - 1$$

۱۷- در میدان الکتریکی یکنواختی به شدت E بار Q به اندازه a تغییر مکان می‌دهد کار انجام شده در این حرکت برابر است با:

$$\frac{Ea}{Q} - 4 \quad \frac{E}{aQ} - 3 \quad \frac{a}{EQ} - 2 \quad QEa - 1$$

$$\phi = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{z + \frac{L}{2}}{z - \frac{L}{2}} \quad -4$$

-۲۶- سه بار الکتریکی q با جرم m در رویos یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a قرار گرفته‌اند. اگر یکی از بارها مجاز به حرکت باشد و تنها نیروهای کولمبی حضور داشته و فضای آزاد بدون اصطکاک فرض شود، سرعت آن در بینهایت برابر است با:

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۷)

$$v = \frac{q}{\sqrt{3ma\pi\epsilon_0}} \quad -4 \quad v = \frac{q}{\sqrt{2ma\pi\epsilon_0}} \quad -3 \quad v = \frac{q}{\sqrt{ma\pi\epsilon_0}} \quad -2 \quad v = \frac{\sqrt{3}q}{\sqrt{ma\pi\epsilon_0}} \quad -1$$

-۲۷- بار نقطه‌ای Q در مرکز پوسته کروی هادی که شعاع داخلی آن a و شعاع خارجی آن b است، قرار گرفته است کدام پاسخ تابع پتانسیل را در داخل پوسته معین می‌کند؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۷۹)

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} \quad -4 \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)} \quad -3 \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b} \quad -2 \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \quad -1$$

-۲۸- یک پوسته کروی به شعاع R به طور یکنواخت به میزان q باردار شده است. انرژی این پوسته عبارت است از:

$$\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R} \quad -4 \quad \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R^2} \quad -3 \quad \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad -2 \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad -1$$

-۲۹- اندازه شدت میدان الکتریکی ساکن E ، برای پتانسیل ϕ در نقطه $(1, 1, 0)$ است:

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۷۹)

$$\left[\frac{1}{2e} \left(1 - \frac{\pi^2}{16} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad -4 \quad \frac{1}{e} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\pi^2}{16} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad -3 \quad \left[\frac{1}{2e} \left(1 + \frac{\pi^2}{16} \right) \right] \quad -2 \quad \left[\frac{1}{e} \left(1 + \frac{\pi^2}{16} \right) \right] \quad -1$$

-۳۰- حلقه بسیار نازکی به شعاع a حامل بار Q است که به طور یکنواخت بر روی حلقه پخش شده است. چنانچه حلقه در فضای آزاد قرار گرفته باشد کدام پاسخ اختلاف پتانسیل بین مرکز و نقطه‌ای به فاصله a از مرکز روی محور حلقه است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۷۹)

$$-a(x^2 + y^2 + z^2) \quad -2 \quad \frac{-a}{2}(x^2 + y^2 + z^2) \quad -1$$

$$a(x^2 + y^2 + z^2) \quad -4 \quad \frac{a}{2}(x^2 + y^2 + z^2) \quad -3$$

-۳۱- پتانسیل در یک میدان الکتروستاتیکی از رابطه $V = k(x^2 + y^2 + z^2)^{-1}$ به دست می‌آید که در آن k یک مقدار ثابت است x ، y و z بر حسب متر بوده V بر حسب ولت می‌باشد. اگر نیروی وارد بر یک ذره باردار در نقطه $(3, 0, 4)$ از این میدان برابر با 10^{-14} نیوتون باشد ضریب k مساوی است با:

$$10^{-15} \text{ V/m}^2 \quad -2 \quad 10^{-16} \text{ V/m}^2 \quad -1$$

$$2 \times 10^{-15} \text{ V/m}^2 \quad -4 \quad 2 \times 10^{-16} \text{ V/m}^2 \quad -3$$

-۳۲- سه بار الکتریکی مطابق شکل زیر مفروض است، در صورتی که $q = 1 \times 10^{-7} \text{ C}$ باشد، انرژی پتانسیل کل چقدر است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

$$\begin{array}{c} \bullet \\ \diagdown \quad \diagup \\ a \quad a \\ \diagup \quad \diagdown \\ -q \quad a \end{array} \quad -4$$

$$10 \times 2 \times 10^{-2} \quad -2 \quad 8 \times 5 \times 10^{-2} \quad -1$$

$$7/45 \times 10^{-2} \quad -4 \quad -9 \times 10^{-3} \quad -3$$

-۳۳- پتانسیل الکتریکی را بر روی محور Z در نقطه $(0, 0, z)$ وقتی $z > \frac{L}{2}$ است، برای یک توزیع بار الکتریکی خطی یکنواخت به طول L و چگالی بار ρ_1 شکل زیر به دست آورید.

$$\phi = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{z - \frac{L}{2}}{z + \frac{L}{2}} \quad -1$$

$$\phi = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{z - \frac{L}{2}}{z + \frac{L}{2}} \right)^2 \quad -2$$

$$\phi = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{z + \frac{L}{2}}{z - \frac{L}{2}} \right)^2 \quad -3$$

۳۵- پتانسیل الکتریکی را در ناحیه $z > 0$ در خلاً به صورت $v = v_0 e^{-kx} \sin(kz)$ فرض می‌کنیم که در آن v و k اعداد ثابتی می‌باشند. اگر سطح $z = 0$ یک رسانای کامل باشد، مقدار بار نوار $\infty < x < 1, 0 < y < 0$ واقع بر صفحه $z = 0$ را به دست آورید.

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۹)

$$+\frac{v_0}{k^2} - 4 \quad -\frac{v_0}{k^2} - 3 \quad +v_0 - 2 \quad -v_0 - 1$$

۳۶- انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده مابین دو بار q_1 و q_2 برابر است با (d) فاصله، بین

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۲)

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} - 1 \quad U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d} - 3 \quad U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2} - 2$$

۳۷- پتانسیل برای یک دو قطبی در صفحه xy در نقطه A مطابق شکل از رابطه زیر به دست

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۲)

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r} - 2 & V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^2} - 1 \\ V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2} - 4 & V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r} - 3 \end{aligned}$$

۳۸- بار نقطه‌ای q مطابق شکل در راستای یک خط بار به طول ۱ و بار یکنواخت q' واقع شده است. مطلوبست نسبت q' به q ، طوری که شدت میدان الکتریکی در نقطه p صفر گردد؟



(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲)

$$4 - 4 \quad 2 - 3 \quad \frac{1}{2} - 2 \quad \frac{1}{4} - 1$$

۳۹- هشت بار روی رأس‌های یک مکعب مستطیل به ضلع a قرار دارند. رفتار تابع پتانسیل الکتریکی این مجموعه در نقاطی که در فاصله $a >> r$ از مرکز مکعب قرار دارند، کدام است؟ اندازه بارها یکسان است.

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲)

$$\frac{1}{r^3} - 2 \quad \frac{1}{r^2} - 1 \quad \frac{1}{r^4} - 3$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} - 2 \quad \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} - 1$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 4$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} - 3$$

۴۱- ذره‌ای به جرم m و بار q در حالت سکون در یک میدان الکتریکی یکنواخت به شدت E قرار می‌گیرد. انرژی جنبشی ذره پس از طی مسافت d کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

$$\frac{1}{2} mq \frac{E}{d} - 4 \quad \frac{1}{2} m \frac{E}{d} - 3 \quad \frac{1}{2} mqd - 2 \quad qEd - 1$$

۴۲- پوسته هادی کروی به شعاع a که مرکز آن بر مبدأ مختصات منطبق است دارای پتانسیل

$$V = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ V_0 \frac{a}{r} & r > a \end{cases}$$

انرژی ذخیره شده است که این پتانسیل بیان می‌کند.

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۷۹)

$$4\pi\epsilon_0 V_0 a - 4 \quad 2\pi\epsilon_0 V_0 a - 3 \quad 4\pi\epsilon_0 V_0^2 a - 2 \quad 2\pi\epsilon_0 V_0^2 a - 1$$

۴۳- پتانسیل الکتریکی در صفحه $z = 0$ با رابطه $V(x, y) = -e^{-x} \sin y$ داده شده است.

اگر یک الکترون در نقطه $P\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ قرار داده شود، زاویه بین محور yها و جهت شروع حرکت الکترون چند درجه است؟

$$150 - 4 \quad 120 - 3 \quad 60 - 2 \quad 30 - 1$$

۴۴- یک خط باردار بینهایت با بار خطی ρ_L بر روی محور zها و نقطه بارداری با بار Q در نقطه $(1, 0, 0)$ در فضای آزاد قرار گرفته‌اند. نقاط $A(4, 0, 0)$ ، $B(5, 0, 0)$ و $C(8, 0, 0)$ داده شده

است. اگر $V_{AB} = V_{BC} = 1V$ باشد، مطلوبست محاسبه ρ_L .

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۷)

$$\rho_L = 8/67 \times 10^{-11} \frac{C}{m} - 2 \quad \rho_L = -8/67 \times 10^{-11} \frac{C}{m} - 1$$

$$\rho_L = 4/23 \times 10^{-11} \frac{C}{m} - 4 \quad \rho_L = -4/23 \times 10^{-11} \frac{C}{m} - 3$$

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \ln\left(1 + \frac{a}{r}\right) - 4$$

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \ln\left(1 + \frac{a}{r}\right) - 3$$

- ۴۵- با در نظر گرفتن اثر پوششی الکترون‌ها، می‌توان پتانسیل اتم را به صورت $V(r) = \frac{k}{r} e^{-\frac{r}{a}}$ نوشت که در آن k و a مقادیر ثابت می‌باشند. اندازه نیروی وارد بر بار q در فاصله $r = a$ چقدر است؟

$$e^{\frac{r}{a}} \left(\frac{kq}{a}\right) - 4$$

$$\frac{2kq}{ea^2} - 3$$

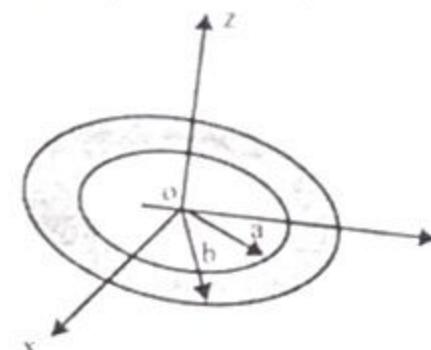
$$\left(\frac{1}{e}\right) \frac{kq}{a} - 2$$

$$\frac{kq}{a^2} - 1$$

- ۴۶- تعدادی سطوح هم پتانسیل کروی هم مرکز را که اختلاف پتانسیل بین سطوح هم پتانسیل متواالی ثابت و برابر ΔV است در نظر می‌گیریم. Δr اختلاف شعاع بین سطوح هم پتانسیل متواالی کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۴)

$$\Delta r = \frac{k}{3} \frac{q}{\Delta V} r^2 - 4 \quad \Delta r = -\frac{\Delta V}{2kq} r^2 - 3 \quad \Delta r = -\frac{\Delta V}{kq} r^2 - 2 \quad \Delta r = -2 \frac{q}{V} r^2 - 1$$

- ۴۷- یک حلقه مسطح توخالی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و چگالی سطحی σ مفروض است. اگر این حلقه در صفحه xoy قرار داشته باشد و محور z ها از مرکز آن عبور کند پتانسیل الکتریکی حلقه روی محور z ها کدام است؟



(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۶)

$$\frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{b^2 + z^2} - \sqrt{a^2 + z^2} \right) - 2$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{b^2 + z^2} - \sqrt{a^2 + z^2} \right) - 1$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{b^2 + z^2} - z \right) - 4$$

$$\frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{b^2 + z^2} - z \right) - 3$$

- ۴۸- انرژی پتانسیل الکتریکی یک کره رسانای باردار الکتریکی Q ، به شعاع R کدام است؟ (فرض کنید $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$) (آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۶)

$$\frac{2kQ^2}{R} - 4$$

$$\frac{1}{2} \frac{kQ^2}{R} - 3$$

$$\frac{3}{5} \frac{kQ^2}{R} - 2$$

$$\frac{kQ^2}{R} - 1$$

- ۴۰- میدان الکتریکی در نقاط روی سطح کره‌ای به شعاع R به شکل $E = E_0 \sin \varphi (\hat{i} + \hat{j})$ است. مقدار بار الکتریکی داخل این کره کدام است؟ (مختصه دستگاه کروی و E_0 مقدار ثابتی آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲) است.

$$\frac{1}{2} - 4$$

$$\frac{1}{2} - 3$$

$$\frac{2}{3} - 2$$

۱- صفر

- ۴۱- در مورد سطوح هم پتانسیل الکتریکی، کدام گزینه نادرست است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲)

۱- کار انجام شده توسط میدان الکتریکی در روی یک سطح هم پتانسیل صفر است.

۲- سطوح هم پتانسیل یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

۳- میدان الکتریکی در هر نقطه از سطح هم پتانسیل عمود بر سطح هم پتانسیل در آن نقطه است.

۴- در تمام یک سطح هم پتانسیل، میدان الکتریکی از لحاظ اندازه یکسان است.

- ۴۲- ۱۰۰۰ قطره یکسان از مایعی رسانا با پتانسیل‌های یکسان ۳ ولت با هم جمع می‌شوند تا قطره بزرگی را تشکیل دهند پتانسیل الکتریکی این قطره بزرگ چند ولت است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲)

$$300 - 4$$

$$30\sqrt{10} - 3$$

$$3 - 2$$

۰/۳ - ۱

- ۴۳- در مورد رساناها کدام گزینه نادرست است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)

۱- در حالت الکترواستاتیک، درون یک کاواک خالی و بسته در داخل یک رسانای همگن، میدان الکتریکی دقیقاً صفر است.

۲- در صورت وجود جریان الکتریکی در رسانا میدان الکتریکی در ماده رسانا غیرصفر است.

۳- در حالت الکترواستاتیک میدان الکتریکی در داخل ماده رسانا و سطح خارجی آن صفر است.

۴- با استفاده از اثر هال می‌توان نوع حاملین جریان را تعیین کرد.

- ۴۴- ضریب دیالکتریک یک محیط نامحدود در سیستم کروی به فرم $\epsilon(r) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{a}{r}\right)$ است (که در آن a یک مقدار ثابت است). کره کوچک رسانایی به شعاع R که دارای بار q می‌باشد در این محیط قرار می‌گیرد. پتانسیل الکتریکی حاصل از کره در ناحیه $R < r < R + a$ کدام است؟ (r فاصله از مرکز کره است). (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \ln\left(\frac{r}{r+a}\right) - 2$$

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r+a)} - 1$$

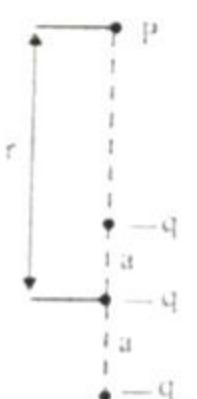
۴۹- پتانسیل الکتریکی کره رسانایی به شعاع a که به زمین متصل است و در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار دارد به صورت زیر داده شده است.

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \cos \theta$$

۵۰- در پیکربندی بار الکتریکی شکل زیر اگر فرض کنیم که $a >> r$ باشد، در آن صورت

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

۵۱- مقدار V برای نقاط واقع بر محور قائم از کدام رابطه به دست می‌آید؟



$$\begin{aligned} K\left(\frac{q}{r} + \frac{2aq}{r^2}\right) &-1 \\ K\left(\frac{q}{r^2} + \frac{2aq}{r^2}\right) &-2 \\ K\left(\frac{2aq}{r^2}\right) &-3 \\ K\left(\frac{q}{r}\right) &-4 \end{aligned}$$

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۶)

۵۲- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱- راستای میدان الکتریکی در هر نقطه عمود بر سطح پتانسیل عبور کرده از آن نقطه می‌باشد.
- ۲- سطوح هم پتانسیل الکتریکی یکدیگر را می‌توانند قطع کنند.
- ۳- کار لازم برای انتقال یک بار الکتریکی روی رویه هم پتانسیل الکتریکی صفر است.
- ۴- در ناحیه‌ای که بار الکتریکی وجود نداشته باشد، پتانسیل الکترواستاتیک نمی‌تواند کمینه یا بیشینه‌ای داشته باشد.

۵۳- پتانسیل الکتریکی کره رسانایی به شعاع a که به زمین متصل است و در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار دارد به صورت زیر داده شده است.

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \cos \theta$$

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۶)

$$\epsilon_0 E_0 \cos \theta = 4 \quad 2\epsilon_0 E_0 \sin \theta = 3 \quad 2\epsilon_0 E_0 \cos \theta = 2 \quad \epsilon_0 E_0 \sin \theta = 1$$

۵۴- دو بار ذره‌ای $q_1 = 1/5 \times 10^{-3} C$ و $q_2 = 0/5 \times 10^{-3} C$ در نقاط A و B قرار دارند. اگر پتانسیل الکتریکی حاصل از این دو بار در نقطه C را به ترتیب با V_1 و V_2 نشان دهیم

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{AC}{BC} = \frac{1/2m}{0/5m} = 2/5$$

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۲)

$$17/28 = 4 \quad 7/20 = 3 \quad 1/25 = 2 \quad 0/52 = 1$$

۵۵- کدام عبارت در مورد رابطه میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی صحیح است؟

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)

۱- سطوح هم پتانسیل و میدان الکتریکی مربوط به آن زاویه حاده ما یکدیگر می‌سازند.

۲- جهت افزایش پتانسیل در جهت میدان الکتریکی مربوط به آن است.

۳- جهت افزایش پتانسیل در حلقه جهت میدان الکتریکی مربوط به آن است.

۴- برای جایه‌جایی بار روی یک سطح هم پتانسیل نیاز به انجام کار است.

۵۶- در کدام حالت انرژی پتانسیل الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی واقع در یک میدان

یکنواخت حداقل می‌باشد؟ (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)

۱- زاویه بین دوقطبی و میدان ۹۰ درجه باشد.

۲- زاویه بین دوقطبی و میدان صفر باشد.

۳- زاویه بین دوقطبی و میدان ۱۸۰ درجه باشد.

۴- ارتباطی به زاویه بین محور دوقطبی و میدان ندارد.

۵۷- روی میله باریکی به طول L که بر محور x منطبق است و یک سر آن مطابق شکل در مبدأ مختصات ($x=0$) قرار دارد، بار الکتریکی با بار واحد طول $kx = \lambda$ توزیع شده است،

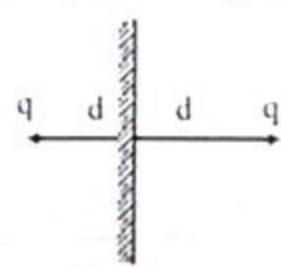
که در آن k مقدار ثابتی است. با فرض اینکه پتانسیل الکترواستاتیکی در بینهایت

صفراست. مقدار V در نقطه P واقع بر محور y ، متناسب است با:

۳-۴) q را به جای صفحه بار تصویری قرار می‌دهیم، بنابراین:

$$dw = F dx$$

$$w = k \int_{rd}^{\infty} \frac{-q}{x^2} dx = -kq \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{rd}^{\infty} = -k \frac{q}{2d}$$



(۱-۵)

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$V = - \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = k \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$V_{\text{tot}} = \sum V = 2 \left(-\frac{e^2}{s} + \frac{e^2}{2s} - \frac{e^2}{3s} + \dots \right) k$$

ضریب ۲ ضروری است زیرا این رشته از دو طرف گسترش پیدا کرده است.

$$V = -2 \left(\frac{ke^2}{s} \right) \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right) = -2 \left(\frac{ke^2}{s} \right) \ln(2)$$

$$V_{\text{tot}} = -2 \frac{e^2 \ln(2)}{4\pi\epsilon_0 s}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

۱-۶) هزار قطره پس از پیوستن به یکدیگر هم‌پتانسیل خواهند شد زیرا شاععهای آنان با هم برابر و

پتانسیل‌هایشان نیز با هم مساویند، کره یکنواخت حاصل از به هم پیوستن آن‌ها نیز دارای پتانسیل ۱۰ ولت خواهد بود.

۱-۷) چون تمام بارها این چرخش را دارا هستند و هیچ یک از وضع اولیه خود تغییر و حرکتی ندارند، کار انجام شده صفر است.

۱-۸) با توجه به اینکه $r > a$ است، توزیع یکنواخت بار کره‌ها تغییر نمی‌کند.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{q}{r} \rightarrow \pm 1500 = 9 \times 10^9 \times \frac{q}{0.15} \rightarrow q = \pm 2/5 \times 10^{-8} C$$

(۱-۹)

$$p(x, y, z) = -2a \left[\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right], \nabla^2 \phi(x, y, z) = -\frac{\rho(x, y, z)}{\epsilon_0}$$

۳-۴ پاسخنامه تشریحی

(۴-۱)

$$q = \frac{4}{3}\pi r^2 \rho, \quad dV = \frac{kqdq}{r} = k \frac{16\pi^2 \rho^2}{3} r^4 dr$$

$$V = \int dV = \frac{16\pi^2 k \rho^2}{3} \int_0^R r^4 dr = \frac{16\pi^2 k \rho^2 R^5}{5}$$

$$Q = \int \rho dV = \frac{4}{3}\pi R^2 \rho \Rightarrow V = \frac{2k Q^2}{5 R}$$

(۴-۲)

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) \cos \theta$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -E_0 \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) \sin \theta$$

اگر $r \rightarrow a$ $E_\theta r \rightarrow 0$

$$E_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = E_0 \left[1 + 2 \frac{a^2}{r^2} \right] \cos \theta$$

$$\sigma_\theta = \epsilon_0 E(r = a) = 2\epsilon_0 E_0 \cos \theta$$

میدان الکتریکی دارای دو مؤلفه است.

سایر این چگالی بار سطحی عبارت است از:

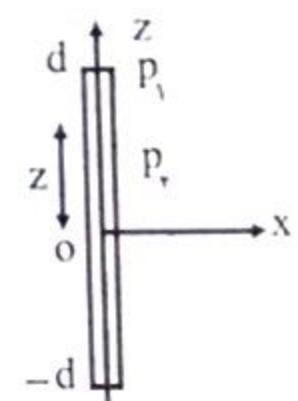
(۳-۳)

$$\phi_1 = \int k \frac{dr}{r} = k \int_{-d}^d \frac{\lambda dz}{2d - z} = -k\lambda \ln(2d - z) \Big|_{-d}^d$$

$$= -k\lambda Lnd + k\lambda Ln(3d) = k\lambda Ln3$$

$$\phi_2 = \int k \frac{dq}{r} = k \int_{-d}^d \frac{\lambda dz}{\sqrt{x^2 + z^2}} = k\lambda \ln \left[\frac{\sqrt{x^2 + d^2} + d}{\sqrt{x^2 + d^2} - d} \right]$$

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow k\lambda Ln3 = k\lambda \ln \left[\frac{\sqrt{x^2 + d^2} + d}{\sqrt{x^2 + d^2} - d} \right]$$



$$\frac{\sqrt{x^2 + d^2} + d}{\sqrt{x^2 + d^2} - d} = 3 \rightarrow x = \sqrt{3}d$$

$$\begin{aligned} C_a &= 4\pi\epsilon_0 a & \text{طرفیت کره به شعاع } a \\ C_b &= 4\pi\epsilon_0 b & \text{طرفیت کره به شعاع } b \end{aligned}$$

$$G_a = C_a V, G_b = C_b V \Rightarrow 4\pi\epsilon_0 a V + 4\pi\epsilon_0 b V = -Q \rightarrow V = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0(a+b)}$$

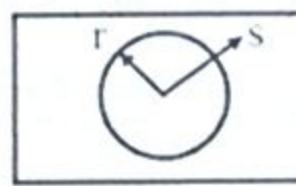
$$\rightarrow \begin{cases} Q_a = -\frac{a}{a+b} Q \\ Q_b = -\frac{b}{a+b} Q \end{cases} \quad (3-14)$$

اگر کره ای که در میان دو کره قرار دارد بارهای a و b داشته باشد، آنرا ϵ_0 حسنه می‌نامیم.

$$\frac{1}{2}mv^2 = ev \rightarrow v = \left(\frac{2ev}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-15)$$

$$V(s) = \begin{cases} V_0 & s < r \\ 0 & s > r \end{cases}$$

$$f(z) = \frac{V_0 z}{\gamma p} \int \frac{s ds df}{(s^r + z^r)^{\frac{1}{2}}} = V_0 z (s^r + z^r)^{-\frac{1}{2}} \Big|_{s=r}^{s=\infty}$$



$$\int_0^\pi d\phi = 2\pi \quad \varphi(z) = V_0 z \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right) = V_0 \left(1 - \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right)$$

$$E_z = -\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_0 z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right) \rightarrow E_z = V_0 \frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{میدان دوقطبی}$$

$$(1-16)$$

$$|\nabla V| = aE \quad , \quad |w| = QEa$$

اگر حابه‌جایی a در امتداد E باشد، w و اگر در خلاف جهت E باشد، w است که در صورت تست به آن اشاره نشده از اینرو منظور مقدار w بوده است.

$$(3-17)$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -2x(1-15)$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -2y(1-15)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{2a}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right]$$

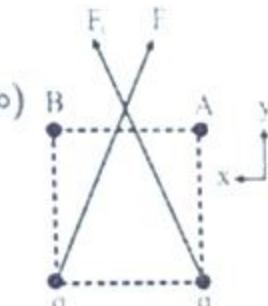
چون چنگالی شکل حاصل دارد پس پتانسیل به صورت جداپذیر است.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f_1(x)}{dx^2} &= \frac{2a}{\epsilon_0} \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{df_1(x)}{dx} = \int \frac{2a}{\epsilon_0 x} \frac{1}{x^2} dx \\ &\Rightarrow \frac{df_1(x)}{dx} = -\frac{2a}{\epsilon_0 x^2} = -\frac{a}{\epsilon_0 x} \Rightarrow f_1(x) = \int \frac{-a}{\epsilon_0 x} dx = \frac{a}{\epsilon_0 x} \Rightarrow f_1(x) = \frac{a}{\epsilon_0 x} \\ \varphi(x, y, z) &= \frac{a}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right] = \frac{+a}{\epsilon_0} \left[\frac{xy + xz + yz}{xyz} \right] \end{aligned}$$

(1-10) هر بار که هادی B حامل بار Q به هادی A متصل می‌شود، مقداری بار به هادی A منتقل می‌شود و این عمل تا رمانی ادامه می‌یابد که هر دو کره هادی حامل بار Q شوند که در این هنگام دیگر هیچ باری مادله نمی‌شود.

(1-11)

$$\begin{aligned} W_{AB} &= \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B [F_{ly} + F_{rz}] dl \cos 90^\circ + \int_A^B [F_{lx} - F_{rx}] dl \cos(0) \\ &= \int_A^B [F_{lx} - F_{rx}] dl = 0 \end{aligned}$$



(1-12) طبق قانون بقای بار داریم:

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2$$

در صورت متصل شدن دو کره به یکدیگر هم پتانسیل خواهد شد.

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'_1}{R}, V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'_2}{2R}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow q'_1 = \frac{1}{2} q'_2$$

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow \frac{1}{2} q'_2 + q'_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow \frac{q'_2 + 2q'_2}{2} = q_1 + q_2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} q'_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow q'_2 = \frac{2}{3} (q_1 + q_2), q'_1 = \frac{1}{3} (q_1 + q_2)$$

(4-13) دو کره چون به هم متصل می‌شوند، هم پتانسیل هستند:

$$\begin{aligned} Q_a + Q_b &= -Q \\ V_a &= V_b \end{aligned}$$



$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = 2\sqrt{a^2(x^2 + y^2) + b^2 z^2} \quad (۳-۲۲)$$

$$U = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = a \int (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}) = \frac{a}{2} (x^2 + y^2 + z^2) \quad (۳-۲۳)$$

$$\begin{aligned} U &= k(x^2 + y^2 + z^2) \\ f_x &= -\frac{\partial U}{\partial x} = -2kx, \quad f_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = -2ky, \quad f_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = -2kz \\ f &= \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2} = 2k\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 2k \times \Delta = 1 \cdot 10^{-14} \Rightarrow k = 1 \cdot 10^{-15} \end{aligned} \quad (۳-۲۴)$$

$$\begin{aligned} U &= k \frac{(q)(-4q)}{a} + k \frac{(-4q)(2q)}{a} + k \frac{(q)(2q)}{a} = \frac{kq^2}{a} (-4 - 8 + 2) = -1 \cdot \frac{kq^2}{a} = \\ &= -1 \cdot 9 \times 10^{-9} \times \frac{(1 \cdot 10^{-15})^2}{1} = -9 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned} \quad (۴-۲۵)$$



$$\begin{aligned} d\phi &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{(z-L)^2} = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dL}{(z-L)^2} \\ \phi &= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dL}{z-L} = -\frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{dL}{L-z} = -\frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\frac{1}{2}-z}{\frac{1}{2}+z} = \frac{-\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{z-\frac{1}{2}}{z+\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{z+\frac{1}{2}}{z-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (۴-۲۶)$$

$$\begin{aligned} A &= q \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a} \right) = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a} \quad \text{اگر از پتانسیل اولیه بار } q \text{ در نقطه } A \text{ شروع شود} \\ q &= \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{اگر از جنبشی نهایی بار } q \end{aligned}$$



$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -2z(1 \cdot 10^{-15})$$

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = 2 \times 1 \cdot 10^{-15} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 2 \times 1 \cdot 10^{-15} \sqrt{9+0+16} = 1 \cdot 10^{-14} \frac{N}{C} \\ F &= qE = 1 \times 1 \cdot 10^{-14} = 1 \cdot 10^{-14} N \end{aligned} \quad (۳-۱۸)$$

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{\sqrt{r^2 + L^2}} \right), v_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r-L} \right) \\ w_{A \rightarrow B} &= q_2(v_B - v_A) = \frac{q_2 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r-L} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + L^2}} \right) \end{aligned} \quad (۴-۱۹)$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \frac{GMm}{2r}, E_p = -\frac{GmM}{r}$$

$$E = E_k + E_p = \frac{GMm}{2r} - \frac{GmM}{r} = -\frac{GmM}{2r}, E < 0, E = \frac{Ep}{2}$$

$$V(r=0) = - \int_{\infty}^0 E dr = - \int_{\infty}^R E_1 dr - \int_R^0 E_r dr$$

$$E = \begin{cases} E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} & r > R \\ E_r = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} & r > R \end{cases} \Rightarrow V(r=0) = - \int_{\infty}^R \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} dr - \int_R^0 \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$$

$$\left. \frac{G}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \right|_{\infty}^R - \left. \frac{\rho}{2\epsilon_0} \frac{1}{r} \right|_R^0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \frac{1}{R} + \frac{\frac{1}{2}\pi R^2}{2\epsilon_0} \frac{1}{R} = \frac{\pi Q}{8\epsilon_0 R}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} [a(x^2 + y^2) - bz^2] = -2ax$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} [a(x^2 + y^2) - bz^2] = -2ay$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} [a(x^2 + y^2) - bz^2] = 2bz$$

۱-۳۲) اگر q بار روی پوسته کروی هادی به شعاع a باشد داریم:

$$r > a \quad ; \quad v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = v_0 \frac{a}{r} \Rightarrow q = 4\pi\epsilon_0 v_0 a$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{c} = \frac{1}{2} \frac{(4\pi\epsilon_0 v_0 a)^2}{4\pi\epsilon_0 a} = 2\pi\epsilon_0 v_0^2 a$$

(۳-۳۳)

$$E_x = -\frac{\partial v}{\partial x} = -e^{-x} \sin y, \quad E_y = -\frac{\partial v}{\partial y} = +e^{-x} \cos y$$

$$\vec{E}\left(0, \frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} \hat{i} + \cos \frac{\pi}{3} \hat{j}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{\left(-\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2 + \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2} = 1$$

$$\vec{F} = -e \vec{E}$$

جهت حرکت در جهت \vec{F} یعنی خلاف جهت E است پس با y زاویه 120° می‌سازد.

(۴-۳۴)



$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(\ell)} \quad ; \quad V_A > V_B$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\ell} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(\delta)} \quad ; \quad V_B > V_C$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r} - \frac{Q}{\ell} \right) + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\ell} - \frac{1}{\delta} \right)$$

$$V_{BC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{\ell} - \frac{Q}{\gamma} \right) + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{12} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{2} = 1 \\ V_{BC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{28} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{\ell} = 1 \end{array} \right.$$

و به همین ترتیب:

$$\lambda = 4 / 233 \times 10^{-11} \frac{C}{m}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{12} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{2} = 1 \\ V_{BC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{28} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{\ell} = 1 \end{array} \right.$$

که با حل معادلات بالا خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a} = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = \frac{q}{\sqrt{m\pi\epsilon_0}}$$

نظر به ایکه \vec{E} داخل رسانا صفر است پس پتانسیل مقداری ثابت است. پتانسیل از سطح خارجی به داخل پوسته ثابت مانده و پتانسیل در سطح خارجی برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{c} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \quad (4-28)$$

که در آن $c = 4\pi\epsilon_0 R$ طرفیت یک کره است

$$V = e^{-x} \sin\left(\frac{\pi y}{\ell}\right)$$

$$E_z = -\frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad E_y = -\frac{\partial v}{\partial y} = +e^{-x} \frac{\pi}{\ell} \cos\left(\frac{\pi y}{\ell}\right) \rightarrow E_y \Big|_{(1,1,0)} = \frac{\pi}{\ell e} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

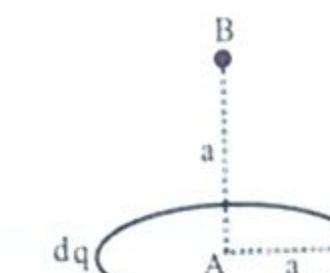
$$E_x = -\frac{\partial v}{\partial x} = e^{-x} \sin\left(\frac{\pi y}{\ell}\right) \rightarrow E_x \Big|_{(1,1,0)} = e^{-1} \sin \frac{\pi}{\ell} = \frac{\sqrt{2}}{2e}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{\frac{1}{2e^2} + \frac{\pi^2}{24e^2}} = \frac{1}{e} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\pi^2}{16} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-29)$$

$$\phi_A = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} \int dq = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\phi_B = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})}$$

$$\Delta\phi = \phi_A - \phi_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$



$$w = Fd = qEd, \quad v_0 = 0 \Rightarrow E_k = qEd$$

$$w = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv^2 - 0$$

$$= \sigma + \epsilon_0 E_0 R^r \int_0^\pi \sin^r \varphi d\varphi \int_0^\pi \sin^r \theta d\theta = \epsilon_0 E_0 R^r \pi \frac{\pi}{2}$$

(۴-۴۱) تمام گزینه‌ها به جز گزینه ۴ صحیح است.
(۴-۴۲)

$$V_0 = \frac{kq}{R} \Rightarrow 1 \cdots \frac{r}{r} \pi R^r = \frac{r}{r} \pi R'^r \Rightarrow R' = 1 \cdot R$$

$$V = k \frac{1 \cdots R}{1 \cdot R} \Rightarrow \frac{V}{V_0} = 1 \cdots \Rightarrow V = 1 \cdots V_0 = 1 \cdots (۳) \Rightarrow V = ۳ \cdots \quad \text{ولت}$$

(۳-۴۳)

(۴-۴۴)

$$\phi = - \int E \cdot dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \ln \left(1 + \frac{a}{r} \right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r(a+r)}$$

(۳-۴۵)

$$F = -q\Delta\phi = kq \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a} \right) e^{-\frac{r}{a}} \frac{1}{r} = \frac{r k q}{e a^r}$$

(۲-۴۶)

$$\Delta V = V_r - V_1 = kq \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \Rightarrow \Delta r \approx -\frac{\Delta V}{kq} r^r$$

(۱-۴۷)

$$V = k \frac{q}{r} \Rightarrow dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma A}{(b^r + z^r)^2} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi r dr}{(r^r + z^r)^2}$$

با انتگرال گیری از عبارت بالا بین $r = b$ تا $r = a$ خواهیم داشت:

$$V(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_a^b \frac{r dr}{(r^r + z^r)^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (r^r + z^r)^{-1} \Big|_a^b = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{b^r + z^r} - \sqrt{a^r + z^r})$$

(۲-۴۸)

$$q = \frac{r}{r} \pi r^r \rho \cdot dV = \frac{kqdq}{r} = k \frac{16\pi r^r \rho^r}{r} r^r dr$$

$$V = V_0 e^{-kx} \sin(kz) \quad (۱-۳۵)$$

$$E_z(z=0) = -\frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{z=0} = -kv_0 e^{-kx} \cos(kz) \Big|_{z=0} = -kv_0 w^{-kx} = \frac{\sigma(x)}{\epsilon_0}$$

چگالی سطحی روی نوار

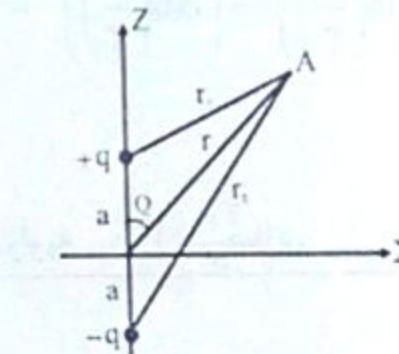
$$q = \int_0^1 \int_0^\infty \sigma(x) dx dy = -kv_0 \epsilon_0 \int_0^1 xy \int_0^\infty e^{-kx} dx = -kv_0 \epsilon_0 \left[-\frac{1}{k} e^{-kx} \right]_0^\infty = v_0 \epsilon_0 [e^{-\infty} - e^0] = -v_0 \epsilon_0 \quad (۲-۳۶)$$

(۲-۳۶)

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$$r \gg 2a \rightarrow r_2 - r_1 \approx 2a \cos\theta, r_1 r_2 \approx r^r$$

$$\Rightarrow V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2a \cos\theta}{r^r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^r}$$



(۱-۳۷)

(۳-۳۸)

$$E_1 = k \int_r^{rL} \frac{dq'}{x^r} = k \lambda \int_L^{rL} \frac{dq'}{x^r} = k \lambda \left(\frac{1}{L} - \frac{1}{rL} \right) = \frac{kq^1}{rL^r}$$

$$E = E_1 - E_2 = \frac{kq^1}{rL^r} - \frac{kq}{L^r} = 0, \quad \frac{q'}{q} = 2$$

السته واضح است که باید $q' > q$ چون تردیکترین نقطه q' به q فاصله L دارد(۳-۳۹) این مجموعه مانند یک هشت قطبی رفتار می‌کند $n = 8$ که در نتیجه پتانسیل متناسب با $\frac{1}{r^4}$ است.

(۲-۴۰) با توجه به قانون گاوس داریم

$$q = \epsilon_0 \oint E ds = \epsilon_0 \int E_0 \sin\varphi (\hat{i} + \hat{j}) \cdot r^r \sin\theta d\theta d\hat{r} d\varphi$$

$$= \epsilon_0 E_0 R^r \int \sin\varphi (\hat{r} \cdot \hat{i} + \hat{r} \cdot \hat{j}) \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$= \epsilon_0 R^r E_0 \int_0^\pi \int_0^\pi (\sin\varphi \sin^r \theta \cos\varphi \sin\varphi \sin^r \theta \sin\varphi) d\theta d\varphi$$

۱۱۳

فصل چهارم: پتانسیل الکتریکی

$$= \frac{q}{\epsilon_0} \left[\frac{r^r + ra + r^r - a^r - r^r + ra}{r(r^r - a^r)} \right] = \frac{q}{\epsilon_0} \left[\frac{(r^r - a^r)}{r(r^r - a^r)} + \frac{2ra}{r(r^r - a^r)} \right]$$

$$= \frac{q}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} + \frac{2a}{r^r - a^r} \right]$$

که به ازای $r \gg a$ می‌توان از r^r برابر با a^r چشم‌پوشی کرد:

$$V_p = \frac{q}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} + \frac{2a}{r^r} \right] \Rightarrow V_p = K \left(\frac{q}{r} + \frac{2aq}{r^r} \right)$$
(۲-۵۵)

$$V = \int dV = \frac{16\pi^2 k \rho^2}{3} \int_0^R r^4 dr = \frac{16\pi^2 k \rho^2 R^5}{5}$$

$$Q = \int \rho dV = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \Rightarrow V = \frac{4k Q^2}{5 R}$$
(۲-۴۹)

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^r \right) \cos \theta$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -E_0 \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^r \right) \sin \theta$$

اگر $r \rightarrow a$ $E_\theta r \rightarrow 0$

$$E_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = E_0 \left[1 + r \frac{a^r}{r^r} \right] \cos \theta$$

$$\sigma_\theta = \epsilon_0 E(r=a) = r \epsilon_0 E_0 \cos \theta$$
(۲-۵۰)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{k \frac{q_1}{r_1}}{k \frac{q_2}{r_2}} = \frac{\frac{1/5 \times 1^{-r}}{AC}}{\frac{-1/5 \times 1^{-r}}{BC}} = \frac{\frac{1/5 \times 1^{-r}}{1/2}}{\frac{-1/5 \times 1^{-r}}{1/5}} = \frac{1/5}{1/2} = \frac{V_1}{V_2} = 1/25$$
(۳-۵۲)

(۳-۵۱)

$$dV = k \frac{dq}{r} = k \frac{\lambda(x) dx}{\sqrt{x^r + y^r}} = k \frac{\lambda}{\sqrt{x^r + y^r}} dx$$

با انتگرال گیری روی کل میله پتانسیل در نقطه P به دست می‌آید.

$$V = \int dV = k \lambda \int_0^L \frac{x}{\sqrt{x^r + y^r}} dx = k \lambda \left[\sqrt{x^r + y^r} \right]_0^L = k \lambda \left[\sqrt{L^r + y^r} - y \right]$$

$$V \propto \sqrt{L^r + y^r} - y$$

(۱-۵۴) بار مشت q در فاصله r-a از p، بار مشت دیگر q در فاصله r از p و بار منفی -q در فاصله r+a از p است. پتانسیل در نقطه p برابر مجموع پتانسیل حاصل از بارهای مجزا می‌شود و داریم:

$$V_p = \frac{q}{\epsilon_0(r-a)} + \frac{q}{\epsilon_0 r} - \frac{q}{\epsilon_0(r+a)} = \frac{q}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{r-a} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right]$$

فصل پنجم: خازن‌ها و دی‌الکتریک‌ها

۵- انرژی ذخیره شده در خازنی π ژول است. اگر این خازن به خازن مشابهی که حالی از بار است بسته شود انرژی کل ذخیره شده در مجموع خازن‌ها نهایتاً چقدر خواهد بود؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)

$$\frac{w}{4} - 4 \quad \frac{w}{2} - 3 \quad w - 2 \quad \frac{w}{4} - 1$$

۶- دو صفحه رسانای موازی به فاصله d از هم قرار دارند و به اختلاف پتانسیل $\Delta\phi$ متصل هستند. قسمتی از طول خازن به وسیله دی‌الکتریک با ثابت k پرشده و بقیه خازن خلا است. اندازه میدان الکتریکی در خلا E و در دی‌الکتریک E_d است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

$$E_o = \frac{\Delta\phi}{kd}, E_d = \frac{\Delta\phi}{d} - 2 \quad E_o = \frac{\varepsilon_0 \Delta\phi}{\varepsilon_0 d}, E_d = \frac{\Delta\phi}{kd} - 1$$

$$E_o = \frac{\Delta\phi}{d}, E_d = \frac{\Delta\phi}{d} - 4 \quad E_o = \frac{\Delta\phi}{d}, E_d = \frac{\Delta\phi}{kd} - 3$$

۷- نیروی بین دو صفحه خازن مسطح موازی به مساحت A و فاصله d ($d \ll \sqrt{A}$) که دارای بار الکتریکی ثابت q است چقدر است؟

$$F = \frac{q^2}{\varepsilon_0 A} - 4 \quad F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 A} - 3 \quad F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 d^2} - 2 \quad F = \frac{q^2}{\varepsilon_0 d^2} - 1$$

۸- روی یک قطره روغن بسیار کوچک به جرم 16×10^{-12} گرم الکترونی قرار دارد. این قطره میان صفحات خازن مسطحی به فاصله ۱ سانتی‌متر به حالت تعادل معلق است. اختلاف پتانسیل میان صفحات خازن چند ولت است؟ (بار الکترون 16×10^{-19} کولن است).

$$10^{-4} - 4 \quad 10^{-7} - 3 \quad 10^{-1} - 1$$

۹- کره نارسایی با ثابت دی‌الکتریک k در میدان خارجی الکتریکی یکنواخت E قرار دارد. میدان در داخل کره به کدام شکل زیر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)

۱- صفر

۲- شعاعی

۳- یکنواخت

۴- غیریکنواخت

۱۰- یک کره هادی به شعاع R که در خلا قرار دارد حامل بار q است. اگر کره کاملاً ایزوله شده باشد کدام پاسخ انرژی ذخیره شده در فضای اطراف کره می‌باشد؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

۲-۵ پرسش‌های چندگزینه‌ای

۱- خازنی از دو صفحه فلزی مستطیلی به مساحت A که به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته‌اند ساخته شده است. فرض کنید که نصف فضای بین دو صفحه با دی‌الکتریک k_1 و نصف بقیه با دی‌الکتریک k_2 پرشده باشند. ظرفیت را بر حسب ظرفیت خازن خلا C_0 حساب کنید؟

$$C_0 - 3 \quad (k_1 + k_2)C_0 - 2 \quad 2k_1 k_2 C_0 / (k_1 + k_2) - 1$$

$$k_1 k_2 C_0 / (k_1 + k_2) - 5 \quad (k_1 + k_2)C_0 / 2 - 4$$

۲- اگر قبل از وصل کردن S_1 انرژی ذخیره شده بر روی خازن C_1 برابر صفر و انرژی خازن C_2 صفر باشد، پس از وصل کردن S_1 انرژی ذخیره شده روی هریک از دو خازن برابر است با:

$$\begin{array}{l} S_1 \\ \hline C_1 \quad \quad \quad C_2 \end{array} \quad \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) - 2 \quad \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right) - 1 \\ (C_1 + C_2) - 4 \quad - 3 - \text{صفر} \end{math>$$

۳- دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقاط r_1 و r_2 قرار دارند و میدان‌های الکتریکی آن‌ها در نقطه r به ترتیب برابر $\vec{E}_1(r)$ و $\vec{E}_2(r)$ می‌باشد. چگالی انرژی الکتریکی این دو بار در نقطه r کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

$$w = \varepsilon_0 \vec{E}_1^2 + \varepsilon_0 \vec{E}_2^2 - 2 \quad w = \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 - 1$$

$$w = \frac{\varepsilon_0}{2} \vec{E}_1^2 + \frac{\varepsilon_0}{2} \vec{E}_2^2 + \varepsilon_0 \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 - 4 \quad w = \frac{\varepsilon_0}{2} \vec{E}_1^2 + \varepsilon_0 \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 - 3$$

۴- در شکل مقابل ظرفیت الکتریکی تمام خازن‌ها سه میکروفاراد است. اگر کلیدها باز باشند ظرفیت معادل C_1 می‌شود. اگر کلیدها بسته باشند ظرفیت معادل C_2 می‌شود. نسبت $\frac{C_1}{C_2}$ چقدر است؟

$$1 - \text{یک} \quad 2 - \text{دو} \quad 3 - \text{سه} \quad 4 - \text{چهار}$$



$$\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 R^2} - 4 \quad \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} - 3 \quad \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 R} - 2 \quad \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R^2} - 1$$

- ۱۱- یک خازن نگهدارنده انرژی در حافظه قابل دسترسی کاتورهای رایانه ظرفیتی معادل 55×10^{-10} فاراد دارد. در صورتی که این خازن به اختلاف پتانسیل $5/3$ ولتی متصل شود، تغییر الکترون‌های هر صفحه خازن کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۷۷)

$$1/8 \times 10^{-4} \quad 1/8 \times 10^{-3} \quad 1/8 \times 10^{-2} \quad 1/8 \times 10^{-1}$$

- ۱۲- در یک ناحیه کروی به شعاع R چگالی بار طوری است که میدان الکتریکی در نقطه r داخل کره به شکل $\vec{E} = \left(\frac{E_0 r}{R^2} \right) \vec{r}$ است. چگالی بار ρ در این ناحیه برابر است با:

$$\frac{\epsilon_0 E_0}{R^2} - 4 \quad \frac{4\epsilon_0 E_0}{R^3} - 3 \quad \frac{2\epsilon_0 E_0}{R^2} - 2 \quad \frac{4\epsilon_0 E_0}{R^2} - 1$$

- ۱۳- یک چهارم فضای بین دو جوشن یک خازن مسطح را عایقی با ضریب گذردگی نسبی ϵ_r فراگرفته است. چنانچه مساحت جوشن‌ها A و فاصله بین دو جوشن d باشد کدام پاسخ مقدار ظرفیت این خازن است؟ (آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۷۸)

$$\begin{aligned} & \frac{A}{\epsilon_0 \frac{d}{2} + \epsilon_r \frac{d}{2}} - 2 \quad \frac{A}{\epsilon_0 \frac{d}{2}} - 1 \\ & \frac{A}{\epsilon_r \frac{d}{2} + \epsilon_0 \frac{d}{2}} - 4 \quad \frac{A}{\epsilon_0 \frac{d}{2} \left[\frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + \epsilon_0} \right] + \epsilon_r \frac{d}{2}} - 3 \end{aligned}$$

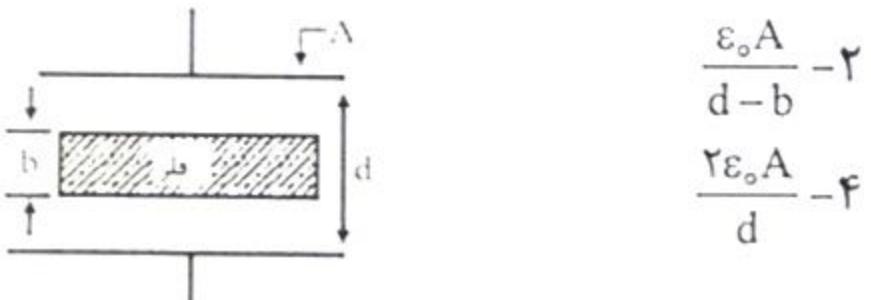
- ۱۴- برای ظرفیت یک خازن کروی که شعاع‌های هادی داخلی و خارجی آن به ترتیب a و b (b>a) هستند و عایق بین آن دو دارای ضریب گذردگی الکتریکی ϵ_r است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) - 4 \quad \frac{4\pi\epsilon_0}{b-a} - 3 \quad \frac{8\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} - 2 \quad 8\pi\epsilon_0(b-a) - 1$$

- ۱۵- کره‌ای هادی به شعاع R در محیطی نامتناهی با ضریب گذردگی ϵ_r قرار گرفته است. کدام پاسخ تعداد ظرفیت کره‌هاست؟ (آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۷۹)

$$8\pi\epsilon_0 R - 4 \quad 2\epsilon_0 E_0 - 3 \quad 4\pi\epsilon_0 R - 2 \quad \frac{4\pi\epsilon_0}{R} - 1$$

- ۱۶- در شکل فلزی را به آرامی وارد فضای بین دو جوشن کرده‌ایم. به‌طوری که درست در وسط فضای بین دو جوشن قرار گیرد. کدام پاسخ ظرفیت خازن است؟ (آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)



$$\frac{\epsilon_0 A}{d-b} - 2 \quad \frac{\epsilon_0 A}{d} - 1 \quad \frac{2\epsilon_0 A}{d-b} - 3$$

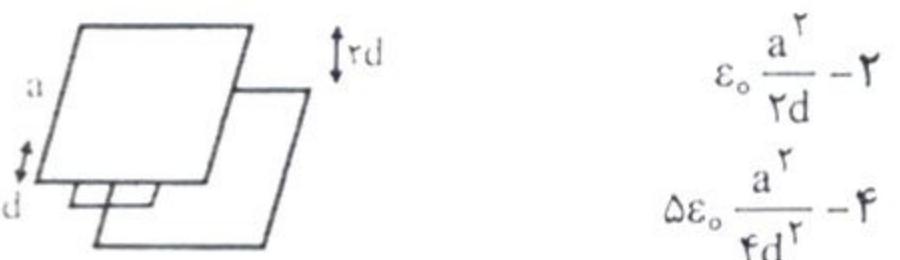
- ۱۷- فضای بین دو استوانه هم محور به شعاع a و b (b>a) را گرفته است. کدام یک از گزینه‌های زیر ظرفیت در واحد طول این سیستم است؟

$$2\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) - 4 \quad \frac{2\pi\epsilon_0}{Lnab} - 3 \quad \frac{2\pi\epsilon_0}{Lnb - Lna} - 2 \quad 2\pi\epsilon_0 Lnab - 1$$

- ۱۸- دو کره هادی مشابه با شعاع‌های یکسان R حامل بارهای یکسان Q هستند. چنانچه فاصله مرکز دو کره d ($d >> R$) باشد کدام یک از گزینه‌های زیر انرژی الکتروستاتیکی سیستم است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۲)

$$\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0(R+d)} - 4 \quad \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d} - 3 \quad \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R} - 2 \quad \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{d} \right) - 1$$

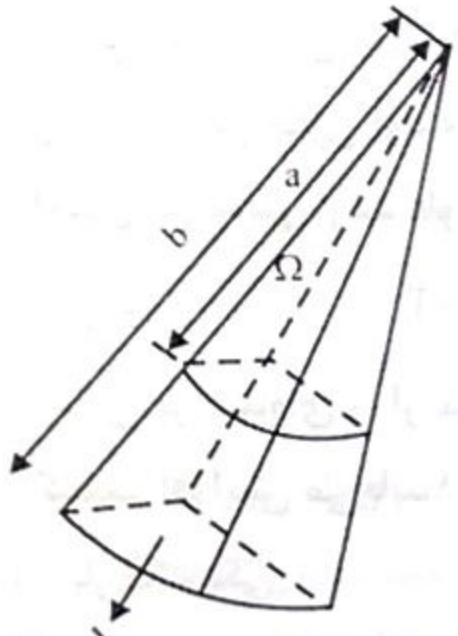
- ۱۹- در شکل بین دو صفحه فلزی موازی به اضلاع a که به فاصله $2d$ از یکدیگر قرار دارند یک نیم‌صفحه فلزی به اضلاع a و $\frac{a}{2}$ در وسط دو صفحه و به موازات آن‌ها قرار دارند. ظرفیت الکتریکی بین دو صفحه خارجی کدام است؟



$$\frac{\epsilon_0 \frac{a^2}{2d}}{d} - 1 \quad \frac{5\epsilon_0 \frac{a^2}{4d^2}}{-4} \quad \frac{2\epsilon_0 \frac{a^2}{4d}}{-3}$$

- ۲۰- در شکل، پتانسیل نقطه a , b و c صفر است. پتانسیل نقطه b چند ولت است؟

۲۶- یک جسم هادی مطابق شکل از تقاطع یک زاویه فضایی Ω با دو سطح کروی هم مرکز به شعاع‌های a و b به وجود آمده است و از آن یک جریان شعاعی می‌گذرد مقاومت الکتریکی این جسم کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)



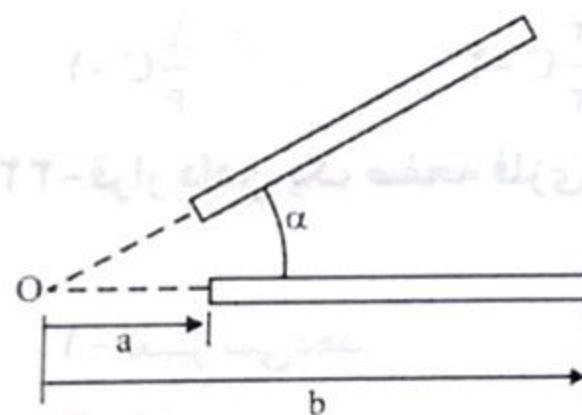
$$R = \frac{1}{2\pi g\Omega} \ln \frac{b}{a} - 1$$

$$R = \frac{1}{g\Omega} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right] - 2$$

$$R = \frac{1}{4\pi g\Omega} \left(1 - \frac{b}{a} \right) - 3$$

$$R = \frac{\Omega}{\pi g} (b - a) - 4$$

۲۷- صفحات یک خازن به شکل مربع و بر صفحه شکل عمود می‌باشند و زاویه بین آن‌ها α است. ظرفیت این خازن با توجه به شکل، متناسب است با (a > b) :



$$\epsilon_0 \frac{b-a}{\alpha} \ln \frac{b}{a} - 1$$

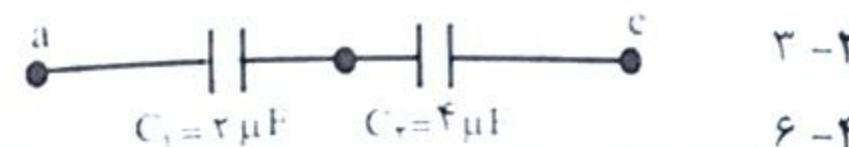
$$\epsilon_0 \alpha (b-a) e^{\frac{b}{a}} - 2$$

$$\epsilon_0 \frac{b-a}{\alpha} e^{\frac{b}{a}} - 3$$

$$\epsilon_0 \alpha (b-a) \ln \frac{b}{a} - 4$$

۲۸- در شکل مدار الکتریکی زیر در ابتدا هر سه خازن C کاملاً خالی از بار الکتریکی هستند. اول کلید S را در موقعیت a می‌بندیم تا تک خازن وسطی کاملاً پر شود و بعد از آن کلید را از موقعیت a باز کرده و در موقعیت b می‌بندیم تا دو خازن دیگر سمت چپ نیز باردار شوند. بار الکتریکی نهایی این سه خازن چقدر است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۴)

- ۱- خازن وسط برابر ϵC و دو خازن سمت چپ هر کدام برابر $\frac{1}{2}\epsilon C$ می‌شوند.
۲- هر سه خازن با هم مساوی و برابر ϵC می‌شوند.



۳-۲
۶-۴

۲۱- کدام پاسخ ظرفیت کره‌ای به شعاع R است؟ (آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای ۸۰)

$$4\pi\epsilon_0 R - 4$$

$$2\pi\epsilon_0 R - 3$$

$$\frac{R}{4\pi\epsilon_0} - 2$$

۱- صفر
۴/۵ - ۳

۲۲- انرژی ذخیره شده در یک خازن مسطح برابر است با:

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۳)

$$\frac{1}{4} C V^2 - 4$$

$$\frac{1}{2} \frac{V^2}{C} - 3$$

$$\frac{1}{2} C^2 V^2 - 2$$

$$\frac{1}{2} C V^2 - 1$$

۲۳- دو خازن با ظرفیت‌های مساوی C را به طور موازی به هم بسته و این مجموعه را با خازن دیگری به ظرفیت $3C$ به طور سری به هم می‌بندیم. ظرفیت معادل مساوی است با:

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

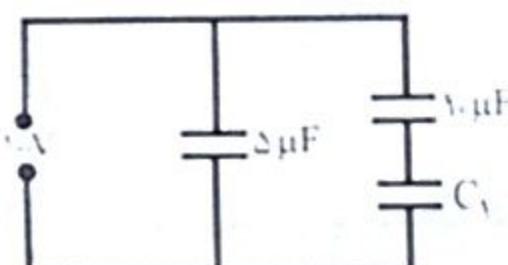
$$5/3C - 4$$

$$2/5C - 3$$

$$2/1C - 2$$

$$1/2C - 1$$

۲۴- در شکل مقابل اگر ظرفیت معادل خازن‌ها $10\text{ }\mu\text{F}$ باشد، بار ذخیره شده در خازن چند میکروکولون است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۸۲)



$$1000 - 1$$

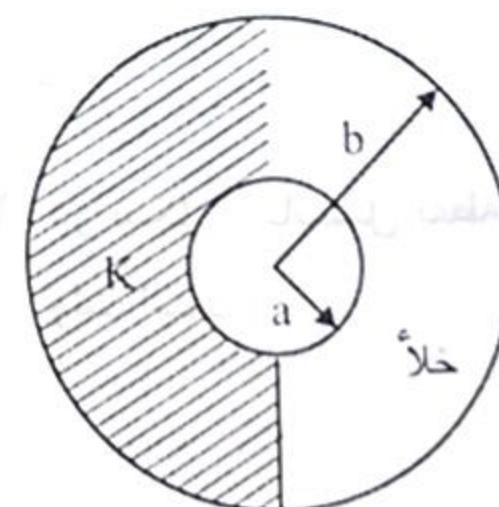
$$500 - 2$$

$$250 - 3$$

$$125 - 4$$

۲۵- فضای میان دو کره فلزی هم مرکز به شعاع‌های a و b مطابق شکل توسط دی‌الکتریک k و نیم دیگر توسط خلاء پر شده است. ظرفیت این مجموعه کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)



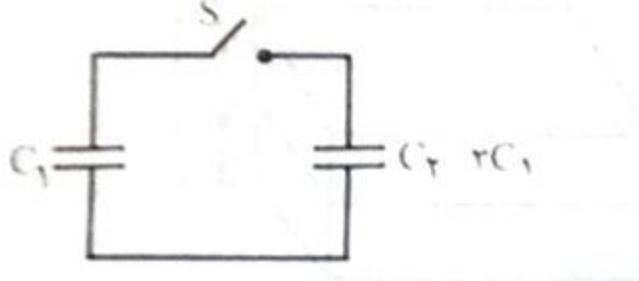
$$\frac{2\pi\epsilon_0 ab(k+1)}{b-a} - 1$$

$$\frac{4\pi\epsilon_0 ab(k+1)}{b-a} - 2$$

$$\frac{4\pi\epsilon_0 ab(k-1)}{b-a} - 3$$

$$\frac{2\pi\epsilon_0 ab(k-1)}{b-a} - 4$$

۳۴- در شکل زیر ابتدا خازن C_1 تا بار q_0 پر شده است و خازن C_2 خالی است. پس از بسته شدن کلید S ، بار نهایی روی هر یک از دو خازن کدام است؟ (q_1 بار نهایی خازن C_1 و q_2 بار نهایی خازن C_2 است). (آزمون کارشناسی ارشد زنوفیزیک و هوشناکی ۸۵)



$$q_1 = \frac{q_0}{3} \quad q_2 = \frac{2q_0}{3} - 1$$

$$q_1 = \frac{2q_0}{3} \quad q_2 = \frac{q_0}{3} - 2$$

$$q_1 = q_2 = \frac{q_0}{2} - 3$$

$$q_1 = \frac{q_0}{4} \quad q_2 = \frac{3q_0}{4} - 4$$

۳۵- یک خازن تخت که مساحت هر یک از جوشن‌های آن 1cm^2 و ظرفیت آن $1\mu\text{F}$ است را با یک باتری ۲ ولتی شارژ می‌کنیم. نیروی جاذبه بین دو جوشن چند نیوتون است؟ (آزمون کارشناسی ارشد زنوفیزیک و هوشناکی ۸۶)

$$2/29 \times 10^{-4} - 1$$

$$4/58 \times 10^{-4} - 2$$

$$2260 - 3$$

$$4520 - 4$$

۳- خازن وسط برابر $\frac{1}{3}EC$ می‌شود.

۴- خازن وسط خالی شده و بار آن صفرمی‌شود ولی دو خازن سمت چپ هر کدام $\frac{1}{2}EC$ پر می‌شوند.

۲۹- وقتی یک خازن پر شده را به یک خازن خالی و هم ظرفیت آن متصل می‌کنیم، بار و ولتاژ دو سر خازن اولیه به ترتیب چند برابر می‌شوند؟ (آزمون کارشناسی ارشد علوم دریابی و اقیانوسی- فیزیک دریا ۸۲ و فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۴)

$$1 - \frac{1}{2} \quad 2 - \frac{1}{2} \quad 3 - 1 \quad 4 - \frac{1}{2} \quad 1 \text{ و } \frac{1}{2}$$

۳۰- خازن پر شده‌ای را از منبع تغذیه جدا می‌کنیم، اگر فاصله صفحات آن را زیاد کنیم کدام کمیت افزایش می‌یابد؟ (آزمون کارشناسی ارشد علوم دریابی و اقیانوسی- فیزیک دریا ۸۴)

۱- بار الکتریکی ۲- ظرفیت

۳- شدت میدان الکتریکی میان صفحات ۴- اختلاف پتانسیل دو صفحه

۳۱- سه خازن مشابه هر یک به ظرفیت C را به طور موازی به هم می‌بندیم. این سیستم را با سیستم مشابه دیگری که به همان طریق به وجود آمده است، به شکل سری به هم می‌بندیم. ظرفیت معادل کل برابر است با: (آزمون کارشناسی ارشد زنوفیزیک و هوشناکی ۸۳)

$$6C - 4 \quad \frac{2}{3}C - 3 \quad \frac{2}{3}C - 2 \quad \frac{1}{6}C - 1$$

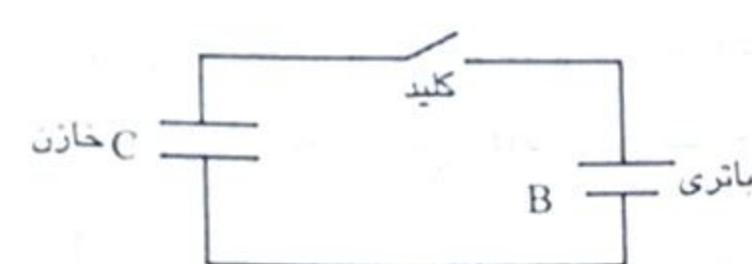
۳۲- قرار دادن یک صفحه فلزی در داخل یک خازن مسطح حاوی هوا ظرفیت آن را:

(آزمون کارشناسی ارشد زنوفیزیک و هوشناکی ۸۴)

۱- تغییر نمی‌دهد. ۲- افزایش می‌دهد.

۳- کاهش می‌دهد. ۴- تغییر می‌دهد.

۳۳- شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر کلید را ببندیم و یک دی‌الکتریک در داخل خازن قرار دهیم چه اتفاقی می‌افتد؟ (آزمون کارشناسی ارشد زنوفیزیک و هوشناکی ۸۴)



۱- پتانسیل افزایش می‌یابد.

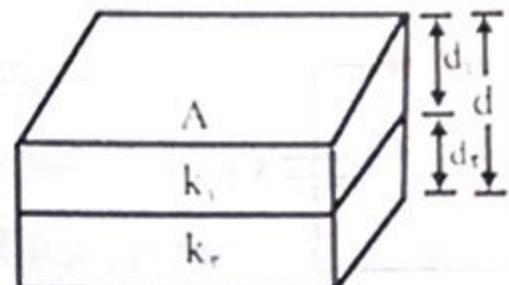
۲- بار روی خازن افزایش می‌یابد.

۳- بار روی خازن کاهش می‌یابد.

۴- ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

۳-۵ پاسخنامه تشریحی

(۱-۱)



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C_2 = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$$

که در نتیجه طرفیت هر یک به صورت زیر درمی‌آید:

$$C_1 = \frac{k_1 \epsilon_0 A}{d_1} \quad , \quad C_2 = \frac{k_2 \epsilon_0 A}{d_2}$$

که در آن $d_1 = d_2 = \frac{d}{2}$ است و چون خازن‌ها به صورت متواالی به هم متصلند، پس:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{k_1 \epsilon_0 A}{\frac{d}{2}} \times \frac{k_2 \epsilon_0 A}{\frac{d}{2}}}{\frac{k_1 \epsilon_0 A}{\frac{d}{2}} + \frac{k_2 \epsilon_0 A}{\frac{d}{2}}} = \frac{\frac{k_1 k_2 \epsilon_0 A}{d}}{k_1 + k_2} = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2} \times \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{2k_1 k_2 C_0}{k_1 + k_2}$$

(۱-۲) قبل از وصل کردن کلید، q_1 بار روی خازن C_1 و بعد از وصل کردن کلید q_2 و q_1 بار روی خازن‌های C_1 و C_2 است. C طرفیت معادل دو خازن موازی است.

$$q = q_1 + q_2 \quad , \quad C = C_1 + C_2$$

$$V'_o = \frac{1}{2} \frac{(q_1 + q_2)}{C_1 + C_2} \quad , \quad V_o = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1}$$

V و V'_o به ترتیب انرژی ذخیره شده در خازن C_1 قبل از اتصال کلید و انرژی ذخیره شده در هر یک از دو خازن بعد از اتصال کلید هستند.

$$\frac{V'_o}{V_o} = \frac{\frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1 + C_2}}{\frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \Rightarrow V'_o = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_o$$

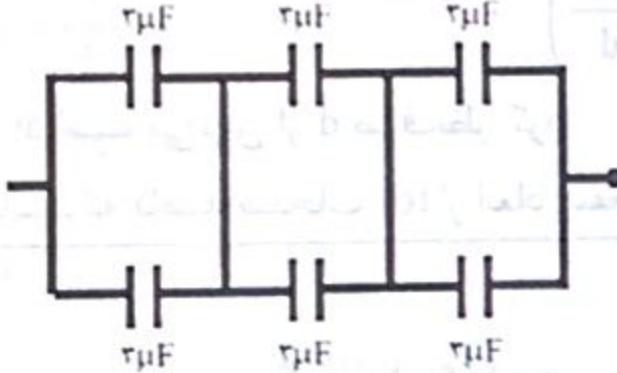
(۴-۳)

$$w = \frac{1}{2} \epsilon_0 |\vec{E}|^2$$

$$E = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow |\vec{E}|^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$$

$$w = \frac{1}{2} \epsilon_0 [|\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2] = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}_1^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}_2^2 + \epsilon_0 \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$$

در حالت پاربودن کلیدها طرفیت معادل برابر است با:
ظرفیت معادل دو شاخه موازی برابر است با:
وقتی که کلیدها بسته می‌شود مدار مطابق شکل است.



ظرفیت معادل هر دو خازن برابر است با:
ظرفیت معادل سه خازن سری $6\mu F$:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \Rightarrow C_2 = 2\mu F \quad , \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{2}{3} = 1$$

(۴-۵) در ابتدا اختلاف پتانسیل V های مربوط به دو سر ترکیب خازن‌ها را به دست می‌آوریم:
 $q = q_1 + q_2$

$$q = CV \Rightarrow C_1 V_o = C_1 V + C_2 V \Rightarrow V = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right) V_o$$

انرژی انباشته شده قبل و بعد از بسته شدن کلید برابر است با:



$$w_1 = \frac{1}{2} C_1 V_o^2$$

$$w_f = \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right) V_o^2 =$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{C_1^2}{C_1 + C_2} \right) V_o^2 = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right) w_1$$

وقتی $C_1 = C_2$ باشد، $w_f = \frac{1}{2} w_1$ می‌شود.

فصل پنجم: خازن‌ها و دی الکتریک‌ها

$$C = 55 \times 10^{-15} F \quad V = 5/3$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q = CV = (55 \times 10^{-15} F)(5/3)$$

$$q = 2/915 \times 10^{-15} C \quad n(e) = \frac{q}{1/6 \times 10^{-19} C} = 1/8 \times 10^6$$

$$\vec{E} = \left(\frac{E_0 r}{R^2} \right) \vec{r}, \quad \int \vec{E} \cdot \vec{n} da = \frac{\rho dv}{E_0} \quad (2-11)$$

$$\int \left(\frac{E_0 r}{R^2} \right) \vec{r} \cdot \vec{r} da = \frac{E_0 r^2}{R^2} \times 4\pi r^2 = \frac{4\pi E_0 r^4}{R^2}$$

با توجه به اینکه توان ۲ در طرف چپ و راست تساوی است نتیجه می‌گیریم که باید:

$$\frac{4\pi E_0 r^4}{R^2} = \frac{\int \rho \times 4\pi r^2 dr}{\epsilon_0} \quad (3-13)$$

$$\rho = Ar, \quad \frac{4\pi E_0 r^4}{R^2} = \frac{4\pi A r^4}{\epsilon_0}, \quad A = \frac{4\pi E_0}{R^2}, \quad \rho = \frac{4\pi E_0}{R^2} r$$

$$C' = \frac{C_r C_r}{C_r + C_r} = \frac{\frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{A}{2} \right)}{\frac{\left(\frac{d}{2} \right)}{\epsilon_0} + \frac{\left(\frac{d}{2} \right)}{\epsilon_r}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\epsilon_0 + \epsilon_r} \frac{\left(\frac{A}{2} \right)}{\left(\frac{d}{2} \right)}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \left(\frac{A}{2} \right)}{d} \Rightarrow C = C' + C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\epsilon_0 + \epsilon_r} \frac{\left(\frac{A}{2} \right)}{\left(\frac{d}{2} \right)} + \frac{\epsilon_0 \left(\frac{A}{2} \right)}{d} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \left[\frac{\epsilon_r}{\epsilon_0 + \epsilon_r} \right] + \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

۶-۴) در این حالت، دو خازن به صورت موازی به هم متصلند که از این دو $V_1 = V_2 = \Delta\phi$ پس:

$$E_0 = \frac{\Delta\phi}{d}, \quad E_d = \frac{\Delta\phi}{d}$$

اگر میدان با فصل مشترک دو محیط موازی باشد دو خازن موازی هستند و اگر این میدان بر فصل مشترک دو خازن عمود باشد دو خازن سری هستند.

۳-۷) انرژی یک خازن مسطح که فاصله صفحاتش از هم d است برابر است با:

$$W = \frac{q^2}{2C} \frac{C = \frac{\epsilon_0 A}{d}}{\epsilon_0 A} \rightarrow W = \frac{q^2}{2 \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right)} = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 A}$$

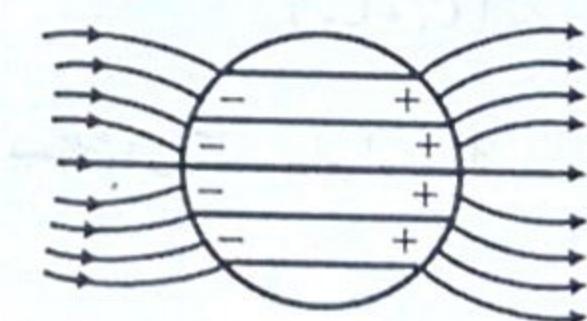
جواب صحیح است اما چون $A < d$ است می‌توان از d صرف نظر کرد.
شرط این که $A < d$ به این معناست که فاصله صفحات (d) از ابعاد صفحه A خیلی کوچک‌تر است.

$$m = 16 \times 10^{-12} gr, \quad d = 1 cm, \quad q = 1/6 \times 10^{-19} C \quad (1-8)$$

$$E = \frac{F}{q}, \quad F = mg, \quad V = Ed = \frac{Fd}{q}$$

$$V = \frac{mgd}{q} = \frac{16 \times 10^{-12} (gr) \times 10^{-2} \left(\frac{kg}{gr} \right) \times 1 \left(\frac{N}{kg} \right) \times 1 (cm) \times 10^{-2} \left(\frac{m}{cm} \right)}{1/6 \times 10^{-19} (C)}$$

$$\Rightarrow V = 1.4 (V)$$



میدان کره نارسانا یکنواخت است و در امتداد Z است و مقدار آن $\vec{E} = \frac{3}{k+2} \vec{E}_0$ است که در امتداد محور Z است.

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \quad (3-10)$$

خازن' C_2 با C_2' موازی است.

(۲-۲۰)

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\lambda}{\epsilon} = \frac{4}{3} \mu F$$

$$q = CV_{ac} = \frac{4}{3} \times (9 - 0) = 12 \mu F$$

$$q = C_1 V_{ab} \rightarrow V_{ab} = \frac{12 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-6}} = 6 V \rightarrow V_a - V_b = 9 - V_b = 6 \rightarrow V_b = 3 V$$

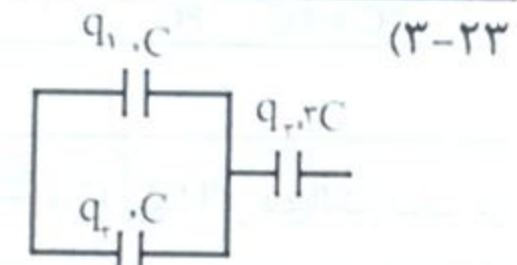
(۲-۲۱)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{q}{V}, \quad C = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R$$

(۱-۲۲)

$$C' = \frac{CC}{C+C} = \frac{C}{2}$$

$$C_{tot} = \frac{C}{2} + 2C = \frac{3C}{2} = 3/5 C$$



(۲-۲۴)

$$C_{tot} = 5 \times 10^{-6} + \frac{1 \times 10^{-6} C_1}{1 \times 10^{-6} + C_1} = 1 \times 10^{-6} \rightarrow C_1 = 1 \times 10^{-6} F = 1 \mu F$$

$$V = V_1 + V_2 = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \Rightarrow 1 \times 10^{-6} = q \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(1 \times 10^{-6})^2} \Rightarrow q = 5 \times 10^{-6} = 50 \mu C$$

(۱-۲۵) شکل را می‌توان به عنوان دو خازن موازی در نظر گرفت.

$$C = C_1 + C_2 = \frac{2\pi\epsilon_0 ab}{a-b} + \frac{2\pi\epsilon_0 kab}{a-b} = \frac{2\pi\epsilon_0 ab(k+1)}{b-a}$$

(۲-۲۶)

$$R = \frac{1}{g} \int \frac{dl}{A} = \frac{1}{g} \int_a^b \frac{dr}{\Omega r^\gamma} = \frac{1}{g\Omega} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

(۱-۲۷)

$$c = \epsilon_0 \int \frac{dA}{L} = \frac{\epsilon_0 (b-a)}{\tan \alpha} \int_a^{b-a} \frac{dx}{x} \approx \frac{\epsilon_0 (b-a)}{a} \ln \frac{b}{a}$$

(۲-۱۴) ظرفیت خازن کروی با ضریب دی‌الکتریک ϵ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

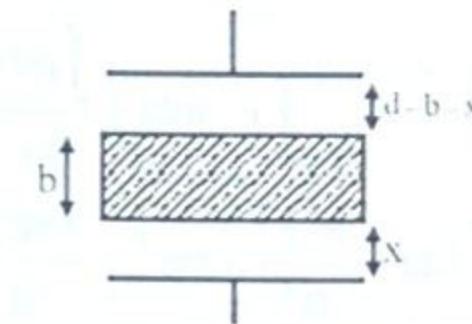
$$C = \frac{4\pi\epsilon ab}{b-a} = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \xrightarrow{\epsilon=2\epsilon_0} C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$

(۴-۱۵)

$$C = 4\pi\epsilon R = 4\pi(2\epsilon_0)R = 8\pi\epsilon_0 R$$

(۲-۱۶) فلز مانند سیمی است که دو حازن را به صورت متواالی به هم متصل کرده است.

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\left(\frac{\epsilon_0 A}{d-b-x}\right)} + \frac{1}{\left(\frac{\epsilon_0 A}{x}\right)} \\ &= \frac{d-b-x}{\epsilon_0 A} + \frac{x}{\epsilon_0 A} = \frac{d-b}{\epsilon_0 A} \rightarrow C = \frac{\epsilon_0 A}{d-b} \end{aligned}$$



(۲-۱۷) ظرفیت خازن استوانه‌ای به صورت $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$ محاسبه می‌شود.

$$\frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}} = \frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln b - \ln a}$$

(۲-۱۸)

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

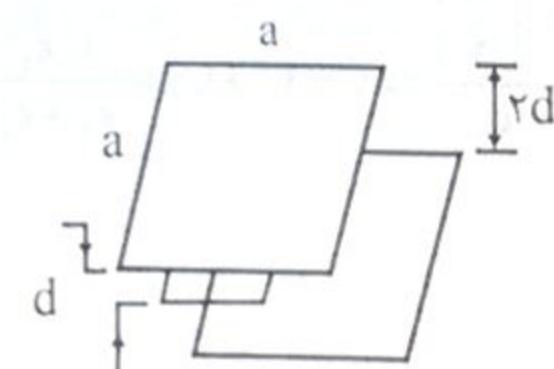
$$2U = 2 \times \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

(۲-۱۹) حازن‌های (۱) و (۲) سری و مجموعه معادل آن‌ها با خازن (۳) موازی است.

$$C_2' : \text{ظرفیت معادل } C_1 \text{ و } C_2$$

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{a^\gamma}{2d}, \quad C_2' = \frac{C_1}{2} = \frac{\epsilon_0 a^\gamma}{4d}$$

$$C = C_1 + C_2' = \frac{\epsilon_0 a^\gamma}{4d} + \frac{\epsilon_0 a^\gamma}{2d} \Rightarrow C_{\text{کل}} = \frac{\epsilon_0 a^\gamma}{2d}$$



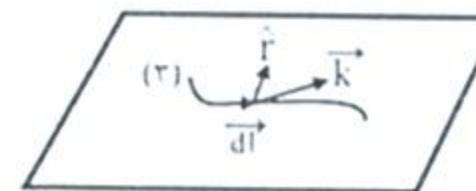
فصل ششم

جريان و مقاومت

۱-۶ خلاصه درس

چگالی جريان سطحی

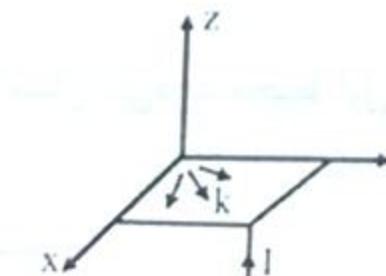
اگر جريان از حجمی بگذرد که يكی از ابعاد آن سیار کوچک است، آنرا چگالی جريان سطحی می‌نامند. چگالی جريان سطحی را معمولاً با K نشان می‌دهند جريان گذرنده از محنی C روی سطح حاصل جريان از رابطه زیر به دست می‌آید.



که در آن \hat{n} برداری عمود بر محنی C واقع در صفحه جريان است.

مثال: جريان I از سیم نازکی روی بخش منحنی محور Z ها در جهت مثبت Z می‌گذرد و در مبدأ روی ربع صفحه $z = 0$ و $y \geq 0$ و $x \geq 0$ به صورت شعاعی و یکنواخت پخش می‌شود

چگالی جريان سطحی k را پیدا کنید.



حل: چون فرض شده که جريان سطحی شعاعی و یکنواخت است لذا:

$$\vec{k} \cdot \hat{n} = \hat{r}$$

$$I = \int \vec{k} \cdot \hat{n} d\vec{l} = \int \frac{\pi}{2} (\hat{r} \cdot \hat{r}) r dy = kr \left(\frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \vec{k} = \frac{2I}{\pi r} \hat{r}$$

رابطه بین طرفیت C و مقاومت R بین دو رسانای قرارداده شده فاصله‌ای ثابت‌نامه با ثابت‌های ϵ و g .
دو الکترود را که توسط محیطی رسانا با ضرایب g و ϵ از هم جدا شده‌اند در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} q + q' = \epsilon C \\ \frac{q}{C} = \frac{q'}{C} \end{cases} \Rightarrow q' = \frac{2}{3} \epsilon C , \quad q = \frac{1}{3} \epsilon C$$

(۳-۲۸)

(۴-۳۰) با توجه به رابطه $C = K\epsilon_0 \frac{A}{d}$ اگر d افزایش یابد مقدار C کاهش می‌یابد و از طرفی با توجه به فرمول $V = CV$ مقدار اختلاف پتانسیل افزایش می‌یابد. چون مقدار طرفیت خارج با اختلاف پتانسیل نسبت عکس دارد.

$$C_t = C_1 + C_2 + C_3 = 2C$$

$$C_t = \frac{2C \times 2C}{2C + 2C} = \frac{4C^2}{4C} \Rightarrow C_t = 2C$$

(۱-۳۲)

(۲-۳۳) مقدار طرفیت خارج با دیالکتریک نسبت مستقیم دارد $\left(C = \frac{K\epsilon_0 A}{d} \right)$ لذا اگر دیالکتریک در خارج زیاد شود طرفیت خارج نیز افزایش می‌یابد و از طرفی طبق رابطه $V = CV$ مقدار بار روی خارج نیز افزایش می‌یابد.

$$C_t = C_1 + C_2 = C_1 + 2C_1 = 4C_1$$

$$q_1 = C_1 V_1 , \quad q_2 = C_2 V_2$$

$$V_1 = V_2 = V = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{4C_1}$$

$$q_1 = C_1 V_1 = \frac{C_1 q_0}{4C_1} = \frac{q_0}{4} , \quad q_2 = C_2 V_2 = \frac{2C_1 q_0}{4C_1} = \frac{3}{4} q_0$$

$$(۴-۳۵) \text{ مقدار نیروی جادیه بین صفحات یک خازن تخت از رابطه } F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 A} \text{ به دست می‌آید.}$$

$$q = CV = 1 \cdot 10^{-6} \times 2 = 2 \times 10^{-6} C$$

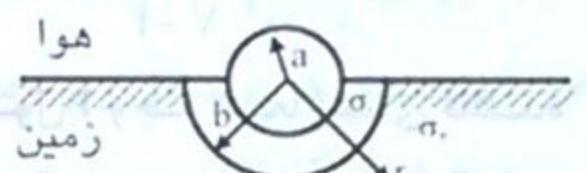
$$F = \frac{(2 \times 10^{-6})^2}{2 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-4}} = \frac{4 \times 10^{-12}}{17/12 \times 10^{-16}} \times 10^{-4} = \frac{40000}{17/12} N = 2260 N$$

۶- کدام یک از معادلات زیر از لحاظ ابعادی درست است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۰)

$$\frac{C}{R} = \epsilon\sigma - 4 \quad \frac{R}{C} = \epsilon\sigma - 3 \quad RC = \frac{\sigma}{\epsilon} - 2 \quad RC = \frac{\epsilon}{\sigma} - 1$$

۷- کره‌ای از رسانای کامل به شعاع a به طور نیمه، داخل زمین قرار دارد. رسانش زمین در ناحیه $b < r < a$ برابر σ_1 و در ناحیه $r < b$ برابر σ_2 فرض شده است. مقاومت زمین را وقتی توزیع جریان یکنواخت در نظر گرفته می‌شود بدست آورید.



(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۸)

$$R = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{4\pi\sigma_2} \left(\frac{1}{b} \right) - 2 \quad R = \frac{1}{2\pi\sigma_2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{2\pi\sigma_1} \left(\frac{1}{b} \right) - 1$$

$$R = \frac{1}{4\pi\sigma_2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{4\pi\sigma_1} \left(\frac{1}{b} \right) - 4 \quad R = \frac{1}{2\pi\sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{2\pi\sigma_2} \left(\frac{1}{b} \right) - 3$$

۸- مقدار مقاومت الکتریکی بین دو کره هم‌مرکز به شعاع R_1 و R_2 ($R_1 < R_2$) به شرطی که ماده‌ای با ضریب رسانش $(1+K/r)\sigma_0 = \sigma$ ، فضای بین آن دو را پر کرده باشد، چقدر

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۸) مقدار ثابتی است.

$$R = \frac{1}{4\pi k\sigma_0} \ln \left[\frac{R_2(R_1+k)}{R_1(R_2+k)} \right] - 2 \quad R = \frac{1}{4\pi k\sigma_0} \ln \left[\frac{R_1(R_1+k)}{R_2(R_2+k)} \right] - 1$$

$$R = \frac{1}{4\pi k\sigma_0} \ln \left[\frac{R_2 R_1}{R_2 + k} \right] - 4 \quad R = \frac{k}{4\pi\sigma_0} \ln \left[\frac{R_1 + k}{R_2 + k} \right] - 3$$

۹- توان تلفشده در یک لامپ ۱۴ اهمی که به یک باتری ۱۲ ولتی وصل شده است چند وات است؟ (آزمون کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۸۰)

$$26 - 4 \quad 28 - 3 \quad 40 - 2 \quad 24 - 1$$

۱۰- ابعاد یک قطعه مکعب مستطیل شکل از آهن $1/2\text{cm} \times 1/2\text{cm} \times 15\text{cm}$ است. مقاومت قطعه در بین دو انتهای مربعی آن برابر است با:

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۲)

$$R = 100 \mu\Omega - 2 \quad R = 100 \mu\Omega - 3 \quad R = 2\mu\Omega - 1$$

۱۱- انرژی ذخیره شده در خازن به صورت انرژی الکتریکی در واحد حجم، بین دو صفحه خازن برابر است با:

۶- پرسش‌های چندگزینه‌ای

۱- کره نارسانایی به شعاع R از ماده‌ای با ضریب هدایت الکتریکی g ساخته شده است. مقاومت الکتریکی بین سطح کره و مرکز آن کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

$$\frac{1}{4\pi g R} - 4 \quad \frac{1}{2\pi g R} - 3 \quad \frac{2\pi}{R g} - 2 \quad \frac{\epsilon}{g} - 1$$

۲- محیط دی الکتریکی با ضریب گذردهی ϵ و ضریب هدایت g مفروض است. بار Q را در مرکز این محیط قرار می‌دهیم؛ مدت زمانی که طول می‌کشد تا مقدار بار در مرکز این محیط به نصف کاهش یابد، کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)

$$\frac{\epsilon e^{-2}}{g} - 4 \quad \frac{1}{2g} - 3 \quad \frac{2\epsilon}{g} - 2 \quad \frac{\epsilon \ln 2 - 1}{g}$$

۳- دو رسانای A و B از یک جنس و با طول‌های مساوی می‌باشند. رسانای A سیمی به قطر یک میلی‌متر و رسانای B لوله‌ای توخالی به قطر خارجی دو میلی‌متر و قطر داخلی یک میلی‌متر است. نسبت مقاومت اندازه‌گیری شده میان دو انتهای آن‌ها $\frac{R_A}{R_B}$ چقدر است؟

$$2/5 - 4 \quad 4 - 3 \quad 3 - 2 \quad 2 - 1$$

۴- یک باتری ۱۲ ولتی قادر است، دوازده را تأمین کند.

- ۲ ژول انرژی
- کولن بار

۳- ژول انرژی به ازای هر کولن بار

۵- بار نقطه‌ای q با سرعت بسیار کم در امتداد یکی از شعاع‌های یک کره رسانا، به آن نزدیک می‌شود. کره با سیم بسیار نازکی به پتانسیل صفر متصل است. اگر قبل از حرکت،

فاصله q با مرکز کره D بوده باشد و شعاع کره R فرض شود، جریان $i(t)$ قبل از رسیدن q به کره کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۸۰)

$$\begin{aligned} &\text{کره رسانا به شعاع } R \\ &\text{سیم نارک} \\ &0V = i(t) = ? \end{aligned}$$

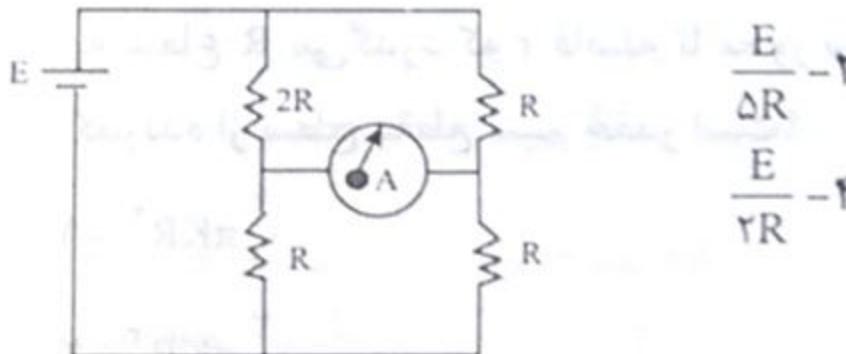
$$\frac{Rq}{(D - V_0 t)^l} - 2 \quad \frac{Rq}{(D - V_0 t)^l} - 4 \quad \frac{Rq V_0}{(D - V_0 t)^2} - 1 \quad \frac{Rq V_0}{(D - V_0 t)^2} - 3$$

- ۳- پتانسیل الکتریکی در داخل کره P به شعاع این کره بستگی دارد.
۴- میدان الکتریکی در داخل کره P صفر است.

۱۶- از یک سیم استوانه‌ای به شعاع R، جریان با چگالی سطحی $\frac{r}{R} J_0$ عمود بر سطح مقطع سیم می‌گذرد. r فاصله از محور استوانه است. جریان گذرنده از مقطع سیم کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد زئو فیزیک و هواشناسی ۸۶)

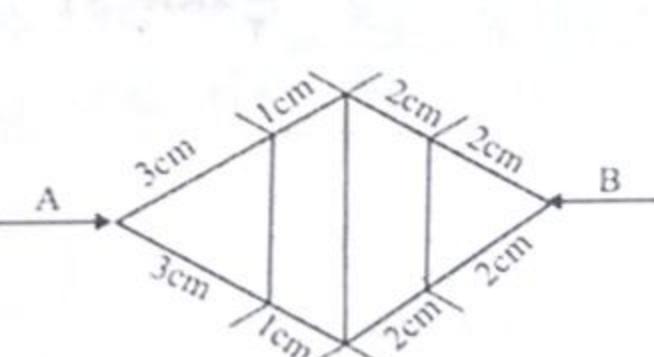
$$\pi R^2 J_0 - 4 \quad \frac{2}{3} \pi R^2 J_0 - 3 \quad \frac{1}{6} \pi R^2 J_0 - 2 \quad \frac{1}{6} \pi R^2 J_0 - 1$$

۱۷- آمپرسنج A در شکل زیر، چه جریانی را بر حسب E و R نشان می‌دهد؟ (مقاومت A را صفر فرض کنید).



$$\frac{E}{5R} \quad \frac{E}{4R} \quad \frac{E}{2R}$$

۱۸- از سیمی که مقاومت هر سانتی متر آن 1Ω است، شبکه‌ای مطابق شکل زیر ساخته شده است. مقاومت معادل بین نقاط A و B چند اهم است؟



$$8 - 1 \quad 16 - 2 \quad 4 - 3 \quad 2 - 4$$

۱۹- از یک رسانا جریانی برابر 10 A آمپر می‌گذرد. سطح مقطع رسانا 5 cm^2 و تعداد الکترون‌ها آزاد در یک سانتی متر مکعب از رسانا معادل 10^{23} است. با فرض اینکه همه الکترون‌ها دارای سرعت یکسان باشند، سرعت الکترون‌ها چند سانتی متر بر ثانیه است؟

$$2 \times 10^{-4} \quad 1/25 \times 10^{-4} \quad 1/25 \times 10^{-5} \quad 2 \times 10^{-2}$$

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 - 4 \quad U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 - 3 \quad U = \frac{1}{2} \epsilon_0^2 E^2 - 2 \quad U = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} E^2 - 1$$

۱۲- چگالی جریان در ناحیه بین دو رسانای استوانه‌ای در SI به صورت $r = \frac{10}{3} \left(\frac{1}{r} \right)$ می‌باشد که در آن r بردار واحد در جهت شعاع است. مقاومت ویژه در این ناحیه برابر ρ و شعاع دو رسانایی داخلی و خارجی به ترتیب a و b می‌باشد. اندازه اختلاف پتانسیل دو رسانا چقدر است؟ (فرض کنید $\Omega m = 100$ و $\rho = 100\Omega m$)

$$10^3 V - 4 \quad 10^2 V - 3 \quad 10 V - 2 \quad 1 V - 1$$

۱۳- یک قطعه لوله فلزی استوانه‌ای توالی بسیار بلند به طول l و به شعاع‌های قاعده درونی a و بیرونی b (طبق شکل) و ضریب مقاومت الکتریکی ویژه ρ_0 را در نظر بگیرید. مقاومت الکتریکی این قطعه فلز وقتی اختلاف پتانسیل الکتریکی خارجی بین دو سطح جانبی درونی و بیرونی برابر باشد کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۴)

$$\frac{\rho_0 l}{2\pi ab} - 2 \quad \frac{\rho_0 l}{\pi(b^2 - a^2)} - 1 \quad \frac{\rho_0}{2\pi l} \ln\left(\frac{b}{a}\right) - 4 \quad \frac{\rho_0}{2\pi l} \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 3$$

۱۴- دو کره بسیار کوچک رسانا به شعاع‌های a به فاصله نسبتاً زیاد ($d >> a$) و در یک محیط اهمی همگن به رسانایی g و تراوایی ϵ قرار دارند. R مقاومت الکتریکی محیط بین دو کره کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۴)

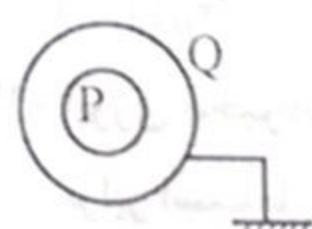
$$\frac{d-a}{4\pi gad} - 2 \quad \frac{ad}{2\pi\epsilon_0 g(d-a)} - 1 \quad \frac{d-a}{2\pi gad} - 4 \quad \frac{d-a}{2\pi\epsilon_0 gad} - 3$$

۱۵- دو کره فلزی هم مرکز P و Q مطابق شکل مفروضند. کره P بار مثبت و کره Q به زمین متصل است. کدام گزینه درست است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۴)

۱- چگالی بار Q برابر صفر است.

۲- میدان الکتریکی بین P و Q یکنواخت است.



۳-۶ پاسخنامه تشریحی

(۴-۱)

$$C = \frac{\epsilon}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$R' C = \frac{\epsilon}{g} \rightarrow R' = \frac{\epsilon}{gC} = \frac{\epsilon}{4\pi\epsilon_0 R g} = \frac{1}{4\pi R g}$$

(۱-۲)

$$Q' = Q e^{-\frac{gt}{\epsilon}}$$

$$\frac{1}{2} Q = Q e^{-\frac{gt}{\epsilon}} \rightarrow e^{-\frac{gt}{\epsilon}} = \frac{1}{2} \rightarrow t = \frac{\epsilon}{g} \ln 2$$

(۲-۳)

$$\rho_A = \rho_B = \rho, \quad L_A = L_B = L$$

$$R_A = \rho_A \frac{L_A}{A_A} = \rho \frac{L}{A_A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$R_B = \rho_B \frac{L_B}{A_B} = \rho \frac{L}{A_B}$$

$$A_A = \pi r_A^2 \quad \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{r_B^2 - r_A^2}{r_A^2} = \frac{4 \times 10^{-6} - 1 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-6}} = 3$$

(۳-۴)

$$V = \frac{W}{q} \quad \Rightarrow \quad W = Vq = 12 \times 1 = 12 J$$

$$V = 12 V$$

وقتی که $q=1C$ باشد انرژی برابر ۱۲ ژول خواهد بود

$$Q = -\frac{R}{x} q \quad (3-5)$$

به طوری که $x = D - V_o t$ خواهد بود. پس جریانی که وارد کره می‌شود برابر است با:

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{-Rq}{D - V_o t} \right) = -\frac{RqV_o}{(D - V_o t)^2}$$

(۱-۶)

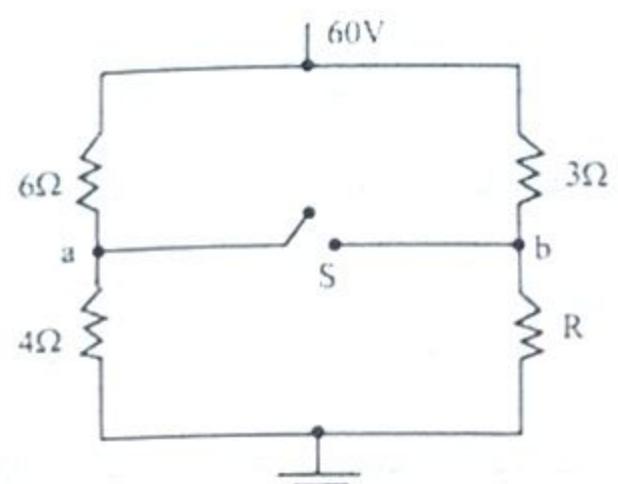
۲۰- در مدار شکل مقابل، مقاومت R چند اهم باشد، تا در صورتی که کلید S بسته شود جریان مدار صفر باشد؟

۴-۱

۳-۲

۲-۳

۱-۴



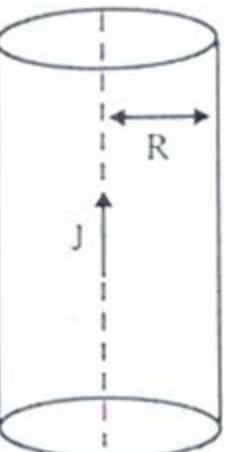
۲۱- جریان الکتریکی با چگالی $J(r) = Kr$ عمود بر سطح مقطع یک سیم رسانای استوانه‌ای به شعاع R می‌گذرد که r فاصله تا محور سیم است و K ثابت است. جریان الکتریکی (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۶) گذرنده از سطح مقطع سیم چقدر است؟

$$\frac{2}{3}\pi KR^2 - 1$$

$$\frac{2}{3}\pi KR^2 - 2$$

$$\frac{3}{2}\pi KR^2 - 3$$

$$\frac{3}{2}\pi KR^2 - 4$$



$$(2-16) \quad I = \int J dA = \int_0^R J_o \left(1 - \frac{r}{R}\right) 2\pi r dr = \int_0^R 2\pi J_o r dr - \int_0^R 2\pi J_o \frac{r^2}{R} dr \\ \Rightarrow I = \pi J_o r \left[R - \frac{2\pi J_o}{3R} r^3 \right]_0^R = \pi J_o R^2 - \frac{2\pi}{3} J_o R^2 \Rightarrow I = \frac{\pi R^2}{3} J_o$$

(۱-۱۷) با به کار بردن قاعده حلقه در مدار الکتریکی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \varepsilon - 2R(i_1 - i_2) - R(i_1 - i_3) = 0 \Rightarrow 2Ri_1 - 2Ri_2 - Ri_3 = \varepsilon \\ 2R(i_2 - i_1) + Ri_2 = 0 \Rightarrow 2Ri_2 - 2Ri_1 = 0 \\ R(i_3 - i_1) + Ri_3 = 0 \Rightarrow 2Ri_3 - Ri_1 = 0 \end{cases}$$

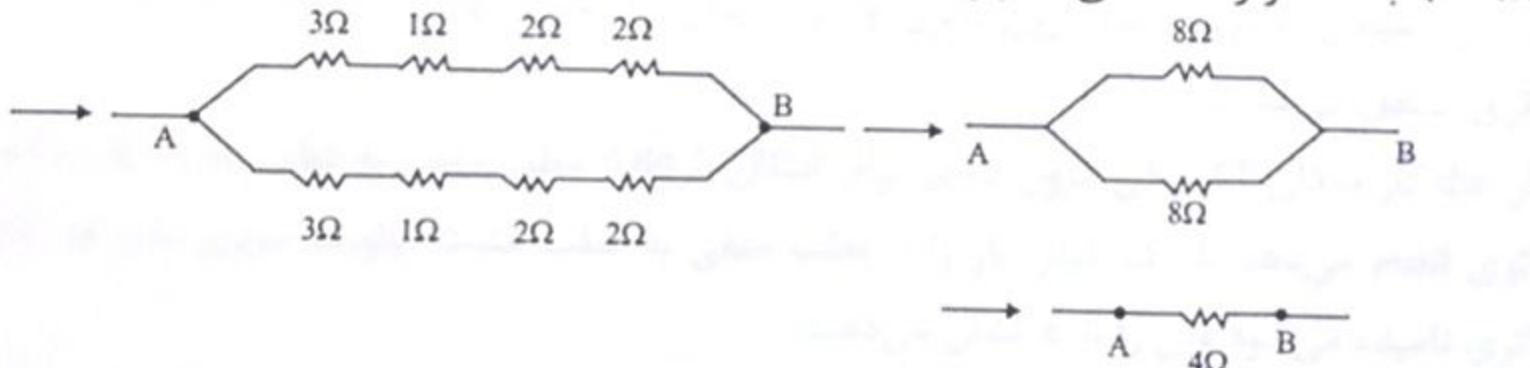
از دو رابطه آخر به ترتیب $i_1 = \frac{1}{2}i_2$ و $i_2 = \frac{2}{3}i_3$ با قرار دادن این دو رابطه در رابطه اول مقدار i_1 را بدست می آوریم:

$$2Ri_1 - 2R\left(\frac{2}{3}i_1\right) - R\left(\frac{i_1}{2}\right) = \varepsilon \Rightarrow i_1 = \frac{\varepsilon}{7R}$$

مقدار حریانی که آمپرسنج نشان می دهد برابر است با:

$$i_1 - i_3 = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)i_1 = \frac{1}{6}i_1 = \frac{\varepsilon}{7R}$$

(۳-۱۸) ابتدا مدار را ساده می کنیم و سپس مقاومت معادل را حساب می کنیم.



$$(3-19) \quad R_t = \frac{\lambda \times \lambda}{\lambda + \lambda} = \frac{64}{16} \Rightarrow R_t = 4\Omega$$

$$I = JA \Rightarrow J = \frac{I}{A} = nve \Rightarrow v = \frac{I}{Ane} = \frac{10}{5 \times 10^{-22} \times 1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow I = 1/25 \times 10^{-4}$$

(۳-۲۰) وقتی کلید S بسته شود و جریان مدار صفر شود مدار تشکیل یک پل و تستون را می دهد که در این حالت حاصل ضرب طرفین مقاومت با وسطین باید با هم برابر باشد. یعنی:

$$(3-7) \quad \text{با استفاده مستقیم از رابطه مقاومت لایه ای به ضخامت } dr \text{ و سطح } 2\pi r^2 \text{ داریم:}$$

$$R = \int_a^b \frac{dr}{2\pi r^2 \sigma_1} + \int_b^\infty \frac{dr}{2\pi r^2 \sigma_2} = \frac{1}{2\pi \sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{2\pi \sigma_2} \quad (2-8)$$

$$R = \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{2\pi r^2 \sigma} = \frac{1}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{\sigma_0 (1 + \frac{k}{r}) r^2} = \frac{1}{2\pi \sigma_0} \int \frac{1}{r^2 + kr} dr =$$

$$\frac{1}{4\pi \sigma_0} \left\{ \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{kr} - \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{k(r+k)} \right\} = \frac{1}{4\pi \sigma_0} \left\{ \frac{1}{k} \left[\ln \frac{R_2}{R_1} - \ln \frac{R_2+k}{R_1+k} \right] \right\} = \frac{1}{4\pi k \sigma_0} \ln \frac{R_2(R_1+k)}{R_1(R_2+k)} \quad (*-9)$$

$$\rho = VI = \frac{V^2}{R} = \frac{12^2}{4} = 10.2 \quad (2-10)$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = 10 \times 10^{-8} \times \frac{15 \times 10^{-2}}{(1/2 \times 10^{-2})^2} = 1 \times 10^{-4} \Omega = 100 \mu\Omega \quad (4-11)$$

$$W = \frac{1}{2} CV^2, \quad U = \frac{W}{V} = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{Ad} = \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{d} V^2}{Ad} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{V}{d} \right)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \quad (4-12)$$

$$V = \int E dr = \rho \int_a^b J dr = \frac{10^2}{3} L n e^2 = 10^2 \quad (4-13)$$

$$R = \int_a^b \rho_0 \frac{dr}{2\pi rl} = \frac{\rho_0}{2\pi l} \ln \frac{b}{a} \quad (4-14)$$

$$C = \frac{1}{p_{11} + p_{22} - 2p_{12}} = \frac{2\pi \varepsilon_0 ad}{d-a}$$

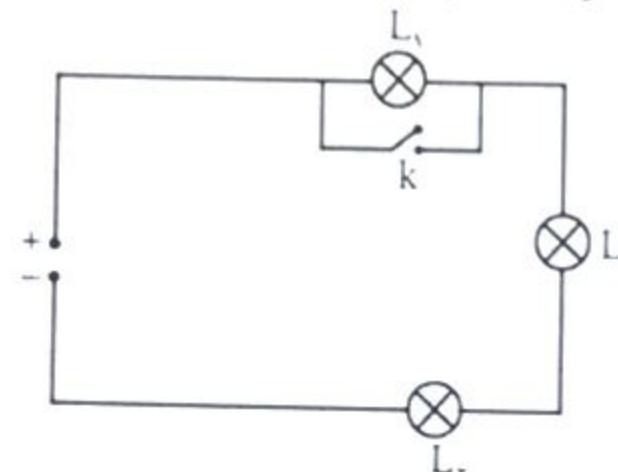
$$RC = \frac{\varepsilon_0}{g} \Rightarrow R = \frac{\varepsilon_0}{g} \frac{d-a}{2\pi \varepsilon_0 ad} \Rightarrow R = \frac{d-a}{2\pi gad} \quad (4-15)$$

فصل هفتم

نیروی محرکه الکتریکی در مدار

۷-۱ خلاصه درس

سیمی رسانا به مقاومت R و یک باتری مطابق شکل زیر مداری را تشکیل داده‌اند.



برای سهولت، بار متحرک در مدار را مثبت فرض می‌کنیم. میدان الکتریکی خارجی درون رسانا که حاصل از بارهای پایانه‌های مولد است و نیروی مقاومت اعمالی به بار متحرک q در درون رسانا نمی‌تواند باعث حرکت کامل بار در مدار شود. در اثر فعل و انفعالات شیمیایی که درون مولد (باتری) صورت می‌گیرد میدان الکتریکی E_b درون باتری و این میدان، بار مثبت q را از پایانه منفی به پایانه مثبت باتری منتقل می‌سازد.

اگر $d\omega$ کار میدان الکتریکی درون باتری برای انتقال بار dq از قطب منفی به قطب مثبت باشد کاری که باتری انجام می‌دهد تا یک کولن بار را از قطب منفی به قطب مثبت بیاورد، نیروی محرکه الکتریکی باتری نامیده می‌شود و آن را با ϵ نشان می‌دهند.

$$\epsilon = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{d\omega}{dq}$$

قوانين کیرشهف

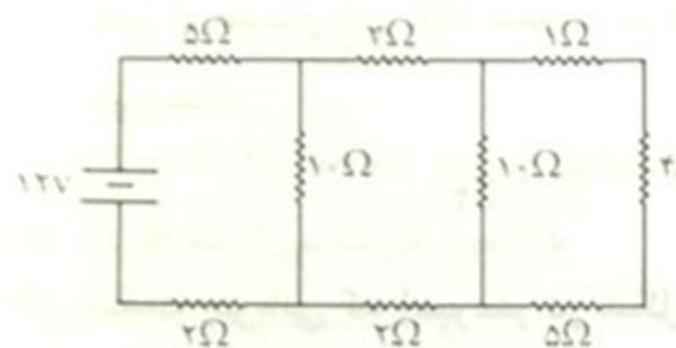
جريان‌هایی که از هر جزء یک شبکه می‌گذرد باید از قوانین کیرشهف پیروی کند.

قانون اول: جریان کلی که به هر پیوند گاه از یک مدار وارد می‌شوند صفر است. این قانون با توجه به $\sum I = 0$ اصل پایستگی بار الکتریکی، نتیجه گرفته می‌شود.

$$R \times 6\Omega = 4\Omega \times 3 \Rightarrow 6R = 12 \Rightarrow R = 2\Omega$$

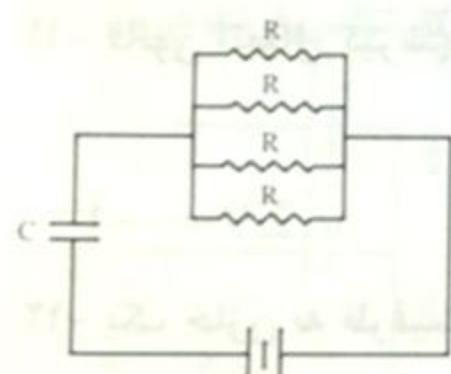
(۲-۲۱)

$$I = \int J \cdot ds = Kr \int 2\pi r dr = 2K\pi \int_0^R r^2 dr \Rightarrow I = \frac{2}{3} K\pi R^3$$



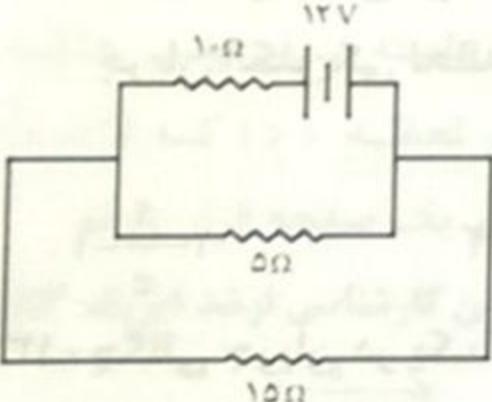
- ۰/۲۵A -۱
۰/۵A -۲
۰/۷۵A -۳
۱A -۴
۱/۲۵A -۵

۶- مداری با ۴ مقاومت مانند شکل زیر در نظر بگیرید به طوری که هر مقاومت برابر $V = 1\mu V$ باشد خازن دارای ظرفیت یک میکروفاراد و باتری ولتاژی برابر $R = 1\mu \Omega$ داشته باشد. چنانچه خازن شارژ شده و سپس از باتری جدا شود میزان جریان را که در زمان $t = ۰/۵s$ برای دشواری خازن لازم است محاسبه کنید. (آزمون GRE)



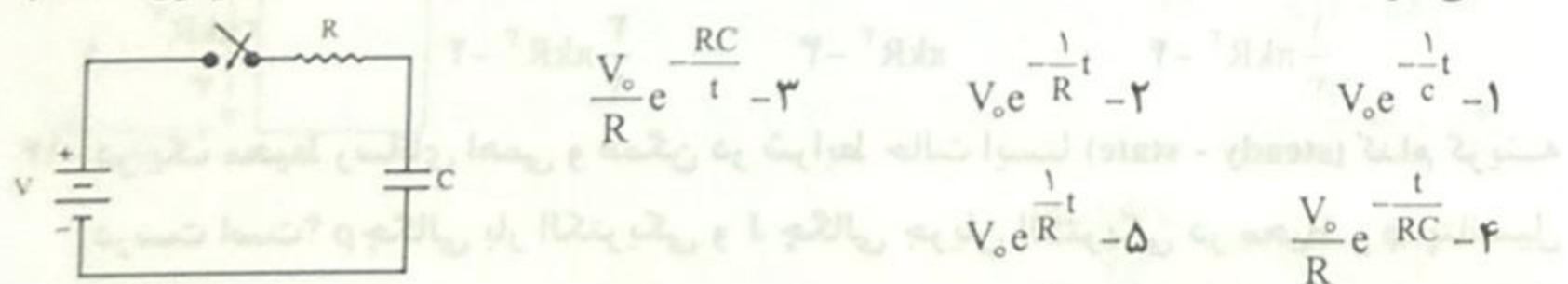
- ۴۰A -۱
۲۰A -۲
۲۴/۳A -۳
۱۴/۷A -۴
۵/۴A -۵

۷- برای مدار نشان داده شده، مقدار جریان عبوری از مقاومت 5Ω را بیابید. (آزمون GRE)



- ۰/۸۷۳A -۱
۰/۱۲۷A -۲
۰/۳۴۶A -۳
۰/۲۵۴A -۴
۰/۶۵۴A -۵

۸- در مدار شکل داده شده کدام گزینه پاسخ جریانی است که توسط آن خازن شارژ می‌شود؟ (آزمون GRE)



$$\frac{V_0}{R} e^{-\frac{RC}{t}} - 3 \quad V_0 e^{-\frac{1}{R}t} - 2 \quad V_0 e^{-\frac{1}{C}t} - 1$$

$$V_0 e^{\frac{1}{R}t} - 5 \quad \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} - 4$$

۹- یک خازن به ظرفیت C و بار اولیه q_0 را در مقاومت R تخلیه می‌کنیم. بار لحظه‌ای خازن اطلاعات میزان جریان را در مقاومت ۴ اهمی به دست آورید. با استفاده از این رابطه می‌توان نتیجه گرفت که از رابطه $q = q_0 e^{-t/RC}$

۷-۲ پرسش‌های چند گزینه‌ای

۱- خازنی به ظرفیت C ، سیمی به مقاومت R و یک باتری به نیروی محرکه ε_0 در مداری به صورت سری قرار دارند، کلید مدار در زمان $t = ۰$ بسته می‌شود. بار الکتریکی Q به صورت زیر، تابعی است از زمان:

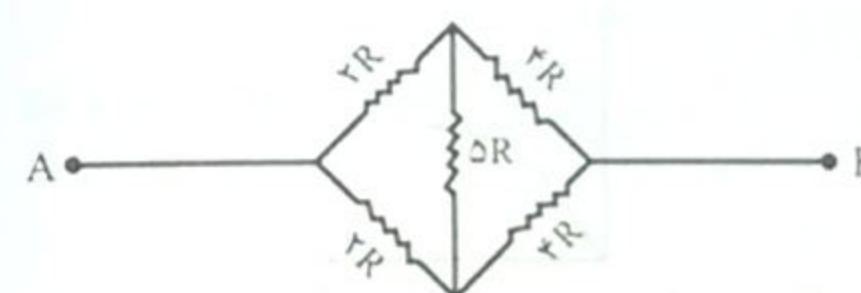
$$Q(t) = C\varepsilon_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) - ۲$$

$$Q(t) = Q(0)e^{-\frac{t}{RC}} - ۱$$

$$Q(t) = \frac{1}{2}Q(0)e^{-\frac{t}{RC}} + C\varepsilon_0 - ۴$$

$$Q(t) = \varepsilon_0 C(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) - ۳$$

۲- مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چقدر است؟



$$7/5 R - 1$$

$$3R - 2$$

$$6R - 3$$

$$4/5 R - 4$$

۳- یک باتری به نیروی محرکه ε_0 و مقاومت داخلی r را به یک مقاومت R متصل می‌سازیم. توان مصرفی R در کدام مورد بیشترین مقدار را دارد؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

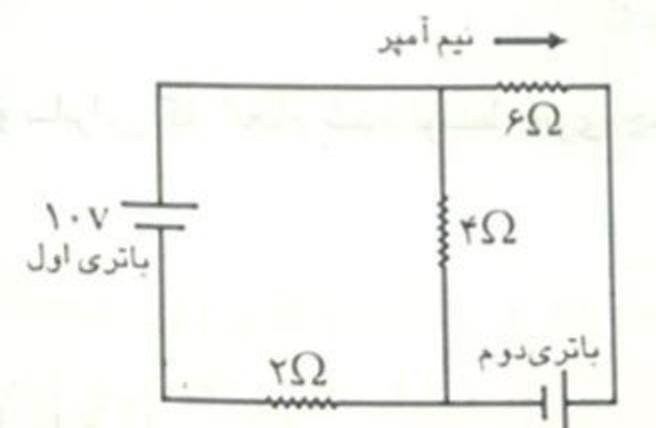
$$R = ۲۰ - ۴$$

$$R = \sqrt{2}r - ۳$$

$$R = r - ۲$$

$$R = \frac{1}{2}r - ۱$$

۴- در مدار داده شده، جریان $5/۰$ آمپر از مقاومت شش اهمی در جهت تعیین شده عبور می‌کند. نیروی الکتروموتوری emf باتری دوم، چند ولت است؟



$$2 - 1$$

$$3 - 2$$

$$4 - ۳$$

$$6 - ۴$$

۵- مدار شکل داده شده را در نظر بگیرید. مقاومت مؤثر مدار را محاسبه کنید و با این اطلاعات میزان جریان را در مقاومت ۴ اهمی به دست آورید. (آزمون GRE)

۱۵۷

فصل هفتم: نیروی محرکه الکتریکی در مدار

$$\nabla \times J \neq 0 - 4$$

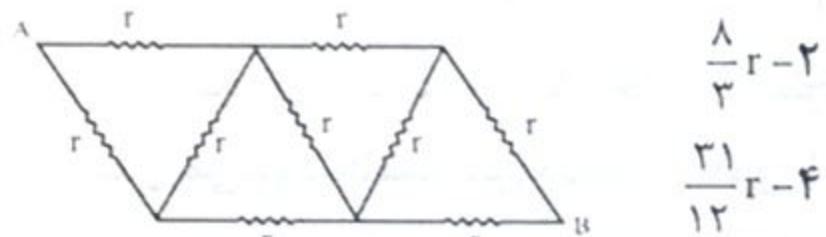
$$J = 0 - 3$$

$$\nabla^2 \phi = 0 - 2$$

$$\nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} - 1$$

۱۵- مدار زیر از مقاومت‌های ساخته شده است، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چقدر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)



$$\frac{8}{3} r - 2$$

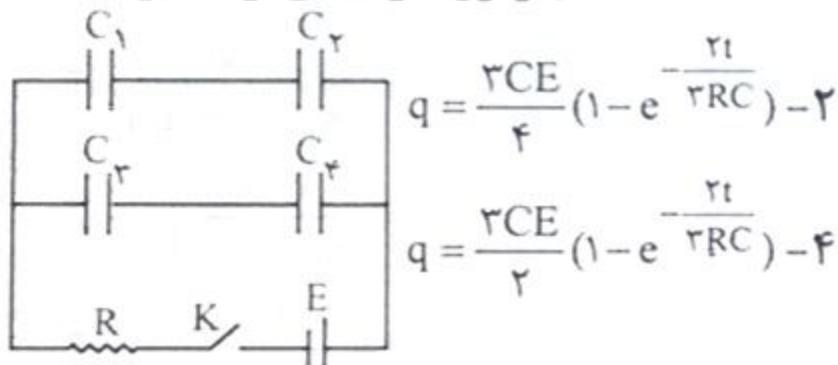
$$\frac{21}{12} r - 4$$

$$\frac{55}{21} r - 1$$

$$\frac{5}{11} r - 3$$

۱۶- در شکل، با فرض اینکه بار خازن‌ها در لحظه بستن کلید K صفر است، تابع زمانی بار خازن C_1 کدام است؟ (نیروی محرکه باتری E ، $C_2 = 6C$ ، $C_3 = 6C$ ، $C_4 = 2C$)

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)



$$q = \frac{2CE}{4} (1 - e^{-\frac{t}{2RC}}) - 2$$

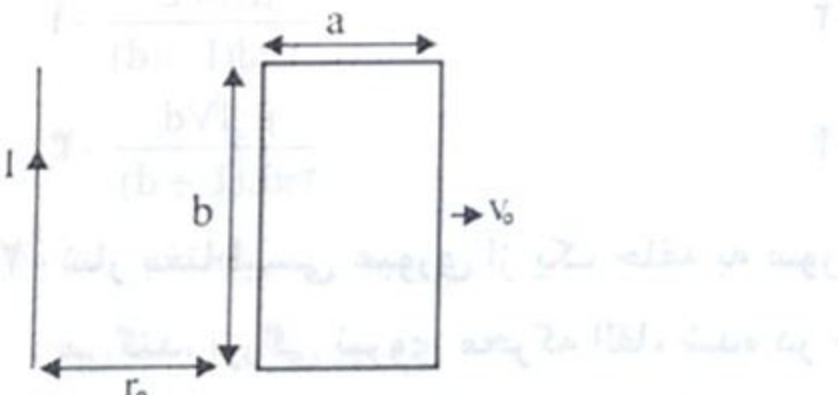
$$q = \frac{2CE}{2} (1 - e^{-\frac{t}{2RC}}) - 4$$

$$q = 2CE (1 - e^{-\frac{t}{2RC}}) - 1$$

$$q = \frac{2CE}{2} (1 - e^{-\frac{t}{2RC}}) - 3$$

۱۷- یک حلقه مستطیل شکل به ابعاد a و b مطابق شکل با سرعت ثابت V_0 از یک سیم رسانا که از آن جریان I می‌گذرد دور می‌شود. در لحظه $t = 0$ فاصله ضلع چپ حلقه مستطیل از سیم $r = r_0$ است. نیروی محرکه القایی در حلقه در لحظه $t > 0$ که فاصله ضلع چپ حلقه از سیم r می‌باشد کدام است؟ سیم و حلقه در یک صفحه قرار دارند.

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)



$$\frac{\mu_0 lab V_0}{2\pi r(r+a)} - 1$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{abV_0}{r_0(r+a)}\right) - 2$$

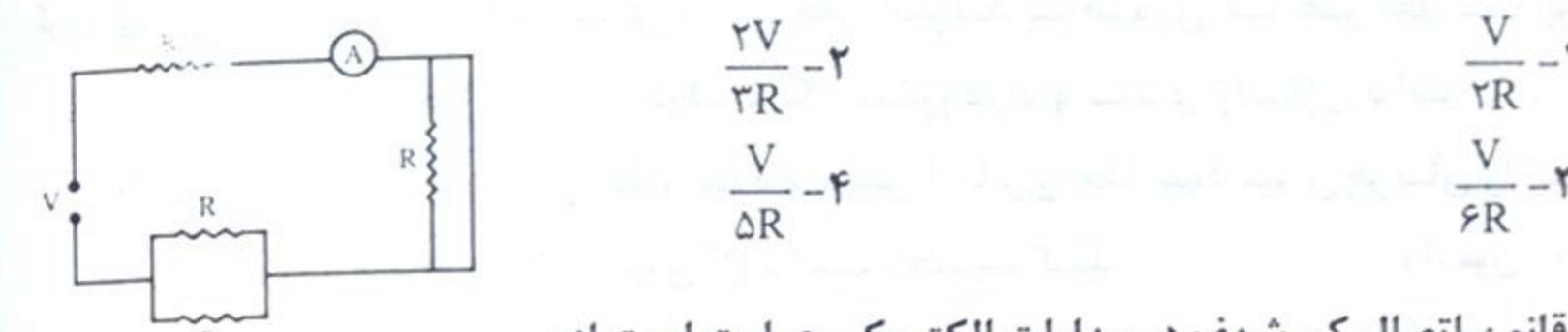
$$\frac{\mu_0 IV_0}{\pi ab(r_0+a)} - 3$$

$$\frac{\mu_0 lab V_0}{2\pi} \ln(r[r(r+a)]) - 4$$

پس از مدت زمان RC، نسبت جریان الکتریکی لحظه‌ای به جریان اولیه به نسبت زیر می‌رسد:

$$\frac{1}{e-1} - 4 \quad \frac{1}{e+1} - 3 \quad \frac{e-1}{e} - 2 \quad \frac{1}{e} - 1$$

۱۰- شدت جریانی که آمپرmetr در شکل مقابل نشان می‌دهد کدام است؟



$$\frac{2V}{2R} - 2 \quad \frac{V}{2R} - 1$$

$$\frac{V}{5R} - 4 \quad \frac{V}{6R} - 3$$

۱۱- قانون اتصال کیرشهف در مدارات الکتریکی عبارت است از:

$$\sum \frac{V}{I} = 0 - 4 \quad \sum I = 0 - 3 \quad \sum VI = 0 - 2 \quad \sum V = 0 - 1$$

۱۲- یک خازن به ظرفیت C و بار اولیه q_0 را در مقاومت الکتریکی R تخلیه می‌کنیم. می‌توان مشاهده کرد که بار لحظه‌ای خازن یک تابع نزولی از زمان بوده و به کمک حاصلضرب (RC) تعریف می‌شود ((RC)) نمایشگر زمانی است تا خازن به بار اولیه اش برسد). نسبت جریان الکتریکی لحظه‌ای به جریان اولیه کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد زنوفیزیک و هواشناسی ۷۸)

$$\frac{1}{e} - 4 \quad \frac{1}{e+1} - 3 \quad \frac{1}{e-1} - 2 \quad \frac{1}{e} - 1$$

۱۳- چگالی جریان در یک استوانه نسبتاً طویل به شعاع R در همه نقاط در امتداد محور استوانه تغییر می‌کند ($J=kr$) مقدار جریان الکتریکی I در استوانه کدام است؟ k مقداری ثابت و r فاصله از محور استوانه است.

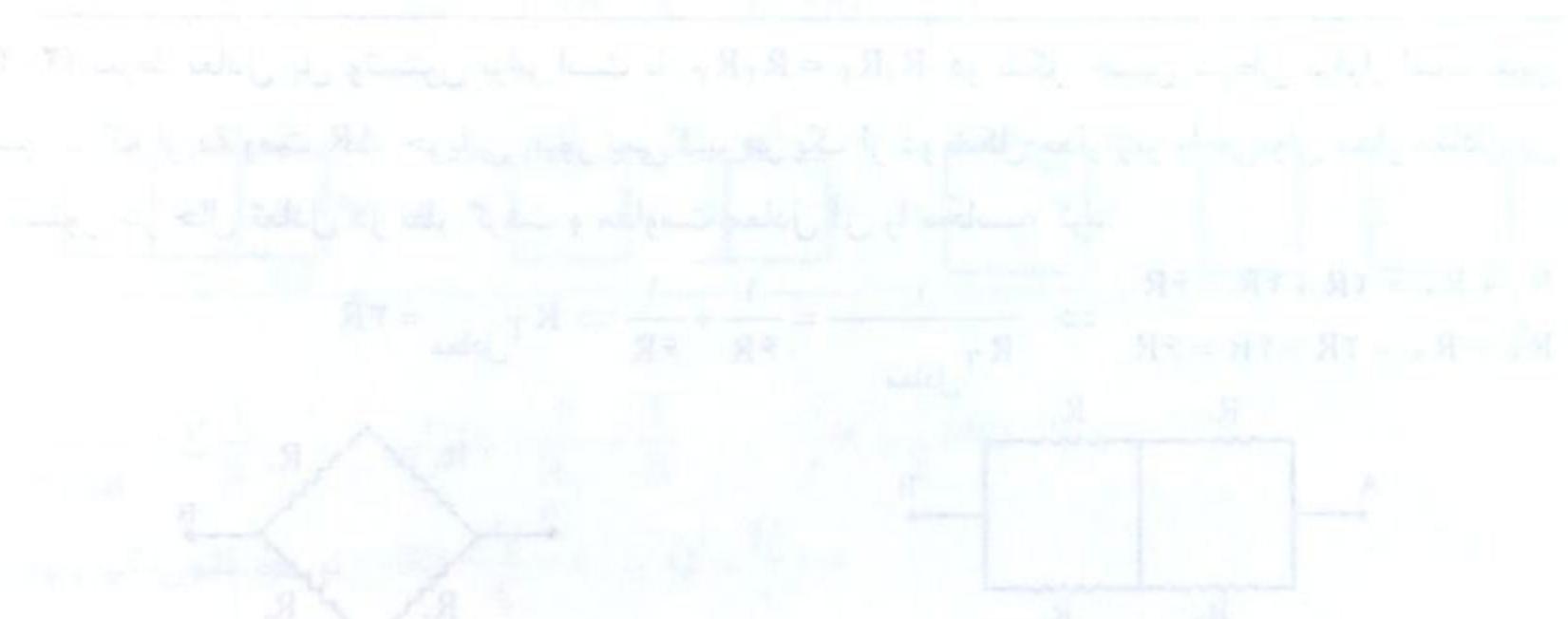
(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲)

$$\frac{1}{3}\pi kr^3 - 4 \quad \pi kr^3 - 3 \quad \frac{3}{2}\pi kr^3 - 2 \quad \frac{2\pi kr^3}{3} - 1$$

۱۴- در یک محیط رسانای اهمی و همگن در شرایط حالت ایستا (steady-state) کدام گزینه درست است؟ چگالی بار الکتریکی و J چگالی جریان الکتریکی در محیط و φ پتانسیل الکتریکی است.

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲)

- ۲۲- نیروی محرکه یک باتری ۵ ولت است یعنی این باتری:
 (آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۵)
- ۱- ۵ ژول انرژی به ازای هر کولن بار تأمین می‌کند.
 - ۲- ۵ ژول انرژی تأمین می‌کند.
 - ۳- ۵ ژول انرژی به ازای هر آمپر جریان تأمین می‌کند.
 - ۴- ۵ ولت اختلاف پتانسیل به ازای هر کولن بار تأمین می‌کند.



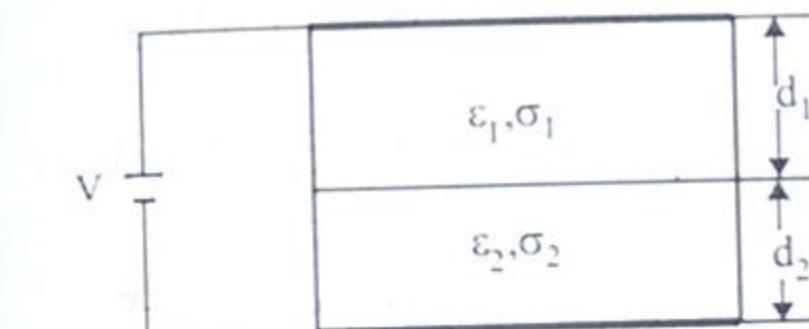
$$\frac{\mu_0 I V}{2\pi} \ln \frac{d}{L} = \frac{\mu_0 I V}{2\pi d(L+d)}$$



۱۸- یک صفحه فلزی دایره‌ای به شعاع ۱۰ cm با سرعت ۵۰ دور در ثانیه در میدان مغناطیسی $T/5$ دوران می‌نماید نیروی محرکه الکتریکی القا شده بین محور و محیط صفحه بر حسب ولت چقدر است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۳)

$$J = \frac{\sigma_1 \sigma_2 V}{(\sigma_1 d_1 + \sigma_2 d_2)} - ۱$$

۱۹- نیروی محرکه V به دو سر یک خازن مسطح که سطوح آن دارای مساحت S است اعمال می‌شود. فاصله بین صفحات هادی با دی الکتریک متفاوت و با ضخامت‌های d_1 و d_2 و گذردهی‌های ϵ_1 و ϵ_2 و ضریب هدایت‌های σ_1 و σ_2 پر شده است. چگالی جریان بین دو صفحه کدام است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۴)



$$J = \frac{\sigma_1 \sigma_2 E}{(\sigma_1 d_1 + \sigma_2 d_2)} - ۲$$

$$J = \frac{\sigma_1 \sigma_2 V}{(\sigma_2 d_1 + \sigma_1 d_2)} - ۳$$

$$J = \frac{\sigma_1 V}{\sigma_2 d_1} + \frac{\sigma_2 V}{\sigma_1 d_2} - ۴$$

۲۰- حلقه‌ای مربعی به ابعاد $L \times L$ با تنیدی V به سوی سیم مستقیمی که حامل جریان I است حرکت می‌کند سیم و حلقه در یک صفحه هستند و دو ضلع حلقه موازی سیم هستند. نیروی محرکه القایی حلقه به صورت تابعی از فاصله d بین سیم و ضلع نزدیک حلقه چقدر است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۴)

$$\frac{\mu_0 I V}{2\pi} \ln \frac{d}{L} - ۲$$

$$\frac{\mu_0 I V^2}{2\pi d(L+d)} - ۱$$

$$\frac{\mu_0 I V}{2\pi} \ln \frac{L}{d} - ۴$$

$$\frac{\mu_0 I V d}{2\pi L(L+d)} - ۳$$

۲۱- شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه به صورت $\varphi = 6t^2 + 7t + 1$ نسبت به زمان تغییر می‌کند. بزرگی نیروی محرکه القاء شده در حلقه در لحظه $t = 2s$ چند ولت است؟
 (بر حسب میلی وبر و t بر حسب ثانیه است).

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۴)

$$J = \frac{\mu_0 I V}{2\pi d(L+d)} - ۱$$

$$J = \frac{\mu_0 I V^2}{2\pi d(L+d)} - ۲$$

$$J = \frac{\mu_0 I V}{2\pi L(L+d)} - ۳$$

$$J = \frac{\mu_0 I V d}{2\pi L(L+d)} - ۴$$

فصل هفتم: نیروی محرکه الکتریکی در مدار

$$10 = I_1 \times 4 - 2 + I_1 \times 2 \Rightarrow I_1 = 2A$$

$$-E_T = (I_2 - I_1) \times 4 + I_2 \times 6$$

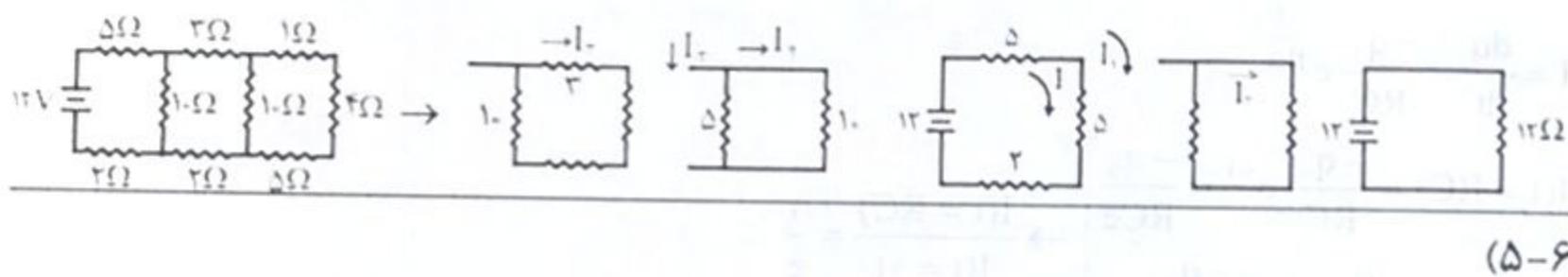
$$-E_T = \left(\frac{1}{2} - 2\right) \times 4 + \left(\frac{1}{2} \times 6\right) \Rightarrow -E_T = \left(-\frac{3}{2}\right) \times 4 + 3$$

$$\Rightarrow E_T = 3V$$

(۱-۵)

$$R_{eff} = 12\Omega$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12V}{12\Omega} \Rightarrow I_1 = I_2 = 1/2A \quad , \quad I_3 = I_4 = \frac{1}{4}A$$



$$\frac{1}{R_{total}} = \sum \frac{1}{R} \quad \text{بنابراین} \quad \frac{1}{R_T} = \frac{4}{R} \quad \frac{1}{4}R = \frac{1}{4}M\Omega$$

$$-RI - \frac{Q}{C} = 0 \quad \text{یا} \quad Q' + \frac{Q}{\tau} = 0 \quad \text{: توسط قانون کیرشهف}$$

$$\tau = RC \quad , \quad Q = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{ثابت زمانی}$$

$$\tau = RC = \frac{1}{4} \times 1.6 \times 10^{-6} = \frac{1}{4} s \quad , \quad I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

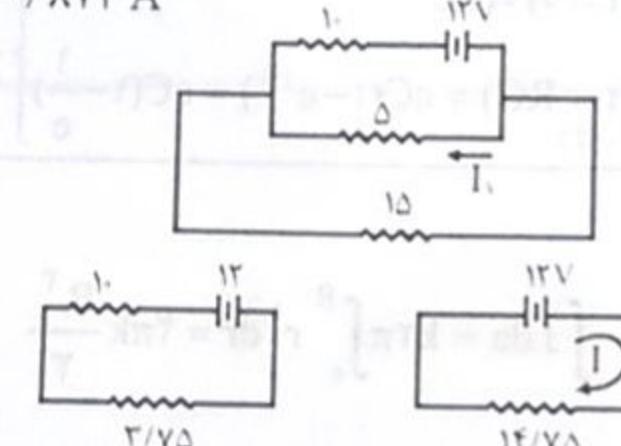
$$I_0 = \frac{V}{R} = 10 \times 10^{-6} \sqrt{\frac{1}{4} \times 10^{-6}} = 4 \cdot A = 4 \cdot e^{-\frac{t}{25}} = 5/4A$$

(۱-۷)

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 3/75 \Omega$$

$$R = R_1 + R_2 = 10/75 \Omega \quad , \quad I = V/R = 10/10/75 = 0.873 A$$

$$10V = 5I_1 + 10I \Rightarrow I_1 = 0.854 A$$



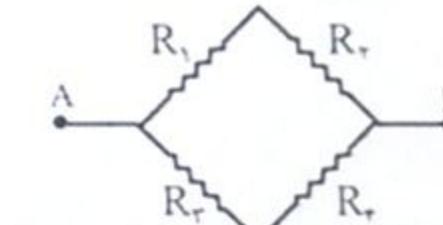
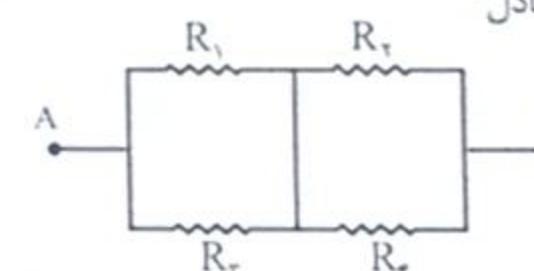
۳-۷ پاسخنامه تشریحی

$$v_d + v_r = \varepsilon \rightarrow \varepsilon - IR - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow \varepsilon = R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \quad , \quad I = \frac{dQ}{dt} \quad (۲-۱)$$

$$\text{که جواب این معادله دیفرانسیل به صورت} \quad Q = C\varepsilon_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad \text{است.}$$

۲-۲ شرط تعادل پل و تستون برابر است با $R_1 R_4 = R_2 R_3$ در شکل چنین شرطی برقرار است بدین صورت که از مقاومت ΔR جریانی عبور نمی‌کند هر یک از دو شکل مدار زیر را می‌توان مدار معادل پل و تستون در حال تعادل در نظر گرفت و مقاومت معادل آن را محاسبه کرد.

$$R_1 + R_2 = 2R + 4R = 6R \quad R_3 + R_4 = 2R + 4R = 6R \Rightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{1}{6R} + \frac{1}{6R} \Rightarrow R_T = 2R$$



(۲-۳)

$$P = I^2 R = R \frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} \quad \text{توان مصرفی}$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 \rightarrow \frac{\varepsilon^2 (r+R)^2 - 2(r+R) R \varepsilon^2}{(r+R)^3} = 0 \Rightarrow R = r$$

۲-۴ با توجه به قانون کیرشهف در هر حلقه $\sum V = 0$ بوده بنابراین در حلقه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت.

$$10 = (I_1 - I_2) \times 4 + I_1 \times 2$$

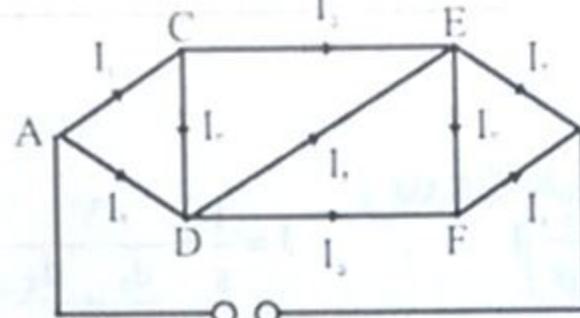
$$-E_T = (I_2 - I_1) \times 4 + I_2 \times 6$$

از مقاومت 4Ω جریان‌های I_1 و I_2 باجهات مخالف عبور می‌کند و از طرفی بنابر فرض مسئله $I_2 = \rho A$ است.

(۲-۱۴)

۳-۱۵) به کمک قانون کیرشوف روابط زیر را داریم:

$$\begin{aligned}I_1 &= I_2 + I_5 \\I_2 + I_3 &= I_4 + I_5 \\(I_2 + I_5 + I_1)r &= U \\(I_2 + I_4)r &= I_5r \\(I_1 + I_2)r &= I_4r\end{aligned}$$



اگر ۵ معادله فوق را حل کنیم خواهیم داشت:

$$I_2 = \frac{6}{5}I_1, \quad I_3 = \frac{1}{5}I_1, \quad I_4 = \frac{3}{5}I_1, \quad I_5 = \frac{4}{5}I_1$$

$$V = \left(1 + \frac{4}{5} + \frac{6}{5}\right)I_1r$$

بدین ترتیب:

$$r_{AB} = \frac{U}{I_1 + I_2} = \frac{5}{11} \frac{U}{I_1} = \frac{5}{11} r$$

۴-۱۶) معادل خازن ۱، ۲، ۳ و ۴ را تعیین کرده و سپس خازن معادل را تعیین می‌کنیم:

$$C_{TF} = C_{12} = \frac{3}{2}C$$

$$C_{K\text{ل}} = \frac{3}{2}C + \frac{3}{2}C = 3C$$

بدین ترتیب بار هر خازن را نیز تعیین می‌کنیم:

$$(q_0) = (q_0)_2 = \frac{1}{2}q_0 = \frac{3}{2}Ce$$

بدین ترتیب:

$$\begin{aligned}q_1(t) &= q_2(t) = q_0(1 - e^{-\frac{t}{RC_{12}}}) \\q &= \frac{3}{2}CE \left[1 - \exp\left(-\frac{2t}{3RC}\right)\right] = \frac{3}{2}CE(1 - e^{-\frac{2t}{3RC}})\end{aligned}$$

(۱-۱۷)

$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi} (\ln(a+b) - \ln d)$$

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-\mu_0 Ib}{2\pi} \left[\frac{d}{a+d} - \frac{d}{d} \right] = \frac{\mu_0 IabV_0}{2\pi r(r+a)}$$

(۴-۸)

$$V_R + V_C = \epsilon$$

$$IR + \frac{q}{C} = \epsilon \rightarrow R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0$$

$$\left. \begin{aligned}I &= I_0 e^{\frac{-t}{RC}} \\I_0 &= \frac{V_0}{R}\end{aligned} \right\} \Rightarrow I = \frac{V_0}{R} e^{\frac{-t}{RC}}$$

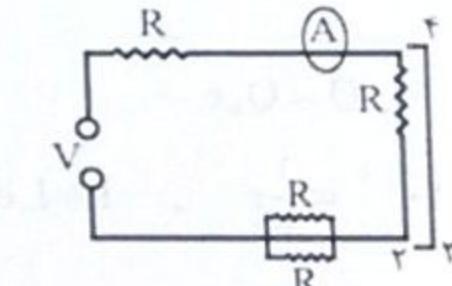
(۱-۹)

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{-q_0}{RC} e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\left. \begin{aligned}I(t=RC) &= \frac{-q_0}{RC} e^{-1} = \frac{-q_0}{RCe} \\I(t=\infty) &= \frac{-q_0}{RC} e^0 = \frac{-q_0}{RC}\end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{I(t=RC)}{I(t=\infty)} = \frac{1}{e}$$

۲-۱۰) به علت بدون مقاومت بودن مسیر ۳ به ۴ جریان از مسیر ۱ به ۲ عبور نمی‌کند و اینرا مقاومت معادل سیستم به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}R_{\text{tot}} &= R + \frac{R^2}{R+R} = \frac{3R}{2} \\I &= \frac{V}{R_{\text{tot}}} = \frac{V}{\frac{3R}{2}} = \frac{2V}{3R}\end{aligned}$$



(۱-۱۱)

$$q(t) = C\epsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$\left. \begin{aligned}q(t=\infty) &= \epsilon C \\q(t=RC) &= \epsilon C(1 - e^{-1}) = \epsilon C(1 - \frac{1}{e})\end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{q(t=RC)}{q(t=\infty)} = 1 - \frac{1}{e}$$

(۱-۱۲)

$$I = \int J da = k 2\pi \int_0^R r^2 dr = 2\pi k \frac{R^3}{3}$$

(۱-۱۳)

فصل هشتم

میدان مغناطیسی و آمپر

۸-۱ خلاصه درس

اگر بار الکتریکی q در یک میدان الکتریکی خارجی \vec{E} ساکن باشد به آن نیروی \vec{F}_e وارد می‌شود به طوری که:

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$

اگر q قادر به حرکت باشد (با سرعت \vec{V} نسبت به یک دستگاه)، همچنان رابطه $\vec{F}_e = q \vec{E}$ برقرار است اما به تجربه در می‌یابیم که نیروی دیگری نیز به شکل زیر به وجود می‌آید:

$$\vec{F}_m = q \vec{V} \times \vec{B}$$

که \vec{F}_m نشانگر یک نیروی مغناطیسی است که به نیروی لورنتز معروف است. معادله اخیر وجود یک نیرویی را در غیاب هر نوع میدان الکتریکی بیان می‌کند، که اولاً متناسب با اندازه‌های q و V است ثانیاً عمود بر \vec{V} و هم جهت با \vec{B} است ثالثاً به گونه‌ای است که اندازه \vec{F}_m با اندازه سینوس زاویه بین \vec{V} و \vec{B} تغییر می‌کند.

که نکته: کار انجام شده توسط F_m روی q (در زمان dt) وقتی q به اندازه d جایه‌جا می‌شود صفر است.

$$dw = F_m \cdot d \vec{r} = F_m \cdot V dt = 0$$

یعنی نیروهای مغناطیسی به تنها ی قادر به انجام کار بر روی ذرات باردار نیستند.

که نکته: در حضور هر دو میدان الکتریکی \vec{E} و مغناطیسی \vec{B} ، نیروی الکترومغناطیسی بر روی بار q به صورت زیر خواهد بود.

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} \right)$$

(۱-۱۸)

$$V = \frac{1}{2} B \omega L^2 \approx \frac{\pi}{4}$$

(۳-۱۹)

$$J = g_1 E_1 + g_2 E_2$$

$$V = \left(\frac{d_2}{\sigma_2 s} + \frac{d_1}{\sigma_1 s} \right) I \quad , \quad J = \frac{I}{s} = \frac{V}{\frac{d_1}{\sigma_1} + \frac{d_2}{\sigma_2}}$$

(۱-۲۰)

$$\phi = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln \frac{L+d}{d} \Rightarrow V = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 I L^2 V}{2\pi d(L+d)}$$

(۳-۲۱)

$$E = \frac{d\phi}{dt} = 12 t + 7 = 12 (2) + 7 = 31 \times 10^{-3} = 0.31 V$$

(۱-۲۲) کاری که با تری انجام می‌دهد تا یک کولن بار را از قطب منفی به قطب مثبت بیاورد نیروی محرکه الکتریکی با تری نامیده می‌شود و آن را با E نشان می‌دهند.

$$\epsilon = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{dw}{dq}$$

لذا ۵ ژول انرژی یعنی ۵ ولت به ازای هر کولن بار



۸-۲ پرسش‌های چند گزینه‌ای

میدان مغناطیسی

- ۱- گشتاور مغناطیسی ذرهای با بار q که تحت تأثیر میدان مغناطیسی ثابت \vec{B} با تندی v (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۲۲) حرکت می‌کند برابر است با:

$$-\frac{1}{2}mV^2 \frac{\vec{B}}{B^2} - 4 \quad -mV^2 \frac{\vec{B}}{B^2} - 3 \quad mV^2 \frac{\vec{B}}{B^2} - 2 \quad \frac{1}{2}mV^2 \frac{\vec{B}}{B^2} - 1$$

- ۲- در آزمایش اثر هال از یک نوار مسی همانند شکل زیر جریان I (از بالا به پایین) می‌گذرد و تحت تأثیر شدت میدان \vec{B} که از خارج به طرف داخل صفحه می‌باشد رابطه بین پتانسیل نقاط x و y چگونه است؟



- ۳- اگر ذره بارداری با بار q - و جرم m با سرعت v وارد یک محیط با شدت میدان مغناطیسی B شود:

- ۱- این دره به حرکت مستقیم خود ادامه خواهد داد.
- ۲- دره توسط محیط به عقب پس زده می‌شود.
- ۳- ذره یک مسیر دایره‌ای با شعاع $\frac{mv}{qB}$ را طی می‌کند.
- ۴- ذره یک مسیر دایره‌ای به شعاع $\frac{2mv}{qB}$ را طی خواهد کرد.

- ۴- سیمی به طول ۱۰۰ سانتی‌متر جریانی برابر ۱ آمپر را در ناحیه‌ای که میدان مغناطیسی برابر ۱۰۰ تسلا در جهت x وجود دارد حمل می‌کند. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را محاسبه کنید. (توجه: زاویه بین سیم و محور x ها برابر ۴۵ می‌باشد). (آزمون GRE)

$$-20/\sqrt{2}N - 4 \quad -141/\sqrt{2}N - 3 \quad 141/\sqrt{2}N - 2 \quad 20/\sqrt{2}N - 1$$

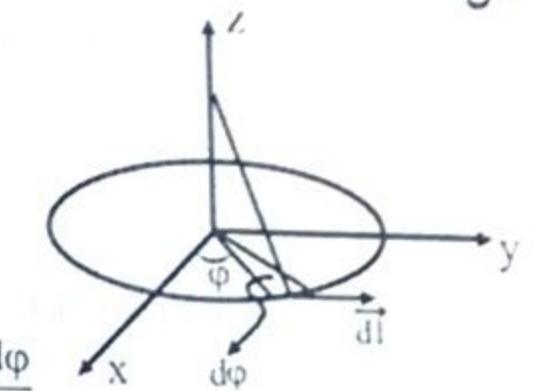
حل:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{r} = z\hat{k}, \quad \vec{r}' = R'\hat{r}$$

$$d\vec{\ell} = (R d\phi) \hat{\phi}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{(R d\phi) \hat{\phi} \times (z\hat{k} - R\hat{r})}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int \frac{(z\hat{\phi} \times \hat{k} - R\hat{\phi} \times \hat{r}) d\phi}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$



همچنان که $d\vec{\ell}$ به دور حلقه می‌گردد (جمع‌بندی می‌گردد) تسهیل مولفه \vec{B} که پدیدار می‌شود در طول محور z هاست یعنی $\vec{B} = B\hat{k}$ و لذا:

$$B_z = \vec{B} \cdot \hat{k}$$

$$\hat{\phi} \times \hat{k} = \hat{r}, \quad \hat{\phi} \times \hat{r} = -\hat{k}$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int \frac{(z\hat{r} + R\hat{k})}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \hat{k} d\phi = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \frac{R}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi} d\phi \Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

ولذا در مرکز حلقه داریم: $(z = 0)$

$$B = \frac{\mu_0 I}{zR}$$

مثال: میدان مغناطیسی جریانی را که از کمانی به شعاع R و زاویه مرکزی α می‌گذرد، در مرکز کمان بیابید.

حل: مرکز کمان را منطبق بر مبدأ محورهای مختصات اختیار می‌کنیم.

$$d\vec{\ell} = R\hat{\phi} d\phi, \quad \vec{r} = 0, \quad \vec{r}' = R\hat{r}$$

$$d\vec{\ell} \times (\vec{r} - \vec{r}') = R d\phi \hat{\phi} \times (-R\hat{r}) = -R^2 d\phi (\hat{\phi} \times \hat{r}) = R^2 d\phi \hat{k}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \hat{k} \int_0^\alpha \frac{R^2 d\phi}{(R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 I \alpha}{4\pi} \hat{k} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \alpha$$

۹- یک پروتون با سرعت v در جهت مخالف با جهت میدان مغناطیسی B حرکت می‌کند نیروی مغناطیسی اعمال شده بر پروتون برابر است با:

$$4 - \text{صفر}$$

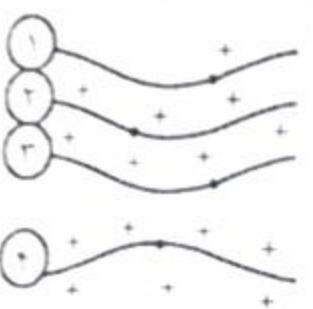
$$Bv - 3$$

$$Bev - 1$$

$$Bev - 2$$

۱۰- مسیر حرکت چهار ذره درون یک میدان مغناطیسی مطابق شکل است درباره بار الکتریکی هر کدام از ذرات فوق به ترتیب از یک تا چهار چه می‌توان گفت؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)



۱- منفی- مثبت- صفر- مثبت

۲- منفی- مثبت- صفر- منفی

۳- مثبت- منفی- صفر- منفی

۴- مثبت- منفی- منفی- مثبت

۱۱- بار الکتریکی مثبت 10^{-5} کولن در میدان الکتریکی یکنواختی به شدت 10^4 نیوتن برگولن قرار دارد. مقدار نیرویی که در این میدان بر بار الکتریکی وارد می‌شود چند نیوتن است؟

(آزمون کارشناسی ارشد بهداشت حرفه‌ای ۷۹)

$$10^{-4}$$

$$10^{-3}$$

$$10^{-2}$$

$$10^{-1}$$

۱۲- برای یک الکترون که با سرعت v در یک میدان مغناطیسی B حرکت می‌کند.....

(آزمون کارشناسی ارشد فلسفه علم ۸۰)

۱- وقتی v عمود بر B است حداکثر نیرو وارد می‌شود.

۲- وقتی v مواری با B است حداکثر نیرو وارد می‌شود

۳- به الکترون فقط در میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود ولی در میدان مغناطیسی نیرو وارد نمی‌شود.

۴- وقتی v عمود بر B است بیرون صفر است.

۱۳- الکترونی با بار ویژه $\frac{e}{m}$ در راستای عمود بر میدان مغناطیسی B بر روی دایره‌ای به مساحت S در حرکت است. انرژی جنبشی الکترون در واحد جرم مساوی است با:

۵- اثر هال مربوط می‌شود به:

۱- رفتار امواج در شبکه‌هایی با فاصله منظم به عنوان تداخل سازنده

۲- تولید ولتاژ وقتی که یک هادی حامل جریان در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته است

۳- عیرواقعی ترین بیان از نتایج قانون عکس مجددی کولمب

۴- امواج هیدرودینامیک مغناطیسی

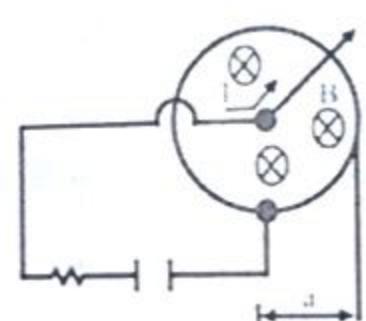
۶- در شکل زیر عقربه با حلقه تماس الکتریکی دارد و هر دو از جنس هادی کامل هستند.

جریان I در جهت نشان داده شده از عقربه می‌گذرد و در این فضا میدان مغناطیسی

خارجی B به طرف داخل صفحه کاغذ برقرار شده است. مقدار و جهت بردار گشتاور

نیروی (T) مؤثر بر عقربه به مرتع مرکز دایره عبارتست از:

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۸)



$$1 - \frac{1}{2}IB_a$$

$$2 - \frac{1}{2}IB_a$$

$$3 - \frac{1}{2}IB_a$$

$$4 - \frac{1}{2}IB_a$$

۷- یک ذره به جرم m و بار q با سرعت v در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B حرکت

می‌کند. آنگاه:

۱- انرژی جنبشی ذره صفر است.

۲- انرژی جنبشی ذره نسبت به مکان ثابت است.

۳- انرژی جنبشی ذره نسبت به میدان ثابت است.

۴- انرژی جنبشی ذره نسبت به زمان ثابت است.

۸- الکترونی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت بر روی محیط دایره‌ای در صفحه $z=0$

حرکت می‌کند. با فرض آنکه $B = 10^{-3} \text{ A}_z \text{ Wb/m}^2$ و سرعت اولیه الکترون در $t=0$ برابر

با $\frac{m}{a_x} = 2000 \text{ m/s}$ باشد، مطلوبست محاسبه نیروی F که در زمان $t=6 \text{ ns}$ بر الکترون

وارد می‌شود. $(\text{کترون}) = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $(\text{الکترون}) = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

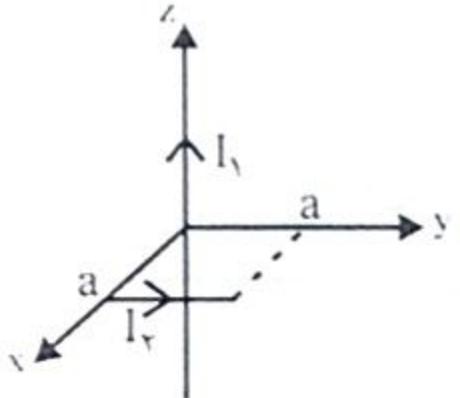
$$1 - \frac{1}{2} \times 10^{-19} \text{ N}$$

$$2 - \frac{3}{8} \times 10^{-19} \text{ N}$$

$$3 - \frac{3}{2} \times 10^{-19} \text{ N}$$

$$4 - \frac{2}{4} \times 10^{-19} \text{ N}$$

- ۱۹- یک سیم نامتناهی حامل جریان I_1 روی محور Z و یک قطعه سیم حامل جریان I_2 در $X=a$ ، $Z=0$ با جهت‌های نشان داده شده مفروضند. نیرویی که سیم نامتناهی به قطعه سیم وارد می‌کند، چقدر است؟ (آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۲۹)



- ۲۰- هادی به طول 4 m حامل جریانی به شدت 10 در راستای محور Y به مختصات $Y=\pm 2\text{ m}$ قرار دارد. اگر میدان موجود در فضا برابر با $B = 0.05a_x T$ باشد کدامیک از گزینه‌ها کار لازم جهت حرکت دادن هادی به موازات خودش با سرعت $z=2\text{ m/s}$ را بیان می‌کند؟

$$20(\text{j}) - 4 \quad 16(\text{j}) - 2 \quad 40(\text{j}) - 1$$

- ۲۱- نشان دهید فرکانس دوران برای الکترون در محیط میدان مغناطیسی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$4 - \text{هیچ کدام} \quad \frac{eB}{2\pi m} - 3 \quad \frac{eB}{2m} - 2 \quad \frac{eB}{m} - 1$$

- ۲۲- ذراتی به جرم m و بار q بدون انحراف با سرعت ثابت از ناحیه‌ای از فضا عبور می‌کنند در این ناحیه میدان الکتریکی \vec{E} و میدان مغناطیسی \vec{B} هر دو نسبت به جهت باریکه ذرات عرضی بر یکدیگر عمودند اندازه سرعت ذرات چقدر است؟

$$\frac{F}{B \cos \theta} - 4 \quad \frac{F}{B} - 3 \quad \frac{F}{B \sin \theta} - 2 \quad \frac{E}{B} - 1$$

- ۲۳- سیمی به طول 100 سانتی‌متر جریانی برابر یک آمپر را در ناحیه‌ای که میدان مغناطیسی برابر 100 تسلای متری در جهت x وجود دارد حمل می‌کند. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را محاسبه کنید. توجه کنید که زاویه بین سیم و محور x برابر 45 درجه می‌باشد.

$$\frac{\bar{e}^2 B^2 S}{2\pi} - 4 \quad \frac{\bar{e} B^2 S}{2\pi} - 3 \quad \frac{\bar{e}^2 B^2 S}{2} - 2 \quad \frac{\bar{e} B^2 S}{2} - 1$$

- ۱۴- ذره بارداری به جرم m و بار الکتریکی q در راستای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت B با سرعت در روی دایره‌ای به شاعر r در چرخش است. دوره تناوب این ذره به کدام کمیت‌ها وابسته است؟

$$B, m - 4 \quad r, B, q - 3 \quad v, B, q - 2 \quad B, q, m - 1$$

- ۱۵- شاعر انحنای مسیر در سیکلوترون الکتریکی با انرژی 100 eV در میدان مغناطیسی 10^{-4} T تسلای زمین چند سانتی متر است؟ $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\text{ kg}$

$$2/8 \times 10^{-6} - 4 \quad 2/8 - 3 \quad 24 - 2 \quad 0.24 - 1$$

- ۱۶- اگر در نقطه‌ای از فضا به فاصله r شدت میدان مغناطیسی برابر E و شدت میدان مغناطیسی برابر B باشد، در این صورت نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذره با بار الکتریکی Q و سرعت v کدام است؟

$$\frac{\mu_0}{4\pi} Q \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} - 4 \quad K \frac{Q}{r^2} - 3 \quad Q(E + \vec{v} \times \vec{B}) - 2 \quad Q \vec{v} \times \vec{B} - 1$$

- ۱۷- جریان دائم $I = 30\text{ A}$ از حلقه سیمی نازک به شکل مربع به ضلع 1 m مطابق شکل در صفحه $Z=0$ مفروض است. چگالی شار مغناطیسی $B = 0.5X^2 a_y$ در فضا حضور دارد. گشتاور نیروی اعمالی از طرف میدان به حلقه جریان را به دست آورید.

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۲۷)



- ۱۸- یک سیم نازک نامحدود با جریان ثابت I به طور موازی و هم جهت با یک جریان سطحی یکنواخت نامحدود $k \left(\frac{A}{M} \right)$ و به فاصله d از آن در خلا قرار گرفته است نیروی وارد بر واحد طول سیم کدام عبارت است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۲۹)

۲- الکترون با سرعت متعیر در راستای B به حرکتش ادامه می‌دهد.

۳- بر روی الکترون کاری انجام نمی‌شود و در نتیجه در جای خود باقی می‌ماند.

۴- الکترون با سرعت ثابت $\frac{m}{q}V$ در راستای B به حرکتش ادامه می‌دهد.

۲۸- بردار سرعت الکترونی بر حسب یکای متر بر ثانیه $j = 2 \times 10^6 i + 3 \times 10^6 i$ است. این الکترون وارد میدان مغناطیسی $B = 0.03i - 0.15j$ بر حسب تسلا می‌شود. نیروی وارد بر الکترون در راستای z چند برابر بار الکترون (e) است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۲)

$$51 \times 10^{-4} - 39 \times 10^{-4} - 21 \times 10^{-5} - 12 \times 10^{-5}$$

۲۹- کدام گزینه نیروی وارد بر یک ذره ساکن با بار Q واقع در یک میدان الکتریکی به شدت E و میدان مغناطیسی به شدت B را که در نقطه‌ای از فضا به فاصله r قرار دارد نشان می‌دهد؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۳)

$$\frac{\mu_0}{4\pi} Q \frac{V \times r}{r^3} - 4 \quad Q(V \times B) - 3 \quad QE - 2 \quad Q(E + V \times B) - 1$$

۳۰- رابطه‌ای که حرکت ذره باردار متحرک را در یک میدان مغناطیسی توصیف می‌کند عبارت است از $F = qV \times B$ که q بار ذره، V سرعت و B بردار میدان مغناطیسی است. با توجه به این رابطه اگر یک الکترون و یک پروتون با سرعت یکسان وارد ناحیه‌ای شوند که در آن میدان مغناطیسی B وجود دارد مقدار انحراف کدام ذره بیشتر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۴)

۱- الکترون
۲- پروتون

۳- مقدار انحراف هم اندازه است.
۴- هیچ کدام منحرف نمی‌شوند

۳۱- روابطی که حرکت ذره باردار متحرک را در یک میدان مغناطیسی توصیف می‌کند عبارتند از: $F = qV \times B$ که در آنها q بار، V سرعت، m جرم، a شتاب و B شدت میدان مغناطیسی است. با توجه به این رابطه کدامیک از گزینه‌های زیر غلط است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۵)

۱- بزرگی نیروی انحراف دهنده مستقیماً با بار q و سرعت V ذره متناسب است.

آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی (۷۷)

$$- 4 - صفر \quad 141/4 N\hat{Z} - 2 \quad 70/7 N\hat{Z} - 1$$

۲۴- یک کره رسانای به شعاع a بر اثر دشارژ در هوا در تمام جهت‌ها بار خود را از دست می‌دهد و جریان کل I است در ضمن دشارژ، میدان مغناطیسی در فاصله $a > 2$ از مرکز کره برابر است با (در SI):

$$1 - صفر \quad 2 \times 10^{-7} \frac{I}{a} - 2 \quad 2 \pi \times 10^{-7} \frac{I}{r} - 3$$

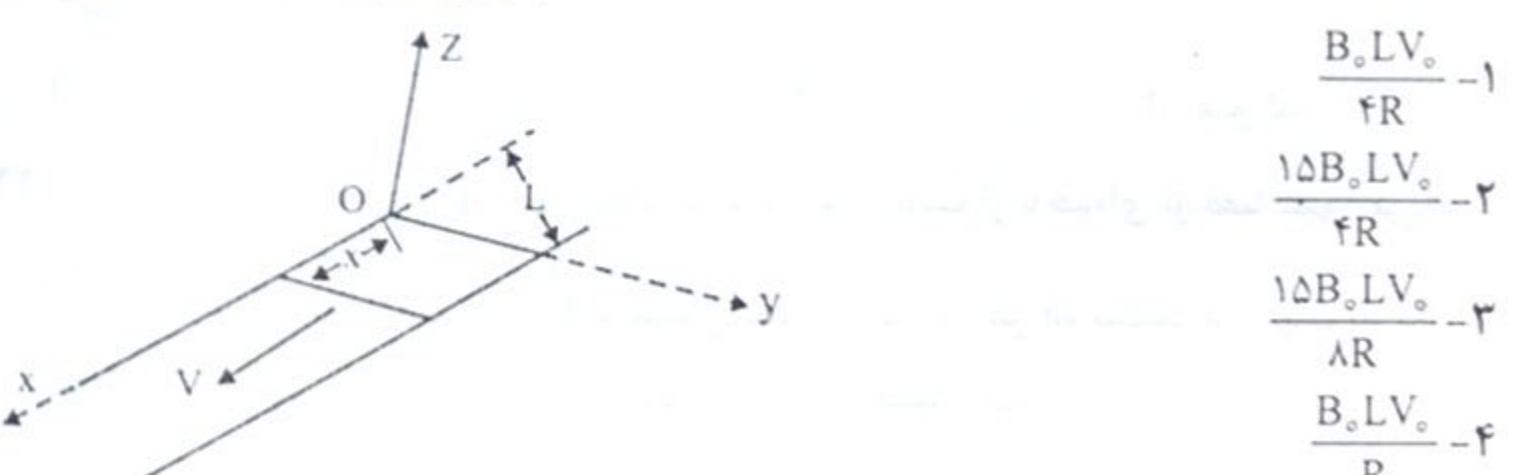
۲۵- در یک سیکلوترون برای شتاب دادن ذراتی به جرم $1.7 \times 10^{-27} kg$ و بار $1.6 \times 10^{-19} C$ با یک ولتاژ متناوب به فرکانس $10^6 Hz$ اندازه میدان مغناطیسی مناسب (B) چقدر است؟

$$0.75 T - 4 \quad 5/42 \times 10^{-2} T - 3 \quad 1/25 \times 10^{-3} T - 1$$

۲۶- میله رسانای متحرکی به طول L بر روی قاب فلزی در صفحه افقی xy با سرعت ثابت

$$i = v_0 B_0 \left(2 - \frac{x^2}{2L^2} \right) k \quad \text{در فضا وجود دارد. اگر}$$

مقاومت الکتریکی میله R و مقاومت الکتریکی ریل ناچیز باشد، در لحظه‌ای که $x = \frac{L}{2}$ است جریانی که از میله عبور می‌کند کدام است؟ در لحظه $t = 0$ میله در $x = 0$ قرار دارد.
(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۴)



۲۷- الکترونی به جرم m و بار q با سرعت اولیه V_0 وارد محیطی با چگالی شار مغناطیسی یکنواخت B می‌شود به طوری که بردار سرعت بر بردار B عمود باشد. کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۴)

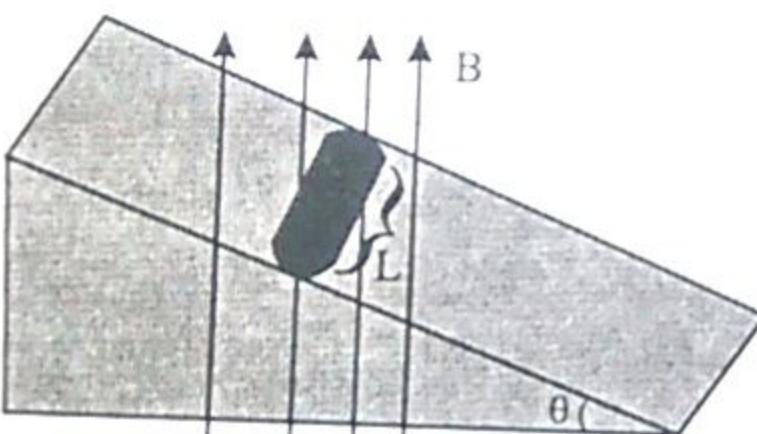
$$1 - الکترون با سرعت ثابت بر روی مسیر دایره‌ای به شعاع \frac{mV_0}{qB} به حرکتش ادامه می‌دهد.$$

- ۱- پایدار ۲- پایدار
 ۳- بی تفاوت ۴- نوع حاملین جریان و چگالی آنها
 ۳۶- کدام گزینه تعریف و کاربرد سیم پیج هلمهولتز را در ژئوفیزیک بیان می‌کند؟
 (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)

۱- منظور از سیم پیج هلمهولتز همان سیم‌لوله است که با آن میدان مغناطیسی یکنواخت ایجاد می‌کند.

۲- در الکتریسیته قصیه هلمهولتز داریم، اما سیم پیج هلمهولتز نداریم.
 ۳- دو حلقه سیم دایره‌ای شکل که تعداد سیم پیج‌های آنها مساوی و فاصله بین مرکز آنها مساوی با شعاع آنها باشد. در ژئوفیزیک برای کالیبره کردن مگنتومترها از این دستگاه استفاده می‌شود.
 ۴- دو حلقه سیم پیج مشابه که میدان مغناطیسی یکدیگر را حشی می‌کند و میدانی در مرکز ایجاد نمی‌شود.

۳۷- شکل یک استوانه چوبی به جرم m ، شعاع R و طول L را نشان می‌دهد که N دور سیم به دور آن طوری پیچیده شده است که صفحه حلقه سیم محور استوانه را در بر بگیرد. حداقل جریان حلقه چقدر باشد تا مانع غلتش استوانه بر روی سطح شیبدار به زاویه θ شود؟
 (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)



$$\begin{aligned} i &= \frac{IBN}{2mg} - 1 \\ i &= \frac{2mgN}{LB} - 2 \\ i &= \frac{mg}{NLB} - 3 \\ i &= \frac{mg}{2NLB} - 4 \end{aligned}$$

۳۸- یک حلقه سیمی به شعاع $r = 10\text{ cm}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0.80\text{ T}$ که بر صفحه حلقه عمود است، قرار دارد. شعاع این حلقه با آهنگ $\frac{dr}{dt} = 8.0\text{ cm/sec}$ کاهش می‌یابد.

نیروی حرکه القایی E در حلقه چقدر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)

$$\cdot 8.0\text{ Volt} - 4 \quad \cdot 4.0\text{ Volt} - 3 \quad \cdot 2.0\text{ Volt} - 2 \quad \cdot 0.004\text{ Volt} - 1$$

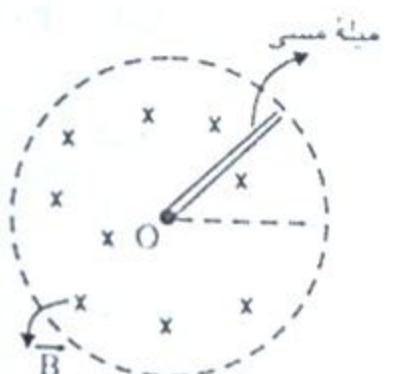
۲- میدان مغناطیسی بر بار الکتریکی که به موازات میدان حرکت می‌کند نیرویی وارد می‌کند.
 ۳- نیروی مغناطیسی همیشه به طور حابی بر یک بار متحرک اثر می‌کند و ابرازی حسنه آن را تعییر می‌دهد.

۴- میدان مغناطیسی، ذرات بارداری که دارای اندازه سرعت $|V|$ و بار و حرم یکسان هستند به یک میزان منحرف می‌کند.

۳۲- پروتونی با سرعت $\frac{m}{s}$ در ناحیه‌ای از فضا که در آن میدان مغناطیسی $\vec{B} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ وجود دارد حرکت می‌کند. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره برابر (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۲) است با:

$$\begin{aligned} e(-1\hat{i} + 7\hat{j} + 8\hat{k})N &- 2 \\ e(1\hat{i} - 7\hat{j})N &- 4 \\ e(1\hat{i} + 7\hat{j} + 8\hat{k})N &- 3 \end{aligned}$$

۳۳- یک میله مسی به طول L با سرعت زاویه‌ای ω در میدان مغناطیسی یکنواخت B مطابق شکل دوران می‌کند. نیروی حرکه القایی E در دو سر میله برابر است با:
 (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۲)



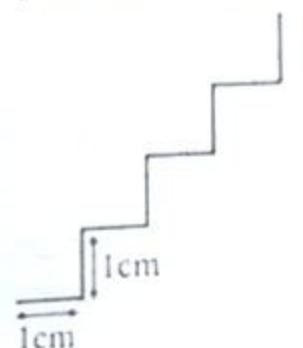
$$\begin{aligned} \frac{B\omega}{L} - 1 \\ \frac{1}{2}B\omega L^2 - 2 \\ B\omega L - 3 \\ B\omega L^2 - 4 \end{aligned}$$

۳۴- در یک سیم مستقیم و افقی جریان I برقرار است. این سیم در یک میدان مغناطیسی به شدت B قرار داشته و در تعادل است. اگر چگالی سیم 100 g/m برابر با $1000\text{ سانتی متر بر مجذور ثانیه}$ باشد، رابطه بین I و B کدام است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۳)

$$\begin{aligned} I &= \frac{1000}{B} - 4 \quad I = \frac{1000}{B} - 3 \quad I = \frac{100}{B} - 2 \quad I = \frac{1}{B} - 1 \end{aligned}$$

۳۵- رابطه $\vec{B} \times \vec{\tau} = \vec{\tau}$ را در نظر بگیرید. اگر حلقه جریانی را در میدان مغناطیسی قراردهیم و زاویه بین محور حلقه و میدان صفر باشد، نوع تعادل این حلقه در میدان چگونه است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)

۴۹- تکه‌ای از یک سیم حامل جریان $1A$ را مطابق شکل به صورت پله پله خم کرده‌ایم. این پله‌ها در یک صفحه و عمود بر میدان مغناطیسی $T = 100$ قرار دارد نیروی وارد بر این تکه سیم چند نیوتون است؟ (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۶)



$$2.8 \times 10^{-4}$$

$$4.0 \times 10^{-4}$$

$$5.7 \times 10^{-4}$$

$$8.0 \times 10^{-4}$$

۴۰- الکترونی با انرژی جنبشی $1/6eV$ وارد ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 1T$ می‌شود. راستای سرعت ورود الکترون به میدان مغناطیسی با راستای B زاویه 45° درجه می‌سازد. گام مسیر مارپیچی الکترون تقریباً کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۶)

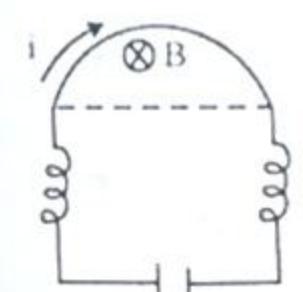
$$1/8 \times 10^{-3} \text{ mm} - 1$$

$$2 \times 10^{-3} \text{ mm} - 2$$

$$3 \times 10^{-3} \text{ mm} - 3$$

۴۱- مطابق شکل زیر سیمی به شکل نیم دایره با شعاع r به دو فنر و یک باتری متصل و در حال تعادل است: اگر میدان مغناطیسی یکنواخت B که جهت آن به طرف داخل صفحه است در ناحیه بالای خطچین برقرار باشد، مجموع کشش فنرها برابر است با:

$$(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۸۵)$$



$$2iBr - 1$$

$$iBr - 2$$

$$1/2 iBr - 3$$

$$4iBr - 4$$

۴۲- یک یون یک بار مثبت لیتیم دارای جرم $1/16 \times 10^{-26} \text{ kg}$ است. اگر این ذره در اختلاف پتانسیل $2760V$ شتاب گرفته و سپس در یک میدان مغناطیسی به شدت $0.6T$ که عمود بر جهت حرکتش است وارد شود، شعاع حرکت این یون در میدان مغناطیسی چند سانتی متر است؟ ($e = 1/16 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$33 - 1$$

$$3/3 - 2$$

$$0.033 - 3$$

۴۳- یک سیم رسانا که جرم واحد طول آن $\frac{kg}{m} = 0.4$ است، حامل جریان $4A$ می‌باشد که جهت جریان به سمت شرق است. حداقل میدان مغناطیسی لازم برای غلبه بر وزن سیم

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2} \right) \text{ چند تسل است؟}$$

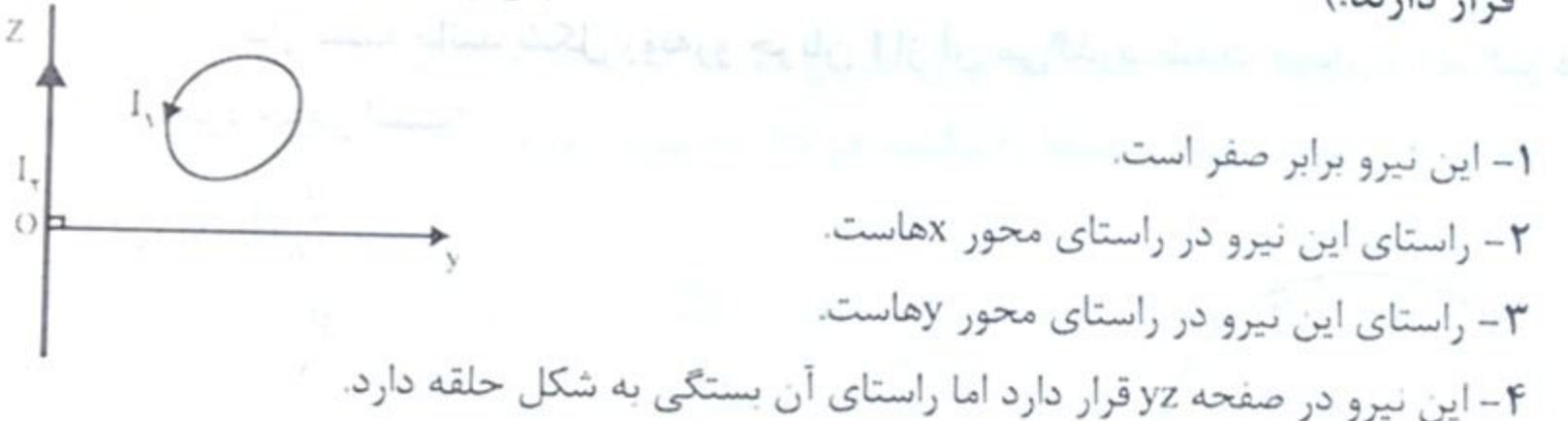
$$10 - 4$$

$$1 - 3$$

$$0/1 - 2$$

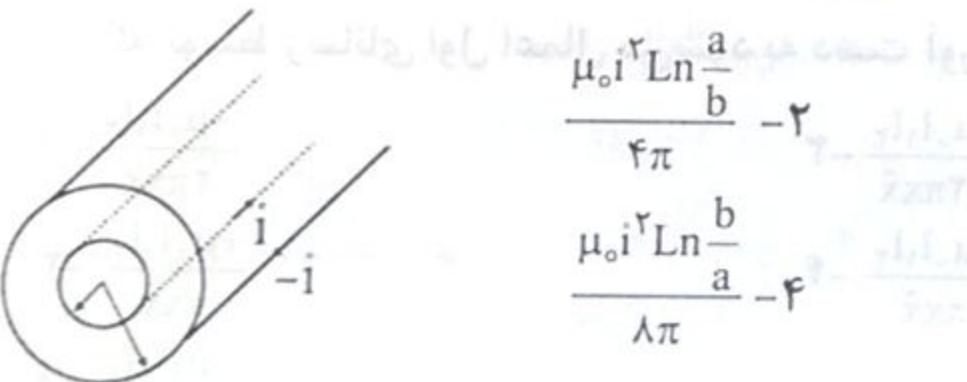
$$0/01 - 1$$

۴۴- حلقه بسته‌ای به شکل دلخواه نزدیک یک سیم بسیار بلند مستقیم قرار دارد. جریان‌های الکتریکی I_1 و I_2 به ترتیب از حلقه و سیم می‌گذرند. کدام گزینه در مورد نیروی وارد از طرف سیم مستقیم به حلقه، درست است؟ (سیم و حلقه در صفحه yz می‌شود. راستای سرعت ورود الکترون به میدان مغناطیسی با راستای B زاویه 45° درجه قرار دارند.) (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۵)



آمپر

۴۵- یک کابل هم محور دایره‌ای بسیار طویل با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b مطابق شکل وجود دارد. از هادی داخل و خارج که بین آن‌ها عایق است جریان i در جهت‌های مخالف هم و به موازات محور کابل عبور می‌کند انرژی مغناطیسی ذخیره شده بر واحد طول کابل کدام است؟



$$\frac{\mu_0 i^2 L n \frac{a}{b}}{4\pi} - 2$$

$$\frac{\mu_0 i^2 L n \frac{b}{a}}{8\pi} - 4$$

$$\frac{\mu_0 i^2 L n \frac{b}{a}}{2\pi} - 1$$

$$\frac{\mu_0 i^2 L n \frac{b}{a}}{4\pi} - 3$$

۴۶- به کمک قانون آمپر میدان مغناطیسی را در چنبره‌ای (با N دور سیم حامل جریان I) به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و فاصله r وسط a و b به دست آورید.

$$\begin{aligned} \text{1} & \frac{\mu_0 NI}{2\pi(a+b)} \\ \text{2} & \frac{\mu_0 NI}{\pi(a+b)} \\ \text{3} & \frac{\mu_0 NI}{\pi b} \\ \text{4} & \frac{\mu_0 I}{\pi(a+b)} \end{aligned}$$

۴۷- در یک مدار بسته مانند شکل رو به رو جریان I از آن می‌گذرد. شدت میدان در مرکز دو نیم دایره چقدر است؟

$$\begin{aligned} \text{1} & \frac{\mu_0 I}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \\ \text{2} & \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \\ \text{3} & \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \\ \text{4} & \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \end{aligned}$$

۴۸- دو رسانای موازی که با فاصله $r = 10\text{ cm}$ از هم جدا شده‌اند جریان‌های $I_1 = 1/5\text{ A}$ و $I_2 = 2\text{ A}$ را که هم جهت نیز هستند حمل می‌کنند نیروی وارد بر واحد طول رسانای دوم را که توسط رسانای اول اعمال می‌شود به دست آورید.

$$\begin{aligned} \text{1} & \frac{-\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x \hat{x}} \\ \text{2} & \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x \hat{x}} \\ \text{3} & \frac{+\mu_0 I_1 I_2}{\pi x \hat{x}} \\ \text{4} & \frac{\mu_0 I_1 I_2}{x \hat{x}} \end{aligned}$$

فصل هشتم: میدان مغناطیسی و آمپر

۴۹- دو سیم به شکل دو نیم دایره با شعاع‌های یکسان a , مانند شکل به یکدیگر متصل شده‌اند نیمه بالایی دارای مقاومت $2R\Omega$ و نیمه پایینی دارای مقاومت $R\Omega$ می‌باشد.

(GRE) میدان مغناطیسی را در مرکز دایره بحسب جریان I بیابید.

$$\begin{aligned} \text{1} & \left(\frac{\mu_0 I}{12a} \right) \hat{z} \\ \text{2} & \left(\frac{\mu_0 I}{4a} \right) \hat{z} \\ \text{3} & -\left(\frac{\mu_0 I}{6a} \right) \hat{z} \\ \text{4} & -\left(\frac{\mu_0 I}{4a} \right) \hat{z} \end{aligned}$$

۵۰- از پیچه هلmholtz در آزمایشگاه برای تعیین نسبت بار به جرم الکترون استفاده می‌شود. میدان مغناطیسی بین پیچه‌ها را بیابید، هرگاه N تعداد دورها و R شعاع باشد.

(GRE) میدان مغناطیسی

$$\begin{aligned} \text{1} & \frac{4N\mu_0 I}{5\pi R} \\ \text{2} & \frac{N\mu_0 I}{2\pi R} \\ \text{3} & \frac{2N\mu_0 I}{5\pi R} \\ \text{4} & \frac{N\mu_0 I}{\pi R} \end{aligned}$$

۵۱- میدان مغناطیسی یک حلقه دایروی به شعاع r را که در صفحه xy واقع شده است برای

(GRE) یک نقطه دلخواه در طول محور بیابید حلقه حامل جریان I است.

$$\begin{aligned} \text{1} & \frac{\mu_0 I r^2}{2r} \\ \text{2} & \frac{(r^2 + z^2)^2}{\mu_0 I r^2} \\ \text{3} & \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + z^2)^2} \\ \text{4} & \frac{\mu_0 I r^2}{4(r^2 + z^2)^2} \\ \text{5} & \frac{\mu_0 I r^2}{4(r^2 + z^2)^2} \end{aligned}$$

۵۲- میدان مغناطیسی در سیم حامل جریان محدود در نقطه P شکل داده شده را بیابید؟

(GRE)

فصل هشتم: میدان مغناطیسی و آمپر

۵۶- پیچ چنبره‌ای به شعاع متوسط R حامل N دور سیم پیچ است که جریانی به شدت I از آن می‌گذرد چنانچه هسته پیچ دارای ضریب گذردگی مغناطیسی μ باشد کدام پاسخ برای اندازه چگالی شار مغناطیسی در مرکز سطح مقطع پیچ صحیح است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی هسته‌ای) (۲۸)

$$\frac{\mu_0 N I}{2\pi R} - 1 \quad \frac{\mu_0 I}{2\pi R} - 2 \quad \frac{\mu_0 N I}{4\pi R} - 3 \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi R[\cos \theta + \cos \theta']} - 4$$

۵۷- استوانه‌ای نامحدود با چگالی بار λ و شار جریان I در چارچوب مرجع K در حال سکون است. سرعت چارچوب $'K'$ را وقتی که میدان الکتریکی صفر است بیابید یعنی در آن (آزمون GRE)

$$V = \frac{c}{2} - 1 \quad V = \frac{\lambda}{\epsilon_0 \mu_0 I} - 2$$

$$V = \frac{c}{4} - 3 \quad V = \frac{\lambda \epsilon_0 \mu_0}{I} - 4$$

۵- عیممکن است.

۵۸- جریان‌های I_1 و I_2 از دو سیم موازی می‌گذرد چنانچه این جریان‌ها هم جهت باشند نیروی که سیم‌ها بر هم اثر می‌دهند:

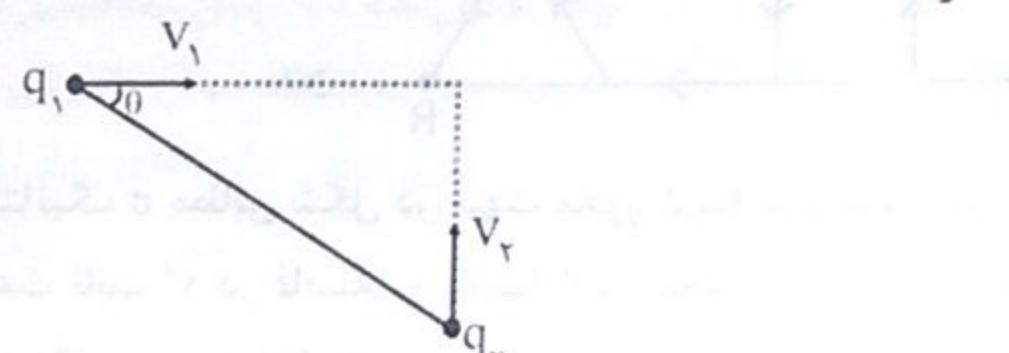
۱- جاذبه است.

۲- دافعه است.

۳- دو نیروی هم جهت است.

۴- تابع قانون عمل و عکس العمل نیست.

۵۹- بار الکتریکی q_1 با سرعت v_1 و بار الکتریکی q_2 با سرعت v_2 مطابق شکل در راستاهای عمود بر هم در حرکتند. بردارهای v_1 و v_2 در یک صفحه قرار دارند. اگر F_{12} نیروی مغناطیسی وارد بر بار q_2 از طرف بار q_1 باشد، در لحظه‌ای که $\theta = 30^\circ$ کدام گزینه درست است؟

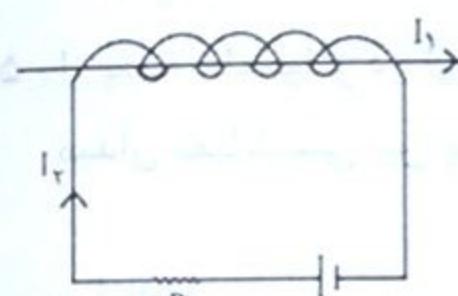


۱- $F_{12} = -F_{21}$ و راستای هر دو نیرو در راستای خط واصل بین دو بار است.
۲- $|F_{12}| \neq |F_{21}|$ و راستای دو نیرو عمود بر یکدیگر است.

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} - 1 \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi r[\cos \theta - \cos \theta']} - 2 \quad \frac{\mu_0 I}{2\pi r[\cos \theta - \cos \theta']} - 3$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi r[\cos \theta + \cos \theta']} - 4 \quad \frac{\mu_0 I}{2\pi r} - 5$$

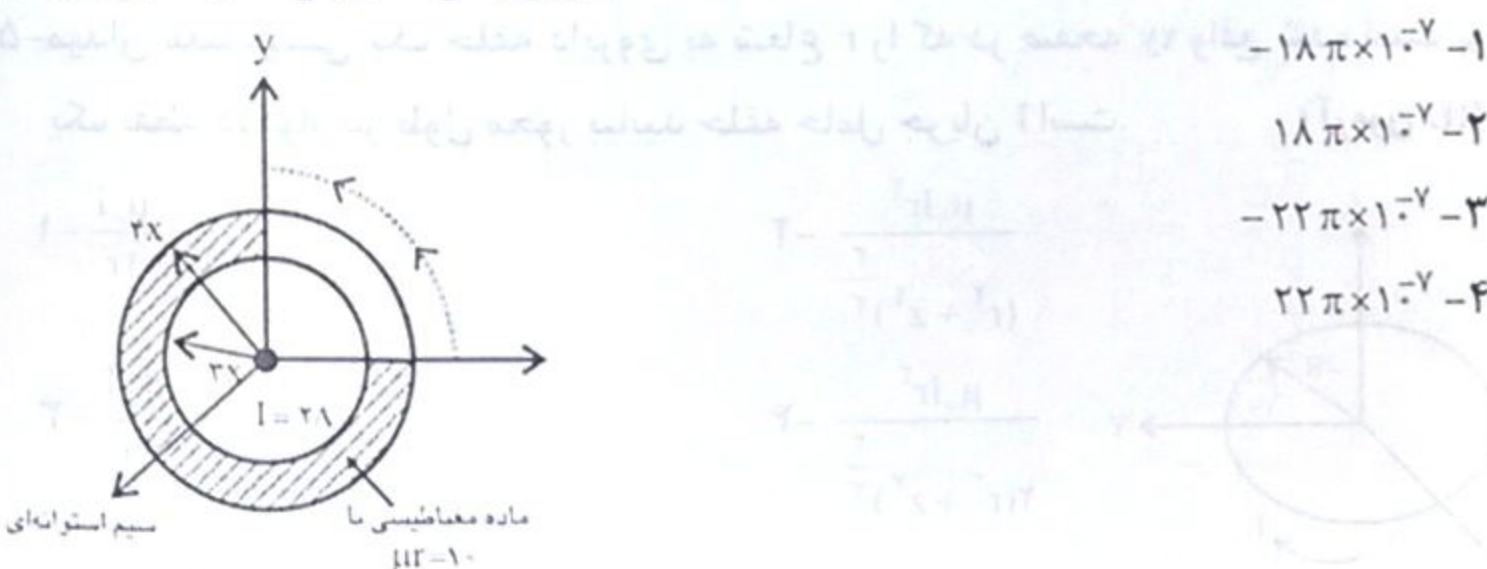
۵۳- مطابق شکل یک سیم با جریان I_1 در محور سیم‌وله‌ای (سیم پیچی) قرار دارد اگر از سیم‌وله جریان I_2 عبور کند سیم در اثر میدان مغناطیسی سیم‌وله:



- ۱- از طرف راست به خارج سیم‌وله رانده می‌شود.
- ۲- بی حرکت می‌ماند.
- ۳- از طرف چپ به خارج سیم‌وله رانده می‌شود.
- ۴- به سطح جانبی سیم‌وله حذب می‌شود.

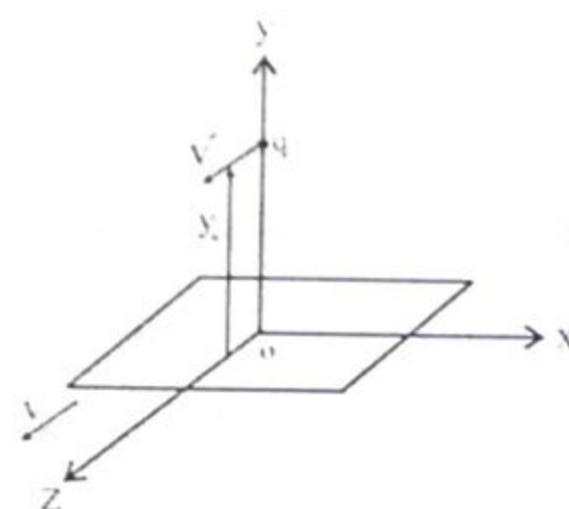
۵۴- در شکل مقابل سیم و ماده مغناطیسی در امتداد محور Z کشیده شده‌اند. اگر جهت جریان در سیم خارج از صفحه کاغذ باشد، حاصل انتگرال $\int B \cdot d\vec{l}$ روی مسیر خطچین چند $\frac{Wb}{m}$ است؟ (ابعاد داده شده به متر بوده و $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ است).

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق) (۸۰)



۵۵- حلقه جریانی به شعاع a حامل جریانی به شدت I است. شدت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه برابر کدام است؟

$$\frac{Ia^2}{2} - 1 \quad \frac{I}{2a} - 2 \quad \frac{Ia}{2} - 3 \quad \frac{Ia^2}{2} - 4$$



$$vv' = \frac{c^2}{2} - 1$$

$$vv' = \frac{c^2}{4} - 2$$

$$vv' = c^2 - 3$$

$$v = v' - 4$$

۶۴- میدان مغناطیسی B حاصل از چرخش الکترون اتم هیدروژن (در حالت پایه) در موضع هسته بر حسب تسلیاً تقریباً چقدر است؟

$$14T - 4$$

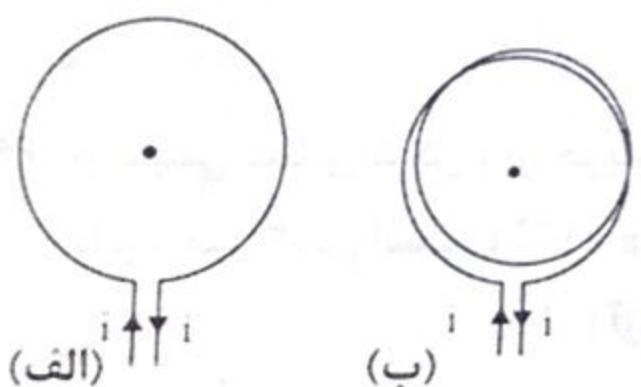
$$8T - 3$$

$$2T - 2$$

$$0.5T - 1$$

۶۵- سیمی به طول l را یک بار به صورت یک حلقه و یک دیگر به صورت دو حلقه در می‌آوریم و دو سر آن را مطابق شکل به منبع جریان A می‌بندیم. اگر میدان B_1 و B_2 به ترتیب اندازه میدان در مرکز حلقه (الف) و حلقه (ب) باشند نسبت $\frac{B_1}{B_2}$ کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۴)



$$\frac{1}{4} - 1$$

$$\frac{1}{2} - 2$$

$$1 - 3$$

$$2 - 4$$

۶۶- کدام گزینه بیانگر قانون آمپر در الکترومغناطیس کلاسیک است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۳)

۱- یک میدان الکتریکی متغیر باعث ایجاد یک میدان مغناطیسی می‌شود.

۲- یک میدان مغناطیسی متغیر باعث ایجاد یک میدان الکتریکی می‌شود.

۳- جریان الکتریکی در یک سیم فلزی متناسب با اختلاف پتانسیل اعمال شده در دو سر آن است.

۴- عورتیکی در یک سیم فلزی متناسب با اختلاف پتانسیل اعمال شده در دو سر آن است.

۵- جریان الکتریکی در یک سیم فلزی متناسب با ایجاد میدان مغناطیسی در اطراف آن می‌گردد.

$F_{12} = -F_{21} - 3$ و راستای دو بیرون بر راستای خط واصل بین دو بار مطبوع نیست

$|F_{12}| = |F_{21}|$ در راستای V_{12} و V_{21} در راستای V_1 است.

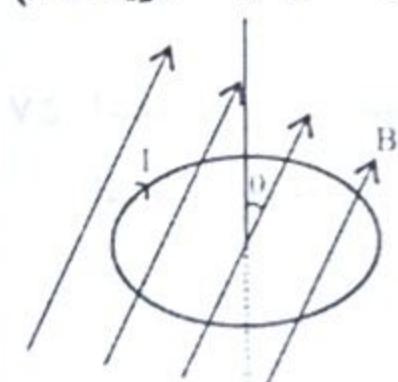
۶۰- کار لازم برای آنکه یک حلقه حامل جریان I و به مساحت A در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار بگیرد به طوری که بردار یکه عمود بر سطح حلقه با میدان B زاویه θ بسازد. کدام است؟

$$-IA\cos\theta - 1$$

$$IA\cos\theta - 2$$

$$IA\sin\theta - 3$$

$$-IA\sin\theta - 4$$



۶۱- پتانسیل برداری در ناحیه‌ای از فضا در مختصات استوانه‌ای به شکل $A = \frac{\phi_0}{2\pi\rho}\hat{\phi}$ است که در آن ϕ مقدار ثابتی است. میدان مغناطیسی در این ناحیه کدام است؟ (Z, ϕ, ρ)

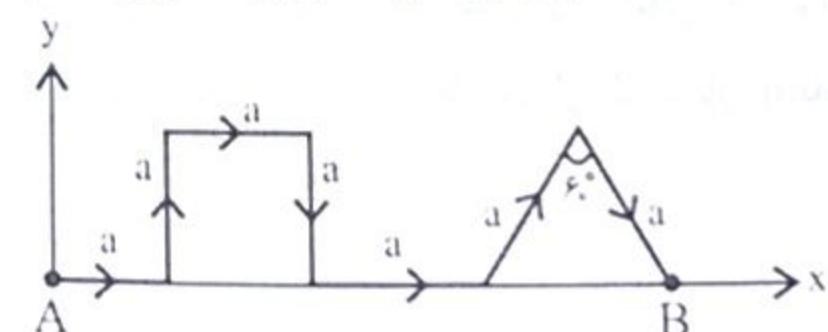
۶۲- مختصه یک نقطه در مختصات استوانه و $\hat{m}, \hat{\phi}$ و \hat{k} بردار یکه‌های متناظر با این مختصات است. (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۲)

$$\frac{-\phi_0}{2\pi\rho^2}\hat{m} - 4 \quad \frac{\phi_0}{2\pi\rho^2\sin\phi}\hat{k} - 3 \quad \frac{\phi_0}{2\pi\rho^2}\hat{k} - 2$$

۱- صفر

۶۲- نیروی مغناطیسی که از طرف میدان مغناطیسی یکنواخت B بر سیم AC حامل جریان $B = -B_0\hat{k}$ ثابت I در شکل زیر وارد می‌شود کدام است؟ سیم در صفحه xy است و \hat{k}

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۱)



$$+4IaB_0\hat{j} - 1$$

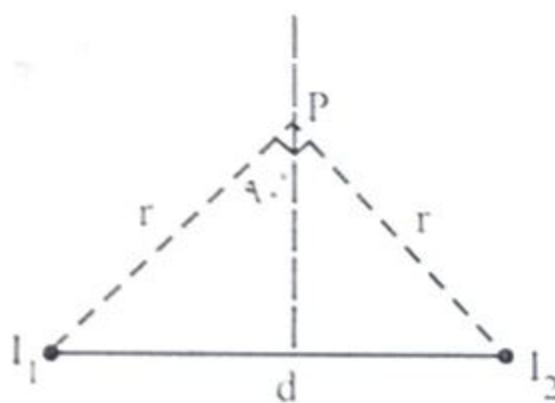
$$(3 + \sqrt{3})IaB_0\hat{j} - 2$$

$$IaB_0(\hat{i} + 2\hat{j}) - 3$$

$$IaB_0(2\hat{i} + 2\hat{j}) - 4$$

۶۳- صفحه‌ای بی‌نهایت با بار استاتیک q مطابق شکل در جهت محور Z با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. بار q با سرعت ثابت v' در فاصله a به موازات صفحه حرکت می‌کند. رابطه بین سرعت‌های v و v' چگونه باشد تا فاصله بار q از صفحه تغییر نکند؟ جرم بار q ناچیز است.

- ۶۷- از دو سیم موازی و طویل جریان‌های الکتریکی I_1 و I_2 می‌گذرند. اگر $I_1 = 6A$ و $I_2 = 8A$ باشند، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل در نقطه P چقدر است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۸۳)



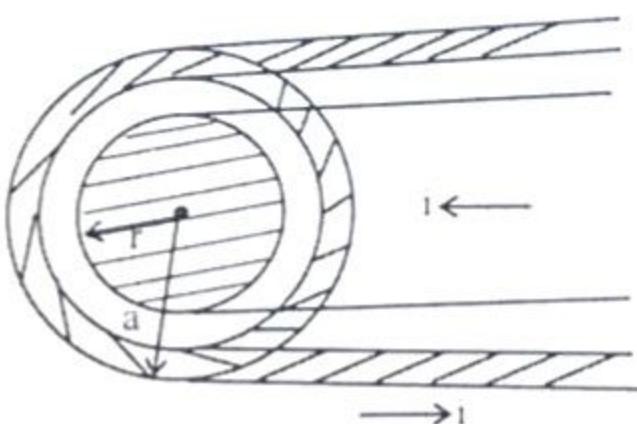
$$\frac{\mu_0}{\pi} - 1$$

$$\frac{2\mu_0}{\pi} - 2$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi} - 3$$

$$\frac{1}{4} \frac{\mu_0}{\pi} - 4$$

- ۷۲- یک کابل هم محور دراز شامل دو رسانا به ابعاد نشان داده شده در شکل داریم. از این رسانا جریان مساوی و مخالف i می‌گذرد. میدان مغناطیسی در داخل رسانای داخلی و خارجی چقدر است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)



$$1 - \text{داخل } \frac{\mu_0 i}{2\pi r}, \text{ خارج صفر}$$

$$2 - \text{داخل } \frac{\mu_0 i}{\pi a}, \text{ خارج } \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$$

$$3 - \text{داخل صفر، خارج } \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$$

$$4 - \text{داخل } \frac{\mu_0 i}{2\pi a}, \text{ خارج صفر}$$

- ۷۳- میدان مغناطیسی در مرکز یک قاب سیم مستطیل شکل به ابعاد a و b و حامل جریان i چقدر است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۸۶)

$$\frac{2\mu_0 i}{\pi ab} \sqrt{a^2 + b^2} - 1$$

$$\frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi ab} \sqrt{a^2 + b^2} - 2$$

$$\frac{\mu_0 i}{\pi ab} \sqrt{a^2 + b^2} - 3$$

$$\frac{4\mu_0 i}{\pi ab} \sqrt{a^2 + b^2} - 4$$

- ۷۴- در یک خازن استوانه‌ای به شعاع داخلی a و خارجی b مقدار انرژی ذخیره شده در واحد طول از این خازن چقدر است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی ۸۶)

$$\frac{\mu_0 i^2 L}{4\pi} \ln \frac{b}{a} - 1$$

$$2\pi \mu_0 i^2 L \ln \frac{a}{b} - 2$$

$$4\pi \mu_0 i^2 L \ln \frac{b}{a} - 3$$

$$\frac{2\pi}{\mu_0 i^2 L} \ln \frac{a}{b} - 4$$

- ۶۷- جریانی به شدت I در نقطه A وارد سیم مسی دایره‌ای شکل به شعاع r شده و از نقطه مقابل آن خارج می‌شود شدت میدان مغناطیسی حاصل از عبور جریان در نقطه O مرکز (آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۴) حلقه برابر است با:

$$1 - \text{صفر}$$

$$2 - \frac{2\pi \times \frac{I}{r}}{1 + \frac{r}{r}} - 1$$

$$3 - \frac{2\pi \times \frac{2I}{r}}{1 + \frac{r}{2r}} - 2$$

$$4 - \frac{2\pi \times \frac{I}{2r}}{1 + \frac{r}{2r}} - 3$$

- ۶۸- در مرکز یک سیم پیچ به قطر 2m و ۴۰۰ دور، حلقه‌ای مسی به شعاع a = 0.1m قرار دارد با فرض اینکه مرکز این حلقه بر سیم پیچ اولیه منطبق است اگر جریان $i(t) = 2t + 3A$ از سیم پیچ عبور کند مقدار جریان بر حسب mA (میلی‌آمپر) که در حلقه ایجاد می‌شود چقدر است؟ (مقاومت حلقه $R = 0.1\Omega$ است).

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۵)

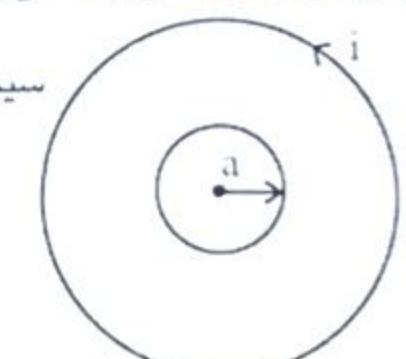
$$1 - 3 \times 10^{-3} \pi^2$$

$$2 - 16 \times 10^{-3} \pi^2$$

$$3 - 24 \times 10^{-3} \pi^2$$

$$4 - 48 \times 10^{-3} \pi^2$$

- ۶۹- از سیمی مطابق شکل زیر جریان ثابتی به مقدار I عبور می‌کند میدان در مرکز O نیم دایره چند گوس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$)



(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۵)

$$1 - 10^{-4}(1 + \pi)$$

$$2 - 10^{-4}(1 + 2\pi)$$

$$3 - 10^{-4}(2 + \pi)$$

$$4 - 10^{-4}(2 + 2\pi)$$

- ۷۰- یک چنبره با مقطع مربع به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b در نظر بگیرید. اگر N دور سیم به دور چنبره پیچیده باشد و جریان I از آن عبور کند میدان مغناطیسی در مرکز سطح مقطع چنبره چقدر است؟
 (آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۶)

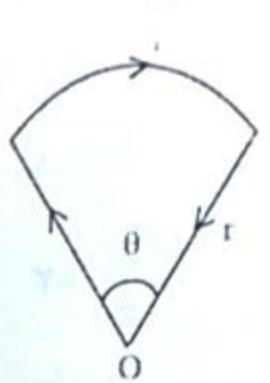
$$1 - \frac{\mu_0 NI}{\pi(b-a)}$$

$$2 - \frac{\mu_0 NI}{2\pi b}$$

$$3 - \frac{\mu_0 NI}{2\pi a}$$

$$4 - \frac{\mu_0 NI}{\pi(b+a)}$$

۷۵- میدان مغناطیسی حاصل از مدار مقابل در مرکز کمان (O) کدام است؟



$$\frac{\mu_0 I}{2\pi} - 2$$

$$\frac{\mu_0 I \theta}{2\pi} - 4$$

$$\frac{\mu_0 I \theta}{4\pi r} - 1$$

$$\frac{\mu_0 I \theta}{8\pi r} - 3$$

۳-۸ پاسخنامه تشریحی

۱-۱) گشتاور مغناطیسی برابر با $\vec{m} = IA$ که در آن \vec{A} بردار سطح است. برای یک مسیر بسته که توسط ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی ثابت B پیموده می‌شود داریم:

$$\oint_C \vec{r} \times d\vec{l} = 2A \Rightarrow m = \frac{1}{2} I \oint_C \vec{r} \times d\vec{l}$$

چگالی جریان عبارت است از:

$$\vec{J} = Nq \vec{V} J dV = Id \vec{l} = Nq \vec{V} dV$$

اگر یک ذره باردار q با تندی V در میدان مغناطیسی حرکت کند داریم:

$$\vec{F} = q \vec{V} \times \vec{B} = qVB = \frac{mV^2}{r} = \frac{mV}{qB}$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \vec{V} \times \vec{J} = \frac{1}{2} \vec{r} \times (q \vec{V}) = \frac{1}{2} rqV$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \left(\frac{mV}{qB} \right) qV = \frac{1}{2} mV^2 \frac{1}{B} = \frac{1}{2} mV^2 \frac{\vec{B}}{B^2}$$

۱-۲) میدان مغناطیسی B نیروی F را که جهتش به طرف راست است (طبق قانون دست راست) بر نوار وارد می‌کند. این نیرو از نیروی $qV \times B$ ناشی می‌شود. بدین صورت جابجایی بار اعم از اینکه مثبت و یا منفی باشد، به سمت راست منتقل می‌شود لذا V_{xy} را بوجود می‌آورند از طرفی چون می‌دانیم جابجایی بار منفی است پس باید پتانسیل نقطه‌ای y از پتانسیل نقطه x کمتر باشد.

۳-۳) به ذره نیروی $F = qVB$ وارد شده و باعث می‌شود که ذره مسیر دایره‌ای را طی کند یعنی نیروی مرکزگر است که شعاع حرکت مسیر دایره‌ای به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$F = qVB = \frac{mV^2}{R} \rightarrow R = \frac{mV}{qB}$$

$$F = ILB \sin \theta = 1 \times 1 \times 1 \cdot \sin 45^\circ = 7.07 \text{ N} \quad (4-4)$$

با توجه به قانون دست راست، نیروی وارد بر سیم، در جهت \hat{z} -است.

۴-۵) اگر میدان مغناطیسی به یک هادی حامل جریان به طور عمودی اعمال شود، اختلاف پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌شود این پدیده فیریکی که توسط هال در سال ۱۸۷۹ کشف شد به اثر هال مشهور است.

$$\begin{aligned} |\vec{F}| &= qVB \sin \theta \rightarrow \frac{dF}{d\theta} = qVB \cos \theta = 0 \\ \rightarrow \cos \theta &= 0 \rightarrow \theta = 90^\circ \end{aligned}$$

وقتی نیرو بیشینه است که الکترون عمود بر میدان حرکت کند از اینرو بین گزینه‌های ۱ و ۲، گزینه ۲ نادرست است، گزینه ۳ هم نادرست است زیرا به الکترون نیروی الکتریکی و مغناطیسی وارد می‌شود. گزینه ۴ نیز درست نیست زیرا در حالتی که \vec{V} بر \vec{B} عمود باشد $\sin \theta = 1$ شده و نیرو بیشترین مقدار را دارد.

(۴-۱۳)

$$F = qVB = m \frac{V^2}{R} \rightarrow V = \frac{qBR}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2 R^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{e^2 B^2 R^2}{m} \rightarrow K = \frac{1}{2} \left(\frac{e}{m} \right)^2 B^2 R^2 = \frac{1}{2} e^{-2} B^2 R^2$$

$$S = \pi R^2 \rightarrow R^2 = \frac{S}{\pi} \Rightarrow \frac{K}{m} = \frac{1}{2} e^{-2} B^2 \frac{S}{\pi} = \frac{e^{-2} B^2 S}{2\pi}$$

(۱-۱۴)

$$F = qVB = m \frac{V^2}{R} \rightarrow V = \frac{qBR}{m} = R\omega \rightarrow \omega = \frac{qB}{m} \quad \left. \begin{array}{l} T = \frac{2\pi m}{qB} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{array} \right\}$$

(۱-۱۵)

$$E = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \rightarrow R = \sqrt{\frac{2mE}{q^2 B^2}} = \sqrt{\frac{2 \times 9/1 \times 10^{-21} \times 100 \times 1/6 \times 10^{-19}}{(1/6 \times 10^{-19})^2 \times (10^{-4})^2}} \approx 0.24m$$

۱-۲) بر ذره با بار q هم میدان الکتریکی و هم میدان مغناطیسی وارد می‌شود، از اینرو نیروی وارد بر ذره به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \vec{F}_e &= Q \vec{E} \\ \vec{F}_m &= Q \vec{V} \times \vec{B} \end{aligned} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = Q \left(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} \right)$$

۴-۱۷) با تقسیم کردن سطح مربع به المان‌های کوچک، گشتاور وارد بر هر المان به صورت زیر در می‌آید:

$$dJ = I dx dy (\hat{a}_z) \times \vec{B}$$

۶-۱) با توجه به شکل مسئله، نیروی وارد بر طول dr از طرف میدان مغناطیسی $B_0 a_z$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= I_0 \hat{a}_r \times (-B_0 \hat{a}_z) dr = I_0 B_0 dr \hat{a}_\phi \\ d\vec{J} &= r \hat{a}_r \times d\vec{F} = r \hat{a}_r \times \hat{a}_\phi B_0 dr = I_0 B_0 r dr \hat{a}_z \\ \vec{J}_z &= \int_0^a d\vec{J} = \int_0^a I_0 B_0 r dr \hat{a}_z = \frac{1}{2} I_0 B_0 a^2 \end{aligned}$$

(۳-۷)

$$F = qVB = m \frac{V^2}{R} \rightarrow V = \frac{qBR}{m}, \quad K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2 R^2}{m}$$

در حالتی که میدان عمود بر مسیر حرکت ذره باشد، انرژی جنبشی به صورت بالا روی یک مسیر دایره‌ای است که انرژی نسبت به میدان ثابت است. چون حرکت ذره باردار در یک میدان مغناطیسی ساکن منجر به افزایش سرعت آن نمی‌شود، لذا سرعت همواره ثابت است.

(۲-۸)

$$|\vec{F}| = |q \vec{V} \times \vec{B}| = q v_0 B_0 = 1/6 \times 10^{-19} \times 2000 \times 10^{-7} = 3/2 \times 10^{-19} N$$

(۴-۹)

$$\begin{aligned} \vec{B} &= B_0 \hat{a}_z \Rightarrow \vec{F} = q \vec{V} \times \vec{B} = -B_0 V_0 \hat{a}_z \times \hat{a}_z = 0 \\ \vec{V} &= -V_0 \hat{a}_z \end{aligned}$$

۳-۱۰) با توجه به رابطه $\vec{F} = q \vec{V} \times \vec{B}$ و جهت \vec{B} که به طرف داخل صفحه شکل است. مشخص می‌شود که ذره ۱ مثبت، ذره ۲ منفی، ذره ۳ خنثی (صفر) و ذره ۴ منفی است.

(۲-۱۱)

$$\begin{aligned} E &= 10^{-5} C \\ q &= 1.6 \times 10^{-19} C \end{aligned} \Rightarrow F = qE = 1.6 \times 10^{-5} = 1.6 \times 10^{-19} N$$

(۱-۱۲)

$$\vec{F} = q \vec{V} \times \vec{B}$$

$$d = \sqrt{(x - o)^2 + (y - o)^2 + (z - o)^2} \quad (3-21)$$

$$\begin{aligned} F &= qVB \\ F &= m \frac{V^2}{R} \end{aligned} \Rightarrow qVB = m \frac{V^2}{R} \rightarrow V = \frac{qBR}{m} = R\omega = 2\pi Rf \rightarrow f = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{eB}{2\pi m} \quad (1-22)$$

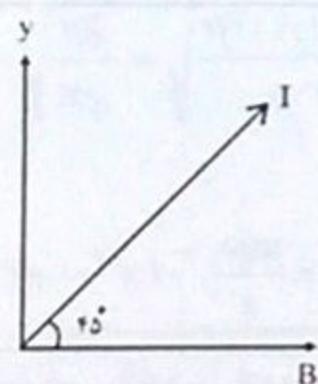
$$\begin{aligned} F_m &= qVB \\ F_e &= qE \end{aligned} \Rightarrow F_m = F_e \rightarrow qVB = qE \rightarrow V = \frac{E}{B} \quad (1-23)$$

$$I = 1A, Z = 1cm = 1m, B = 1T, \frac{\sqrt{2}}{2} = 1/2$$

$$F = ILB \sin \theta = 1 \times 1 \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1/2 \text{ N}$$

عمود بر صفحه xy و در جهت z است.

$$F = 1/2 \text{ N}$$



$$(1-24)$$

$$(2-25)$$

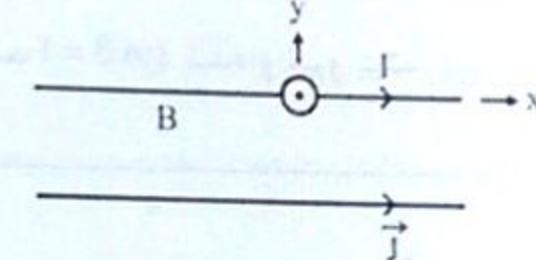
$$B = \frac{2\pi mV}{q} = 1/2 \times 10^{-2} T \quad (3-26)$$

$$\Phi = \int B_0 \cdot L dx = L \int B_0 \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right) dx = L B_0 \left(1 - \frac{y^2}{L^2} \right)$$

$$\frac{d\phi}{dt} \Big|_{\frac{L}{2}} = \frac{1}{\lambda} LB_0 V_0, \quad I = \frac{\phi}{R} = \frac{1}{\lambda R} LB_0 V_0$$

$$\vec{J} = \int d\vec{J} = \int_{y=0}^{r/\Delta} \int_{x=-r/\Delta}^{r/\Delta} I dx dy a_z \times \frac{1}{\Delta x} a_y = -1/2\Delta a_x$$

(4-18) میدان B ناشی از جریان سطحی که $B = \frac{\mu_0 k}{2} \hat{a}_z$ است.
از اینرو تیروی واحد طول سیم نازک ناشی از جریان سطحی برابر است با:
 $\vec{F} = I \hat{a}_x \times \frac{\mu_0 k}{2} \hat{a}_z = -\frac{I \mu_0 k}{2} \hat{a}_y$



$$\begin{aligned} \vec{B}_{21} &= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \sqrt{a^2 - y'^2}} \hat{a}_\phi \\ d\vec{F} &= I_1 dy' \hat{a}_y \times \vec{B}_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \sin \phi dy'}{2\pi \sqrt{a^2 + y'^2}} \hat{a}_z, \quad y' = a \tan \phi \\ \vec{F}_{21} &= \hat{a}_z \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_0^\pi \tan \phi d\phi = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \ln 2 a_z \end{aligned} \quad (1-19)$$

(3-20) برای به حرکت در آوردن هادی، چون به موازات خودش است از اینرو:
 $\vec{F} = I \vec{B} \times \vec{l} \rightarrow F = IB \ell \sin \theta \quad \theta = 45^\circ$

θ به علت جهت حرکت به سمت 45° است.

$$F = 1 \times 1 \times 1 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} N$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4j$$

۲۰۳

فصل هشتم: میدان مغناطیسی و آمپر

$$\Rightarrow I = \frac{mg}{\gamma LBN} \quad (3-38)$$

$$\varepsilon = BVL = B \frac{dr}{dt} \times 2\pi r = \gamma / \lambda \times \gamma / \lambda \times 2 \times 3 / 14 \times \gamma / 1 \Rightarrow \varepsilon = \gamma / 4 V \quad (3-39)$$

$$F = B_1 L = \gamma / \gamma \times 1 \times 1 \times L$$

$$L^r = \sqrt{x^r + y^r}, \quad x = \left(\frac{\gamma}{1.4} \right)^r = \frac{16}{1.4}, \quad y^r = \left(\frac{\gamma}{1.4} \right)^r = \frac{16}{1.4}$$

$$L^r = \sqrt{\frac{16}{1.4} + \frac{16}{1.4}} = \sqrt{32}, \quad F = \gamma / \gamma \times 1 \times \frac{\sqrt{32}}{1.4} \Rightarrow F = 35/75 \times 10^{-12} N \quad (1-40)$$

$$K = 1/8eV \quad T = \frac{2\pi m_e}{eB} = \frac{2 \times 3 / 14 \times 9 / 11 \times 10^{-19}}{1 / 8 \times 10^{-12} \times 1} = 35 / 75 \times 10^{-12} s$$

$$B = 1 T \quad K = \frac{1}{\gamma} m V^r \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(1/8(1/8 \times 10^{-19}))}{9/11 \times 10^{-12}}} = 74 \times 10^6 \frac{m}{s}$$

$$\theta = 45^\circ \quad P = V_{11} T = ? \quad P = V \cos \theta \times T = 74 \times 10^6 \times 10^{-12} \frac{mm}{s} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 35 / 75 \times 10^{-12} s = 1 / 87 \times 10^{-12} mm$$

(1-41) مجموع کشش فرها برابر است با مجموع نیروهای مغناطیسی به شعاع r که در دو طرف فرها وارد می‌شود. یعنی:

$$F_t = F_1 + F_2 = B_{ir} + B_{or} = 2B_{ir} \quad (2-42)$$

$$\frac{1}{\gamma} m V^r = eV \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2(1/8 \times 10^{-19})(276)}{1/16 \times 10^{-26}}} \Rightarrow V = 27 / 59 \times 10^6$$

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{1/16 \times 10^{-26} \times 27 / 59 \times 10^6}{1 / 8 \times 10^{-19} \times 6 \times 10^{-11}} = 3 / 23 \times 10^{-2} = 1.33 m \Rightarrow r = 3 / 23 cm \quad (2-43)$$

$$\frac{m}{L} = \gamma / \gamma \frac{kg}{m}, \quad F_g = F_B \Rightarrow mg = BI$$

(1-27)

(3-28)

توحد:

$$F = B \times V \times q = B \times V \times e = (\gamma / \gamma - \gamma / 15j) \times (2 \times 10^6 i + 3 \times 10^6 j) \\ \Rightarrow F = 9 \times 10^6 k + 3 \times 10^6 k \Rightarrow F = 39 \times 10^6 k \quad (3-28)$$

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0} \\ \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}, \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} \quad (4-31) \quad (1-30) \quad (2-29)$$

$$F = V \times B \times q = V \times B \times e = (\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) \times (2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}) \times e \\ \Rightarrow F = (2(\hat{i} \times \hat{i}) + 4(\hat{i} \times \hat{j}) - 2(\hat{i} \times \hat{k}) - 4(\hat{j} \times \hat{i}) - 8(\hat{j} \times \hat{j}) - 12(\hat{j} \times \hat{k}) + (\hat{k} \times \hat{i})) \times e \\ + 2(\hat{k} \times \hat{j}) - 3(\hat{k} \times \hat{k}) = (0 + 4\hat{k} + 8\hat{j} + 4\hat{k} - 0 + 12\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{i} - 0)e \\ \Rightarrow F = e(1 \cdot \hat{i} + 8\hat{j} + 8\hat{k})N \quad (2-32)$$

$$d\varepsilon = (V \times B) dL = VB dr \\ V = r\omega \Rightarrow d\varepsilon = \omega Br dr \\ \Rightarrow \varepsilon = \int d\varepsilon = \int_0^L \omega Br dr = \frac{1}{2} \omega BL^2 \quad (1-34)$$

$$F = BIL \Rightarrow BI = \frac{F}{L} = \frac{MG}{L} = \rho g \Rightarrow BI = \gamma / \gamma \times 1 \cdot 1 = 1 \Rightarrow I = \frac{1}{B} \quad (2-35)$$

$$\tau = \mu \times B \sin \theta = \mu \times B \sin 0^\circ \Rightarrow \tau = 0 \quad (3-36)$$

چون گشتاور صفر است لذا تعادل پایدار است. $\tau_{mec} = \tau_{mag} \Rightarrow r \times f_s = \mu \times B = Ni A B \Rightarrow rm g \sin \theta = Ni(2rL)B \sin \theta$ $\tau_{mec} = \tau_{mag} \Rightarrow r \times f_s = \mu \times B = Ni A B \Rightarrow rm g \sin \theta = Ni(2rL)B \sin \theta$

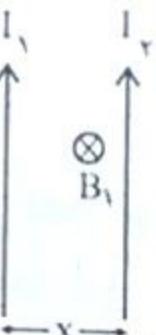
$$\tau_{mec} = \tau_{mag} \Rightarrow r \times f_s = \mu \times B = Ni A B \Rightarrow rm g \sin \theta = Ni(2rL)B \sin \theta \quad (4-37)$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_0^\pi d\theta - \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_\pi^0 d\theta = \frac{\mu_0 I\pi}{4\pi a} + \frac{\mu_0 I\pi}{4\pi b} = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi x}$$

۱-۴۸) میدان مغناطیسی حاصل از جریان I_1 در فاصله $x = r$ (سیم دوم):

$$\vec{F}_T = I_1 \vec{L} \times \vec{B}_1 \rightarrow \frac{\vec{F}_T}{L} = I_1 \hat{y} \times \frac{\mu_0 I_1}{4\pi x} (-\hat{z}) = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi x} \hat{x}$$



(۲-۴۹)

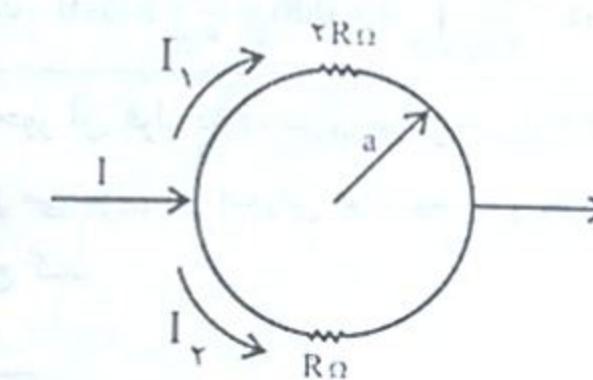
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL \times r$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} \int dl (-z) = -\frac{\mu_0 I_1}{4\pi a^2} \pi az = -\frac{\mu_0 I_1}{4a} z$$

$$B_T = \frac{\mu_0}{4a} \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R} \Rightarrow R_T = \frac{2}{3}$$

$$V = R_T I = \frac{2}{3} RI \quad , \quad I_1 = \frac{V}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{V}{2R} = \frac{1}{3} I \quad , \quad I_2 = \frac{V}{R} = \frac{2}{3} I$$

$$B = B_1 + B_T = \frac{\mu_0}{4a} z (I_2 - I_1) = \frac{\mu_0 I}{12a} z$$



۱-۵۰) با توجه به قانون بیوساوار داریم:

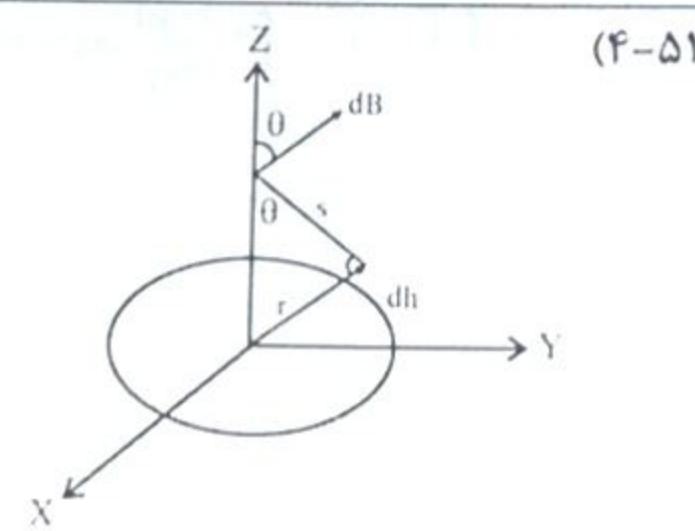
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \times S}{S^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + z^2)^2} \hat{z} = \frac{\lambda N \mu_0 I}{5^2 R}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dL \times s}{s^2}$$

$$dB_z = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I dL}{4\pi s^2} \cos \theta = \frac{\mu_0 I dL}{4\pi s^2} \frac{r}{s}$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{4\pi s^2} \int_0^{2\pi} dL = \frac{\mu_0 I 2\pi r^2}{4\pi s^2} = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + z^2)}$$



(۴-۵۱)

$$I = \tau A$$

$$\Rightarrow B = \frac{m}{L} \frac{g}{I} = \frac{\tau}{100} \times \frac{1}{\tau} \Rightarrow \cdot / V T$$

$$g = 1 \cdot \frac{m}{s}$$

(۳-۴۴)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(۳-۴۵)

چگالی انرژی مغناطیسی ذخیره شده در هر نقطه برابر است با:

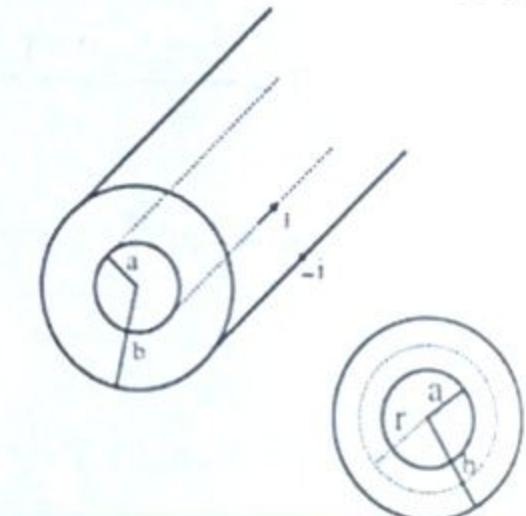
$$V_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right)^2 = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$$

سایر این عنصر حجم dv را که یک لایه استوانه‌ای به شعاع‌های r و $r+dr$ و طول ℓ است در نظر می‌گیریم.

$$v_B = \int u_B dv = \int_a^b \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} (2\pi r l dr)$$

$$v_B = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \Rightarrow v_B = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi} \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I^2 \ln \left(\frac{b}{a} \right)}{4\pi}$$



(۲-۴۶)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 NI$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 NI \rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi \left(\frac{a+b}{2} \right)} = \frac{\mu_0 NI}{\pi(a+b)}$$

۴-۴۷) دو محور افقی چون $d \vec{l} \times \vec{r} = 0$ است، هیچ اثری بر میدان مغناطیسی در مرکز دو نیم‌دایره ندارند و میدان مغناطیسی در این نقطه حاصل دو میدان مغناطیسی دو نیم‌دایره است که این دو نیز با

نحوه به حالت جریان در هر یک، در حلقه جهت همدیگر هستند پس طبق قانون بیوساوار داریم:

$$B = B_a - B_b = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_a^b \frac{dl}{r^2} - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_b^a \frac{dl}{r^2} =$$

$$dL = ad\varphi a_\varphi$$

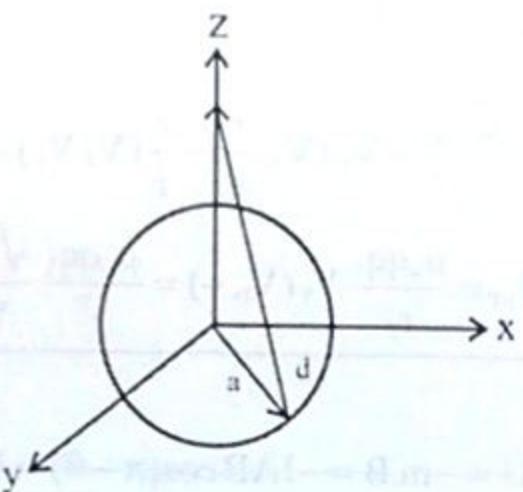
$$R = Za_Z - aa_R$$

$$R = (Z^r + R^r)^{\left(\frac{1}{r}\right)}$$

$$H = \oint \frac{IdL \times aR}{4\pi R^r} = \frac{I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a^r d\varphi}{(z^r + a^r)^{\left(\frac{1}{r}\right)}} az$$

$$H = \frac{Ia^r}{2(z^r + a^r)^{\left(\frac{1}{r}\right)}} \Big|_{z=0} \Rightarrow H = \frac{I}{2a}$$

(۳-۵۵) قانون بیوساوار



(۳-۵۶) با توجه به قانون آمپر

$$\oint B \cdot dL = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow \begin{cases} B = \mu_0 nI = \mu_0 \left[\frac{N}{2\pi R} \right] I \\ n = \frac{N}{h} = \frac{N}{2\pi R} \end{cases}$$

(۱-۵۷)

$$\oint E \cdot da = \frac{q}{\epsilon_0}$$

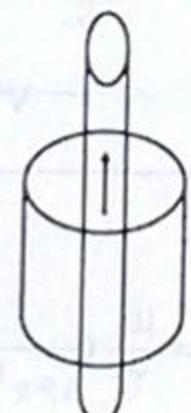
$$E = 2\pi\rho L = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \left(\frac{\lambda}{2\pi\rho\epsilon_0} \right) \hat{r}$$

$$\oint B \cdot da = \mu_0 I \Rightarrow 2\pi\rho B = \mu_0 I$$

$$\rightarrow B = (\mu_0 I / 2\pi\rho) \hat{r}, \quad E'_\rho = y(E_\rho - vB_\varphi)$$

$$= y \left(\frac{\lambda}{2\pi\rho\epsilon_0} - V \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \right) = \frac{y}{2\pi\rho} \left(\frac{\lambda}{\epsilon_0} - V\mu_0 I \right)$$

$$E'_\rho = 0, \quad V_{\mu_0} I = \frac{\lambda}{\epsilon_0}, \quad V = \frac{\lambda}{\mu_0\epsilon_0 I}$$



(۲-۵۸)

$$\vec{F} = \vec{IL} \times \vec{B}$$

$$(۳-۵۲) \text{ قانون بیوساوار} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} dL \times \frac{\vec{s}}{s^2}$$

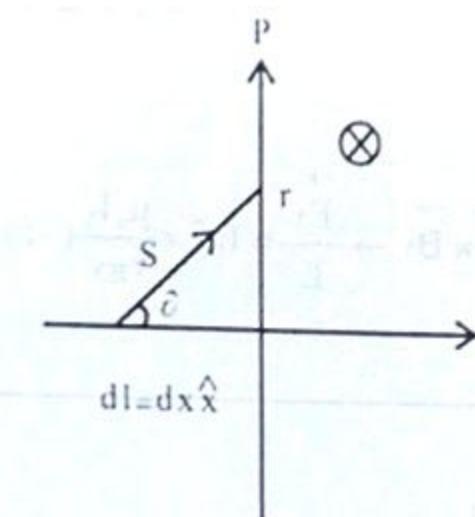
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{s^2}$$

$$s = r \csc \theta, \quad \cot \theta = -\frac{x}{r}$$

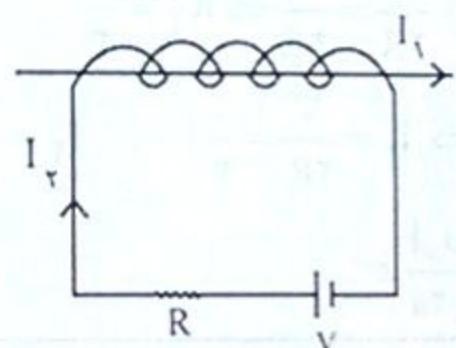
$$dx = r \csc^2 \theta d\theta$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{r \csc^2 \theta \sin \theta}{r^2 \csc^2 \theta} d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \int_0^{\theta'} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \theta - \cos \theta')$$



(۲-۵۳) زیرا میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله در امتداد محور آن قرار دارد، سیم حامل جریان I_1 نیز در این راستاست پس نیرویی بر سیم وارد نمی‌شود متذکر می‌شویم در صورتی بر سیم نیرو وارد می‌شود که در راستایی به حرکت درآید که خطوط میدان را قطع کند.



(۱-۵۴) در هر سه محیط در مختصات استوانه‌ای داریم $H_\phi = \frac{I}{2\pi r}$ داخل ماده مغناطیسی

و خارج آن $B_{\phi_1} = \frac{\mu I}{2\pi r}$ است روی خطوط شعاعی چون \vec{B} بر مسیر عمود است، انتگرال

صفر است و تنها روی ربع دایره داخل و خارج ماده مغناطیسی باید محاسبه شود.

$$\begin{aligned} \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{l}_2 &= \int_0^\pi \frac{1 + \mu}{2\pi r} \hat{\phi} \cdot (1-r) d\phi \hat{\phi} + \int_0^\pi \frac{\mu}{2\pi r} \hat{\phi} \cdot (\hat{\phi} r d\phi) \\ &= -\frac{\mu I}{2\pi} \int_0^\pi d\phi = -18 \pi \times 1^{-4} \end{aligned}$$

(۲-۶۸)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2a} = \frac{4\pi \times 1^{-4} \times 4 \cdot 1}{2 \times 1} = 8\pi \times 10^{-5} T$$

$$A = \pi r^2 = \pi \times (1 \times 10^{-1})^2 = \pi \times 10^{-2} m^2$$

$$\Delta\varphi = AB = 8\pi \times 10^{-5} T \times \pi \times 10^{-2} = 8\pi^2 \times 10^{-7} T$$

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -8\pi^2 \times 10^{-7} \times 2 = -16 \times 10^{-7} \pi^2$$

$$|\varepsilon| = IR \Rightarrow I = \frac{16 \times 10^{-7} \pi^2}{1 \times 10^{-1}} = 16 \times 10^{-6} \pi^2 A = 16 \times 10^{-6} \pi^2 mA$$

(۱-۶۹)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d(\vec{l} \times \vec{r})}{r^2} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{rdl}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \varphi}{r^2}$$

$$l \rightarrow \varphi = 0 \rightarrow dB = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$r \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R d\theta}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) = \frac{\mu_0 i}{4R}$$

$$r \rightarrow \sin \varphi = \frac{R}{r} \rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \frac{R}{r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_0^\infty \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (1 + \pi) = \frac{4\pi \times 10^{-4} \times 1}{4\pi \times 1 \times 10^{-2}} (1 + \pi) = 10^{-4} (1 + \pi)$$

(۱-۷۰)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 NI$$

$$B(\pi r) = \mu_0 NI \rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{\pi r} = \frac{\mu_0 NI}{\pi \left(\frac{a+b}{2}\right)} = \frac{\mu_0 NI}{\pi(a+b)}$$

(۱-۷۱)

$$\tan 45^\circ = \frac{d}{pd} \Rightarrow l = pd = \frac{d}{2}$$

$$r^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{d\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{d\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{d^2}{4} + \frac{d^2}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow r = \frac{d}{2}$$

(۱-۶۹)

$$F_{r1} = \mu_0 \frac{qq_1}{r^2} V_r \times (V_1 \times \frac{r}{r}) = -\mu_0 \frac{qq_1}{r^2} V_1 \times V_r$$

$$= \frac{\mu_0 qq_1}{r^2} V_1 \left(V_r \cdot \frac{r}{r}\right) - \frac{r}{r} (V_r V_1) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\mu_0 qq_1}{r^2} |V_r| V_1$$

$$F_{r2} = \frac{\mu_0 qq_1}{r^2} V_r \left(V_1 \cdot \frac{r}{r}\right) = \frac{\mu_0 qq_1}{r^2} \frac{\sqrt{3}}{2} |V_1| V_r$$

(۱-۶۰)

$$U = -mB = -IAB \cos(\pi - \theta) = IAB \cos \theta$$

(۱-۶۱) می‌دانیم که $B = \nabla \times A$ بدين ترتیب خواهیم داشت.

(۱-۶۲) تنها باید طول مستقیم از A و C بر روی محور x را در نظر بگیریم.

$$l = a + a + a + a = 4a$$

$$F = Il \times B = 4laB_0 j$$

(۳-۶۳) نیروی الکتریکی و معناطیسی را پیدا می‌کیم و آن‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم

$$Bl = \mu_0 j l$$

$$j = \sigma V \rightarrow B = \mu_0 \sigma V$$

$$F_m = qV' B = \mu_0 q V' V B$$

$$F_e = q \sum E = q \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$F_m = F_e \quad V' V = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = C^2$$

(۲-۶۴)

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r} = \frac{\mu_0}{2r} \left(\frac{e^f}{16\pi^2 \epsilon_0 mr^2} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 2T$$

(۱-۶۵)

$$2\pi a = 4\pi b \Rightarrow 2b = a$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2a} \quad , \quad B_2 = \frac{2\mu_0 i}{a} \quad \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{1}{4}$$

(۱-۶۶)

(۱-۶۷) علت تقارن در مرکز دایره مقدار شدت میدان مغناطیسی صفر است.

$$U_B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

۱-۷۵) با توجه به قانون بیو ساوار میدان مغناطیسی حاصل از بخش‌های مستقیم در نقطه O برابر صفر است زیرا راویه میان عنصر دیفرانسیلی طولی (dS) تا محل موردنظر (r) صفر می‌شود. در مورد بخش‌های خمیده باید سهم میدان حاصل از آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} d\vec{B} &= \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} |d\vec{S} \times \vec{r}| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dS r \sin 90^\circ}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} dS \\ \Rightarrow B &= \frac{\mu_0 i dS}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \int_0^\theta r d\theta = \frac{\mu_0 i \theta}{4\pi r} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \times 8}{2\pi \times 5} = \frac{8\mu_0}{10\pi} \\ B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = \frac{8\mu_0}{2\pi \times 5} = \frac{8\mu_0}{10\pi} \end{cases} \Rightarrow B^2 = B_1 + B_2 = \frac{24\mu_0^2}{100\pi^2} + \frac{64\mu_0^2}{100\pi^2} \\ \Rightarrow B^2 = \frac{36\mu_0^2 + 64\mu_0^2}{100\pi^2} = \frac{100\mu_0^2}{100\pi^2} = \frac{\mu_0^2}{\pi^2} \Rightarrow B_t = \frac{\mu_0}{\pi} \quad (4-72)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 i r}{(2\pi r^2)_{a>r}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$$

در حارج رسانا چون مقدار $i = 0$ است لذا با توجه به رابطه فوق مقدار B صفر است.

۲-۷۳) قاب مستطیل شکل از چهار سیم متاهی تشکیل شده است که طول دو تای آن‌ها a و دو تای دیگر b است و میدان‌ها در مرکز مستطیل جمع می‌شوند. میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم مستقیم به طول a در نقطه‌ای روی عمود منصف سیم به فاصله R برابر است با :

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}} \\ B_{مرکز} &= 2 \frac{\mu_0 I}{2\pi \left(\frac{a}{2}\right)} \frac{b}{\left(\frac{b^2 + 4a^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} + 2 \frac{\mu_0 I}{2\pi \left(\frac{b}{2}\right)} \frac{a}{\left(\frac{a^2 + 4b^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2\mu_0 I}{\pi(b^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) = \frac{2\mu_0 I}{\pi(b^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{b^2 + a^2}{ab}\right) \\ \Rightarrow B_{مرکز} &= \frac{2\mu_0 I}{\pi ab} \sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$$

۲-۷۴) میدان مغناطیسی بین $a < r < b$ طبق قانون آمپر:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$U_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right)^2 = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2}$$

$$U_B = \int u_B dV = \int \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2} [(2\pi r dr)] = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

در حالت کلی می‌توان گفت که نیروی محرکه الکتریکی القایی در یک مدار برابر است با منهای آهنگ رسانی تعییر شار مغناطیسی که از مدار می‌گذرد.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

شکل دیفرانسیلی قانون فاراده

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_s \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\int_s \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

بنابراین:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

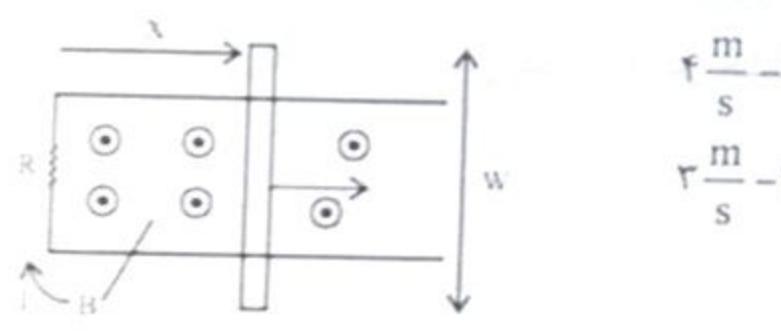
۳-۹ پرسش‌های چند گزینه‌ای

- ۱- هواپیمایی که فاصله دو سر بالایش ۳۰ متر است و در ارتفاع ثابت به سمت شمال پرواز می‌کند در این ناحیه زاویه میل میدان مغناطیسی زمین 60° است جهت آن به شمال و بزرگیش 4×10^{-4} تسلا است. چنانچه سرعت هواپیما ۸۰۰ کیلومتر بر ساعت باشد اختلاف پتانسیل بین دو سر بال (رسانا) حدوداً کدام مقدار است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۲۲)

- ۱- صفر ۲- $1/5$ ولت ۳- $1/2$ ولت ۴- ۲ ولت

- ۲- سرعت میله چقدر است هرگاه جریان برابر $5/0$ آمپر باشد و $B = 1 T$ و $R = 2 \Omega$ باشد؟



- $\frac{m}{s} - 1$
 $\frac{m}{s} - 2$
 $\frac{m}{s} - 3$
 $\frac{m}{s} - 4$
 $\frac{m}{s} - 5$

- ۳- میله هادی متحرک را در نظر بگیرید که مطابق شکل مدار را می‌بندد و با سرعت

- به سمت راست حرکت می‌کند اگر $V = 4 m/s$, $R = 12 \Omega$, $L = 1/5 m$ و $B = 5 T$ باشد

(آزمون GRE) مقدار توان القایی و جهت جریان القایی را بیابید؟



- ۱- عکس عقریه‌های ساعت
۲- هم جهت عقریه‌های ساعت
۳- عکس عقریه‌های ساعت
۴- هم جهت عقریه‌های ساعت
۵- شار جریان وجود ندارد.

- ۴- یک حلقه سیمی به شعاع $r = 1 m$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 8 T$ که بر صفحه

حلقه عمود است، قرار دارد. شعاع حلقه با آهنگ $s = 0.8 mm$ کاهش می‌یابد

$$\frac{dr}{dt} = 0.8 mm/s$$

نیروی محرکه القایی در حلقه چقدر است؟

- ۱- $1/2 V$
۲- $4 V$
۳- $1/4 V$
۴- $1/8 V$

۵- حلقه کوچکی به مساحت A در داخل پیچک بلندی که جریانی به شدت $I = I_0 \sin \omega t$ از سیم پیچ آن می‌گذرد قرار دارد. چنانچه محور حلقه منطبق بر محور پیچک و فضای داخل آن هوا و تعداد دور در واحد طول پیچک n باشد کدامیک از پاسخ‌های زیر نیروی حرکه القایی در حلقه است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۴)

$$\begin{array}{ll} +\mu_0 n A I_0 \omega \cos \omega t & -1 \\ -\mu_0 n A I_0 \omega \cos \omega t & -2 \\ -\mu_0 n A I_0 \sin \omega t & -3 \\ -\mu_0 n A I_0 \cos \omega t & -4 \end{array}$$

۶- حلقه سیم نازکی به شکل مربع به ابعاد a هم مرکز با مبدأ مختصات در صفحه $x=0$ مفروض است به طوری که اضلاع آن به موازات محورهای y و z می‌باشند. چگالی شار مغناطیسی $\vec{B} = B_0 |y| \hat{a}_x + B_0 |z| \hat{a}_y$ در فضا حضور دارد. حلقه با سرعت زاویه‌ای یکنواخت ω حول محور z ها دوران می‌کند. emf در حلقه را به دست آورید.

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۷۷)

$$\begin{array}{ll} \frac{B_0 a^2 \omega}{2} \sin \omega t & -1 \\ \frac{B_0 a^2 \omega}{4} \sin 2\omega t & -2 \\ B_0 a^2 \omega \sin 2\omega t & -3 \\ B_0 a^2 (1-\omega) \sin \omega t & -4 \end{array}$$

۷- یک خودالقای استوانه‌ای (سلونوئید) با تعداد دور در واحد طول n در مداری قرار دارد و از آن جریانی به صورت $I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ می‌گذرد که در آن t زمان است. برای نقطه‌ای درون خودالقای به فاصله r از محور تقارن $(r < \alpha)$ میدان الکتریکی E کدام است؟

$$\begin{array}{ll} \frac{\mu_0 n I_0}{2\pi} r e^{-\frac{t}{\tau}} & -1 \\ \frac{\mu_0 n I_0}{4\pi} r^2 e^{-\frac{t}{\tau}} & -2 \\ \frac{\mu_0 n I_0}{4\pi} r^2 e^{-\frac{t}{\tau}} & -3 \end{array}$$

۶-۴) بنابر قانون فاراده نیروی محرکه القایی در حلقه عبارت است از:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -A \frac{dB}{dt} = -A\mu_0 n \frac{dI}{dt}$$

که در آن $B = \mu_0 n I$ است. پس:

$$\varepsilon = -A\mu_0 n \frac{d}{dt}(I_0 \sin \omega t) = -\mu_0 n A I_0 \omega \cos \omega t$$

(۲-۷)

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{y=-\frac{a}{2} \cos \omega t}^{\frac{a}{2} \cos \omega t} \int_{z=-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} B_x dz dy = \pi B_0 \int_0^{\frac{a}{2} \cos \omega t} y dy \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dz = B_0 \frac{\pi}{4} a^2 \cos^2 \omega t$$

$$\rightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{B_0 a^2 \omega}{4} \sin 2\omega t$$

(۲-۸)

$$E = -\frac{1}{2} r \frac{dB}{dt} = \frac{\mu_0 n I_0 r}{2\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(۱-۹)

$$L_T = L_1 + L_2 = L - L = 0$$

ضریب خودالقاء در دو حالت اثر یکدیگر را خنثی می‌کند.

۹-۳ پاسخنامه تشریحی

(۲-۱)

$$V = \lambda \cdot \frac{km}{h} = 222/2 \frac{m}{s}$$

$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(B \sin \theta A) = -\frac{d}{dt}(B \sin \theta Lx)$

مسافتی است که هواپیما در مدت زمان t طی خواهد کرد.

$$\varepsilon = -B \sin \theta \ell \frac{dx}{dt} = -B \sin \theta \ell V \approx 0.7$$

(۱-۲)

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$V = \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \frac{d}{dt} B x w = B w v \Rightarrow B w v = R I \Rightarrow V = \frac{R I}{B W} = 2 \frac{m}{s}$$

بر اساس قانون کیرشهف $V = RI$

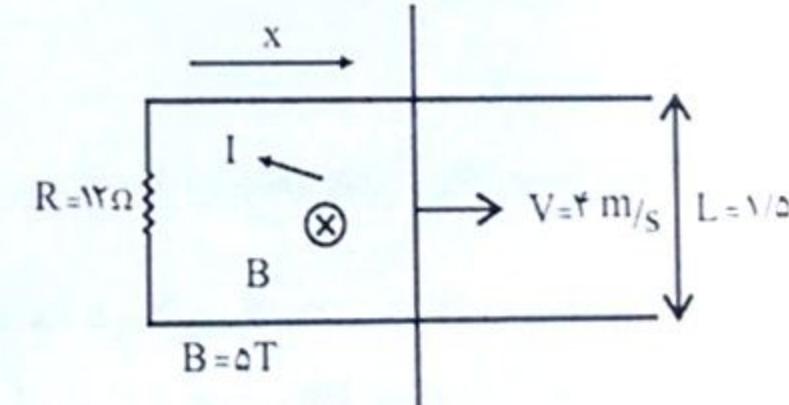
(۱-۳)

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t, \quad V = \int E \cdot dL = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\phi = \int B_0 da = BLx$$

$$V = -B h', \quad V = RI \Rightarrow I = \frac{V}{R} = Bl \frac{V}{R}$$

$$P = VI = \frac{(BLV)^2}{R} = 75 \text{ وات}$$



۱) باید در جهت پاد ساعتگرد باشد (بر اساس قانون لنز) تا بر اثر حرکت میله دارای افزایش شار

مغناطیسی باشیم.

(۲-۴)

$$\phi = BA \rightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA) = -\frac{d}{dt}(B\pi r^2) = 2\pi Br \frac{dr}{dt}$$

$$= 2\pi \times 0.8 \times 0.1 \times 0.8 = 0.4 V$$

(۳-۵)

۱۰- پرسش‌های چند گزینه‌ای

- ۱- از مداری به مقاومت R , خودالقاء L و نیروی محرکه ϵ که به طور سری قرار گرفته‌اند جریانی به شدت I می‌گذرد، این شدت در معادله دیفرانسیل زیر صادق است: ($\varphi = \text{فلوی} (\text{شار})$ مغناطیسی که از مدار می‌گذرد)

$$RI + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} = \epsilon \quad \text{۲}$$

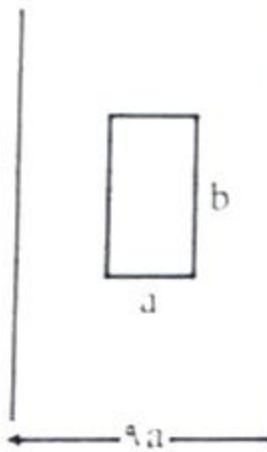
$$RI - \frac{d\varphi}{dt} = \epsilon \quad \text{۴}$$

$$RI + \frac{d\varphi}{dt} = \epsilon \quad \text{۱}$$

$$RI + \frac{1}{4\pi} \frac{d\varphi}{dt} = -\epsilon \quad \text{۳}$$

- ۲- دو سیم بلند به فاصله a از یکدیگر و یک سیم مستطیل در وسط این دو سیم و به ابعاد a و b در یک صفحه افقی قرار دارند. القای متقابل آن‌ها برابر است با:

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۸)



$$\frac{ab\mu_0}{\pi} \ln \frac{1}{9} - 1$$

$$\frac{b\mu_0}{2\pi} \ln \frac{10}{9} - 2$$

$$\frac{b\mu_0}{\pi} \ln \frac{4}{5} - 3$$

$$\frac{ab\mu_0}{\pi} \ln \frac{5}{4} - 4$$

- ۳- یک میله فلزی به طور $|OA| = 1$ به دور محوری که از O می‌گذرد و بر \vec{OA} عمود است و با سرعت زاویه‌ای $\omega = 12$ رادیان بر ثانیه دوران می‌کند. سطحی که دوران میله در آن صورت می‌گیرد عمود بر میدان مغناطیسی همگن $B = 0/3$ است. در این صورت نیروی محرکه القایی میان دو سر میله برابر است با:

$$0/3 - 2$$

$$0/15 - 1$$

$$4 - \text{صفر}$$

$$1/8 - 3$$

- ۴- سیم‌پیچ استوانه بسیار طویلی دارای n دور سیم‌پیچ در واحد طول است که جریانی به شدت I از آن عبور می‌کند. چنانچه ضریب گذردگی مغناطیسی هسته سیم‌پیچ μ باشد کدام پاسخ انرژی مغناطیسی برای حجمی مانند V از سیم‌پیچ است؟

$$\mu = \mu_0(1 - X_m) \Rightarrow \mu - \mu_0 = \mu_0 X_m$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \int_{A\Delta x} \mu_0 X_m H^2 d\tau$$

$$U(x_0 + \Delta x) = U(x_0) + \frac{1}{2} \int_{A\Delta x} X_m \mu_0 H^2 d\tau \quad \text{و} \quad \int \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{\ell}$$

$$U(x_0 + \Delta x) = U(x_0) + \frac{1}{2} \mu_0 X_m \left(\frac{NI}{\ell}\right)^2 A \Delta x \quad \text{پس}$$

$$F_x \approx \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{U(x_0 + \Delta x) - U(x_0)}{\Delta x}$$

$$F_x = \frac{1}{2} \mu_0 X_m \frac{N^2 I^2}{\ell^2} A = \frac{1}{2} \mu_0 X_m H^2 A$$

روش دوم: با استفاده از روش ارزی مغناطیسی $\frac{1}{2} LI^2 = U$ مسئله را بررسی می‌کنیم.

$$B \rightarrow \varphi \rightarrow L \rightarrow U \rightarrow F = \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_I$$

میدان در داخل سیم‌لوهه هیگامی که بُره وارد نشده است:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

$$B_1 = \mu N' I x_0 \quad N' = \frac{N}{\ell}$$

$$B_2 = \mu_0 N' I (\ell - x) ; \ell - x_0$$

$$\varphi = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \int B_1 d\vec{a} + \int B_2 d\vec{a}$$

$$\varphi = \int \mu N' I x_0 da + \int \mu_0 N' I (\ell - x_0) A$$

$$\varphi = \mu N' I A x_0 + \mu_0 N' I A (\ell - x_0) \quad , \mu = \mu_0 (1 + X_m)$$

$$\varphi = N' I X_m A x_0 \mu_0 + N' I A \ell \mu_0$$

هرگاه $L = L(x_0)$ ضریب خودالقاء مدار (سیم‌لوهه) وقتی که میله آهنی تا فاصله x وارد شده است.

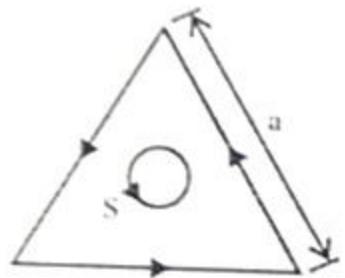
$$L = N' \frac{\varphi}{I} = N' \frac{(N' I X_m A x_0 \mu_0)}{I} = \mu_0 N'^2 X_m A X_0$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \mu_0 N'^2 X_m A X_0 I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 X_m A X_0 \frac{N^2 I^2}{\ell^2}$$

$$U = \frac{1}{2} \mu_0 X_m A X_0 H^2$$

- ۸ از حلقه‌ای به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a جریان I می‌گذرد. مطابق شکل بعد، یک حلقه دایره‌ای شکل خیلی کوچک به مساحت S در مرکز آن قرار دارد. (فرض کنید $\ll \sqrt{S}$) اندوکتانس متقابل $M_{12} = \sqrt{S}$ بین دو حلقه کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد مهندسی برق ۸۰)



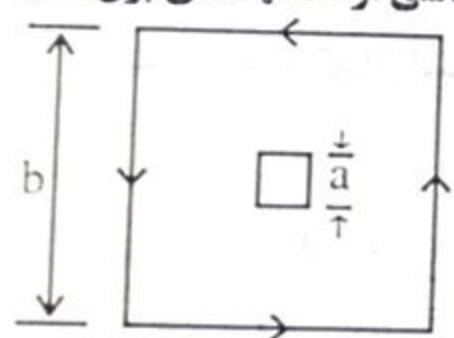
$$\frac{\mu_0 S}{\pi a} - 2$$

$$\frac{\mu_0 S}{2\pi a} - 4$$

$$\frac{\mu_0 S}{\pi a} - 1$$

$$\frac{\mu_0 S}{4\pi a} - 3$$

- ۹ دو قاب مربعی به اضلاع a و b مانند شکل در یک صفحه قرار دارند. مربع کوچک در مرکز مربع بزرگ است و a خیلی کوچک‌تر از b می‌باشد. اندوکتانس $M_{12} = M_{21}$ اندوکتانس متقابل بین دو قاب چقدر است؟



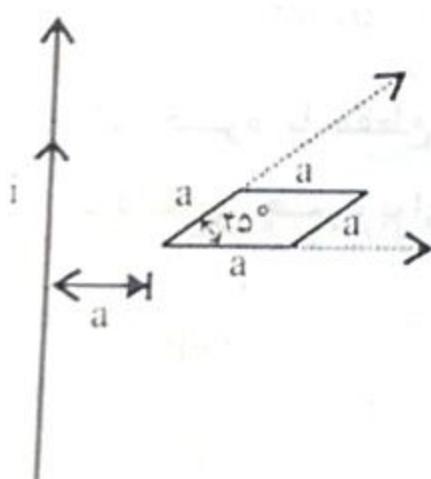
$$\frac{\mu_0 \sqrt{2}a^2}{4\pi b} - 2$$

$$\frac{\mu_0 \sqrt{2}a^2}{\pi b} - 4$$

$$\frac{\mu_0 a^2}{\pi \sqrt{2}b} - 1$$

$$\frac{\mu_0 \sqrt{2}a^2}{\pi b} - 3$$

- ۱۰ جریان I_1 روی محور z ها و حلقه سیم نازکی به شکل متوازی‌الاضلاع که طول هر ضلع آن برابر a می‌باشد مطابق شکل در فضای آزاد مفروض است. ضریب القاء متقابل را به دست آورید.



$$L_{21} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[\frac{4 + \sqrt{2}}{2} \ln(4 + \sqrt{2}) - 2 \ln 2 \right] - 1$$

$$L_{21} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[3 \ln 2 - \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \ln(2 + \sqrt{2}) \right] - 2$$

$$L_{21} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[\frac{4 + \sqrt{2}}{2} \ln(4 + \sqrt{2}) - \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \ln(2 + \sqrt{2}) - 2 \ln 2 \right] - 3$$

$$L_{21} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[3 \ln 2 - \frac{4 + \sqrt{2}}{2} \ln(2 + \sqrt{2}) + \ln(4 + \sqrt{2}) \right] - 4$$

- ۱۱ میله‌ای به طول L مطابق شکل در میدان مغناطیسی یکنواخت B حول نقطه ثابت O نوسان می‌کند به طوری که زاویه میله در هر لحظه با محور قائم برابر است با

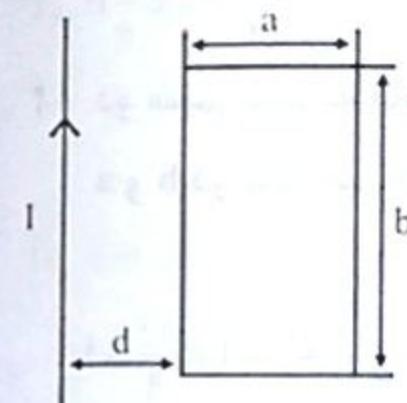
$$\frac{1}{2} \mu_0 I^2 V - 2$$

$$\frac{1}{2} \mu_0 I^2 V - 4$$

$$\frac{1}{2} \mu_0 I^2 V - 3$$

- ۵ اندازه و جهت جریان القایی در قاب مستطیل شکل زیر به ابعاد a و b و مقاومت R که به فاصله d از سیم طویل و هم صفحه با آن است، کدام است؟ (شدت جریان در سیم $I(t) = I_0 e^{-\beta t}$ است که در آن β و I_0 اعداد ثابتی هستند).

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۹)



$$\frac{\mu_0 I_0 \beta b}{2\pi R} e^{-\beta t} \ln\left(\frac{a+b}{d}\right) - 1$$

$$\frac{\mu_0 I_0 \beta_a b}{2\pi R_d} e^{-\beta t} - 2$$

$$\frac{\mu_0 I_0 \beta b}{2\pi R} e^{-\beta t} \ln\left(\frac{a+b}{d}\right) - 3$$

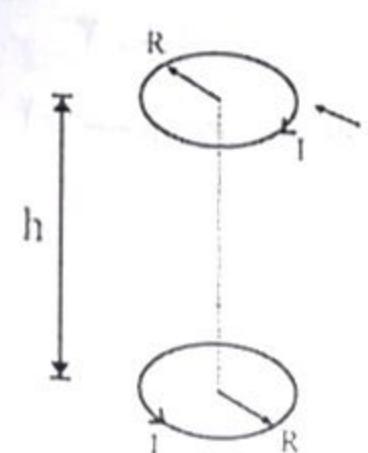
$$\frac{\mu_0 I_0 \beta a b}{2\pi R_d} e^{-\beta t} - 4$$

- ۶ کدام پاسخ سلف (خودالقا داخلی) یک سیم‌لوه طویل به طول L با سطح مقطع A ، ضریب گذردگی به تعداد N دور سیم می‌باشد؟

$$\frac{\mu_0 N^2 A}{L} - 1$$

$$\frac{\mu_0 N L}{A} - 4$$

- ۷ دو حلقه به شعاع $1 m = R$ و به فاصله h از یکدیگر ($h \gg R$) دارای جریان I در جهت خلاف یکدیگر (مطابق شکل) هستند. اگر حلقه پایینی روی زمین بوده و اندازه ضریب القاء متقابل دو حلقه برابر $\frac{\mu_0 \pi R^4}{2h^3}$ باشد، کدام رابطه میان جریان I و جرم حلقه m وجود داشته باشد تا حلقه بالایی معلق بماند؟



$$I = h^2 \sqrt{\frac{mg}{2\mu_0 \pi}} - 2$$

$$I = h^2 \sqrt{\frac{2mg}{3\mu_0 \pi}} - 4$$

$$I = h^2 \sqrt{\frac{2mg}{\mu_0 \pi}} - 1$$

$$I = h^2 \sqrt{\frac{3mg}{2\mu_0 \pi}} - 3$$

۱۵- خودالقاء یک پیچه چنبره با سطح مقطع مربع (به ضلع a) چقدر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۰)

$$L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 2$$

$$L = 2\pi \mu_0 N a^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 4$$

$$L = \frac{\mu_0}{\mu} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 1$$

$$L = \frac{\mu_0 N a^2}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 3$$

۱۶- خودالقایی دو استوانه توخالی هم محور به شعاع‌های a و b و به طول L بزرگ‌تر از b کدام است؟ این استوانه‌ها در انتهای توسط یک صفحه رسانای تخت طوری به هم متصلند که جریان به استوانه داخلی وارد و از استوانه خارجی برمی‌گردد.

(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۴)

$$\frac{\mu_0 L}{\pi} \ln \frac{b}{a} - 2$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} - 4$$

$$\frac{\mu_0 L}{2\pi} \ln \frac{b}{a} - 1$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi L} \ln \frac{b}{a} - 3$$

۱۷- یک سیم‌لوله بسیار طویل با مقطع دایروی به شعاع R_1 و تعداد n دور در واحد طول در اختیار داریم. حلقه‌ای به شعاع R_2 که $R_2 > R_1$ است، را حول سیم‌لوله می‌دهیم، به طوری که راستای عمود بر حلقه با راستای محور سیم‌لوله موازی باشد. القای متقابل این مجموعه کدام است؟

$$\mu_0 n \pi R_1^2 - 2$$

$$\mu_0 n \pi R_2^2 - 1$$

۴- صفر

$$\mu_0 n \pi R_1 R_2 - 3$$

۱۸- یک سیم نازک را به شکل یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a در آورده و آن را داخل یک سیم‌لوله طویل به شعاع a قرار می‌دهیم به طوری که صفحه آن عمود بر محور سیم‌لوله است. مقاومت سیم R است و سیم‌لوله دارای n دور سیم در واحد طول و سیم حامل جریان $i(t) = i_0 \sin \omega t$ است. دامنه جریان القایی در حلقه کدام است؟

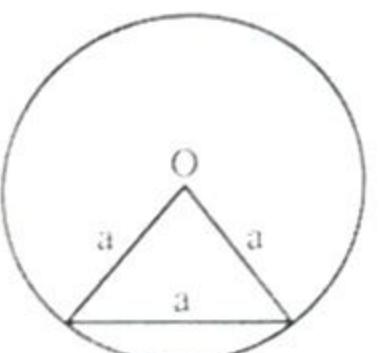
(آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک و هواشناسی ۸۶)

$$\frac{\sqrt{3}}{2R} \mu_0 n^2 i_0 \omega a^2 - 2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4R} \mu_0 n^2 i_0 \omega a^2 - 4$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2R} \mu_0 n i_0 \omega a^2 - 1$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4R} \mu_0 n i_0 \omega a^2 - 3$$



که در آن $\theta = \theta_0 \cos(\omega t)$ و θ_0 مقادیر ثابتی هستند. اندازه نیروی حرکه القایی

بین دو سر میله در لحظه $t = \frac{\pi}{6\omega}$ کدام است؟ (راستای میدان B عمود بر صفحه نوسان میله است).

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{4}$$

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{7} \quad \textcircled{8}$$

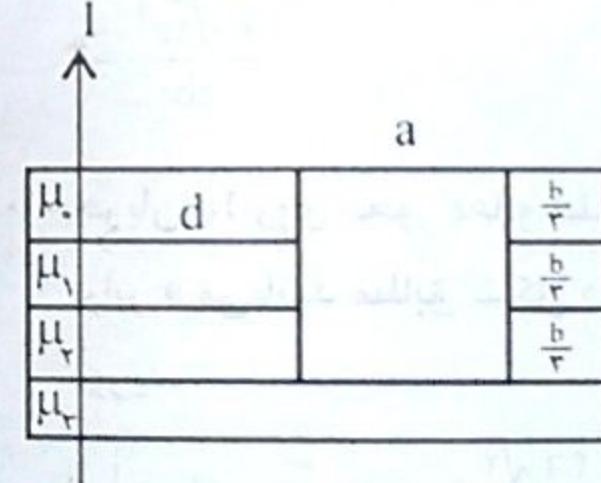
$$\textcircled{9} \quad \textcircled{10} \quad \textcircled{11} \quad \textcircled{12}$$

$$\textcircled{13} \quad \textcircled{14} \quad \textcircled{15} \quad \textcircled{16}$$

$$\textcircled{17} \quad \textcircled{18} \quad \textcircled{19} \quad \textcircled{20}$$

۱۲- سیم مستطیل شکلی به ابعاد a و b و سیم بسیار طویل حامل جریان I مطابق شکل در یک صفحه و در چهار محیط با ضریب تراوایی μ_1, μ_2, μ_3 و μ_4 قرار دارند. القای متقابل حلقه و سیم کدام است؟ (از اثرات لبه‌ها صرف نظر کنید).

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۰)



$$\frac{b}{2\pi} (\mu_0 + \mu_1 + \mu_2) \ln \left(\frac{a}{d} \right) - 1$$

$$\frac{b}{6\pi} (\mu_0 + \mu_1 + \mu_2) \ln \left(\frac{d+a}{d} \right) - 2$$

$$\frac{d}{6\pi} (\mu_0 + \mu_1 + \mu_2) \ln \left(\frac{a}{d} \right) - 3$$

$$\frac{b}{2\pi} (\mu_0 + \mu_1 + \mu_2) \ln \left(\frac{d+a}{d} \right) - 4$$

۱۳- یک چنبره با مقطع مربعی (به ضلع a) و شعاع داخلی R دارای N دور سیم است.

خودالقایی چنبره برای حالت $(A >> R)$ کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۳)

$$\frac{\mu_0 N}{2\pi R} a^2 - 2$$

$$\frac{\mu_0 N}{2R} a^2 - 4$$

$$\frac{\mu_0 N}{2\pi R} a^2 - 1$$

$$\frac{\mu_0 N}{\pi R} a^2 - 3$$

۱۴- دو مدار با ضرایب خودالقایی H_{25} و H_{16} روی یک هسته مشترک پیچیده شده‌اند.

ضریب القای متقابل آن‌ها چقدر است؟

$$20 H - 4$$

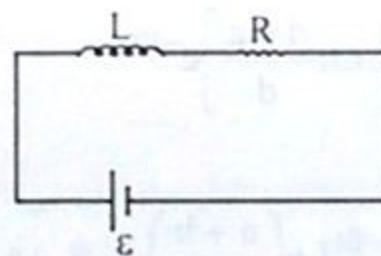
$$15 H - 3$$

$$11 H - 2$$

$$10 H - 1$$

۱۰-۳ پاسخنامه تشریحی

$$\begin{aligned} V_R + V_L &= \varepsilon \\ RI + \frac{d\phi}{dt} &= \varepsilon \end{aligned}$$



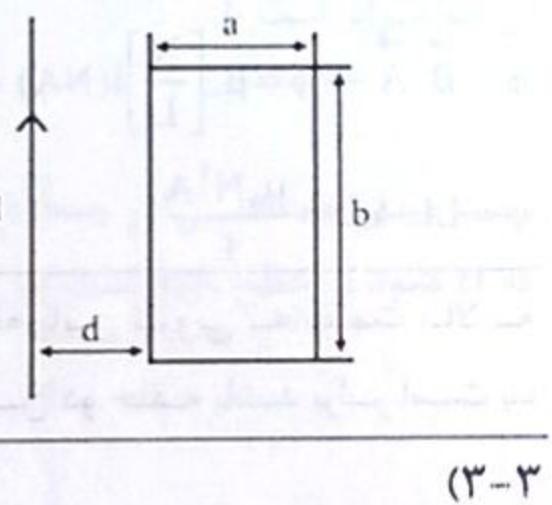
۱-۱) طبق قانون کیرشوف:

۳-۲) اگر 'φ' شار عبوری کل باشد و شار حاصل از هر سیم را با φ نمایش دهیم در آن صورت حواهیم داشت:

$$\oint \vec{B} \cdot d\ell = \mu_0 I \rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\varphi' = \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}+a} B ds = \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}+a} \frac{\mu_0 I b}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I b}{\pi} \ln \frac{a}{\frac{a}{2}}$$

$$M_{21} = \frac{\varphi'}{I} = \frac{\mu_0 b}{\pi} \ln \frac{a}{\frac{a}{2}}$$



(۳-۳)

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -B \frac{dA}{dt} = -B \frac{L}{2} \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{2} BL^2 \omega \\ &= -\frac{1}{2} \times 0.3 \times 1^2 \times 12 = -1/8 \end{aligned}$$

(۴-۴)

$$U = \frac{1}{2\mu} B^2 : \text{چگالی انرژی در واحد حجم}$$

$$B = n\mu I \Rightarrow U = \frac{1}{2\mu} (\mu n I)^2 = \frac{1}{2} \mu n^2 I^2$$

$$U = uv = \frac{1}{2} \mu n^2 I^2 V : \text{انرژی مغناطیسی کل سیم‌لوله}$$

(۱-۵)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

شار گذرنده از فرمول $\varphi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ محاسبه می‌شود. لذا داریم:

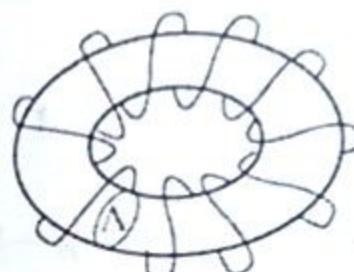
$$\mu_0 N_1^2 N_2^2 A - ۱$$

$$\mu_0 N_1 N_2 A - ۲$$

$$\mu_0 N_1^2 A - ۳$$

$$\mu_0 N_2^2 A - ۴$$

۱۹- پیچه چنبره‌ای مطابق شکل زیر با مقطع A دارای N_1 دور سیم است. اگر روی این پیچه N_2 دور سیم دیگر پیچیده شود، القای متقابل بین این دو سیم متناسب است با:



۲۰- خودالقایی با ضریب سلف ۳ هانری و مقاومت ۶ اهم به دو سر یک باتری با مقاومت داخلی ناچیز متصل است. بعد از نیم ثانیه شدت جریان خود القاء چند آمپر می‌شود؟

$$(e^{-1} \approx 0.35)$$

$$7/0 - ۲$$

$$2/1 - ۱$$

$$3/0 - ۴$$

$$2/1 - ۳$$

۲۱- ضریب خود القایی به ازای طول یک کابل کواکسیال مستقیم و بلند به شعاع داخلی ۱mm و شعاع خارجی ۲/۷۸ mm ۲/۷۸ را بحسب هانری به دست آورید؟

$$(\mu_0 = 1/25 \times 10^{-6} \frac{H}{m^2}, \pi = 3)$$

$$4 \times 10^{-7} - ۲$$

$$2 \times 10^{-7} - ۱$$

$$4 \times 10^{-6} - ۴$$

$$2 \times 10^{-6} - ۳$$

۲۲- سلونوئید کوچکی به طول a، شعاع N_1 حلقه در واحد طول را روی محور سلونوئید بسیار طویلی به شعاع $b > a$ و N_2 حلقه در واحد طول، قرار داده‌ایم. اگر جریان ثابت I در سلونوئید کوچک برقرار نباشد، شار مغناطیسی که از سلونوئید بزرگ می‌گذرد، کدام است؟

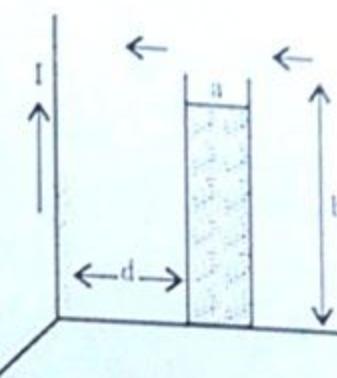
(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۸۵)

$$\pi \mu_0 N_1^2 N_2 l a^2 I - ۱$$

$$\pi \mu_0 N_1 N_2 l a^2 I - ۲$$

$$\pi \mu_0 N_1 N_2 l b^2 I - ۳$$

$$\pi \mu_0 N_1 N_2 l b^2 I - ۴$$



طبق قانون اهم (V = IR) داریم:

$$\begin{aligned}\varphi_B &= \int_d^{d+a} \int_0^b \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right) (dr dz) = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln r \Big|_d^{d+a} \\ \varphi_B &= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d} = \frac{\mu_0 b}{2\pi} (I_0 e^{-Bt}) \ln \frac{d+a}{d} \\ \text{emf} &= -\frac{d\varphi_B}{dt} = +\frac{\beta \mu_0 b I_0}{2\pi} \left[\ln \frac{d+a}{d} \right] e^{-\beta t}\end{aligned}$$

جهت جریان القایی طبق قانون لتر ساعتگرد است.

(۲-۶)

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\text{emf}}{R} = \frac{\mu_0 I_0 \beta b}{2\pi R} e^{-\beta t} \ln \left(\frac{a+b}{d} \right)$$

$$\varphi = B \cdot A \rightarrow \varphi = \mu_0 \left[\frac{N}{L} \right] I (NA) = \mu_0 \frac{N^2 A I}{L}$$

$$\varphi = LI \rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 A}{L}$$

(۴-۷) چون جهت جریان در دو حلقه مخالف یکدیگرند، از طرف حلقه پایین نیرویی به سمت بالا به حلقه بالایی اعمال می‌شود. مقدار این نیرو وقتی L_2 ضرب القاء بین دو حلقه باشد برابر است با $\vec{F} = I_1 I_2 \nabla (L_2)$ که از اینرو داریم.

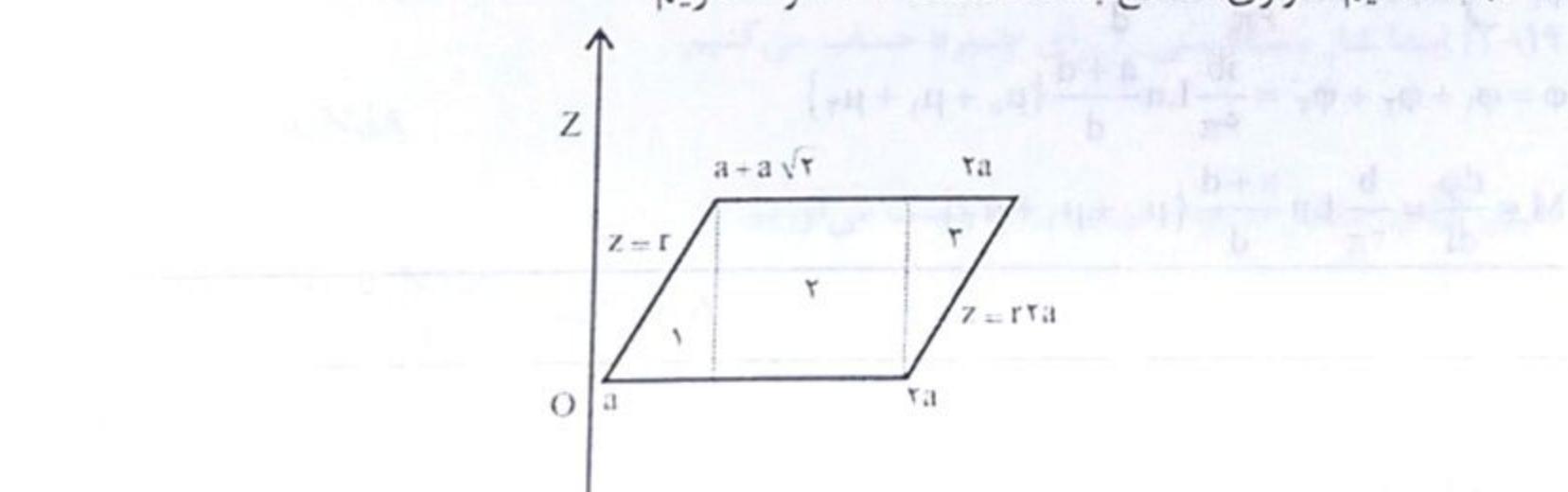
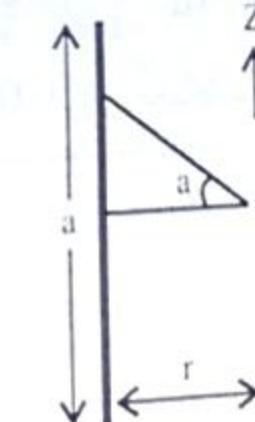
$$F_z = I_1 I_2 \frac{d}{dz} \left(\frac{\mu_0 \pi R^4}{2z^3} \right) \Big|_{z=h} = I_1 I_2 \frac{2\mu_0 \pi R^4}{2h^4} \Big|_{z=h} = I_1 I_2 \frac{2\pi R^4 \mu_0}{2h^4}$$

ابن نیرو باید با نیروی وزن برابر باشد تا حنشی شود و چون $I_1 = I_2 = 1\text{ A}$ و $R = 1\text{ m}$ است پس:

$$1^2 \frac{2\pi \mu_0}{2h^4} = mg \rightarrow I = h^2 \sqrt{\frac{2mg}{2\mu_0 \pi}}$$

(۴-۸) با توجه به شکل شدت میدان مغناطیسی ناشی از جریان I در قطعه‌ای به طول a و در فاصله r از صفحه عمود منصف قطعه برابر است با:

$$\vec{H} = \frac{I \sin \alpha}{2\pi r} \hat{a}_\theta$$



$$\varphi_1 = \int_{r=a}^{a+a\sqrt{2}} \int_{z=r}^{r-a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} dz dr = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - a \ln \frac{r+\sqrt{2}}{r} \right)$$

که در مرکز مثلث متساوی‌الاضلاع $\alpha = 60^\circ$ و $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ است. از اینرو H ناشی از سه ضلع، عمود بر صفحه مثلث است و داریم:

$$H_{21} = \frac{I_1 \sin 60^\circ}{2\pi \frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{9I_1}{2\pi a} \rightarrow B_{21} = \frac{9\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

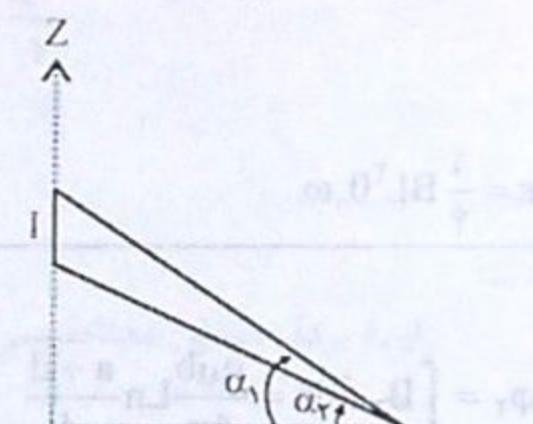
اگر فرض کنیم سطح S کوچک باشد، شار مغناطیسی عبوری از آن برابر است با:

$$\varphi_{21} = B_{21} S = \frac{9\mu_0 S I_1}{2\pi a} \rightarrow L_{21} = M_{21} = \frac{\varphi_{21}}{I_1} = \frac{9\mu_0 S}{2\pi a}$$

(۴-۹) اگر قطعه سیمی با جریان I در نقطه‌ای به فاصله r مورد بررسی قرار گیرد، میدان مغناطیسی در آن نقطه برابر است با:

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi r} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \hat{a}_\theta$$

شدت میدان مغناطیسی در وسط مربع به ضلع b چهار برابر شد میدان مغناطیسی هر ضلع است زیرا که H عمود بر سطح مربع است پس:

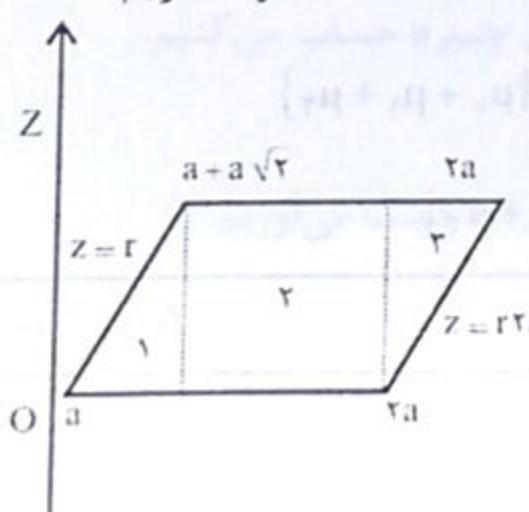


$$H = 4 \times \frac{I_1}{4\pi \left(\frac{b}{2} \right)} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{2\sqrt{2} I}{\pi b}$$

$$B_{21} = \frac{2\sqrt{2} \mu_0 I_1}{\pi b} \rightarrow \varphi_{21} = a^2 B_{21} = \frac{2\sqrt{2} \mu_0 I_1 a^2}{\pi b}$$

$$L_{21} = \mu_{21} = \frac{\varphi_{21}}{I_1} = \frac{2\sqrt{2} \mu_0 a^2}{\pi b}$$

(۳-۱۰) با تقسیم متواری‌الاضلاع به سه قسمت ۱، ۲ و ۳ داریم:



$$\varphi_1 = \int_{r=a}^{a+a\sqrt{2}} \int_{z=r}^{r-a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} dz dr = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - a \ln \frac{r+\sqrt{2}}{r} \right)$$

$$M = \frac{\varphi}{i} , \quad \varphi = \oint B \cdot dl = \mu_0 i \Rightarrow \varphi = \int_a^b \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right) L \cdot dr = \left(\frac{\mu_0 i L}{2\pi} \right) \int_a^b \frac{dr}{r} \Rightarrow \varphi = \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (1-16)$$

$$M = \frac{\varphi}{i} = \frac{\mu_0 L}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (2-17)$$

$$M = M_{R_1 R_2} = \frac{N \varphi_{R_1 R_2}}{i_{R_1}} = \frac{(B_{R_1} A_{R_1})}{i_{R_1}} = \frac{\mu_0 i_{R_1} n \pi R_1^2}{i_{R_1}} = \mu_0 n \pi R_1^2$$

توجه: تا وقتی میدان مغناطیسی سیم‌لوله کاملاً در داخل حلقه قرار گرفته است، صرف نظر از شکل، اندازه و نحوه پیچیده شدن سیم‌های حلقه $\varphi_{R_1 R_2} = B_{R_1} A_{R_1} = B_{R_1} \pi R_1^2$ است و به پارامترهای دیگری بستگی ندارد.

(3-18)

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi_B}{dt} = -A \left(\frac{d}{dt} \right) = -A \frac{d}{dt} (\mu_0 ni) = -A \mu_0 n \frac{di}{dt} = -A \mu_0 n \left(\frac{di(t)}{dt} \right)$$

$$A = \frac{a \times h}{2} , \quad h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{a \times a \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\varepsilon = -\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \mu_0 (-i_0 \omega \cos \omega t) , \quad \theta = \omega t = 0$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{4} \mu_0 n i_0 \omega a^2 \times 1 , \quad i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\sqrt{3}}{4R} \mu_0 n i_0 \omega a^2$$

(2-19) ابتدا شار مغناطیسی را برای چنبره حساب می‌کنیم.

$$\varphi_B = \int B \cdot dA = \mu_0 N_1 i A$$

سپس القای متقابل پیچه - چنبره را به دست می‌آوریم.

$$M_{r1} = N_r \frac{\varphi_{r1}}{i_1} = \frac{N_r}{i_1} \frac{\mu_0 N_1 i_1 A}{1} = \mu_0 N_1 N_r A$$

(1-20)

$$V = E = 12 \text{ ولت} , \quad I = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} \right) = \frac{12}{6} \left(1 - e^{-20/60} \right) = 2(0.65) = 1.3 \text{ آمپر}$$

$$\varphi_1 = \int_{r=a-a/\sqrt{2}}^{ra} \int_{z=0}^{a/\sqrt{2}} \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} dz dr = \frac{\mu_0 i_1 a \sqrt{2}}{4\pi} \ln \frac{4}{2+\sqrt{2}}$$

$$\varphi_2 = \int_{r=ra}^{ra+a/\sqrt{2}} \int_{z=ra}^{a/\sqrt{2}} \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} dz dr = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \left[\left(ra + \frac{a\sqrt{2}}{2} \right) \ln \frac{4+\sqrt{2}}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$\varphi_{r1} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$$

$$L_{r1} = \frac{\varphi_{r1}}{i_1} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[\left(\frac{4+\sqrt{2}}{2} \right) \ln(4+\sqrt{2}) - \ln(2+\sqrt{2}) - 2 \ln 2 \right] \quad (1-11)$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos \omega t$$

$$\omega = -\theta_0 \omega \sin \omega t$$

$$d\varepsilon = Bl dv = B\omega \int_0^L L dl = B\omega \frac{L^2}{2} = \frac{BL^2}{2} (-\theta_0 \omega \sin \omega t)$$

$$t = \frac{\pi}{\delta \omega} \text{ داریم:}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{4} BL^2 \theta_0 \omega \quad (2-12)$$

$$\varphi_1 = \int B_r \cdot \hat{n} da = \frac{\mu_1 i b}{8\pi} \ln \frac{a+d}{d}$$

$$\varphi_2 = \int B_r \cdot \hat{n} da = \frac{\mu_2 i b}{8\pi} \ln \frac{a+d}{d}$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \frac{ib}{8\pi} \ln \frac{a+d}{d} \{ \mu_0 + \mu_1 + \mu_2 \}$$

$$M = \frac{d\varphi}{dl} = \frac{b}{2\pi} \ln \frac{a+d}{d} \{ \mu_0 + \mu_1 + \mu_2 \} \quad (1-13)$$

(4-14)

$$M = \sqrt{L_1 L_2} = 2 \cdot \quad (2-15)$$

فصل یازدهم

خواص مغناطیسی ماده

۱-۱۱ خلاصه درس

تعریف جریان‌های اتمی: همه مواد از اتم ساخته شده‌اند و هر اتم شامل الکترون‌های در حال حرکت است. این مدارهای الکترونی که هر یک محدود است به یک تک اتم، جریان‌های اتمی نام دارند.

جریان واقعی: از انتقال بار، یعنی از حرکت الکترون‌های آزاد با یون‌های باردار

آنواع جریان $\left. \begin{array}{l} \text{به وجود می‌آید و به جریان‌های انتقالی نیز معروف‌بود.} \\ \text{جریان‌های اتمی: جریان‌های کاملاً دورانی هستند و منجر به انتقال بار نمی‌شوند.} \end{array} \right\}$

کل نکته: هر دو جریان می‌توانند میدان مغناطیسی تولید کنند.

مغناطیش (Magnetization)

جریان‌های اتمی مدارهایی به ابعاد اتمی هستند که می‌توان به آن‌ها دو قطبی‌های مغناطیسی واپسند کرد، زیرا در فواصل دور می‌توان به آن‌ها گشتاور دو قطبی مغناطیسی m را متناظر کرد.

مغناطیش: تمام گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی واقع در عنصر کوچک Δv را با هم جمع برداری کرده و نتیجه را به Δv تقسیم می‌کنیم که مغناطیش نامیده می‌شود و با \vec{M} آن را تماش می‌دهند.

$$\vec{M} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_i \vec{m}_i$$

اگر فرایند حد را از دید ماکروسکوپی آنقدر کوچک کنیم، آنگاه در شکل دیفرانسیل داریم.

$$d\vec{m} = \vec{M} dv$$

در چنین صورتی $\vec{M}(r)$ یا تابع برداری نقطه‌ای است که توصیف ماکروسکوپی از جریان اتمی درون ماده به دست می‌دهد. یعنی:

$$\vec{M} = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

که مغناطیش در مرکز هر مکعب را به دست می‌دهد.

$$T = 0.5s \quad \Rightarrow I = \frac{120}{100} = 3/1A$$

$$\tau = \frac{R}{L} = \frac{6}{3} = 2s$$

(1-۲۱)

$$\frac{M_{12}}{L} = ? \quad M_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} 2LL \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$r_1 = 1 \text{ mm} \quad \Rightarrow \frac{M_{12}}{L} = \frac{\mu_0}{4\pi} 2L \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{1/25 \times 10^{-6} \times 2 \times \ln(2/1)}{4 \times 3}$$

$$r_2 = 2/78 \text{ mm} \quad \Rightarrow \frac{M_{12}}{L} = 0.2 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-7}$$

$$\mu_0 = 1/25 \times 10^{-6} \\ \pi = 3$$

(1-۲۲)

$$\varphi_1 = \int B \cdot dA = \mu_0 N_1 I \pi a^2 L$$

$$M_{21} = N_2 \frac{\varphi_1}{I} = \frac{N_2}{I} \frac{\mu_0 N_1 I \pi a^2 L}{1} = \mu_0 N_1 N_2 \pi a^2 L$$

$$\varphi_2 = M_{21} I = \pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 L$$

۱۲-۲ پرسش‌های چندگزینه‌ای

۱- یک مدار نوسانگر شامل یک خازن به ظرفیت C و یک سلف به ضریب خود القاء L با مقاومت اهمی بسیار ناچیز را در نظر می‌گیریم در لحظه‌ای که رابطه بین جریان عبور کرده از سلف (I) و بار خازن (q) به شکل $I = \frac{1}{\sqrt{LC}}q$ باشد کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

(آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۲۸)

۱- انرژی پتانسیل برابر انرژی مغناطیسی است.

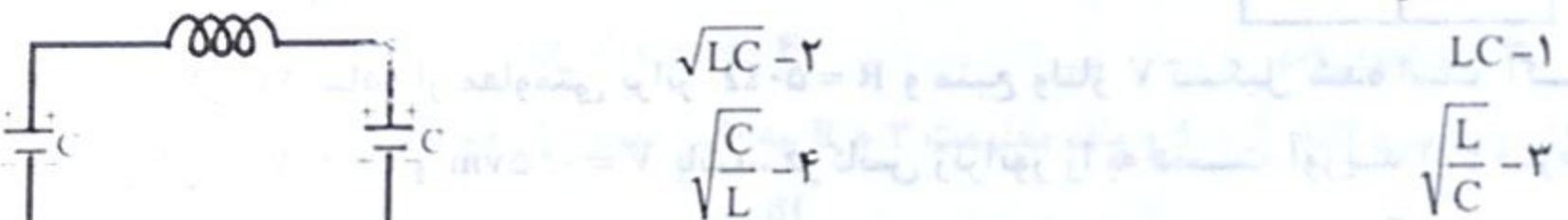
۲- انرژی مغناطیسی ربع انرژی پتانسیل است.

۳- انرژی مغناطیسی دو برابر انرژی پتانسیل است.

۴- انرژی پتانسیل دو برابر انرژی مغناطیسی است.

۲- در یک مدار نوسانگر شامل یک خازن به ظرفیت C و یک سلف با ضریب خود القاء L بار لحظه‌ای خازن Q و جریان لحظه‌ای در سلف I است. اگر در لحظه‌ای از زمان انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن با انرژی مغناطیسی ذخیره شده در سلف مساوی باشد،

نسبت $\frac{Q}{I}$ مساوی است با:



۳- یک مدار نوسان ساز الکتریکی از دو خازن هر یک به ظرفیت C و یک سیمپیج به ضریب خود القاء L تشکیل شده است. از مقاومت اهمی مدار صرف نظر می‌شود اگر خازن‌ها باردار شوند، تغییرات جریان الکتریکی در سیمپیج نسبت به زمان تحت فرکانس زیر صورت می‌گیرد:

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}} - 4 \quad \omega = \sqrt{2LC} - 3 \quad \omega = \sqrt{\frac{2C}{L}} - 2 \quad \omega = \sqrt{\frac{2L}{C}} - 1$$

۴- یک خازن $1 \mu F$ را تا ولتاژ $50V$ باردار می‌کنیم. سپس با تری باردار کننده را قطع می‌کنیم و یک سیمپیج 10 میلی هانری را به دو سر خازن می‌بندیم تا مدار LC نوسان کند. جریان سیمپیج چقدر است (مدار مقاومت R ندارد)؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۲۸)

$$Z = |Z|e^{i\theta}, Z = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \Rightarrow |Z| = \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

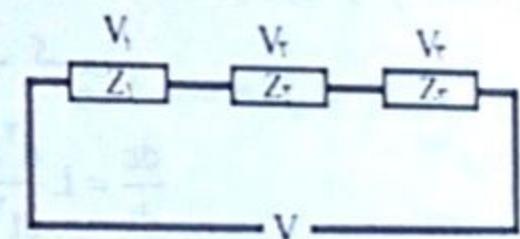
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) \quad \text{اما} \quad \begin{cases} I(t) = I_0 e^{i\omega t} \\ I_0 = \frac{E_0}{Z} = \frac{E_0}{|Z|} e^{-i\theta} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I(t) = \frac{E_0}{|Z|} e^{i(\omega t - \theta)}$$

جریان نسبت به ولتاژ تأخیر فاز دارد.

جریان از ولتاژ جلو می‌افتد.

اتصال متوالی مقاومت‌های ظاهری



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$IZ = IZ_1 + IZ_2 + IZ_3$$

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 + ix_1 \\ Z_2 = R_2 + ix_2 \\ Z_3 = R_3 + ix_3 \end{cases}$$

$$Z_1 = R, Z_2 = i\omega l, Z_3 = \frac{1}{i\omega C}$$

$$Z = (R_1 + R_2 + R_3) + i(X_1 + X_2 + X_3)$$

به شکل قطبی داریم:

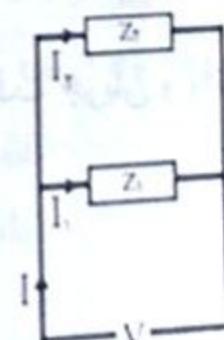
$$Z = |Z|e^{i\theta}, |Z| = \left[(R_1 + R_2 + R_3)^2 + (X_1 + X_2 + X_3)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{X_1 + X_2 + X_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

اتصال موازی مقاومت‌های ظاهری

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{V}{Z} = \frac{V}{Z_1} + \frac{V}{Z_2}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$



فصل دوازدهم: نوسانات الکترومغناطیسی و جریان‌های متناوب

- ۱- در یک مدار RLC که به آرامی میرا می‌شود $C = 1\mu F$, $R = 10\Omega$, $L = 10^{-3} H$ است.
- ۵- در یک مدار RC تغییرات بار بر حسب زمان از معادله زیر به دست می‌آید:
- (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۲)
- بیشترین بار پیدا کنید.

۰/۴۰۰-۴

۰/۵۴۹-۳

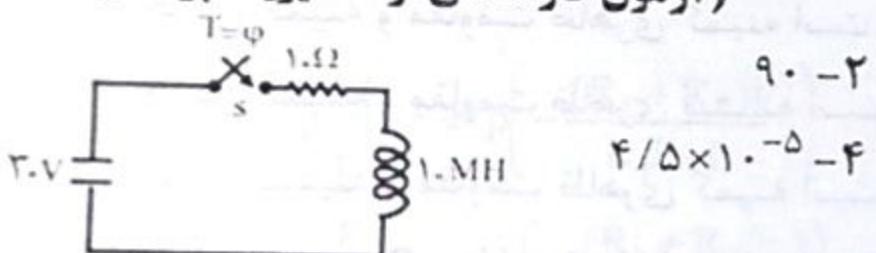
۰/۶۰۰-۲

۰/۷۳۲-۱

۰/۳۶۶-۵

- ۱۱- یک مدار RL را مطابق شکل در نظر بگیرید فرض کنید در زمان $\varphi = t$ کلید S بسته می‌شود انرژی ذخیره شده در سیم‌لوه (سیم‌پیچ) در $t \rightarrow \infty$ چند ژول است؟

(آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۷۷)



۹۰-۲

۴/۵\times 10^{-5}-۴

۹\times 10^{-5}-۱

۴۵-۳

- ۱۲- به خازن مسطح ایده‌آلی به ظرفیت C اختلاف پتانسیل $V_0 \sin \omega t$ اعمال شده است، اندازه شدت جریان جایی که بین دو جوش خازن برقرار است برابر کدام است؟

 $\omega V_0 \sin \omega t - ۲$ $\omega C V_0 \sin \omega t - ۱$ $\omega C V_0 \cos \omega t - ۴$ $\omega V_0 \cos \omega t - ۳$

- ۱۳- یک خود القاء $L = 2$ و یک مقاومت $R = 3$ به طور سری با یک باتری به نیروی محرکه اینکه V در زمان $t = 0$ برابر صفر باشد.

برابر است با:

۰/۵۵۸-۲

۰/۴۲۱-۱

۰/۸۳۰-۴

۰/۶۰۲-۳

- ۱۴- راکتانس القایی یک خود القاء $L = 2$ در صورتی که فرکانس جریان با 60 دور در ثانیه مشخص شود، برابر چند اهم است؟

۷۵۴-۴

۳۷۵-۳

۲۴۰-۲

۱۲۰-۱

- ۱۵- راکتانس ظرفیت یک خازن 50 میکروفارادی در صورتی که فرکانس جریان متناوب با 60 دور در ثانیه مشخص شود، برابر است با:

۴-۳۱۸-۴

۳۵۳-۳ اهم

۲۵-۲ اهم

۱-۸/۴۳ اهم

۰/۲۵A-۴

۲A-۳

۱A-۲

۰/۵A-۱

- ۵- در یک مدار RC تغییرات بار بر حسب زمان از معادله زیر به دست می‌آید:
- (آزمون کارشناسی ارشد ژئوفیزیک دانشگاه آزاد اسلامی ۸۲)

$$q = C \varepsilon e^{\frac{t}{RC}} - ۴ \quad q = \frac{1}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} - ۳ \quad q = C \varepsilon \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}} \right) - ۲ \quad q = C \varepsilon e^{\frac{-t}{RC}} - ۱$$

- ۶- اگر ω فرکانس تغییرات منبع ولتاژ در مداری خازنی - مقاومتی باشد، کمیت $\frac{1}{C\omega}$ از جنس کدام یک از کمیت‌های زیر است؟
- (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک پزشکی ۸۲)

۲- طول موج

۴- مقاومت

۱- اختلاف پتانسیل

۳- شدت جریان

- ۷- مدار سری RLC را در نظر بگیرید. این مدار را با مدار موازی تشید کننده مقایسه کنید و مقادیر R_P را باید در صورتی که مدار موازی و سری RLC دارای معادله یکسان برای پتانسیل خازن باشند (هرگاه Q, L و C یکسان باشند).
- (آزمون GRE)

$$\begin{array}{lll} I_1 & I_2 & \\ C & R_P & L \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \end{array} \quad R_P = L - ۲ \quad R_P = R - ۱ \quad R_P = L^2 / RC^2 - ۴ \quad R_P = \sqrt{C} - ۳ \quad R_P = L / RC - ۵$$

- ۸- یک مدار AC ساده از مقاومتی برابر $R = 50\Omega$ و منبع ولتاژ $V = 0.5\text{Vm}$ باشد، فرکانس ژنراتور را به دست آورید (با فرض $t = 1/20$ و $V = 1/20$ باشد).
- (آزمون GRE)

۲۴۰-۴

۶-۰Hz-۳

۲۱/۶۰Hz-۲

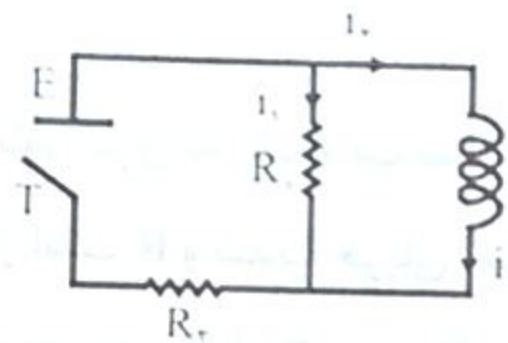
۱۲۰\pi Hz-۱

۶\pi Hz-۵

- ۹- یک مدار RI را که در آن $R = 10\Omega$, $I = 10\mu A$, $L = 10\mu H$ و $V = 30V$ است در نظر بگیرید. تصور کنید که در زمان $t = 0$ باشد. انرژی ذخیره شده در سلف را هنگامی که $t \rightarrow \infty$ به دست آورید.
- (آزمون GRE)

$$\begin{array}{lll} & ۹\times 10^{-5}J-۱ & \\ & ۴/5\times 10^{-5}J-۴ & \\ & ۴5J-۲ & \\ & 1/5\times 10^{-5}J-۵ & \end{array}$$

۲۱- مداری مطابق شکل از یک سیم پیچ L و مقاومت‌های R_1 و R_2 و نیروی محرکه E تشکیل یافته و القای مغناطیس در داخل L نیز صفر است کلید s را می‌بندیم، (t=۰) برابر کدام رابطه است؟



$$\frac{E}{R_1 + R_2} \left(1 - \exp\left(-\frac{(R_1 + R_2)t}{R_1 R_2 L}\right) \right) \quad -2$$

$$\frac{E}{R_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{R_1 R_2 t}{L(R_1 + R_2)}\right) \right) -1$$

$$\frac{E}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{(R_1 + R_2)t}{L}\right) \right) \quad -4$$

$$\frac{E}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{Rt}{L}\right) \right) \quad -3$$

۲۲- مداری سری از مقاومت R، خازن C و نیروی محرکه متناوب $V = V_0 \sin \omega t$ تشکیل شده است شدت جریان مداری ولتاژ ۴۵ درجه تقدم فاز دارد. بسامد زاویه‌ای برابر کدام است؟

$$RC \quad -4$$

$$\frac{1}{2RC} \quad -3$$

$$\frac{\sqrt{2}}{RC} \quad -2$$

$$\frac{1}{RC} \quad -1$$

۲۳- در یک مدار گیرنده امواج، ضریب خودالقایی $12/5$ میلی هانری به کار رفته است. برای آشکار سازی موجی با فرکانس 10^{15} Hz، ظرفیت خازن مناسب چند پیکو فاراد است؟ ($PF = 10^{15}$ F)

$$400 \quad -4$$

$$300 \quad -3$$

$$200 \quad -2$$

$$100 \quad -1$$

۲۴- یک خازن $20 \mu F$ و یک خودالقایی $10 H$ به طور موازی به منبع ولتاژ متناوب ۲۰۰ ولت با فرکانس زاویه‌ای $\omega = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ وصل شده‌اند. جریانی که از منبع تغذیه گرفته می‌شود چند آمپر است؟

$$0.4 A \quad -4$$

$$0.3 A \quad -3$$

$$0.2 A \quad -2$$

$$0.1 A \quad -1$$

۲۵- تغییرات زمانی جریان عبوری از یک رسانا در شکل نشان داده شده است. اختلاف پتانسیل دو سر در کدام نقطه ماقزیم است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریایی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۴)

۲۶- یک مقاومت الکتریکی از استوانه‌ای به طول L و شعاع a ساخته شده است نسبت مقاومت الکتریکی در جریان متناوب الکتریکی به مقاومت الکتریکی در جریان ثابت برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{25}{4} \quad -4$$

$$\frac{a}{25} \quad -3$$

$$1 - 2$$

$$0 - 1$$

۲۷- در یک مدار سری شامل سه عنصر L.C.R در حالت تشدید کدام عبارت صحیح است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

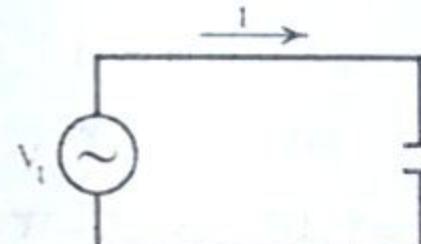
- ۱- جریان بیشینه و مقاومت ظاهری بیشینه است.

- ۲- جریان کمینه و مقاومت ظاهری کمینه است.

- ۳- جریان کمینه و مقاومت ظاهری بیشینه است.

- ۴- جریان بیشینه و مقاومت ظاهری کمینه است.

۲۸- چنانچه مقاومت R، سلف L و خازن C را در اختیار داشته باشیم. چه اجزایی را به منبع ولتاژ $V = V_m \sin \omega t$ وصل کنیم تا معادله جریان $I = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$ در مدار ایجاد شود؟



۲- سلف

۴- مقاومت و خازن

۱- خازن

۳- سلف و مقاومت

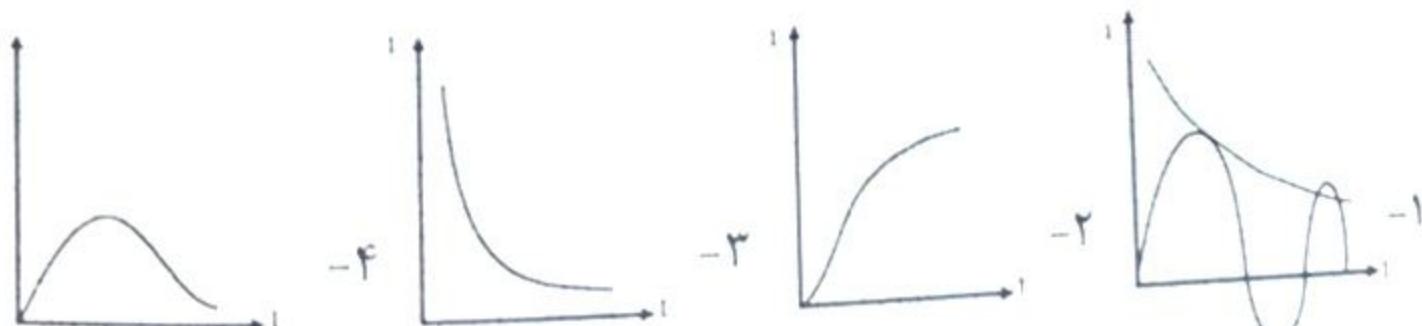
۲۹- مداری سری از خازن C، القاء L، مقاومت R و نیروی محرکه $E = E_0 \cos \omega t$ تشکیل شده است بسامد زاویه‌ای ω را طوری تنظیم می‌کنیم که در مدار تشدید حاصل شود اختلاف فاز بین جریان و نیروی محرکه E برابر کدام است؟

$$\pi - 4$$

$$\frac{\pi}{2} - 3$$

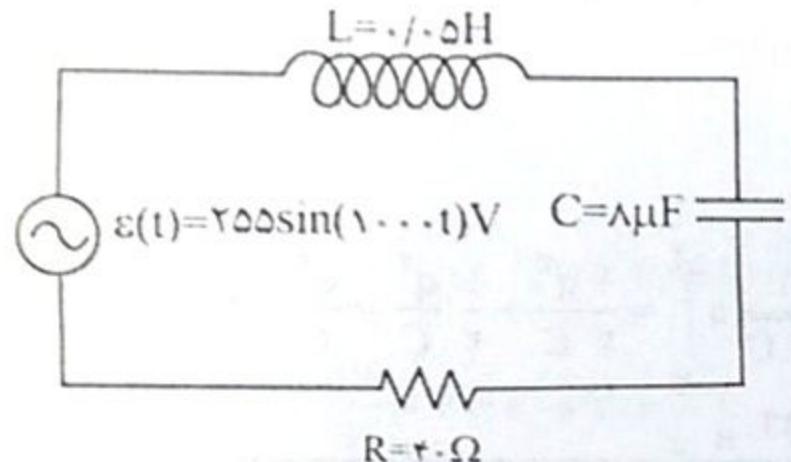
$$-\frac{\pi}{2} - 1$$

۳۰- جریان بر حسب زمان در این مدار پس از بسته شدن کلید به طور شمایی کدام است؟ (آزمون کارشناسی ارشد فیزیک ۷۷)

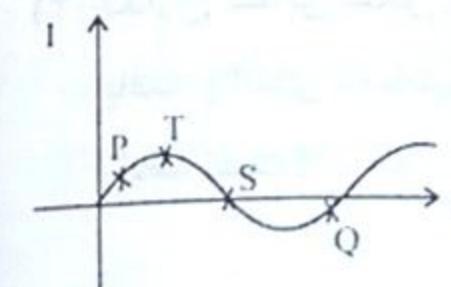


۲۹- در مدار داده شده، جریان گذرنده از مدار و ضریب توان تقریباً کدام است؟

(آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۸۶)



- ۰/۹ و ۳/۰A -۱
- ۰/۹ و ۶/۴A -۲
- ۰/۵ و ۳/۰A -۳
- ۰/۵ و ۶/۴A -۴



T -۲

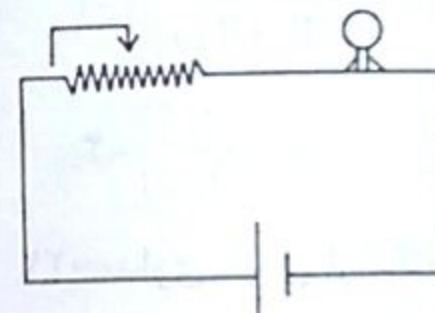
Q -۴

P -۱

S -۳

۲۶- مطابق شکل رئوستایی به طور سری به یک لامپ بسته شده است. اگر مقاومت رئوستا وقتی تمام طول آن در مدار است R و شدت جریان مدار I باشد، هنگامی که $\frac{1}{4}$ طول رئوستا را کم می‌کنیم شدت جریانی که از لامپ می‌گذرد چقدر است؟

(آزمون کارشناسی ارشد علوم دریابی و اقیانوسی - فیزیک دریا ۸۴) $\frac{1}{\lambda} R$

 $\frac{7}{9}I -۲$ $\frac{1}{3}I -۱$

۲I -۴

 $\frac{9}{7}I -۳$

۲۷- یک مدار نوسانگر الکتریکی شامل یک خازن به ظرفیت C و یک القاگر به ضریب خود القاء L با مقاومت اهمی ناچیز مفروض است. در لحظه‌ای از زمان، انرژی پتانسیل خازن، چهار برابر انرژی مغناطیسی القاگر می‌شود، در نتیجه رابطه بین جریان گذرنده از القاگر (I) با بار خازن (Q) چگونه است؟ (آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۸۳)

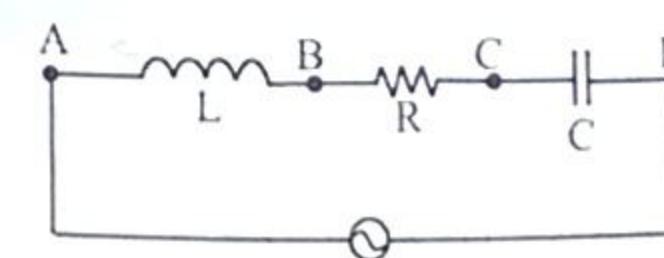
$$I = \frac{1}{\sqrt{2LC}} Q - ۲$$

$$I = \frac{1}{2\sqrt{2LC}} - ۱$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{LC}} Q - ۴$$

$$I = \frac{1}{2\sqrt{LC}} Q - ۳$$

۲۸- در مدار شکل زیر، در حالت تشدید، کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟ (مقاومت درونی القاگر صفر است). (آزمون کارشناسی ارشد زئوفیزیک و هواشناسی ۸۵)



$$V_A - V_C = V_B - V_D - ۱$$

$$V_A - V_D = V_A - V_B - ۲$$

$$V_B - V_C = V_C - V_D - ۳$$

$$V_A - V_B = V_B - V_C - ۴$$

(۱-۵)

۴-۶) مقاومت ظاهری یک مدار $Z = R - j\frac{1}{C\omega}$, RC است که همگی از جنس مقاومت هستند.

(۱-۷)

برای مدار RLC سری:

$$L = \frac{dI}{dt} = RI - V = 0, \quad Q = CV \rightarrow I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} \rightarrow \frac{dI}{dt} = C \frac{d^2V}{dt^2}$$

$$-LC \frac{d^2V}{dt^2} - RC \frac{dV}{dt} - V = 0 \rightarrow \ddot{V} + \frac{R}{L} V + \frac{1}{LC} V = 0$$

برای مدار RLC موازی:

$$Q = CV \rightarrow I_1 = -\frac{dQ}{dt} = -C \frac{dV}{dt}, \quad V = R_p(I_1 + I_2)$$

$$\frac{dV}{dt} = R_p \left(\frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} \right) = -CR_p \ddot{V} - R_p \frac{V}{L}$$

$$\ddot{V} + \frac{1}{R_p C} \dot{V} + \frac{V}{LC} = 0$$

با معادل بودن معادله پتانسیل حاضر داریم:

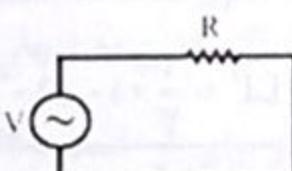
$$\frac{1}{R_p C} = \frac{R}{L} \Rightarrow R_p = \frac{L}{RC}$$

۳-۸) ولتاژ وابسته به زمان ژنراتور عبارت است از

$$V = V_m \sin(\omega t)$$

$$\frac{1}{2} V_m = \sin\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \Rightarrow \frac{\omega}{2\pi} = A \sin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = 120 \pi \text{ Rad/s}$$

$$\omega = 120 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 2\pi v \Rightarrow v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{120\pi}{2\pi} \Rightarrow v = 60 \text{ Hz}$$



(۱-۹)

قانون کیرشوف

$$V - IR - L \frac{dI}{dt} = 0 \rightarrow I + \frac{R}{L} I = 0 \rightarrow I = \frac{V}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right)$$

$$I(t \rightarrow \infty) = \frac{V}{R} = \frac{60}{12} = 5 \text{ A}$$

۳-۱۲ پاسخنامه تشریحی

(۱-۱)

$$U_F = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}, \quad U_B = \frac{1}{2} L I^2$$

$$U = U_F + U_B = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} q \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{q^2}{C} = 2U_E$$

$$U_E + U_B = 2U_E \Rightarrow U_B = U_E \Rightarrow U = 2U_B$$

(۱-۲)

$$\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow \left(\frac{q}{I} \right)^2 = LC \Rightarrow \frac{q}{I} = \sqrt{LC}, \quad U_E = U_B$$

۴-۳) با توجه به اینکه دو حاضر به صورت سری به هم متصلند، مدار به صورت ساده می‌شود:

$$\left. \begin{aligned} U_E &= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{q^2}{C} \\ U_B &= \frac{1}{2} L I^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow U = U_E + U_B = \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L I^2$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{2q}{C} \frac{dq}{dt} + LI \frac{dI}{dt} = 0, \quad I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{dq}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2q}{C} \frac{dq}{dt} + LI \frac{dq}{dt^2} = 0 \Rightarrow L \frac{dq}{dt^2} + \frac{2q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt^2} + \frac{2q}{LC} = 0$$

که برای حل معادله دیفرانسیل درجه دوم فوق اگر $q = A \sin(\omega t + \theta)$ در نظر نگیریم داریم:

$$-A\omega^2 \sin(\omega t + \theta) + \frac{2}{LC} A \sin(\omega t + \theta) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

(۱-۴)

$$U_E = \frac{1}{2} CV^2 \quad \rightarrow : \text{ وقتی به حال تعادل برسند} \Rightarrow \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} L I^2$$

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2$$

$$I = \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad V = \sqrt{\frac{1 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-7}}} \times 5 = 50 \text{ A}$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} \left[1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right] \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} \frac{R}{L} e^{-\frac{Rt}{L}} = \frac{\varepsilon}{L} e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$\left. \frac{dI}{dt} \right|_{t=1s} = \frac{\varepsilon}{L} e^{-\frac{R}{L}} \approx 0.55A \quad (4-14)$$

$$X_L = L\omega = 2\pi Lf = 2\pi \times 2 \times 60 \approx 754 \Omega \quad (3-15)$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{5 \times 10^{-6} \times 2\pi f} = \frac{1}{5 \times 10^{-6} \times 2 \times 3 / 14 \times 60} = \frac{10^3}{18/84} = \frac{1000}{18/8} \Rightarrow X_C = 52\pi$$

۴-۱۶) مقاومت الکتریکی یک استوانه به طول L و سطح A برابر است با:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

که در آن $\rho = \frac{E}{J}$ مقاومت ویژه آن است که بیشتر مشخصه ماده است و عکس آن را رسانیدگی ویژه می‌نمند $\rho = g$

ریوا نسبت مقاومت الکتریکی در جریان متناوب به مقاومت الکتریکی در جریان ثابت برابر یک است.

۴-۱۷) تشدید در مدار RLC وقتی روی می‌دهد که دامنه جریان حداقل مقدار حود را دارد از این‌رو باید مقدار مقاومت طاهری مدار حقیقی باشد.

$$Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{C\omega} \right) \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

۴-۱۸) اگر خارج به تنها یی در مدار وجود داشته باشد، جریان سست به ولتاژ تقدم فار دارد و مقدار این تقدم فار برابر $\frac{\pi}{2}$ است و اگر شامل مقاومت R اهم باشد، مقدار فار از $\frac{\pi}{2}$ کمتر است پس.

$$V = V_m \sin \omega t$$

$$I = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \varphi_{فار} = \frac{\pi}{2}$$

$$2-19) \tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \text{ است که } L\omega = \frac{1}{C\omega} \text{ باشد، از این رو } X_L = X_C \text{ است}$$

یعنی $\varphi = 0$

۴-۲۰) ابرهی کل ذخیره شده در مدار برابر است با

$$V(t \rightarrow \infty) = \frac{1}{2} LI_x^2 = \frac{1}{2} (1 \times 10^{-6}) (3^2) = 4.5 \times 10^{-5} J$$

۴-۲۱) بر اساس قانون ولتاژ‌های کیرشهف داریم

$$\sum V = 0$$

$$RI - LI' - \frac{Q}{C} = 0$$

$$Q'' + \frac{R}{L} Q' + \frac{1}{LC} Q = 0$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{y^2}{4}} \quad \text{و} \quad y = \frac{R}{L} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$Q'' + yQ' + \omega_0^2 Q = 0$$

$$Q = Q_m e^{-\frac{1}{2}yt} \cos(\omega t + \delta) = Q_m e^{-\frac{1}{2}yt} \cos \omega t, \quad \text{اگر } \delta = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-9}}} = 31/62 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{4} \frac{R^2}{L^2}} = 31/22 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\frac{Q}{Q_m} = e^{-\frac{1}{2} \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times 2} \cos(31/22 \cdot 10^{-4} \times 2) = 0.266$$

۴-۱۱) در مدار RL از ولتاژ dc استفاده شده است از این‌رو سیم‌لوله دارای مقاومت ظاهری X_L بیست

$$I = \frac{V}{R} = \frac{3}{1} = 3A$$

$$W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 3^2 = 4.5 \times 10^{-5} J$$

$$I_c = C \frac{dv_c}{dt} = CV_c \omega \cos \omega t$$

$$IR + L \frac{di}{dt} = \varepsilon \Rightarrow R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = Ae^{at} \Rightarrow RAe^{at} + LaAe^{at} = 0 \Rightarrow a = -\frac{R}{L}$$

$$\tan \phi = \frac{x_L - x_C}{R} = \frac{1}{RC\omega} = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{RC}$$

(۲-۲۳)

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = 2\pi \cdot \text{PF}$$

(۴-۲۴)

$$I = \frac{V \left(L\omega + \frac{1}{C\omega} \right)}{L\omega \frac{1}{C\omega}} = 2\pi A$$

(۲-۲۵) چنانچه مقاومت یک رسانا را با R نشان دهیم در این صورت مقدار اختلاف پتانسیل به صورت $V = RI$ است که این رابطه نشان می‌دهد مقدار اختلاف پتانسیل با مقدار جریان نسبت مستقیم دارد. لذا با توجه به شکل، ماکریم جریان مربوط به نقطه T است بنابراین ماکریم اختلاف پتانسیل هم مربوط به همان نقطه T است.

(۲-۲۶) ابتدا مقدار مقاومت در حالت اول را وقتی شدت جریان I است به دست آورده و سپس مقدار مقاومت در حالت دوم را حساب می‌کنیم و از آنجا می‌توان مقدار شدت جریان در حالت دوم را به دست آورد.

$$R + \frac{1}{\lambda} R = \frac{\lambda R + R}{\lambda} = \frac{9}{\lambda} R$$

مقاومت در حالت اول

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right)R + \frac{1}{\lambda} R = \frac{3}{4}R + \frac{1}{\lambda}R = \frac{3}{4}R + \frac{1}{\lambda}R = \frac{6+1}{\lambda}R = \frac{7}{\lambda}R$$

مقادیر در حالت دوم

هم اکنون با تشکیل تناسب، مقدار جریان در حالت دوم را به دست می‌آوریم

$$\begin{array}{c|c|c} \frac{9}{\lambda}R & I & \frac{7}{\lambda}R \\ \hline \frac{7}{\lambda}R & I' & \frac{1}{\lambda}R \end{array} \Rightarrow I' = \frac{\frac{7}{\lambda}R}{\frac{1}{\lambda}R} I = \frac{7}{9}I$$

(۳-۲۷)

$$U_C = f U_L \Rightarrow \frac{1}{f} QV = f \left(\frac{1}{f} L I^2 \right) \Rightarrow I^2 = \frac{QV}{fL}$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

$$\Rightarrow I^2 = \frac{Q^2}{fLC} \Rightarrow I = \frac{1}{\sqrt{fLC}} Q$$

$$V = \frac{1}{2} L I^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{dV}{dt} = -i^2 R$$

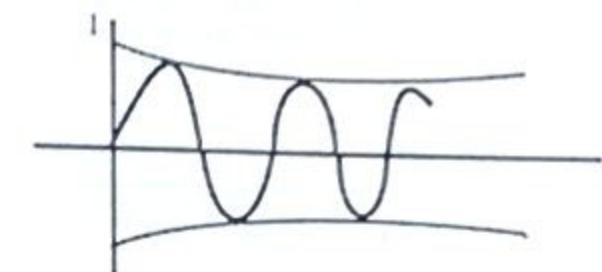
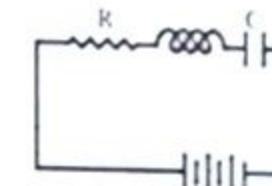
$$Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = -i^2 R$$

انرژی نسبت به زمان کاهش می‌یابد:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \Rightarrow q = q_m e^{-\frac{Rt}{2L}} (e^{i\omega't} + e^{-i\omega't})$$

$$e^{-\frac{Rt}{2L}} (e^{i\omega't} + e^{-i\omega't})$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$



$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{R}{2L} q_m e^{-\frac{Rt}{2L}} (e^{i\omega't} + e^{-i\omega't}) + i\omega' q_m e^{-\frac{Rt}{2L}} (e^{i\omega't} - e^{-i\omega't})$$

$$i = (A e^{i\omega't} + B e^{-i\omega't}) e^{-\frac{Rt}{2L}}$$

نسبت به t بوسانی است که دامنه آن به صورت $e^{-\frac{Rt}{2L}}$ کاهش می‌یابد

(۱-۲۱)

$$a \text{ گره } i = i_1 + i_2$$

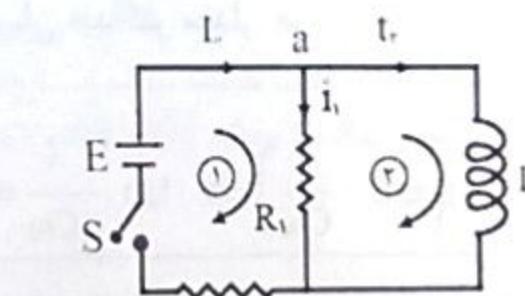
$$1: \text{حلقه}: E - i_1 R_1 + iR = 0 \rightarrow E = i_1 R_1 - (i_1 + i_2) R$$

$$i_1 = \frac{E + R i_2}{R_1 - R}$$

$$2: \text{حلقه}: L \frac{di_2}{dt} + i_1 R_1 = 0 \rightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{(E - R i_2)}{L(R_1 + R_2)} R_1$$

$$\rightarrow i_2 = -\frac{1}{R} \ln \left(\frac{E - R i_2}{E} \right) = \frac{R_1 t}{L(R_1 + R_2)} \Rightarrow E = R_2 i_2 = E \exp \left(-\frac{R_2 R_1 t}{L(R_1 + R_2)} \right)$$

$$i_2(t) = \frac{E}{R} \left(1 - \exp \left(-\frac{R R_1 t}{L(R_1 + R_2)} \right) \right)$$



(۱-۲۲)

$$x_L = 0$$

$$x_C = \frac{1}{C\omega}$$

$$\tan \varphi = 1$$